Universidad de San Andrés

Departamento de Economía

Licenciatura en Economía

Tópicos sobre incentivos óptimos bajo trabajo en equipo

Matías Gómez Seeber

30099

Mentor: Christian Ruzzier

Victoria, Julio 2022

1. Introducción

Los contratos son una parte central en el manejo de los incentivos de los trabajadores. Distintas estructuras de pago, bajo diversas configuraciones, pueden generar diferentes acciones por parte de los agentes. Una parte de la literatura se concentra en el análisis de sistemas de pagos basados en el desempeño relativo, es decir, sistemas donde el pago depende de las acciones y los resultados de otros agentes dentro de una organización. Estos trabajos intentan contestar por qué existen estos sistemas, si son eficientes, y qué rol juegan en distintos contextos de trabajo.

Una estructura de pago de este tipo son, por ejemplo, los torneos. En estos, el pago depende del producto en un sentido ordinal. La magnitud del producto obtenido solo importa en relación a la magnitud de los otros agentes o equipos. Para ponerlo de manera simple, pensemos en el caso de torneos de un deporte, como por ejemplo en el fútbol. Los equipos compiten en torneos donde cada partido obtienen un puntaje de acuerdo al resultado del partido. Ahora bien, lo que importa en los torneos es la posición respecto al resto de los equipos. Si el equipo con más puntos tiene una diferencia de 50 o 3 puntos respecto al segundo es irrelevante a la hora de definir los pagos.

Este tipo de estructura, se puede ver fácilmente, podría generar incentivos totalmente distintos a un esquema de pagos lineal, que probablemente sea el más utilizado hoy en día. Por ejemplo, si los equipos mencionados anteriormente fueran pagados por el total de puntos generados, habría claramente un incentivo a maximizar la cantidad de puntos obtenidos, incluso estando a una gran diferencia con respecto al resto de los equipos. Esto mismo no es cierto bajo pagos con torneos. Por ende, es una pregunta interesante pensar si se puede lograr un esfuerzo eficiente manipulando los premios que se pueden obtener de acuerdo a la posición en un *ranking*.

En el trabajo de Lazear y Rosen (1981), los autores comparan un sistema de pagos lineal contra uno con torneos como el mencionado anteriormente. Encuentran que, con agentes neutrales al riesgo, los *rank-order tournaments* son capaces de generar los mismos incentivos que los *piece rates*. Además, bajo esta configuración, dado que es factible pensar que es más barato observar la posición relativa antes que medir el producto generado por cada agente, es posible que los torneos sean preferidos. Ahora bien, este trabajo no tiene en cuenta un factor importante que se observa en la realidad: *limited liability*. En general, el razonamiento de este tipo de restricciones apunta a que los principales no puedan penalizar a los agentes por un producto bajo. Es una restricción razonable dado que muchos países prohiben, en busca de proteger a los agentes ante un shock que está fuera de su control, el tipo de prácticas mencionadas anteriormente. Existen algunos trabajos que se ocupan de esta problemática, aunque con algunas características particulares.

En Marinakis y Tsoulouhas (2012), los autores comparan contratos lineales y torneos teniendo en cuenta una restricción de *limited liability* donde el pago total al agente no puede ser menor a un valor determinado. Encuentran que los torneos siguen siendo preferidos. Sin embargo, la comparación es utilizando torneos cardinales, donde el pago es un desvío del producto promedio del resto de los agentes, y además hay un shock común a los productos de los agentes[1]. Dado que los torneos cardinales son superiores[2] a los torneos ordinales en este contexto (Tsoulouhas (2015)), y que una de las motivaciones de estudiar torneos ordinales es evitar la necesidad de medir los productos, es relevante determinar si los resultados encontrados siguen valiendo, sin un shock común,

[1]Esto es importante porque el resultado depende en gran parte de que los torneos pemiten filtrar este shock común al proveerle más información al principal.

[2]El beneficio esperado para el principal es mayor con torneos cardinales.

QUAERERE VERUM
Universidad de San Andrés

para estos últimos. En Kräkel (2004), el autor compara contratos lineales contra torneos ordinales bajo *limited liability* donde el pago total al agente no puede ser negativo. Encuentra que, si el riesgo idiosincrático es muy alto, los pagos lineales son superiores a los torneos. Ahora bien, este resultado surge del supuesto de un soporte finito en la distribución de los shocks individuales al producto de los agentes. En términos simples, esto evita la posibilidad de que un shock al producto, positivo o negativo, sea demasiado grande. El autor remarca que, sin este supuesto, los torneos son los que deberían dominar inequívocamente a los contratos lineales. La primer sección de este trabajo intenta demostrar la veracidad de esta afirmación, aunque con dos agentes por equipo, permitiendo una complementariedad entre los esfuerzos de estos, y con una definición diferente de *limited liability*. En este trabajo, estamos pensando que el pago incondicional, el que no depende del producto ni del resultado del torneo, no puede ser negativo. A diferencia de las restricciones planteadas por los trabajos mencionados, lo que esta especificación no permite es que los agentes deban pagar anticipadamente para poder realizar un trabajo. Aunque es claro que no son restricciones idénticas, nos brindará una aproximación más realista respecto del caso canónico.

En la segunda sección del trabajo, intentaremos determinar cómo es que los contratos lineales y los torneos rompen la ineficiencia planteada por Holmström (1982). En su trabajo, el autor encuentra que bajo *budget-balancing*, donde la suma de los pagos de los agentes es igual al producto total, es necesario de un *budget breaker* para poder implementar el *first best*. Primero, mostraremos que, efectivamente, un sistema de pagos con *budget-balancing* lleva a una ineficiencia incluso con los agregados establecidos en este trabajo. Luego, dado que tanto los contratos lineales como los toreos permiten implementar el *first best*, mostraremos que los agentes reciben un pago esperado menor al producto esperado.

La literatura sobre sistemas de pagos no modela perfectamente la realidad, como es de esperarse. Muchas veces aumentar la complejidad del modelo lo torna dificil de resolver o interpretar, sin grandes ganancias en términos de conocimiento. Sin embargo, existen hechos que se observan en la realidad, que ex ante podrían ser importantes cuando se piensa sobre incentivos, y no fueron analizados hasta ahora. La motivación de la segunda parte de este trabajo surge de la evidencia en los *e-sports*, aunque la generalización del modelo resuelto permite extrapolar los resultados a cualquier configuración donde equipos de agentes compiten por un premio y tienen un interés por destacar del resto. El modelo a resolver es muy similar al planteado para la primer sección de este trabajo con torneos como contratos. La diferencia es que ahora los agentes pueden también esforzarse en una tarea individual que conlleva un pago si el agente destaca de sus compañeros de equipo. La motivación detrás surge de la idea de que los jugadores pueden jugar en equipo o intentar sobresalir del resto, para verse como alguien valioso a contratar a futuro. Dependiendo del contexto en el que se piense esta configuración, uno podría creer que ayudarse a uno mismo también ayuda al equipo. Por ejemplo, en el fútbol hacer goles ayuda a destacar a la persona, pero eso al mismo tiempo ayuda a que el equipo gane. De la misma forma, podría ser que ayudarse a uno mismo sea un acto que empeore el resultado individual. Un ejemplo de esto sería no compartir tus ideas a tus colegas; te permite destacar por la originalidad, pero ser más colaborativo probablemente ayudaría al resultado grupal. En la última sección de este trabajo, trataremos de modelar este problema para determinar qué efectos tiene sobre la forma en la que el principal debe elegir los contratos óptimos.

2. Contratos óptimos bajo *limited liability*

2.1. El modelo

Siguiendo la idea central del trabajo de Lazear y Rosen (1981), nos concentraremos en un único período, donde los agentes tienen cierto control sobre lo que producen. En particular, pueden realizar esfuerzo para afectar la media del producto, pero existe un factor aleatorio que no está bajo el control de ninguno de los agentes relevantes. El principal solamente observa los productos de cada equipo, sin poder distinguir los esfuerzos realizados, ni el efecto de la suerte.

Extenderemos el modelo básico, en primer lugar, introduciendo equipos de dos jugadores cada uno. Además, agregaremos a la función de producción un factor que mide la complementariedad de los esfuerzos entre los agentes de un mismo equipo.

Podemos definir entonces el resultado del equipo t como:

$$y_t = a_{ti} + a_{tj} + \delta a_{ti} a_{tj} + \epsilon_t; \quad \epsilon_t \sim F(0, \sigma^2)\ iid$$

Donde a_{ti} representa el esfuerzo en el resultado grupal del agente i, y a_{tj} el esfuerzo en el resultado grupal del agente j, ambos pertenecientes al equipo t. El parámetro δ mide el grado de complementariedad entre los esfuerzos y $\delta \in (0, 1)$. $F(\cdot)$ es la función de distribución de la variable ϵ_t, que representa el componente aleatorio o la suerte. Este componente tiene media cero y varianza σ^2.

La función de costos del agente i, perteneciente al equipo t, está dada por:

$$c(a_{ti}) = \frac{(a_{ti})^2}{2}$$

Es decir, es una función convexa (dado que $a_{ti} \geq 0$) respecto al esfuerzo del agente. Suponemos que todos los agentes tienen la misma función de costos.

2.2. First best

En *first best*, se maximiza el valor esperado del *output* total, neto de los costos del esfuerzo. En este caso, eso es:

$$\begin{aligned} \max_{a_{ti}; a_{tj}; a_{-t;i}; a_{-t;j}} \quad & E(y_t + y_{-t}) - \sum_{t \in (t,-t)} \sum_{i \in (i,j)} c(a_{ti}) = \\ & a_{ti} + a_{tj} + \delta a_{ti} a_{tj} + a_{-t;i} + a_{-t;j} + \delta a_{-t;i} a_{-t;j} - \sum_{t \in (t,-t)} \sum_{i \in (i,j)} \frac{(a_{ti})^2}{2} \end{aligned}$$

Luego, las condiciones de primer order nos dicen que el valor esperado del producto marginal del esfuerzo tiene que ser igual al costo marginal de este:

$$1 + \delta a_{tj} = a_{ti} \quad \forall\ t, i$$

Como esto vale para todo t, i, es fácil ver entonces que:

$$a_{ti}^{FB} = \frac{1}{1-\delta} \quad \forall\ t, i \tag{1}$$

QUAERERE VERUM
Universidad de San Andrés

2.3. Second best con contratos lineales

Definimos el pago de cada agente como una función lineal del output del equipo:

$$w_t = s + b\ y_t$$

Notar que suponemos contratos idénticos para los distintos agentes, que no es un supuesto fuerte dado la homogeneidad de estos. Los agentes, entonces, eligen el esfuerzo con tal de maximizar el valor esperado de su pago neto de sus costos. Para el agente i, perteneciente al equipo t, esto es:

$$\max_{a_{ti}} \quad s + b(a_{ti} + a_{tj} + \delta a_{ti} a_{tj}) - \frac{a_{ti}^2}{2}$$

La condición de primer orden nos dice que el agente va a esforzarse hasta igualar el costo marginal al beneficio marginal esperado:

$$b(1 + \delta a_{tj}) = a_{ti}$$

Dado que los agentes y los pagos son idénticos, la condición para el agente j del equipo t será simétrica, lo que nos permite obtener el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} b(1 + \delta a_{tj}) = a_{ti} \\ b(1 + \delta a_{ti}) = a_{tj} \end{cases}$$

Resolviendo se obtiene el esfuerzo de los agentes en *second best*, que va a depender del coeficiente del pago lineal:

$$a_{ti}^{SB} = a_{tj}^{SB} = \frac{b}{1 - b\delta} \quad \forall\ t, i \tag{2}$$

El principal resuelve eligiendo los parámetros s y b que maximizan el producto esperado, neto de los pagos, sujeto a las restricciones de participación (que los agentes tengan beneficios esperados no negativos) y de compatibilidad de incentivos (que los agentes estén en el máximo encontrado anteriormente):

$$\begin{aligned}
\max_{s;\ b} \quad & E(y_t + y_{-t}) - 2(s + bE(y_t)) - 2(s + bE(y_{-t})) = \\
& a_{ti} + a_{tj} + \delta a_{ti} a_{tj} + a_{-t;i} + a_{-t;j} + \delta a_{-t;i} a_{-t;j} \\
& - 2(s + b(a_{ti} + a_{tj} + \delta a_{ti} a_{tj})) - 2(s + b(a_{-t;i} + a_{-t;j} + \delta a_{-t;i} a_{-t;j})) \\
s.a. \quad & (IC)_{ti} \quad a_{ti} = \frac{b}{1 - b\delta} \quad \forall\ t, i \\
& (IR)_{ti} \quad s + b(a_{ti} + a_{tj} + \delta a_{ti} a_{tj}) \geq \frac{a_{ti}^2}{2} \quad \forall\ t, i
\end{aligned}$$

Como el lado izquierdo de las restricciones de participación está restando en la función objetivo, el principal va a intentar disminuir esos términos lo más posible de forma tal que, en el óptimo, las restricciones se van a cumplir con igualdad. Reemplazando en la función objetivo, tenemos que:

$$\max_{b} \quad \frac{2b}{1 - b\delta} + \frac{\delta b^2}{(1 - b\delta)^2} + \frac{2b}{1 - b\delta} + \frac{\delta b^2}{(1 - b\delta)^2} - \frac{b^2}{(1 - b\delta)^2} - \frac{b^2}{(1 - b\delta)^2}$$

$$\max_{b} \quad \frac{4b}{1 - b\delta} + \frac{2\delta b^2 - 2b^2}{(1 - b\delta)^2}$$

$$\max_{b} \quad \frac{4b}{1-b\delta} + \frac{2b^2(\delta-1)}{(1-b\delta)^2}$$

$$\max_{b} \quad \frac{2b}{1-b\delta}\left[2 + \frac{b(\delta-1)}{1-b\delta}\right]$$

La condición de primer orden es entonces:

$$\frac{2(1-b\delta)-2b(-\delta)}{(1-b\delta)^2}\left[2+\frac{b(\delta-1)}{1-b\delta}\right] + \frac{2b}{1-b\delta}\left[\frac{(\delta-1)(1-b\delta)-b(\delta-1)(-\delta)}{(1-b\delta)^2}\right] = 0$$

$$\frac{2-2b\delta+2b\delta}{(1-b\delta)^2}\left[\frac{2-2b\delta+b\delta-b}{1-b\delta}\right] + \frac{2b}{1-b\delta}\left[\frac{\delta-b\delta^2-1+b\delta+b\delta^2-b\delta}{(1-b\delta)^2}\right] = 0$$

$$2(2-b(\delta+1)) + 2b(\delta-1) = 0$$

$$4 - 2b\delta - 2b + 2b\delta - 2b = 0$$

$$4 = 4b$$

$$b^* = 1$$

Entonces, los esfuerzos de *second best* con contratos lineales son:

$$a_{ti}^{SB} = \frac{1}{1-\delta} = a_{ti}^{FB}$$

Vemos que se puede obtener los esfuerzos de *first best* con contratos lineales en esta nueva extensión. Ahora bien, veamos cuánto es el pago s en el óptimo. De la restricción de participación del agente i, perteneciente al equipo t, vemos que s^* es tal que:

$$s^* + \left(\frac{1}{1-\delta} + \frac{1}{1-\delta} + \delta\frac{1}{1-\delta}\frac{1}{1-\delta}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-\delta}\right)^2$$

$$s^* = \frac{1}{2(1-\delta)^2} - \frac{2}{1-\delta} - \frac{\delta}{(1-\delta)^2}$$

$$s^* = \frac{1}{(1-\delta)^2}\left(\frac{1}{2} - 2(1-\delta) - \delta\right)$$

$$s^* = \frac{1}{(1-\delta)^2}\left(\delta - \frac{3}{2}\right)$$

Notar que $s^* \geq 0 \iff \left(\delta - \frac{3}{2}\right) \geq 0 \iff \delta \geq \frac{3}{2}$, pero sabemos que $\delta \in (0,1)$. Entonces, para todos los valores de delta, el pago incondicional de los contratos lineales es negativo. Si tenemos en cuenta una restricción de *limited liability* donde $s^* \geq 0$, vemos que este contrato no es implementable.

2.4. Second best con torneos

Ahora, el pago va a depender del total de producción de cada equipo de forma tal que:

Universidad de SanAndrés

$$w_t = \begin{cases} z + W & si \;\; y_t > y_{-t} \\ z & si \;\; y_t < y_{-t} \end{cases}$$

Ambos equipos reciben un pago fijo de z, independientemente del resultado. Ahora bien, el equipo ganador, el que tenga un mayor resultado y_t, recibirá además un pago W. Este pago es el diferencial de premios y será lo que maneje los incentivos de los agentes a la hora de elegir el esfuerzo en equipo. El pago total será divido equitativamente entre ambos miembros del equipo. Entonces, el agente i perteneciente al equipo t va a maximizar lo siguiente:

$$\max_{a_{ti}} \;\; E\left(\frac{w_t}{2}\right) - \frac{a_{ti}^2}{2} \;\; = \;\; \frac{1}{2}(z + P(y_t > y_{-t})W) - \frac{a_{ti}^2}{2}$$

$P(y_t > y_{-t})$ representa la probabilidad de que el equipo t gane, lo que es igual a:

$$\begin{aligned} & P(a_{ti} + a_{tj} + \delta a_{ti} a_{tj} + \epsilon_t > a_{-t;i} + a_{-t;j} + \delta a_{-t;i} a_{-t;j} + \epsilon_{-t}) \\ & = P((a_{ti} + a_{tj} + \delta a_{ti} a_{tj}) - (a_{-t;i} + a_{-t;j} + \delta a_{-t;i} a_{-t;j}) > \epsilon_{-t} - \epsilon_t) \\ & = H((a_{ti} + a_{tj} + \delta a_{ti} a_{tj}) - (a_{-t;i} + a_{-t;j} - \delta a_{-t;i} a_{-t;j})) \end{aligned}$$

$H(\cdot)$ es la distribución acumulada de la variable aleatoria $\epsilon_{-t} - \epsilon_t$. Notar que es creciente en el esfuerzo del equipo propio y decreciente en el esfuerzo del equipo contrario. Entonces el agente maximiza:

$$\max_{a_{ti}} \;\; \frac{1}{2}(z + H(a_{ti} + a_{tj} + \delta a_{ti} a_{tj} - a_{-t;i} - a_{-t;j} - \delta a_{-t;i} a_{-t;j})W) - \frac{a_{ti}^2}{2}$$

La condición de primer orden es entonces

$$\frac{1}{2} h(a_{ti} + a_{tj} + \delta a_{ti} a_{tj} - a_{-t;i} - a_{-t;j} - \delta a_{-t;i} a_{-t;j})(1 + \delta a_{tj})W - a_{ti} = 0$$

donde $h(\cdot)$ es la derivada de $H(\cdot)$, es decir, $\frac{\partial P(y_t > y_{-t})}{\partial a_{ti}}$. Como los agentes son homogéneos, las condiciones de primer orden son simétricas, por lo que, en equilibrio, realizarán la misma cantidad de esfuerzo. Luego, el óptimo surge de resolver:

$$\frac{W h(0)}{2}(1 + \delta a_{ti}) = a_{ti}$$

Entonces, el esfuerzo óptimo está dado por:

$$a_{ti}^{SB} = \frac{\frac{W h(0)}{2}}{1 - \delta \frac{W h(0)}{2}} \;\; \forall \; t, i \tag{3}$$

Para obtener el esfuerzo de *first best*, el diferencial de premios debe ser tal que:

$$\frac{h(0)W}{2} = 1 \iff W^* = \frac{2}{h(0)}$$

Similarmente al caso de contratos lineales, el principal eligirá z^* tal que la utilidad esperada del agente sea cero, para cumplir con la restricción de participación. Entonces,

$$\frac{1}{2}\left(z^* + H(0)\frac{2}{h(0)}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-\delta}\right)^2 = 0$$

Dado que los agentes realizan el mismo esfuerzo y que los factores aleatorios de ambos equipos siguen la misma distribución, el resultado del torneo será definido al azar, es decir, $H(0) = \frac{1}{2}$.

QUAERERE VERUM
Universidad de
San Andrés

Entonces,

$$z^* + \frac{1}{h(0)} = \frac{1}{(1-\delta)^2}$$

$$z^* = \frac{1}{(1-\delta)^2} - \frac{1}{h(0)}$$

Notemos que $z^* \geq 0 \iff \frac{1}{(1-\delta)^2} \geq \frac{1}{h(0)} \iff h(0) \geq (1-\delta)^2$. Recordando que $h(\cdot) = \frac{\partial P(y_t > y_{-t})}{\partial a_{ti}}$, la condición nos dice que si el efecto del esfuerzo sobre la probabilidad de ganar es suficientemente alto, o si la suerte no juega un rol importante en el resultado, el pago incondicional será positivo. También, mientras más complementarias las tareas, siempre recordando que $\delta \in (0,1)$, es más fácil que se cumpla la condición. En el caso extremo de complementos perfectos, $\delta = 1$, la condición se cumple siempre.

Entonces, encontramos que, bajo ciertas condiciones, el pago en torneos es compatible con *limited liability*, mientras que los contratos lineales nunca lo son[3]. Que el pago incondicional en contratos lineales sea negativo, dado que el principal elige s tal que la utilidad esperada sea cero, nos dice que el pago contingente en el producto es alto. De la misma manera, que exista un valor de δ tal que el pago incondicional en torneos sea positivo, nos dice que el diferencial de premios es bajo. Es decir, la magnitud y el signo de los pagos incondicionales están estrictamente ligados al valor esperado de los pagos contingentes.

El pago contingente esperado con torneos, para un agente en particular, es la probabilidad de obtener el pago, $\frac{1}{2}$, multiplicado por el $W^* = \frac{2}{h(0)}$, y esto será divido equitativamente entre los dos agentes. Mientras que el pago contingente con contratos lineales, para un agente particular, es $b^* = 1$ multiplicado por el valor esperado del producto $a^*_{ti} + a^*_{tj} + \delta a^*_{ti} a^*_{tj} = \frac{2}{1-\delta} + \frac{\delta}{(1-\delta)^2} = \frac{2-\delta}{(1-\delta)^2}$. Recordemos también que los costos son $\frac{(a_{ti})^2}{2}$ y $a_{ti}^{FB} = \frac{1}{1-\delta}$. Veamos entonces cuándo los pagos contingentes esperados son menores a los costos:

$$b^*(a^*_{ti} + a^*_{tj} + \delta a^*_{ti} a^*_{tj}) \leq C^* \iff \frac{2-\delta}{(1-\delta)^2} \leq \frac{1}{2(1-\delta)^2} \iff \frac{3}{2} \leq \delta$$

$$\frac{W^*}{4} \leq C^* \iff \frac{1}{2h(0)} \leq \frac{1}{2(1-\delta)^2} \iff h(0) \geq (1-\delta)^2$$

Vemos que, $\forall\ \delta \in (0,1)$, el pago contingente con contratos lineales será mayor al costo. Por otro lado, el pago contingente con torneos será menor al costo si $h(0) \geq (1-\delta)^2$, que son las mismas condiciones que encontramos anteriormente. En la Figura 1 podemos ver esta relación para el caso particular de $h(0) = \frac{1}{2}$. La linea negra representa la función de pago contingente óptimo en torneos, la linea gris representa la función de pago contingente óptimo con contratos lineales, y la línea punteada representa los costos; todo para los distintos valores de δ. Vemos que existe un punto en el que la función de pago contingente óptimo con torneos interseca con la función de costos, y de ese punto en adelante se posiciona por debajo de ella. Entonces, los pagos contingentes no alcanzan para compensar los costos, por lo que el pago incodicional deberá ser positivo. Por otro lado, el pago contingente con contratos lineales no intersecta a la función de costos para los valores de $\delta \in (0,1)$[4].

Entonces, la razón por la que existen valores de δ en la que los contratos con torneos cumplen

[3] La complementariedad de las tareas entre los agentes de un mismo equipo no afecta cualitativamente este resultado.

[4] Por simplicidad, no se muestran las funciones en todo el rango de valores de delta pero, en efecto, no se intersecan para el rango dicho.

Universidad de San Andrés

con las condiciones de *limited liability* es por la convexidad de los pagos contingentes. Aunque ambos sistemas de pago pueden llevar al esfuerzo óptimo, el contrato lineal tiene un pago condicional demasiado alto puesto que debe pagarle más a cada agente cuando se produce un mayor output total. Por otro lado, los torneos pagan únicamente de acuerdo al *ranking*, no al valor del producto obtenido. Esto, sumado a la convexidad de los costos, genera que, bajo ciertas condiciones, los torneos sí permitan implementar el *first best* con una restricción de *limited liability*.

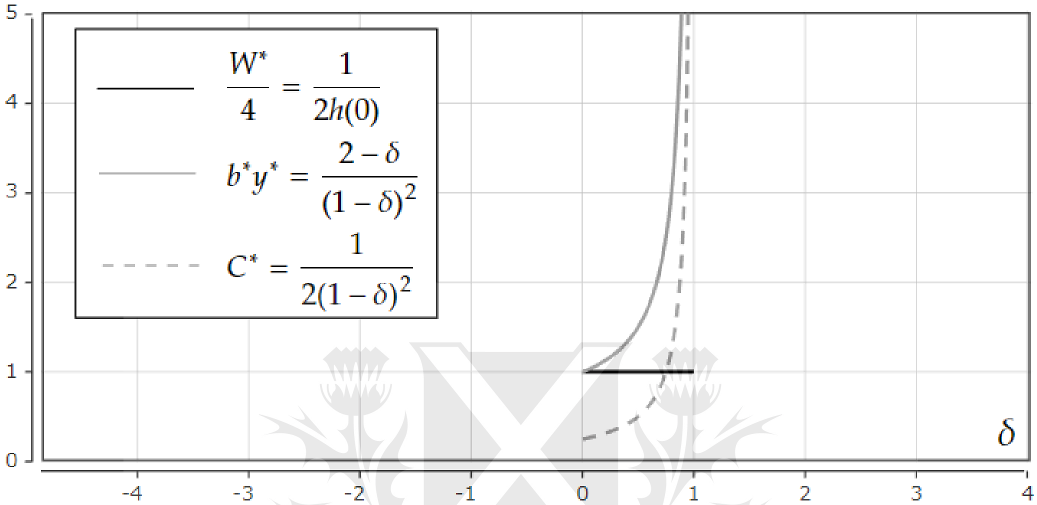

Figura 1: Pagos contingentes y costos en el óptimo

Nota: El gráfico fue realizado con $h(0) = \frac{1}{2}$

Universidad de SanAndrés

3. Principal como *budget breaker*

Veremos ahora que para la configuración planteada en la sección anterior, se resuelve la ineficiencia establecida por Holmström (1982).

Teniendo en cuenta un sistema de pagos que cumple - en valor esperado- con el *budet-balancing* planteado por Holmström para cada equipo, el agente i perteneciente al equipo t maximiza:

$$\max_{a_{ti}} \quad \frac{E(y_t)}{2} - \frac{a_{ti}^2}{2} \quad = \quad \frac{a_{ti} + a_{tj} + \delta a_{ti} a_{tj}}{2} - \frac{a_{ti}^2}{2}$$

La condición de primer orden de este problema es entonces:

$$\frac{1}{2}(1 + \delta a_{tj}) - a_{ti} = 0 \iff a_{ti} = \frac{1 + \delta a_{tj}}{2}$$

Como los agentes son homogéneos, la condición de primer orden vale $\forall\ t, i$. Luego, la solución para un equipo surge del sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} a_{ti} = \frac{1+\delta a_{tj}}{2} \\ a_{tj} = \frac{1+\delta a_{ti}}{2} \end{cases}$$

Resolviendo obtenemos el esfuerzo de *second best* bajo *Budget Balancing*:

$$a_{ti}^{BB} = \frac{1}{2-\delta}$$

Recordemos que, con contratos lineales y con contratos con torneos, se podía lograr es esfuerzo de *first best*, $a_{ti}^{FB} = \frac{1}{1-\delta}$. Notemos también que $a_{ti}^{BB} < a_{ti}^{FB}$. Entonces, tanto los torneos como los contratos lineales resuelven la ineficiencia del *partnership* planteada por Holmström. Para eso, debería suceder que los agente de cada equipo estén obteniendo un pago esperado menor al producto esperado. Efectivamente, recordando que en torneos[5] $z^* = \frac{1}{(1-\delta)^2} - \frac{1}{h(0)}$ y $W^* = \frac{2}{h(0)}$:

$$E(w_t) = z^* + H(0)W^* = \frac{1}{(1-\delta)^2} - \frac{1}{h(0)} + \frac{1}{2}\frac{2}{h(0)} = \frac{1}{(1-\delta)^2}$$

Por otro lado,

$$\begin{aligned} E(y_t) = a_{ti}^{FB} + a_{tj}^{FB} + \delta a_{ti}^{FB} a_{tj}^{FB} &= \frac{2}{1-\delta} + \frac{\delta}{2-\delta} \\ = \frac{2(1-\delta)+\delta}{(1-\delta)^2} &= \frac{2-\delta}{(1-\delta)^2} \end{aligned}$$

Entonces,

$$E(y_t) \geq E(w_t) \iff \frac{2-\delta}{(1-\delta)^2} \geq \frac{1}{(1-\delta)^2} \iff 2-\delta \geq 1 \iff \delta \leq 1$$

Dado que habíamos establecido $\delta \in (0,1)$, vemos que el principal se lleva un pago esperado mayor al salario esperado que debe pagarle a los agentes de un equipo. Esto es válido también para el equipo *-t*. Es el principal entonces quién está actuando como un *budget breaker* en torneos, porque se lleva una renta positiva en valor esperado.

[5] Utilizando contratos lineales se obtienen los mismos resultados.

QUAERERE VERUM
Universidad de
SanAndrés

4. Torneos en equipos y multitasking

4.1. El modelo

Modificaremos el modelo de torneos analizado en la primera sección quitando la complementariedad entre esfuerzos de distintos agentes, añadiendo la posibilidad de esforzarse en un resultado individual, y estableciendo un factor que mide la complementariedad/ sustituibilidad entre los costos de las distintas tareas de un mismo agente[6].

Podemos definir entonces el resultado del equipo t como:

$$y_t = a_{ti} + a_{tj} + \epsilon_t; \quad \epsilon_t \sim F(0, \sigma^2)\ iid$$

Donde, nuevamente, a_{ti} representa el esfuerzo en el resultado grupal del agente i, y a_{tj} el esfuerzo en el resultado grupal del agente j, ambos pertenecientes al equipo t. $F(\cdot)$ es la función de distribución de la variable ϵ_t, que representa el componente aleatorio o la suerte.

El resultado individual está dado por:

$$q_{ti} = e_{ti} + \epsilon_{q_{ti}}; \quad \epsilon_{q_i} \sim F(0, \sigma^2) iid$$

Donde e_{ti} representa el esfuerzo en el resultado individual del agente i, que pertenece al equipo t. Asumimos independencia entre el resultado individual y el resultado del equipo.

Para definir la utilidad esperada de los jugadores, hay que tener en cuenta los pagos por el resultado del equipo y los pagos por el resultado individual. El pago por el esfuerzo sobre a del equipo t está dado por:

$$w_t = \begin{cases} z + W & si \;\; y_t > y_{-t} \\ z & si \;\; y_t < y_{-t} \end{cases}$$

QUAERERE VERUM
Universidad de San Andrés

Además del pago por el resultado del equipo, está el pago por el resultado individual. En este trabajo, habiendo simplificado el análisis a un único período, el pago recibido cargará un peso resumido. Es razonable pensar que si el resultado individual es mejor que el de su compañero de equipo, a futuro las organizaciones tengan un incentivo a contratarlos a un salario mayor. Una posible ampliación de este trabajo podría ser plantear un modelo de *career concers* (Holmström (1999)) dentro del modelo de torneos. Ahora bien, a fin de este trabajo, resumiremos este mayor pago futuro esperado en un único parámetro T. Entonces, el pago del jugador i está dado por:

$$T_{ti} = \begin{cases} T & si \;\; q_{ti} > q_{tj} \\ 0 & si \;\; q_{ti} < q_{tj} \end{cases}$$

Luego, cada jugador recibe un pago T si su resultado individual (q_{ti}) es mayor que el resultado del otro jugador del mismo equipo (q_{tj}).

Para poder escribir entonces la utilidad esperada de cada jugador, falta definir la función de costos del agente i:

$$c(a_{ti}; e_{ti}) = \frac{(a_{ti}^2 + e_{ti}^2)}{2} + \delta a_{ti} e_{ti}; \quad \delta \in (-1; 1)$$

[6]Esta es una versión revisada y extendida del trabajo práctico final de Economía de la Información (E400), realizado por Matías Gómez Seeber.

Entonces, podemos ver que $c(0,0) = 0$; $\frac{\partial c(a_{ti};e_{ti})}{\partial a_{ti}} > 0$; $\frac{\partial c(a_{ti};e_{ti})}{\partial e_{ti}} > 0$ y $\frac{\partial^2 c(a_{ti};e_{ti})}{\partial a_{ti}\partial e_{ti}} = \delta$. El parámetro δ será el que determine el tipo de interacción entre la tarea individual y la grupal. Si $\delta > 0$, entonces las tareas son sustitutas, es decir, aumentar el esfuerzo en una, aumenta el costo marginal de la otra. En cambio, si $\delta < 0$, las tareas son complementarias.

Luego, la utilidad esperada del jugador i, perteneciente al equipo t está dada por:

$$EU_{ti}(w_t, a_{ti}, a_{tj}, a_{-t;i}, a_{-t;j}, e_{ti}, e_{-i}) = \frac{z + P(y_t > y_{-t})W}{2} + P(q_{ti} > q_{tj})T - c(a_{ti}; e_{ti})$$

4.2. First Best

En *first best*, se maximiza el producto neto de los costos para cada agente. Para un equipo génerico:

$$\max_{a_{ti};a_{tj};e_{ti};e_{tj}} \quad E(y_t - c(a_{ti}; e_{ti}) - c(a_{tj}; e_{tj}))$$

$$\max_{a_{ti};a_{tj};e_{ti};e_{tj}} \quad a_{ti} + a_{tj} - \frac{(a_{ti}^2 + e_{ti}^2)}{2} - \delta a_{ti}e_{ti} - \frac{(a_{tj}^2 + e_{tj}^2)}{2} - \delta a_{tj}e_{tj} + 2T$$

El término $2T$ surge de que $P(q_{ti} > q_{tj})T + P(q_{tj} > q_{ti})T = T \ \forall \ t$. En el agregado, los efectos sobre las probabilidades de ganar el pago individual se anulan dentro de cada equipo, por lo que no van a ser relevantes en el *first best*. Las condiciones de primer orden del problema son:

$$\begin{aligned} [a_{ti}]: &\quad a_{ti} + \delta e_{ti} = 1 \\ [a_{tj}]: &\quad a_{tj} + \delta e_{tj} = 1 \\ [e_{ti}]: &\quad -e_{ti} - \delta a_{ti} = 0 \\ [e_{tj}]: &\quad -e_{tj} - \delta a_{tj} = 0 \end{aligned}$$

Despejando obtenemos

$$\begin{cases} a_{ti} = 1 - \delta e_{ti} \\ a_{tj} = 1 - \delta e_{tj} \\ e_{ti} = -\delta a_{ti} \\ e_{tj} = -\delta a_{tj} \end{cases}$$

Como los esfuerzos no pueden ser negativos, la solución de este sistema de ecuaciones va a depender del valor de δ. Por un lado, si $\delta \geq 0$:

$$e_{ti}^{FB\ \delta\geq 0} = e_{tj}^{FB\ \delta\geq 0} = 0 \tag{4}$$

$$a_{ti}^{FB\ \delta\geq 0} = a_{tj}^{FB\ \delta\geq 0} = 1 \tag{5}$$

Dado que los esfuerzos son sustitutos, los esfuerzos sobre las tareas individuales no brindan ningún beneficio en el agregado, por lo que en *first best* son iguales a cero.

Por otro lado, si $\delta < 0$:

$$e_{ti}^{FB\ \delta<0} = e_{tj}^{FB\ \delta<0} = \frac{-\delta}{1-\delta^2} \tag{6}$$

$$a_{ti}^{FB\ \delta<0} = a_{tj}^{FB\ \delta<0} = \frac{1}{1-\delta^2} \tag{7}$$

Siendo las tareas complementarias, en el óptimo, hay esfuerzo sobre las tareas individuales dado que hacen menos costosos los esfuerzos sobre los resultados grupales. Cabe notar que los esfuerzos en a con tareas complementarias son mayores a uno, y por ende, a los esfuerzos de *first best* con tareas sustitutas.

4.3. Second Best

El problema del agente i del equipo t se puede representar de la siguiente manera:

$$\max_{a_{ti};e_{ti}} \frac{1}{2}(Z + P(y_i > y_j)W) + P(q_{ti} > q_{tj})T - \frac{(a_{ti}^2 + e_{ti}^2)}{2} - \delta a_{ti}e_{ti}$$

Nuevamente, $P(y_t > y_{-t})$ representa la probabilidad de que el equipo t gane, lo que es igual a:

$$\begin{aligned} P(a_{ti} + a_{tj} + \epsilon_t > a_{-t;i} + a_{-t;j} + \epsilon_{-t}) &= P((a_{ti} + a_{tj}) - (a_{-t;i} + a_{-t;j}) > \epsilon_{-t} - \epsilon_t) \\ &= H((a_{ti} + a_{tj}) - (a_{-t;i} + a_{-t;j})) \end{aligned}$$

$H(\cdot)$ es la distribución acumulada de la variable aleatoria $\epsilon_{-t} - \epsilon_t$. Similarmente, $P(q_{ti} > q_{tj})$ representa la probabilidad de que el agente i del equipo t tenga mejores resultados individuales que el agente j del equipo t. Podemos reescribirla como:

$$P(e_{ti} + \epsilon_{q_{ti}} > e_{tj} + \epsilon_{q_{tj}}) = P(e_{ti} - e_{tj} > \epsilon_{q_{tj}} - \epsilon_{q_{ti}}) = G(e_{ti} - e_{tj})$$

$G(\cdot)$ es la distribución acumulada de la variable aleatoria $\epsilon_{q_{tj}} - \epsilon_{q_{ti}}$. Es creciente en el esfuerzo propio y decreciente en el del otro agente del equipo.

QUAERERE VERUM
Universidad de
SanAndrés

Ahora podemos reescribir el problema como:

$$\max_{a_{ti};e_{ti}} \frac{1}{2}(Z + H((a_{ti} + a_{tj}) - (a_{-t;i} + a_{-t;j}))W) + G(e_{ti} - e_{tj})T - \frac{(a_{ti}^2 + e_{ti}^2)}{2} - \delta a_{ti}e_{ti}$$

Las condiciones de primer orden son entonces:

$$[a_{ti}]: \quad a_{ti} + \delta e_{ti} = \frac{h((a_{ti} + a_{tj}) - (a_{-t;i} + a_{-t;j}))}{2}W$$

$$[e_{ti}]: \quad e_{ti} + \delta a_{ti} = g(e_{ti} - e_{tj})T$$

Nuevamente, dado que los jugadores son idénticos, tanto el resultado del torneo como quién tenga un resultado individual más alto son aleatorios. Entonces, el óptimo surge de resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} a_{ti} + \delta e_{ti} = \frac{h(0)}{2}W \\ e_{ti} + \delta a_{ti} = g(0)T \end{cases}$$

Despejando obtenemos:

$$a_{ti}^{SB} = \frac{1}{1-\delta^2}\frac{h(0)}{2}W - \frac{\delta}{1-\delta^2}g(0)T \tag{8}$$

$$e_{ti}^{SB} = \frac{1}{1-\delta^2}g(0)T - \frac{\delta}{1-\delta^2}\frac{h(0)}{2}W \tag{9}$$

4.3.1. Caso sustitutos

Pensemos ahora el caso en que las tareas son sustitutas, es decir, $\delta \geq 0$. Si el principal quisiera implementar tanto $a_{ti}^{FB\ \delta \geq 0} = 1$ como $e_{ti}^{FB\ \delta \geq 0} = 0$, debería suceder que:

$$
\begin{aligned}
1 = \frac{1}{1-\delta^2}\frac{h(0)}{2}W - \frac{\delta}{1-\delta^2}g(0)T \quad &\& \quad 0 = \frac{1}{1-\delta^2}g(0)T - \frac{\delta}{1-\delta^2}\frac{h(0)}{2}W \\
1-\delta^2 = \frac{h(0)}{2}W - \delta g(0)T \quad &\& \quad 0 = g(0)T - \delta\frac{h(0)}{2}W \\
1-\delta^2 + \delta g(0)T = \frac{h(0)}{2}W \quad &\& \quad \delta\frac{h(0)}{2}W = g(0)T \\
W_{a;\delta\geq 0} = [1-\delta^2+\delta g(0)T]\frac{2}{h(0)} \quad &\& \quad W_{e;\delta\geq 0} = \frac{g(0)T}{\delta}\frac{2}{h(0)}
\end{aligned}
$$

Tiene sentido pensar que al principal solo le interesa que el esfuerzo sobre a sea el óptimo. En ese caso, y notando que, sin *multitasking*, el óptimo sería $W^* = \frac{2}{h(0)}$[7], vemos que

$$W_{a;\delta\geq 0} \leq W^* \iff 1-\delta^2+\delta g(0)T \leq 1 \iff g(0)T \leq \delta$$

El lado izquierdo representa el beneficio marginal de esforzarse en la tarea individual, mientras que el lado derecho es el parámetro que determina el grado de, en este caso, sustituibilidad entre las tareas; que podemos tomarlo como una medida del costo de esforzarse en ambas tareas. Entonces, esta desigualdad nos dice que, en *second best*, si el beneficio marginal de la tarea individual es bajo relativo al grado de sustitución, el diferencial de premios necesario para inducir un esfuerzo eficiente es *menor* al caso sin *multitasking*.

¿Qué valor toma e_{ti} con $W_{a;\delta\geq 0}$? Vemos que $W_{a;\delta\geq 0} \geq W_{e;\delta\geq 0}$ si y solo si:

$$1-\delta^2+\delta g(0)T \geq \frac{g(0)T}{\delta} \iff 1-\delta^2 \geq g(0)T\left(\frac{1-\delta^2}{\delta}\right) \iff \delta \geq g(0)T$$

Entonces, teniendo en cuenta que W está restando en el esfuerzo óptimo sobre e, si $\delta \geq g(0)T$, $e_{ti}^{SB} \leq e_{ti}^{FB} = 0$. Pero como los esfuerzos son no negativos, $e_{ti}^{SB} = 0$. Si los esfuerzos son suficientemente sustitutos, es más fácil incentivar a los agentes a esforzarse en el resultado grupal, por lo que se puede obtener *first best* en ambos esfuerzos incluso con un diferencial más bajo del óptimo sin *multitasking*. Si, en cambio, $\delta < g(0)T$, entonces es más dificil incentivar a los agentes a esforzarse en a, y $e_{ti}^{SB} \geq e_{ti}^{FB}$. Esto es subóptimo para el principal, dado que debe pagarle más a los agentes para obtener el esfuerzo de *first best*.

4.3.2. Caso complementos

Pensemos ahora el caso en que las tareas son complementarias, es decir, $\delta < 0$. Si el principal quisiera implementar tanto $a_{ti}^{FB\ \delta<0} = \frac{1}{1-\delta^2}$ como $e_{ti}^{FB\ \delta<0} = \frac{-\delta}{1-\delta^2}$, debería suceder que:

[7] Surge de establecer $T = 0$, el agente no tiene incentivos a esforzarse en el resultado individual, por lo que se concentra únicamente en el esfuerzo sobre a.

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{1-\delta^2} = \frac{1}{1-\delta^2}\frac{h(0)}{2}W - \frac{\delta}{1-\delta^2}g(0)T \quad &\& \quad \frac{-\delta}{1-\delta^2} = \frac{1}{1-\delta^2}g(0)T - \frac{\delta}{1-\delta^2}\frac{h(0)}{2}W \\
1 = \frac{h(0)}{2}W - \delta g(0)T \quad &\& \quad -\delta = g(0)T - \delta\frac{h(0)}{2}W \\
1 + \delta g(0)T = \frac{h(0)}{2}W \quad &\& \quad \delta\frac{h(0)}{2}W = g(0)T + \delta \\
W_{a;\delta<0} = (1+\delta g(0)T)\frac{2}{h(0)} \quad &\& \quad W_{e;\delta<0} = \left(\frac{g(0)T}{\delta} + 1\right)\frac{2}{h(0)}
\end{aligned}
$$

Si el principal está interesado únicamente en a_{ti}, entonces vemos que $W_{a;\delta\leq 0} < W^* = \frac{2}{h(0)}$ pues $1 + \delta g(0)T < 1 \; \forall \; \delta \in (-1, 0)$. Como los esfuerzos son complementos, es más barato (o igual) inducir esfuerzo de *first best* dado que los costos son menores cuando $e_{ti} > 0$.

¿Qué valor toma e_{ti} con $W_{a;\delta<0}$? Como $\delta \in (-1, 0)$, y W entra restando en el esfuerzo sobre e óptimo:

$$
\delta g(0)T > \frac{g(0)T}{\delta} \implies W_{a;\delta<0} > W_{e;\delta<0} \implies e_{ti}^{SB} < e_{ti}^{FB} = \frac{-\delta}{1-\delta^2}
$$

Entonces, con esfuerzos complementos, si el principal solamente quiere inducir esfuerzo óptimo en el resultado del equipo, no se obtiene *first best* porque el esfuerzo sobre el resultado individual será menor. Pero, a diferencia del caso con tareas sustitutas, en este caso, que $e_{ti}^{SB} \neq e_{ti}^{FB}$ no afecta negativamente al principal.

4.4. Comentario caso particular

Una pregunta interesante es, dado que existe un rango de valores tal que el diferencial óptimo con tareas sustitutas es menor al óptimo sin multitasking, si puede suceder que el diferencial bajo sustitutos sea incluso menor al diferencial bajo complementarias. Es decir, si el principal pudiera elegir entre dos casos, uno donde las tareas son sustitutas y otro donde son complementos, queremos ver si existe algún caso en el que elegir las sustitutas lleve a la necesidad de un menor diferencial. Esta idea es similar a la planteada en Holmstrom y Milgrom (1991), donde los autores remarcan que la reestructuración de los trabajos es otra de las herramientas que tienen los principales, además de los contratos, para generar incentivos. Para eso, recordando que:

$$
W_{a;\delta\geq 0} = [1 - \delta^2 + \delta g(0)T]\frac{2}{h(0)}
$$

$$
W_{a;\delta<0} = (1 + \delta g(0)T)\frac{2}{h(0)}
$$

$$
W_{a;\delta\geq 0} \;\leq\; W_{a;\delta<0} \iff 1 - \delta_{\geq}^2 + \delta_{\geq}g(0)T \;\leq\; 1 + \delta_{<}g(0)T \iff \delta_{\geq}^2 \;\geq\; (\delta_{\geq} - \delta_{<})g(0)T
$$

con $\delta_{\geq} \in (0, 1)$ y $\delta_{<} \in (-1, 0)$.

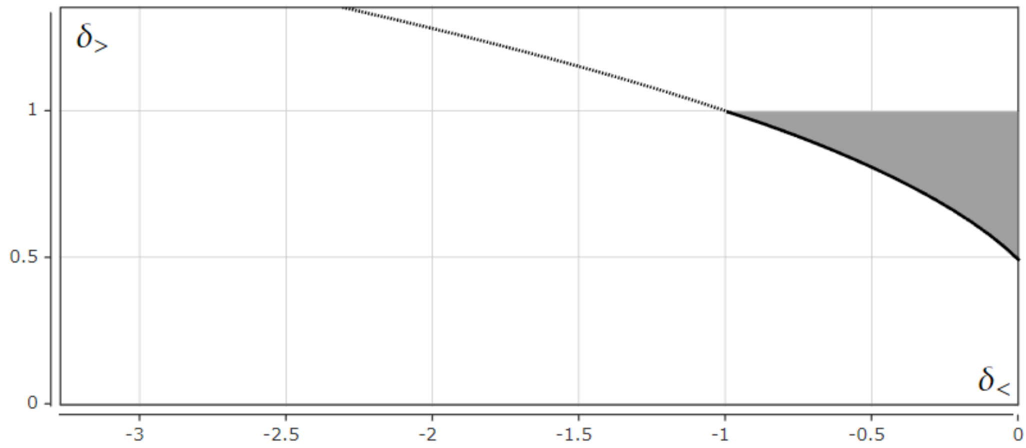

Figura 2: Combinaciones que inducen un pago óptimo menor bajo tareas sustitutas

Nota: El gráfico fue realizado con $g(0) = \frac{1}{2}$ y $T = 1$.

La existencia de combinaciones de $\delta_{\geq}$ y $\delta_{<}$ tal que esto suceda, depende estrictamente del valor de $g(0)T$. Si $g(0)T > 1$, entonces no existe combinación de valores tal que el diferencial de premios con tareas sustitutas sea menor al de tareas complementarias. Esto tiene sentido dado que en el caso de tareas sustitutas, vimos que $W_{a;\delta\geq 0} \leq W^* \iff \delta \geq g(0)T$, donde W^* es el óptimo sin *multitasking*. Entonces, como $\delta_{\geq} \in (0,1)$, si $g(0)T > 1$, estamos en el caso en que el diferencial bajo sustitutos es *mayor* que sin *multitasking*; y como el de complementos es siempre menor o igual al caso sin *multitasking*, el caso de sustitutos no puede ser menor al de complementos.

Para el caso en que $g(0)T < 1$, mientras menor sea $g(0)T$, habrá una mayor cantidad de combinaciones de $\delta_{\geq}$ y $\delta_{<}$ que permite que el diferencial de premios con tareas sustitutas sea menor. Esto es porque el diferencial de premios óptimo bajo sustitutos depende positivamente de $g(0)T$, mientras que el diferencial de premios óptimo bajo complementos depende negativamente de este término. En efecto,

$$\frac{\partial W_{a_{ti},\delta\geq 0}}{\partial(g(0)T)} = \frac{\partial[1-\delta_{\geq}^2+\delta_{\geq}g(0)T]\frac{2}{h(0)}}{\partial(g(0)T)} = \delta_{\geq}\left(\frac{2}{h(0)}\right) > 0$$

$$\frac{\partial W_{a_{ti},\delta< 0}}{\partial(g(0)T)} = \frac{\partial[1+\delta_{<}g(0)T]\frac{2}{h(0)}}{\partial(g(0)T)} = \delta_{<}\left(\frac{2}{h(0)}\right) < 0$$

Si las tareas son sustitutas, y el beneficio marginal de realizar esfuerzo en la tarea individual disminuye, los agentes se ven menos incentivados a realizar esa tarea, por lo que el diferencial que induce *first best* es menor. En el caso en que las tareas son complementarias, los agentes nuevamente se ven menos incentivados a realizar la tarea individual, pero esto es perjudicial para el principal porque que realizaran esfuerzo en e_{ti} reducía los costos de realizar a_{ti}. Entonces, para el principal se vuelve más caro, en términos de diferencial de premios, obtener el *first best*. Luego, si el principal pudiera elegir entre darle uno de dos trabajos a los agentes, donde uno implica esfuerzos muy sustitutos y el otro implica esfuerzos poco complementarias con respecto a su tarea individual, en términos del diferencial de premios, el principal se vería incentivado a elegir el trabajo que implica tareas sustitutas[8].

[8]Nuevamente, esto es válido únicamente en el caso en que $g(0)T < 1$.

QUAERERE VERUM
Universidad de San Andrés

5. Conclusión

Este trabajo, en primer lugar, intentó aportar a la literatura de comparación entre torneos y contratos lineales con restricciones de *limited liability*, en particular cuando hay más de un agente por equipo. Encontramos que los contratos lineales nunca permiten implementar el *first best* bajo estas condiciones mientras que, en algunos casos, los torneos ordinales sí. Esto confirma la afirmación planteada en Kräkel (2004), aunque no de manera tan terminante como el autor expone. Vimos que la razón de este resultado surge de la convexidad de los pagos contingentes. Como los torneos no pagan de acuerdo al valor del producto y los costos son convexos, esto permite la posibilidad de que el pago contingente sea pequeño, obligando al principal a ofrecer un pago incondicional positivo.

Una primera extensión posible de este modelo sería ver si se siguen cumpliendo estos resultados bajo la definición de *limited liability* utilizada en Marinakis y Tsoulouhas (2012) y Kräkel (2004), donde el pago esperado *total* al agente no puede ser negativo. Más allá de que la especificación utilizada en este trabajo es una mejora respecto a no tener en cuenta la restricción, y probablemente brinde intuiciones que sirvan para el caso propuesto; en la realidad es más común ver que suceda que los agentes nunca tengan que pagar por realizar un trabajo, incluso cuando el producto es muy negativo. Uno creería que, en el peor de los casos, ninguno de los sistemas cumpla con la restricción; pero no es absurdo pensar que es posible que existan valores de los parámetros que permitan que los torneos sigan permitiendo implementar *first best*. También, se podría ver cómo cambian los resultados si los agentes son aversos al riesgo. Un posible problema de esto, que Lazear y Rosen (1981) notan en su trabajo, es que la superioridad de un sistema sobre otro puede terminar dependiendo de las funciones de utilidad elegidas, y los parámetros utilizados para esta. Por ello, los resultados no serían necesariamente útiles para pensar sobre la realidad.

En segundo lugar, mostramos que tanto en contratos lineales como en torneos, los agentes no reciben el valor esperado de su producto. Entonces, es el principal quien actúa como *budget breaker* en ambos casos. Es por esta razón que ambos sistemas de pago resuelven la ineficiencia planteada por Holmström (1982), permitiendo así obtener los esfuerzos de *first best*.

Por último, mostramos los efectos de que los agentes tengan la posibilidad de realizar esfuerzos en una tarea individual que les permite destacarse de su compañero de equipo, para así obtener un pago mayor. Encontramos que, con tareas complementarias, el diferencial de premios necesario para obtener el first best es siempre *menor* al caso sin *multitasking*. Por otro lado, con tareas sustitutas, que el diferencial óptimo sea menor o mayor al caso sin *multitasking* depende del beneficio marginal de realizar la tarea individual y del grado de sustituibilidad entre las tareas. Si el beneficio marginal es alto en relación al grado de sustituibilidad, el principal requiere un *mayor* diferencial para inducir esfuerzos de *first best*.

Sería posible extender el modelo haciendolo un juego dinámico, para así poder modelar el pago exógeno de manera similar a la planteada por Holmström (1999), donde existen *career concerns*. Es probable que esto implique, como en el caso original, que haya mayores incentivos a realizar la tarea individual. Esto será positivo o negativo para el principal dependiendo de la complementariedad o sustituibilidad de las tareas. Otra adición posible sería permitir al principal controlar el pago exógeno en un modelo del tipo de subastas. En este trabajo, el principal no podía controlar el pago futuro de los agentes por el resultado individual. Sin embargo, como la interpretación de este pago es que el agente es contratado a futuro a un salario mayor, es factible pensar que el principal

QUAERERE VERUM
Universidad de San Andrés

podría contratar al agente de nuevo si quisiera. Para lograr efectivamente ser quien lo contrate, competiría contra otros principales que también quisieran contratar al agente. Esto podría tener un efecto sobre la forma de los contratos ya que tendría la posibilidad de afectar los esfuerzos sobre el resultado individual.

QUAERERE VERUM
Universidad de
SanAndrés

Referencias

Holmström, B. (1999). Managerial incentive problems: A dynamic perspective. *The review of Economic studies*, *66*(1), 169–182.

Holmstrom, B., y Milgrom, P. (1991). Multitask principal-agent analyses: Incentive contracts, asset ownership, and job design. *JL Econ. & Org.*, *7*, 24.

Holmström, B. (1982). Moral hazard in teams. *The Bell Journal of Economics*, *13*(2), 324–340.

Kräkel, M. (2004). *Tournaments versus piece rates under limited liability* (Inf. Téc.). Bonn Econ Discussion Papers.

Lazear, E., y Rosen, S. (1981). Rank-order tournaments as optimum labor contracts. *Journal of Political Economy*, *89*(5), 841–864.

Marinakis, K., y Tsoulouhas, T. (2012). A comparison of cardinal tournaments and piece rate contracts with liquidity constrained agents. *Journal of Economics*, *105*(2), 161–190.

Tsoulouhas, T. (2015). A primer on cardinal versus ordinal tournaments. *Economic Inquiry*, *53*(2), 1224–1235.

QUAERERE VERUM
Universidad de
SanAndrés