UNA NOTA SOBRE LA FIRMA GANADERA Y SUS DECISIONES EN EL TIEMPO *

Gustavo Ventura

Universidad de San Andrés

RESUMEN: A partir del marco desarrollado en CRISTINI (1984), se trata el problema de optimización intertemporal de la firma ganadera. Resuelto éste último, es construído un sencillo sistema dinámico para analizar la respuesta de la firma a cambios en la tasa de interés y el precio recibido por la firma en la venta de ganado.

* Versión muy preliminar.

#1

1. INTRODUCCION

Las fluctuaciones en las industrias vinculadas a la cría y posterior venta de animales han atraído el estudio de los economistas desde tiempo atrás. En la Argentina, tal estudio se vió fortalecido por la importancia del sector ganadero de la zona pampeana, y por estimaciones econométricas, las cuales mostraron por un tiempo curvas de oferta para la industria con pendiente negativa. Así por ejemplo, YVER (1971), reporta cálculos de ealsticidades de oferta de largo plazo con signo negativo.

Los modelos utilizados para explicar los hechos mencionados, pueden clasificarse en dos grandes grupos. El primer grupo tiene como orígen los trabajos de YVER (1971) y JARVIS (1974)[1]. El punto crucial en éste grupo de modelos, consiste en maximizar el valor presente de un animal, encontrando su edad óptima de faena. Esta solución está caracterizada en un caso general, cuando la tasa de interés mas el ratio de costos de alimentación a el valor de mercado del animal se igualan a la tasa de crecimiento en el peso de éste. Esto surge de escoger T para así maximizar (en el caso de los animales machos)

$$VA(0) = p\ W(T)\ e^{-rT} - \int_{o}^{T} q\ ke^{-rt}\ dt$$

donde T es la edad óptima de faena, p es el precio por unidad de peso del animal, W(T) es el peso del animal en el instante de faena y q es el precio de la ración fija de alimentos k. De las condiciones de primer orden, surgen proposiciones de estática comparativa tales como que un aumento de p aumenta la edad óptima de faena, y aumentos en r y q la disminuyen. El modelo, al suponer que en cada instante la firma posee animales de diferentes sexo y edad (bienes de capital heterogéneos), muestra que la firma reacciona ante un cambio en los parámetros alterando la composición de su "portfolio" de animales. Por ejemplo, para el caso de un aumento en el precio de venta, la firma enviará al mercado novillos jóvenes, reteniendo otras clases de animales, dando como resultado una retención neta en el corto plazo. Esto implicará entonces, en la agregación, curvas de oferta con pendiente negativa en el corto plazo, y pendiente positiva de largo plazo.

Una tradición mas moderna está representada en la tesis doctoral de FAVARO (1990), la que nace a partir del trabajo pionero de ROSEN (1987). El modelo allí tratado determina con

---

[1] Una buena revisión, variaciones y extensión de éste enfoque puede verse en PAASCHE (1985).

precisión la restricción de las pasturas y el número preciso de rezagos en la evolución de los stocks de ganado, para la crianza conjunta de ganado ovino y vacuno. Bajo expectativas racionales y un horizonte de planificación infinito se resuelve el problema del planificador central, replicando de ésta forma un equilibrio competitivo bajo éstas características. En tales condiciones, el modelo es capaz de explicar los ciclos de la industria ganadera uruguaya.

En éste corto trabajo, utilizando la metodología desarrollada en CRISTINI (1984), tratamos de modelar el comportamiento intertemporalmente óptimo de una firma ganadera típica, sin formular especificamente un modelo de ciclo para la industria. Suponiendo horizonte infinito de planificación y una regla de movimiento para el stock de ganado muy sencilla, derivamos las las condiciones de optimalidad para una firma que en cada instante debe decidir cuanto ganado llevar al mercado, y cuanto retener para así incrementar el stock de ganado existente.
La organización del trabajo es como sigue: la sección 2 presenta el problema de optimización, la caracterización de una trayectoria óptima para la firma, y el sistema dinámico resultante para las variables en juego. La sección 3 analiza la respuesta de la firma ante shocks no anticipados en parámetros del modelo. Por último, se presentan algunos comentarios .

#3

2. UN MODELO DINAMICO PARA LA FIRMA GANADERA

Para derivar la respuesta óptima de una firma ganadera ante cambios en parámetros tales como la tasa de interés y el precio de venta del ganado, utilizamos un modelo cuya estructura básica está formulada en CRISTINI (1984). El punto crucial en éste contexto, al igual que todos los modelos anteriormente comentados, radica en que una firma ganadera produce un bien que simultaneamente es un bien de consumo y un bien de capital. Es así que la decisión de la firma consistirá en determinar el monto óptimo de ventas de ganado en cada instante, y simultaneamente, cuando ganado retener para su acumulación como bien de capital.

Sea N_t el stock total de ganado de la firma en el instante t[1]. Denotemos por V_t el flujo de ventas de ganado en el instante t. La *adición bruta* al stock de ganado estará dada por la función $\phi(N_t)$, con $\phi'>0$ y $\phi''<0$. Así, ya podemos formular la restricción de acumulación de las firmas (suponiendo por simplicidad que la tasa de mortalidad es nula) como

$$\dot{N} = \phi\ (N_t) - V_t$$

La interpretación es obvia: La firma aumentará su stock si es que las ventas por período no superan el flujo de adición bruta dado por $\phi(\ )$.
La firma tiene como objetivo maximizar el valor presente de sus beneficios, los cuales están dados en cada instante del tiempo por la ecuación

$$\pi_t = pV_t - C(V_t,\ N_t) \tag{2}$$

La función C( ) muestra los costos de operación de la firma en cada instante, que dependen simultaneamente del flujo de ventas llevado al mercado, y del stock de ganado. La influencia de N_t en C( ) mediría todos aquellos gastos vinculados a la alimentación y cuidado del stock existente, que varían positivamente con el tamaño de éste. Asimismo, suponemos que C( ) presenta convexidad estricta, con C_n, $C_v>0$, C_{nn}, $C_{vv}>0$, y $C_{vn}=0$.
Suponiendo predicción perfecta por parte de los propietarios de las firmas (ésto es, $p^e=p$, $r^e=r$) y horizonte infinito, el problema consiste en escoger V_t, $t \in [0,\infty)$, para así maximizar

[1] Como es posible observar, no se discrimina en el stock de ganado entre animales de diferente edad o peso. Esto simplifica el problema al máximo, ya que esistirá un único bien de capital.

$$W_t = \int_0^\infty [\ pV_t - C(N_t , V_t)\ ]\ e^{-rt}\ dt$$

sujeto a (1), y N(0) = No.

El hamiltoniano del problema es entonces

$$H = [\ \pi\ ]\ e^{-rt} + \lambda\ [\ \phi(N) - V]$$

siendo N la variable de estado, y el flujo de ventas la variable de control. Las condiciones de primer orden son

$$(\ p - C_V\ ) e^{-rt} - \lambda = 0$$

$$H_n = -\ C_n\ e^{-rt} + \lambda\ \phi_n = -\dot{\lambda} \qquad (6)$$

con condición de transversalidad

$$\lim_{0 \to \infty}\ (\ p - C_V\ )\ e^{-rt} N_t = 0 \qquad (7)$$

La variable de coestado del problema, como es usual, muestra el valor al instante cero de un incremento marginal en la variable de estado en t. En éste caso, es el valor imputado o precio sombra del ganado como bien de capital.

La interpretación económica de (5) y (6) es interesante[2]. La ecuación (5) puede reescribirse como

$$(p - C_V\ ) = \lambda\ e^{rt} = \mu \qquad (8)$$

(8) muestra que, a lo largo de una trayectoria óptima se venderá ganado hasta tanto, el precio de venta de éste se iguale a la suma del costo marginal vinculado a la venta mas el valor del ganado vendido como bien de capital.

Mientras tanto, la ecuación (6) la reexpresamos como

---

[2] Las condiciones de primer orden son equivalentes para el problema en tiempo discreto, siendo su interpretación probablemente más sencilla. Ver al respecto el Ap.1

$$\lambda \phi_n + \lambda = C_n e^{-rt} \tag{9}$$

(9) encierra las decisiones óptimas respecto del stock. Esto es, caracteriza una trayectoria tal que, en el momento cero, el beneficio de retener ganado por un instante infinitesimal de tiempo (el cual está compuesto por el valor imputado a las adiciones al stock gracias a la retención mas las ganancias de capital) se iguale al costo marginal de hacerlo.

3. COMPORTAMIENTO DINAMICO DE LAS VENTAS DE GANADO Y DEL STOCK

Una vez construído el modelo simple de optimización para la firma, ya es posible construir un sistema dinámico que describa las trayectorias en el tiempo de las ventas y del stock de ganado, así como la respuesta óptima de la firma ante shocks.

Derivando (5) respecto del tiempo, y luego insertando en (6), obtenemos

$$\dot{V} = C_{VV}^{-1} [(p - C_V)(\phi_n - r) - C_n] \tag{10}$$

Las ecuaciones (1) y (10) conforman un sistema dinámico, el cual tendrá equilibrio saddle - path estable si se verifica que, en un entorno del estado estacionario[3]

$$C_{VV}^{-1} [(p - C_V^*) \phi^*_{nn} - C_{nn}] < (\phi^*_n - r) \phi^*_n$$

donde un asterisco sobre una variable implica valores evaluados en el estado estacionario. La condición queda asegurada si el segundo miembro es estrictamente positivo, lo que supondremos de ahora en más.

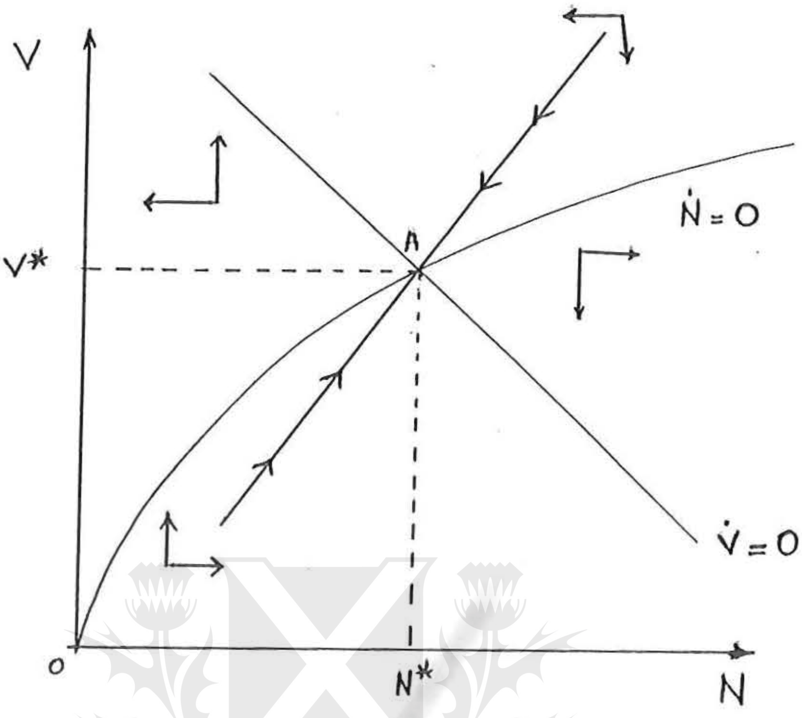
Graficamente, el equilibrio puede verse en el diagrama de fases de la gráfica (1). El locus (dN/dt)=0 tiene pendiente positiva, ya que para incrementar el flujo de ventas se requiere un mayor valor de $\phi(\ )$, lo cual se logra con un stock de ganado mayor. Por otra parte, el locus (dV/dt)=0 tendrá pendiente positiva ya que

$$\frac{dV}{dN}\bigg|_{\dot{V}=0} = - \frac{(\phi_n - r) C_{VV}}{C_n - (p - C_V) \phi_{nn}} < 0$$

---

[3] Para detalles del sistema dinámico, ver apendice (2)

#6



Gráfica 1

Dada la condición inicial, No, las variables se aproximan asintoticamente a sus valores de estado estacionario, N*, y V*=ϕ(N*), con un precio sombra del ganado como bien de capital decreciente.

Nos encontramos ya en posibilidad de analizar la respuesta intertemporalmente óptima de la firma ante shocks tales como cambios en la tasa de interés, el precio recibido por el ganado vendido, y en la tecnología.

3.1 Cambios no anticipados y anticipados en la tasa de interés y el precio de venta.

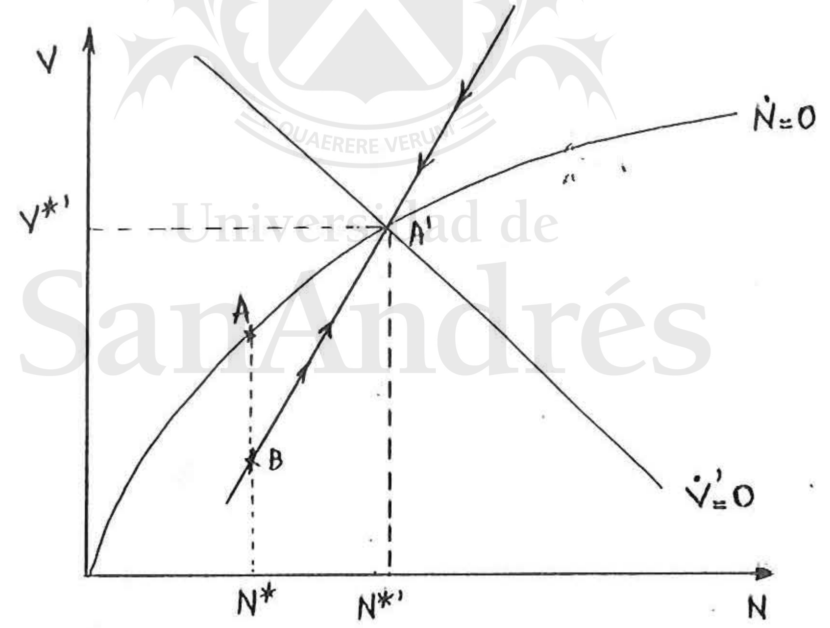
La respuesta de la firma individual ante shocks como cambios en p y r son de fundamental importancia, puesto que pueden dar luz frente a las fluctuaciones propias del ciclo ganadero, una vez hecha la integración del conjunto de firmas actuantes en el mercado.

Consideremos en primer término un cambio no anticipado en el precio de venta del ganado. Intuitivamente, un shock de ésta naturaleza generaría un aumento en el nivel futuro de ventas deseado por la firma, con un consecuente aumento del stock de ganado para satisfacer tal aumento de ventas. El punto crucial es que para aumentar el nivel de ventas mañana, la firma debe "producir" ganado, lo cual solamente es posible hacer reduciendo el nivel presente de ventas. Es así como un aumento permanente del precio genera una caída en el nivel actual de ventas y viceversa.

En términos del modelo contruído, un aumento de p desplaza el locus (dv/dt)=0 hacia arriba, pues

$$\frac{dv}{dp}\Big|_{\dot v=0} = C_{vv}^{-1} > 0$$

Observando el diagrama de fases de la gráfica 2, notamos que partiendo de una situación de estado estacionario, el aumento en el precio provoca que la firma reaccione óptimamente con una caída instantánea en las ventas desde A a B, colocándose así en el nuevo sendero de equilibrio BA´, con las ventas y el stock de ganado creciendo en el tiempo.



Gráfica 2

Este resultado es particularmente interesante, pues a nivel de mercado, es consistente con los resultados econométricos (ver YVER (1971) por ejemplo) que muestran una curva de oferta de ganado con pendiente negativa en el corto plazo, pero de pendiente positiva en el largo plazo. Asimismo, si la economía es abierta, p=p*(1-t), donde p* es el precio internacional y t la tasa de retención a las exportaciones de ganado. En éste contexto, un aumento no anticipado del precio internacional, o una disminución de la tasa de retención a las exportaciones pueden hacer caer las exportaciones en el corto plazo si es que

$$E_v < N_d \left(\frac{\alpha_d}{\alpha_x}\right)$$

siendo $E_v<0$ es la elaticidad que mide el efecto impacto de una suba en el precio sobre la oferta, N_d la elasticidad de demanda, α_d el ratio de la cantidad demandada a el volumen de exportaciones, y α_v el ratio de las ventas totales a el volumen de exportaciones[4].

Un cambio no anticipado en la tasa de interés provoca una modificación del valor del ganado como bien de capital. Una vez más, la intuición es sencilla. Para valores dados de precios y flujo de ventas, una caída (alza) de la tasa de interés aumenta (disminuye) el valor presente de la firma y consecuentemente el precio sombra del ganado como bien de capital aumenta (disminuye). Siendo ésto así la firma desea obtener un mayor (menor) stock de ganado y de ventas. Nuevamente, si el stock futuro deseado es mayor (menor), la forma de lograr una acumulación neta presente, es reducir (aumentar) hoy el flujo de ventas. Observemos ahora una suba no anticipada de r en términos de nuestro diagrama de fases, que reproduce la anterior intuición. La suba en r desplaza el locus (dV/dt)=0 hacia abajo, ya que

$$\frac{dv}{dr}\Big|_{\dot{v}=0} = -\frac{(p - C_V)}{(\phi_n - r)}\, C_{vv}^{-1} < 0$$

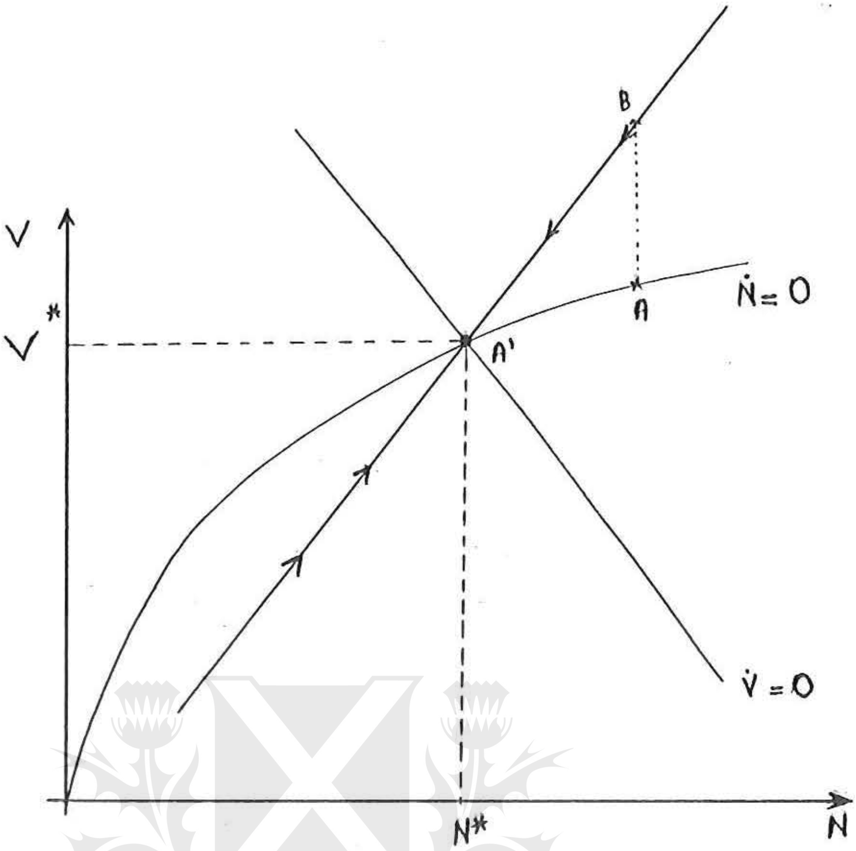
En la gráfica (3) puede verse la respuesta de la firma al shock. La suba en r provoca, un aumento instantaneo de las ventas desde el punto A al B´, para colocar a la firma sobre el nuevo sendero de equilibrio BB´. Una vez alcanzado éste último, el flujo de ventas y el stock de ganado descienden asintoticamente a sus nuevos valores de estado estacionario[5].

---

[4] La condición surge del hecho simple de que las exportaciones (X) son X(p) = V(p) - D(p)

[5] Los resultados obtenidos respecto de la tasa de interés, si bien implícitos en anteriores modelos, no recibieron mayor atención. Sin embargo, es probable que gran parte de las fluctuaciones ganaderas de la historia argentina reciente se hayan debido a ésta causa, dado el pasaje a un contexto de altas tasas de interés.

#9



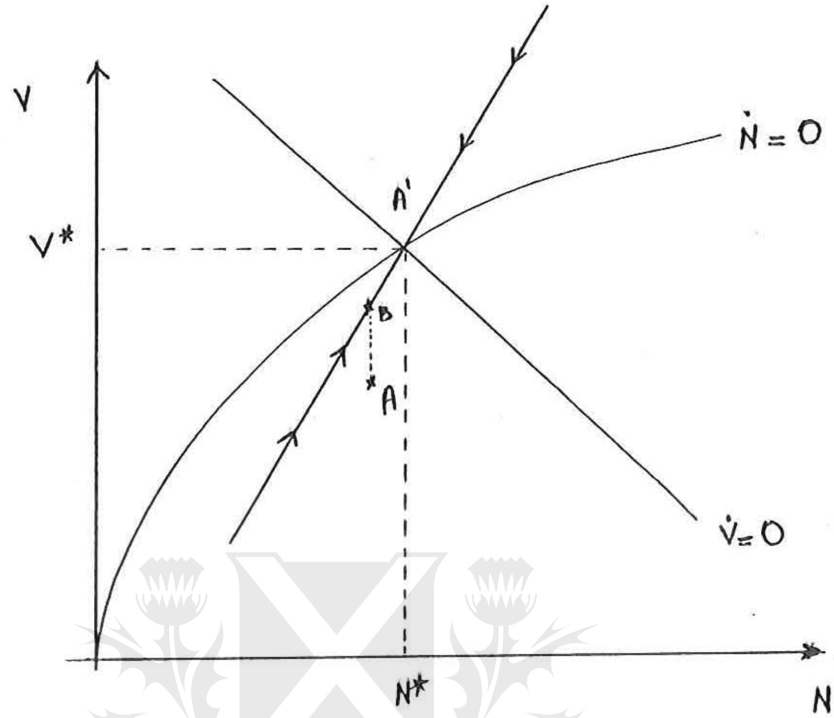
Gráfica 3

Dentro del modelo desarrollado, quizás de forma provisoria, puede analizarse también el impacto de un salto tecnológico que mejore la productividad de la firma en cuanto a las adiciones brutas al stock de ganado. Modelamos el problema del cambio tecnológico como un shock multiplicativo a la función $\phi(\ )$. Definamos ahora una nueva función, H(N), como $H=A\phi(N)$, que muestra las adiciones brutas al stock. Notemos que un aumento en A aumenta el valor de H´ para cada valor del stock de ganado. Introduciendo la función H( ) en nuestro análisis, observamos que un aumento en el parámetro A desplaza hacia arriba ambos locus de equilibrio, puesto que

$$\frac{dV}{dA}\Big|_{\dot V=0} = \phi(.) > 0 \ , \quad \frac{dV}{dA}\Big|_{\dot V=0} = \frac{(A\ \phi_n - r)\ C_{VV}}{(p - C_V)\ \phi_n} > 0$$

Para el análisis gráfico, supongamos que el desplazamiento vertical de (dV/dt)=0 es superior al de (dN/dt)=0. Bajo éste supuesto, tal como puede verse en la gráfica 4, la mejora tecnológica provoca un salto en el flujo de ventas de magnitud AB. Posteriormente, la firma avanza sobre el nuevo sendero de equilibrio para alcanzar un nuevo estado estacionario con mayores ventas y un mayor stock de ganado.

#10



Gráfica 4

El resultado anterior sería consistente, puesto que un salto tecnológico al aumentar la productividad para cada nivel de stock, lleva a un mayor stock deseado por la firma, y consecuentemente a un mayor flujo de ventas. Asimismo, antes de producirse el cambio en A, el flujo de ventas de estado estacionario en aquel instante podía mantenerse con un stock de ganado N*. Pero al aumentar A, el stock de ganado existente es capaz de solventar un nivel mayor de ventas. De ahí entonces, el salto en ésta última variable.

4. COMENTARIOS FINALES

A través de un modelo de optimización intertemporal muy simple caracterizamos el comportamiento de una firma ganadera y su respuesta a diversos shocks. Asimismo, las condiciones que caracterizan un óptimo para la firma derivan en un sencillo sistema dinámico, cuyo funcionamiento replica lo esperado por la intuición para una firma que debe decidir sobre un bien que simultaneamente es de consumo y de capital.

Por otra parte, el modelo puede ser extendido en varias direcciones. Así por ejemplo, puede tenerse en cuenta el efecto de cambios anticipados en el precio recibido por la firma y en la tasa de interés, o bien cambios en éstos parámetros de naturaleza transitoria. Asimismo, el supuesto de predicción perfecta es restrictivo, pudiendo ser eliminado para explorar las implicancias de las deciciones de la firma bajo incertidumbre. De forma equivalente, el modelo desarrollado para la firma puede constituir una base para un modelo de ciclo ganadero.

APENDICE I

En tiempo discreto, el problema consiste en maximizar sobre V_t y N_t el valor presente de la firma, dado por

$$W_t = \sum_{i=0}^{\infty} [\; p\; V_{t+i} - C(V_{t+i}\; ,\; N_{t+i})](1+r)^{-i}$$

sujeto a la restricción

$$N_{t+1} = N_t + \phi(N_t) - V_t$$

Las condiciones de primer orden son equivalentes al caso continuo:

$$p = C_v(V_{t+1}) + \lambda_{t+1} \tag{1}$$

$$\lambda_{t+1}\, \phi(N_{t+1}) + [\; \lambda_{t+1} - \lambda_t\; (1+r)] = C_n(N_{t+1}) \tag{2}$$

La interpretación de (1) es que la firma llevará ganado al mercado en el período siguiente, hasta tanto el precio recibido se iguale al costo marginal derivado de la venta más el costo de oportunidad (precio sombra) del ganado.
(2) muestra que se retendrá ganado desde un período al siguiente, hasta que el valor imputado de las adiciones al stock por retener ganado mas las ganancias de capital por hacerlo, en el período siguiente, se igualen a su costo.

APENDICE 2

Realizando una expansión de Taylor en torno a los valores de estado estacionario de V y N de las ecuaciones del sistema dinámico, obtenemos

$$\dot{V} = -(\phi_n - r)\ (V - V^*) + C_{VV}^{-1}[\ (p - C_V)\phi_{nn} - C_{nn}\ ](N - N^*) \quad (1)$$

$$\dot{N} = -\ (V - V^*)\ + \phi_n\ (N - N^*) \quad (2)$$

El sistema tendrá equilibrio saddle path si es que la determinante de la matriz de coeficientes del sistema (1) - (2) es negativo, para cualquier signo de la traza. De (1) y (2) notamos que el determinante será negativo si es que

$$C_{VV}^{-1}\ [(\ p - C_V)\ \phi_{nn} - C_{nn}] < (\phi_n - r)\ \phi_n \quad (3)$$

La condición (3) queda asegurada si sucede que $(\phi_n - r) > 0$, puesto que en una situación de estado estacionario, este último implica $(p - C_V) > 0$.

Denotando por θ al coeficiente de $(N - N^*)$ en la ecuación (1), pueden obtenerse los autovalores del sistema a partir del polinomio característico asociado con (1) y (2), el cual es

$$\mu^2 - r\mu + + [\theta - (\ \phi_n - r\ )\phi_n] \quad (4)$$

Los autovalores son

$$\mu_1 = \frac{r + [r^2 - 4[\ \theta - (\phi_n - r)\phi_n\ ]]^{(1/2)}}{2} > 0$$

$$\mu_2 = \frac{r - [r^2 - 4\ [\theta - (\ \phi_n - r)\ \phi_n]]^{1/2}}{2} < 0$$

El sistema dinámico tendrá como solución

$$V_t = V^* + K_{11}\ e^{\mu_1 t} + K_{12}\ e^{\mu_2 t}$$

y

$$N_t = N^* + K_{21}\, e^{\mu_1 t} + K_{22}\, e^{\mu_2 t}$$

Dado que la existencia de un saddle path requiere anular los autovectores asociados con la raiz positiva, obtenemos la solucion final de (1) - (2):

$$V_t = V^* + (V_0 - V^*)\, e^{\mu_2 t}$$

$$N_t = N^* + (N_0 - N^*)\, e^{\mu_2 t}$$

Notemos por último, que la aproximación al estado estacionario será más rápida mientras mayor sea el valor de la tasa de interés, ya que $(\partial\mu_2/\partial r)>0$

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

CRISTINI, Marcela; <u>El Ciclo Ganadero: La Evidencia Empírica 1982-1984 y su Incorporación a un Modelo de Comportamiento</u>, F.I.E.L., Documento de Trabajo #2, 1984.

FAVARO, Edgardo; <u>A Dynamic Model for the Uruguayan Livestock Sector</u>, Ph.D Dissertation, University of Chicago, March 1990.

JARVIS, Lovell; <u>Cattle as Capital Goods and Ranchers as Portfolio Managers</u>, The Journal of Political Economy, June 1974.

PAARSCH, Harry; <u>Microeconomic Models of Beef Supply</u>, Canadian Journal of Economics, August 1985.

ROSEN, Sherwin; <u>Dynamic Animal Economics</u>, American Journal of Agricultural Economics, 69, 1987.

YVER, Raul; <u>El Comportamiento de la Inversión y la Oferta de la Industria Ganadera en Argentina</u>, Cuadernos de Economía, Marzo 1972.