UNIVERSIDAD DE SAN ANDRÉS

Seminario del Departamento de Economía

"Preferencias recursivas y crecimiento en economías abiertas."

Gustavo Reyes

(Universidad Nacional de Cuyo/ UdeSA)

Miércoles 17 de noviembre de 1999
11 hs.
Aula Murchison
(aula 13)

PREFERENCIAS RECURSIVAS Y CRECIMIENTO EN ECONOMÍAS ABIERTAS

Gustavo Reyes

Resumen

El trabajo presenta un modelo simple de crecimiento para una economía pequeña y abierta con imperfecta movilidad de capitales. Se supone que la tasa de preferencia temporal de los agentes económicos disminuye con el consumo lo cual genera la posibilidad de múltiples equilibrios de estado estacionario.

El modelo muestra cómo las economías pueden encontrarse en trampas de pobreza estables y endógenas explicadas por el tipo de preferencias y el stock inicial de riqueza. El supuesto de imperfecta movilidad de capitales no permite que estas economías emerjan de tales trampas de pobreza. El mecanismo por el cual el mercado de capitales restringe las posibilidades de desarrollo a estas economías es a través de la mayor prima de riesgo cargada a las economías más pobres que aumenta el costo del capital restringiendo la acumulación del mismo. (JEL: OO4-FF4)

Abstract

This paper develops a simple growth model to a small and open economy with imperfect capital mobility and variable rate of time preference (consumption decreasing).

The model shows endogenous poverty traps which are explained by the type of preferences and the initial wealth of the economy. The imperfect capital mobility assumption does not allow economy to solve its poverty traps because a high interest rate is charged to poor economies affecting the optimal capital accumulation. (JEL: OO4-FF4)

Preferencias Recursivas y Crecimiento en Economías Abiertas[i]

Gustavo Reyes[ii]

I. Introducción:

Los modelos dinámicos de crecimiento generalmente suponen que la tasa de preferencia temporal de los individuos se determina exógenamente. Los trabajos que han endogeneizado la tasa de preferencia temporal en su mayoría han asumido que la impaciencia de los individuos es creciente con el nivel de consumo. Este supuesto resulta contra intuitivo ya que implica que las familias con un bajo nivel de consumo (pobres) son relativamente más pacientes (tasa de preferencia temporal baja) que las familias que presentan un alto nivel de consumo (familias ricas). A pesar de esta dificultad, este supuesto se ha utilizado ampliamente en la literatura ya que permite alcanzar equilibrios únicos y estables de estado estacionario. [iii]

Un supuesto alternativo acerca de la paciencia de los agentes económicos es asumir una relación negativa entre la tasa de preferencia temporal y el nivel de consumo. Este supuesto es incorporado por Mantel (1997) en un modelo de crecimiento óptimo para una economía cerrada. La positiva dependencia de la tasa de preferencia temporal respecto del nivel de consumo, además de resultar más intuitivo, permite explicar la posible existencia múltiples trampas estables de pobreza en una economía cerrada.

El presente trabajo generaliza los principales resultados de Mantel (1997) para una economía pequeña y abierta con imperfecta movilidad de capitales. La imperfecta sustitución entre los activos externos y los domésticos restringe la acumulación del stock capital en una economía y no le permite escapar endógenamente de la trampa de pobreza en la que se encuentra inmersa.

II. El Modelo:

El modelo asume una economía abierta y pequeña. con la siguiente restricción presupuestaria:

$$B_{t+1} + k_{t+1} + c_t = F(k_t) + (1+r)B_t + k_t \qquad [1]$$

donde:

- k_t es el stock de capital del período "t"
- $F(k_t)$ es la función de producción con las siguientes propiedades:

  $f'>0, \quad f''<0, \quad f(0)=\infty, \qquad f(\infty)=0$

- r es la tasa de interés internacional relevante para el país.
- B_t , B_{t+1} representan el stock de activos externos netos del país del período "t" y "t+1" respectivamente.
- c_t es el nivel de consumo del período "t"

Siguiendo a Obstfeld y Rogoff[iv], se define la variable "W_t" como una medida del stock de riqueza del período "t" que incluye los activos financieros acumulados hasta el período "t-1" como también los ingresos corrientes y futuros actualizados al período t.

$$W_t = (1+r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty}\{(\tfrac{1}{1+r})^{s-t}[F(k_s) - k_{s+1} + k_s]\} \qquad [2]$$

Utilizando la restricción presupuestaria [1] y la definición de riqueza para el período "t", el stock de riqueza del período "t+1" puede ser calculado por la siguiente ecuación recursiva:

$$W_{t+1} = (1+r)(W_t - c_t) \qquad [3]$$

La ecuación [3] muestra que la riqueza del período "t+1" viene dado por la riqueza neta de consumo del período anterior más los intereses que la misma genera durante el período.

Se asume que la economía que se analiza está sujeta a una movilidad imperfecta de capitales debido a que los activos domésticos son imperfectos sustitutos de los internacionales. Específicamente se supone que la diferencia de retornos entre ambos activos está determinado por una prima de riesgo endógena que depende negativamente del stock de riqueza. De esta forma, la tasa de interés doméstica se determina mediante la siguiente ecuación[v]:

$$r_t = r^* + r(W^* - W_t)$$

donde r^* es la tasa de interés internacional sin prima de riesgo y W^* es el nivel de riqueza que debería alcanzar el país para que no se le cargue ninguna prima de riesgo[vi].

A los fines del presente trabajo es posible suponer que r^* y W^* son constantes a lo largo del tiempo. De esta forma se puede simplificar la nomenclatura y asumir directamente que la tasa de interés doméstica viene determinada por la siguiente ecuación:

$$r_t = r(W_t) \qquad \text{con } r' < 0 \qquad [4]$$

La utilidad del agente representativo en esta economía viene determinada por la siguiente función intertemporal de preferencias recursivas[vii]:

$$U_t = u(c_t) + \beta(c_t)u(c_{t+1}) + \beta(c_t)\beta(c_{t+1})u(c_{t+2}) + \ldots \qquad [5]$$

con las siguientes supuestos:

- u'>0
- u''<0
- u(0)=∞,   u(∞)=0
- β es el factor de descuento y ρ la tasa de preferencia temporal. Se supone que ρ disminuye con el nivel de consumo (ρ'<0). De esta forma:

  $$\beta(c_t) = \frac{1}{1+\rho(c_t)}, \qquad \text{con } \beta'>0 \quad \text{y} \quad \beta''<0$$

- $r_{max} = r(0) \Rightarrow \rho(0) = \rho_{max}$
  $r_{min} = r(\infty) < \rho(\infty) = \rho_{min}$

Los primeros tres supuestos son los tradicionales en una función de utilidad. El cuarto supuesto implica que los individuos serán más impacientes mientras menor sea su nivel de consumo. El quinto supuesto establece los límites máximos y mínimos tanto de la prima de riesgo como de la tasa de preferencia temporal.

El problema del agente representativo es maximizar su función de utilidad intertemporal [5] desde el período inicial (t) hasta el infinito sujeto a su restricción presupuestaria [1], al nivel de su riqueza [2] y a la siguiente condición de transversalidad:

$$\lim_{T\to\infty} \left(\tfrac{1}{1+r}\right)^{T} B_T = 0 \qquad [6]$$

Este problema de maximización intertemporal puede ser resuelto en forma recursiva utilizando el método de programación dinámica. [viii] La ecuación de Bellman asociada a este problema de optimización temporal es la siguiente:

$$V(W_t) = \max_{c_t, k_{t+1}} \left[u(c_t) + \beta(c_t)V(W_{t+1})\right] \qquad [7]$$

sujeto a: $W_{t+1} = \left[(1 + r(W_{t+1})\right](W_t - c_t)$

Las condiciones de primer orden son las siguientes[ix]:

$$u'(c_t) + \beta'(c_t)V(W_{t+1}) = \beta(c_t)V'(W_{t+1})(1 + r(W_{t+1})) \qquad [8^a]$$

$$F'(k_{t+1}) = r(W_{t+1}) \qquad [8^b]$$

La primer ecuación simplemente muestra que en el óptimo el valor futuro descontado de una unidad de ahorro debe igualarse al costo marginal que dicho ahorro genera que es la utilidad marginal del consumo perdido por tal ahorro.

La segunda condición de primer orden asegura que en el óptimo el retorno marginal del stock de capital per cápita debe igualarse a su costo marginal que está determinado por la tasa de interés relevante para el país. En esta segunda condición de primer orden el supuesto de imperfecta movilidad de capitales desarrolla un rol fundamental para determinar el stock óptimo de capital: mientras mayor (menor) sea el stock de riqueza de una economía, menor (mayor) es la tasa de interés que le cobrarán al endeudarse y por lo tanto, mayor (menor) será el stock de capital óptimo que alcance.

Utilizando el teorema de la envolvente es posible escribir la siguiente ecuación:

$$V'(W_t) = u'(c_t) + \beta'(c_t)V(W_{t+1}) \qquad [9]$$

y reemplazando [9] en [8*]:

$$\frac{V'(W_t)}{V'(W_{t+1})} = \beta(c_t)\left(1 + r(W_{t+1})\right) \qquad [10]$$

La ecuación [10] podría proporcionar fácilmente la información necesaria para determinar el/los equilibrio/s del sistema y la estabilidad del/os mismo/s si todas las variables dependiesen del stock de riqueza.

La relación entre el consumo y el stock de riqueza puede ser analizada diferenciando la primer condición de primer orden y suponiendo que V''<0:

$$\frac{dc_t}{dW_{t+1}} = \frac{\beta' V' - \beta(1+r)V'' - \beta V' r'}{u'' + \beta'' V - \beta' V'(1+r)} = -\frac{>0}{<0} => 0 \qquad [11]$$

Por lo tanto, teniendo en cuenta la definición del factor de descuento:

$$\beta(c_t) = \beta\left(c_t(W_{t+1})\right) = \beta(W_{t+1}) \qquad \text{con } \beta'>0 \qquad [12]$$

y reemplazando [12] en [10]:

$$\frac{V'(W_t)}{V'(W_{t+1})} = \beta(W_{t+1})\left(1 + r(W_{t+1})\right) \qquad [13]$$

A partir de la ecuación anterior es posible analizar los posibles equilibrios de esta economía y la estabilidad de los mismos. La ecuación [13] en estado estacionario puede escribirse como:

$$\phi(W) = \frac{V'(W)}{V'(W)} = 1 = \beta(W)\left[1 + r(W)\right] \qquad [14]$$

Teniendo en cuenta que $\beta(W) = \dfrac{1}{1+\rho(W)}$, la condición de equilibrio de estado estacionario exige que $\rho(W) = r(W)$. Es decir, en estado estacionario la tasa de preferencia temporal de los agentes económicos debe igualarse a la tasa de interés internacional relevante. Cuando la tasa de preferencia temporal y la tasa de interés relevante para el país son iguales, desaparecen los incentivos a endeudarse o acumular activos y es por este motivo que la riqueza permanece constante en estado estacionario.

El equilibrio de estado estacionario se alcanza solamente cuando la función $\phi(W)$ es igual a 1. Es necesario analizar si la economía realmente puede alcanzar este equilibrio y en el caso que lo alcance, si puede alcanzarlo para diferentes niveles de riqueza (múltiples equilibrios).

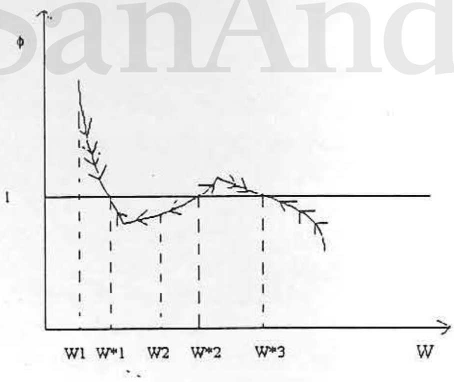
Si se representa en un gráfico la función $\phi(W)$ y la riqueza no puede asegurarse fácilmente que tal función alcance el valor de estado estacionario ya que la pendiente de la función puede de ser positiva o negativa.

$$\frac{d\phi(W)}{dW} = \beta'(1+r) + \beta r'$$

No obstante, calculando los límites de la función $\phi(W)$ para valores extremos de la riqueza es posible determinar que tal función alcanzará al menos una vez el equilibrio de estado estacionario:

$$\lim_{W\to 0} \phi(W) = \beta(W)(1+r(W)) = \beta(0)(1+r(0)) > 1 \qquad [15^a]$$

$$\lim_{W\to \infty} \phi(W) = \beta(W)(1+r(W)) = \beta(\infty)(1+r(\infty)) < 1 \qquad [15^b]$$



Como se presenta en el gráfico, puede existir más de un equilibrio de estado estacionario ya que dados los supuestos realizados, la función $\phi(W)$ puede pasar más de una vez por el equilibrio de estado estacionario.

No todos los equilibrios de estado estacionarios posibles son estables. La ecuación [13] permite analizar la estabilidad de los diferentes equilibrios:

$$\frac{V'(W_t)}{V'(W_{t+1})} = \beta(W_{t+1})\left(1 + r(W_{t+1})\right) \qquad [13]$$

- Cuando la economía comienza con un nivel inicial de riqueza W tal que la función ϕ presenta un valor superior a 1 (equilibrio):

  $\phi > 1 \Rightarrow \quad V'(W_t) > V'(W_{t+1})$

  Como hemos asumido que V''<0, la riqueza aumenta endógenamente hasta el próximo equilibrio. El aumento de la riqueza se debe a que en este caso ($\phi > 1$) la tasa de interés relevante para la economía es superior a la tasa de preferencia temporal lo cual induce a los agentes económicos a ahorrar.

- Cuando la economía comienza con un nivel inicial de riqueza W tal que la función ϕ presenta un valor inferior a 1 (equilibrio):

  $\phi < 1 \Rightarrow \quad V'(W_t) < V'(W_{t+1})$

  Como hemos asumido que V''<0, la riqueza cae endógenamente hasta el próximo equilibrio. La disminución de la riqueza se debe a que en este caso ($\phi < 1$) la tasa de interés relevante para la economía es inferior a la tasa de preferencia temporal lo cual induce a los agentes económicos a endeudarse reduciendo su nivel de riqueza.

Como se observa en el gráfico pueden existir varios equilibrios de estado estacionario (W*1, W*2 y W*3) pero solamente aquellos que se determinan cuando la función ϕ tiene pendiente negativa son los estables (W*1 y W*3).

De esta forma, el modelo explica la posibilidad de que existan múltiples equilibrios de estado estacionarios. El equilibrio que finalmente alcanza la economía depende del nivel inicial de riqueza de la economía. Por lo tanto, estas economías podrían encontrarse en trampas de pobreza endógenas determinadas por sus niveles iniciales de riqueza y sus preferencias. La existencia de un mercado de capitales imperfecto no permite a estas economías escapar de tales trampas de pobreza ya que el mercado les cobra una alta tasa de interés a los países relativamente más pobres lo cual limita sus posibilidades de acumulación de capital e inversión.

III. Conclusiones:

El trabajo presenta un modelo simple de crecimiento para una economía pequeña y abierta con imperfecta movilidad de capitales. Se supone que la tasa de preferencia temporal de los agentes económicos disminuye con el consumo lo cual genera la posibilidad de múltiples equilibrios de estado estacionario.

El modelo explica la posible existencia de trampas de pobreza estables y endógenas determinadas por el stock inicial de riqueza. El supuesto de imperfecta movilidad de capitales no permite que estas economías emerjan de tales trampas de pobreza. El mecanismo por el cual el mercado de capitales restringe las posibilidades de desarrollo a estas economías es a través de la mayor prima de riesgo cargada a las economías más pobres que aumenta el costo del capital restringiendo la acumulación del mismo.

IV. Bibliografía:

- Barro, R. y Sala-i-Martin, X., (1995), "Economic Growth", McGraw-Hill.
- Becker, R. (1989), "Recursive Utility and Optimal Capital Accumulation. I. Existence", Journal of Economics, 47, pp.76-100
- Becker y Boyd III (1993), "Recursive Utility: Discrete Time Theory", Hitotsubaschi Journal of Economics, 34, pp. 49-98
- Boyd III, J. (1990), "Recursive Utility and the Ramsey Problem", Journal of Economic Theory 50, pp. 326-345..
- Blanchard, O. y Fischer, S., (1989), "Lectures on Macroeconomics", MIT Press, London.
- Epstein, L. And Hynes, A.. (1983), " The Rate of Time Preference and Dynamic Economic Analysis", Journal of Political Economy, 91, pp. 611-635
- Hayakawa, H. And Ishizawa, S. (1994), "The optimal consumption-wealth relation and the permanent income-life cycle hypothesis under recursive preferences", Economic Letters, 46, pp. 41-48
- Koopmans (1960) "Stationary ordinal utility and impatience", Econometrica 28, April, pp 287-309
- Lucas, R. y Stokey, N., (1989), "Recursive Methods in Economic Dynamics", Harvard University Press.
- Mantel, R., (1995), "Why the Rich get Richer and the Poor get Poorer", seminario, Universidad de San Andrés.
- Mantel, R., (1997), "Optimal Economic Growth with Recursive Preferences: Decreasing Rate of Time Preference", mimeo.
- Obstfeld, M. (1981), "Macroeconomic Policy, Exchange Rate Dynamics, and Optimal Asset Acumulation", Journal of Political Economy, 89, Nro. 6.
- Obstfeld, M. (1990), "Intertemporal dependence, impatience, and dynamics", Journal of Monetary Economics, 26, pág. 45-75.
- Obstfeld, M. y Rogoff, K., (1997), "Foundations of International Macroeconomics", MIT Press, London.
- Sibert, H., (1987), "Foreign Debt and Capital Accumulation", Weltwirtschaftliches Archiv, pág. 618-630.
- Sibert, H., (1989), "The Half and the Full Debt Cycle", Kiel Working Paper No. 347.
- Turnovsky, S. (1996), "Methods of Macroecomic Dynamics", MIT Press, London.

- Turnovsky, S. y Hendrickson, M, (1996), "Workbook for Methods of Macroeconomics Dynamics", MIT Press, London.
- Uzawa , H, (1968), " Time preference, the consumption function, and optimun asset holdings, chapter 21 in J.N.Wolfe, ed . "Value, Capital, and Growth. Papersin honor of Sir John Hicks". Edinburgh: University Press, 485-504.
- Vegh, C. (1998) "Capital Inflows II: an upward - sloping supply of funds model", handout # 12, Course Econ 287 C, UCLA. Web-Site: http://vegh.sscnet.ucla.edu

---

[i] Versión Preliminar. Trabajo financiado con un subsidio de la Cooperadora de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Cuyo.

[ii]. El autor agradece los comentarios recibidos de Virginia Vera de Serio y Gustavo Ventura. Como es usual, los errores pertenecen exclusivamente al autor. E-mail: greyes@lanet.com.ar

[iii] Ver Obstfeld (1981), Obstfeld (1990), Blanchard y Fischer (1989), capítulo 2, Turnovsky (1996), cap. 12, Epstein and Hynes (1983) y Becker y Boyd III (1993).

[iv] Ver Obstfeld y Rogoff (1996), pp. 75.

[v] Vegh, C. (1998)

[vi] Se supone que $W^* \geq Wi$ para cualquier periodo "i".

[vii] Uzawa (1968) fue el primero que propuso esta función de preferencias. Ver Obstfeld y Rogoff, pp. 723-726.

[viii] Ver Stockey - Lucas (1989)

[ix] Se supone que el problema es resuelto por una economia descentralizada por lo cual cada individuo no toma en cuenta el efecto de sus decisiones individuales sobre la tasa de interés.