



Universidad de San Andrés
Departamento de Economía
Maestría en Economía

*Modelización de autómatas celulares para la difusión y
competencia de tecnologías
en presencia de externalidades de red*

Tomás Agustín VILÁ
38402219

Mentor: Daniel Heymann

Buenos Aires, Arg.

27 de octubre, 2020

Tesis de Maestría en Economía de
Tomás Agustín VILÁ

“Modelización de autómatas celulares para la difusión y competencia de tecnologías en presencia de externalidades de red”

Resumen

El presente estudio propone un modelo de autómatas celulares para representar la adopción y difusión de tecnologías en un sistema de agentes consumidores que incorporan las externalidades de red a sus preferencias. La especificación propuesta puede devenir en tres equilibrios alternativos cuya ocurrencia dependerá de los valores definidos para los parámetros, la posición relativa de los primeros agentes adoptantes y la configuración de la estructura de red. Se analizan los resultados obtenidos para diversas parametrizaciones. Se comprueba que, aún con preferencias no nulas por las cualidades intrínsecas de los bienes y un diferencial cualitativo objetivo no nulo entre tecnologías, la existencia de externalidades de red puede promover la realización de un equilibrio subóptimo en el cual la tecnología de calidad superior no sea adoptada por la totalidad de los agentes del sistema, no alcanzándose el máximo bienestar social posible para la parametrización definida. La variación en las posiciones relativas en las que se ubican los agentes precursores en la adopción de cada tecnología puede dar lugar a la realización y divergencia de los tres equilibrios propuestos bajo una misma parametrización del modelo. Un ingreso temprano al mercado puede convertirse en una ventaja competitiva persistente en el tiempo, producto de inercias de adopción generadas a partir de las externalidades de red. La verificación de diversos hechos estilizados identificados por la bibliografía de externalidades de red brinda robustez al uso de esta representación.

Palabras clave: Externalidad, red, tecnología, autómata celular, sistema complejo, lock-in

“Cellular automaton modeling for technology diffusion and competition in the presence of network externalities”

Abstract

This study proposes a model based on cellular automata to represent the adoption and diffusion of technologies in a system of consumers. The proposed specification can evolve into three alternative equilibria whose occurrence will depend on the values defined for the parameters, the relative position of the first adopting agents and the network structure. It is verified that, even with non-zero preferences for the intrinsic qualities of the goods and a non-zero objective qualitative differential between technologies, the existence of network externalities can promote a suboptimal equilibrium in which the best technology is not adopted by all the agents of the system, which leads to a sub-optimal social welfare. Different relative positions in which the first agents to adopt each technology are located may lead to the divergence of the three equilibria proposed under the same parameterization of the model. An early entry into the market can become a competitive advantage persistent over time. The verification of various stylized facts identified by the literature on network externalities provides robustness to the use of this representation

Keywords: Externality, network, technology, cellular automaton, complex system, lock-in

Códigos JEL: D71, D79, M20, M21, M31



Modelización de autómatas celulares para la difusión y competencia de tecnologías en presencia de externalidades de red

Tomás Vilá

Octubre 2020

Resumen

El presente estudio propone un modelo de autómatas celulares para representar la adopción y difusión de tecnologías en un sistema de agentes consumidores que incorporan las externalidades de red a sus preferencias. La utilidad que cada agente asigna al uso de una tecnología se deriva de las cualidades intrínsecas de la misma y de la cantidad de vecinos dentro de su entorno de referencia que hayan adoptado esa misma tecnología. La especificación propuesta puede devenir en tres equilibrios alternativos cuya ocurrencia dependerá de los valores definidos para los parámetros, la posición relativa de los primeros agentes adoptantes y la configuración de la estructura de red. Se analizan los resultados obtenidos para diversas parametrizaciones. Se comprueba que, aún con preferencias no nulas por las cualidades intrínsecas de los bienes y un diferencial cualitativo objetivo no nulo entre tecnologías, la existencia de externalidades de red puede promover la realización de un equilibrio subóptimo en el cual la tecnología de calidad superior no sea adoptada por la totalidad de los agentes del sistema, no alcanzándose el máximo bienestar social posible para la parametrización definida. La variación en las posiciones relativas en las que se ubican los agentes precursores en la adopción de cada tecnología puede dar lugar a la realización y divergencia de los tres equilibrios propuestos bajo una misma parametrización del modelo. Un ingreso temprano al mercado puede convertirse en una ventaja competitiva persistente en el tiempo, producto de inercias de adopción generadas a partir de las externalidades de red. Por último, el modelo puede evolucionar hacia un sistema con oscilaciones periódicas que alterna configuraciones de redes iterativamente y no resuelve en un equilibrio estacionario. La verificación de diversos hechos estilizados identificados por la bibliografía de externalidades de red brinda robustez al uso de esta representación. ¹

1. Introducción

Las externalidades de red son un fenómeno característico de los procesos de difusión de innovaciones y refieren a un escenario en el cual la utilidad que obtiene un individuo por el consumo de un bien o servicio no deviene únicamente de las cualidades del producto en

¹Agradezco especialmente los comentarios y ayudas de Nicolás Luce, Agustín Arcusa, Martín Zimmerman y el tutelaje de Daniel Heymann a lo largo de la producción de este trabajo.

sí, sino que incluye a la cantidad de otros agentes que también lo consumen (Parker, Van Alstyne & Coudar, 2016). Siendo que la presencia de externalidades de red implica un proceso de interacción entre individuos, una modelización basada únicamente en la maximización de un agente representativo puede resultar insuficiente para comprender el efecto de heterogeneidades en la estructura de la red sobre el equilibrio sistémico.

El presente estudio analiza las implicancias de la existencia de externalidades de red en escenario de difusión de tecnologías representado bajo una modelización de autómatas celulares, desarrollada en lenguaje Python. El modelo propuesto puede devenir en tres equilibrios alternativos cuya ocurrencia dependerá de los valores definidos para los parámetros y heterogeneidades dadas por la ubicación relativa de adopción de las tecnologías y la estructura de interconexiones entre agentes. El diferencial intrínseco de innovación de una tecnología y las preferencias por externalidades de red son los dos parámetros característicos que definirán la evolución del modelo. No obstante, estos parámetros no son una condición suficiente para definir la evolución del sistema, pudiendo existir equilibrios múltiples bajo un mismo seteo del modelo, cuya realización dependerá de la posición relativa de adopción de los agentes y la estructura de la red de interconexiones. Se observa la posible ocurrencia de un equilibrio subóptimo, en el cual la tecnología objetivamente superior no alcance la plena adopción del sistema como producto de las inercias generadas por las externalidades de red, aún bajo preferencias no nulas por las cualidades intrínsecas de los bienes y un diferencial cualitativo objetivo no nulo entre tecnologías. En el escenario previo, el sistema se encontraría en un nivel de bienestar social de equilibrio subóptimo. Además, encontramos que, en presencia de externalidades de red, un ingreso temprano al mercado puede devenir en una ventaja competitiva persistente en el tiempo. El modelo puede evolucionar hacia un sistema oscilante que alterna configuraciones de redes iterativamente, evitando la resolución en un equilibrio estacionario.

En la primera sección del trabajo, se analizará la bibliografía referida a la temática de externalidades de red y experiencias de modelización previas. Luego, se presenta el modelo de autómatas celulares propuesto y la formulación de la regla de decisión de los agentes. A continuación, se exponen y analizan los resultados promedio del sistema para distintas parametrizaciones y se expone la evolución de diversas simulaciones individuales. Por último, se analiza la ocurrencia en el modelo de ciertos hechos estilizados identificados previamente en la literatura de externalidades de red.

2. Análisis bibliográfico

La influencia positiva directa entre pares (imitación) es un fenómeno de amplio estudio en la ciencia económica, particularmente analizada por la literatura de comportamientos de manada, economía del comportamiento y teoría de los juegos. Una de sus posibles modelizaciones surge de la inclusión de la acción de los agentes pares o vecinos dentro de la propia regla de decisión del individuo (*payoff externality*) (Hirshleifer & Hong Teoh, 2003)). Esta caracterización suele originar sistemas con *path dependence*, en donde el escenario final de equilibrio depende, al menos parcialmente, de la secuencia de movimientos en el sistema de agentes y la disposición de la red de interacciones entre éstos.

La aplicación paradigmática de la literatura de manadas al análisis económico surge con Diamond and Dybvig (1983), paper que estudia el fenómeno de corridas bancarias desde la perspectiva de pagos individuales del agente. En este modelo, una corrida representa una externalidad negativa directa sobre el agente individual, que lo obliga a anticiparse a la misma. En el ejercicio propuesto, tanto el retiro de depósitos en el largo plazo como la corrida bancaria son escenarios de equilibrio de Nash, en donde la decisión óptima de acción dependerá, últimamente, de la acción de los pares.

Otra aplicación interesante a la idea de externalidades de red como motorizadoras de *path dependence* es abordada por Bikhchandani, S., & Sharma, S. (2000), en su estudio sobre las cascadas de inversión en países emergentes. En el modelo presentado, dada la incapacidad de previsión perfecta de los agentes en el análisis de fundamentales, la acción inicial de inversores bien categorizados funciona como señal de confianza para inversores más pequeños y con información acotada. Así, la inversión inicial genera una profecía autocumplida de posterior crecimiento y solvencia, mediada por externalidades de red.

En el presente análisis, retomaremos el concepto de externalidades de red dentro de

una modelización de *payoff externality* aplicada a la difusión de innovaciones tecnológicas. En esta dirección, existen dos líneas de investigación orientadas al estudio de la difusión y adopción de tecnologías en presencia de externalidades de red. La primera de ellas aborda el proceso desde una perspectiva de agente representativo, extrapolando al conjunto del mercado los resultados de maximización obtenidos del mismo. La segunda aproximación parte de la literatura de sistemas complejos y hace foco en las posibles heterogeneidades existentes en la interconexión entre agentes, el proceso dinámico de difusión de la innovación dentro del sistema y cómo estas dos fuerzas pueden interactuar con las reglas de decisión individuales y afectar el equilibrio resultante.

En un primer abordaje, Farrell & Saloner (1985), presentan una modelización para la adopción de innovaciones que incorpora heterogeneidades en el acceso a la información, utilizando la interacción entre dos únicos agentes como unidad de análisis. Éstos deben decidir respecto de la adopción de una tecnología innovadora. En el seteo propuesto, ambos agentes prefieren poseer la misma tecnología que su vecino, existe un costo por adoptar la tecnología innovadora y tienen una valoración por la nueva tecnología mayor a la asignada por default. Las preferencias por la nueva tecnología son heterogéneas y definidas por una función de distribución, lo que da lugar a la existencia de tres posibles tipos de agente. El primero, prefiere adoptar la tecnología nueva independientemente de la acción del vecino, el segundo, prefiere el cambio hacia la tecnología innovadora condicional en que ésta sea adoptada por su vecino, el tercer tipo de agente prefiere no cambiar de tecnología ya que el costo de cambio le resulta mayor al diferencial de bienestar generado por la nueva tecnología más el uso idéntico del agente vecino. Se demuestra que el desconocimiento de las preferencias asignadas al vecino puede generar un equilibrio subóptimo en el cual ambos agentes prefieren adoptar la nueva tecnología, condicional en que su vecino también lo haga, y eligen permanecer en la tecnología básica asignada por default. Esta situación puede ser solucionada mediante la incorporación de mecanismos de señalización o información perfecta. Los resultados del modelo son extrapolables a un sistema de más agentes y períodos.

Dentro del marco teórico del agente representativo, Katz & Shapiro (1986) modelizan un caso de competencia oligopólica bajo externalidades de red. La especificación propuesta consta de dos etapas, en primer lugar, los agentes generan expectativas sobre la proporción de consumidores esperados para cada bien e incorporan esta expectativa como un elemento positivo dentro de su función de utilidad. En una segunda instancia, las firmas competidoras fijan el precio del bien que producen condicional en las creencias y preferencias dadas de los consumidores. Así, el precio fijado por las firmas dependerá positivamente de las expectativas de los agentes respecto del tamaño de red que alcanzará el producto. Si los agentes creen que cierto bien será el más adoptado, esto le permitirá a la firma productora fijar un precio más alto y obtener mayor excedente.

La segunda línea de investigación, y la que compete a este trabajo, se ha propuesto estudiar el fenómeno de las externalidades de red desde la perspectiva de los sistemas complejos. Éstos pueden ser definidos como estructuras en las cuales existe una gran cantidad de individuos interactuantes que generan un comportamiento agregado con características propias del conjunto e independientes de la acción atomizada. Este enfoque pone su atención en la tipología y configuración de los mecanismos de interacción entre agentes, además de considerar la función de decisión individual.

Una representación paradigmática de esta literatura corresponde a los modelos de autómatas celulares, usualmente utilizados para el análisis de procesos de difusión en ciencias naturales y exactas. Estos modelos se basan en una fila o grilla de celdas en donde cada célula representa un agente y puede adoptar un número finito de estados posibles (Kocksis y Kun, 2011). El concepto fue desarrollado por Ulam y Von Neumann (1948) y popularizado por el trabajo seminal *Game of Life* de Conway (1970). En las décadas de 1990 y 2000, surgió un renovado interés en la utilización de este marco conceptual aplicado al estudio de la difusión de innovaciones. Entre estos trabajos podemos destacar Bhargava et al. (1993), Guardiola (2002), Janssen & Jager (2003) y Moldovan & Goldenberg (2003).

En un primer abordaje a la propagación de innovaciones desde la perspectiva de los autómatas celulares, Bhargava et al. (1993) analiza la velocidad de difusión de una tecnología dentro de una red de individuos interconectados. Este modelo incorpora un proceso estocástico a la decisión de adopción de la tecnología para cada agente, donde la probabilidad que la define depende de la cantidad de células vecinas dentro del entorno de referencia que

han adoptado la tecnología. Se verifica que la velocidad de propagación de una tecnología en el mercado depende del parámetro de probabilidad de adopción y que no es afectada significativamente por la cantidad de agentes semilla o primeros adoptantes.

Con foco en los costos de adopción de las innovaciones, Guardiola (2002) desarrolla un modelo de autómatas dispuesto sobre una cadena unidimensional lineal. Las innovaciones son asignadas aleatoriamente a los agentes, de a uno a la vez, en un proceso iterativo. Cada simulación comienza con una tecnología de 0 valor intrínseco para todas las células. Los vecinos inmediatos del agente seleccionado para adquirir la innovación deciden si imitar esta adopción o no en base al diferencial objetivo que ésta suponga respecto de su propia tecnología y el costo de cambio defido como parámetro exógeno; el proceso se repite para los vecinos subsiguientes. Un costo de cambio elevado requiere que la innovación asignada al vecino represente un mayor diferencial objetivo para su imitación. Por el contrario, un costo de adopción bajo promueve la imitación de toda innovación que implique una mejora para el agente respecto de la tecnología previamente utilizada. En este segundo escenario, las innovaciones son difundidas extensivamente dentro del sistema y los agentes poseen un nivel tecnológico homogéneo al finalizar cada simulación.

Janssen & Jager (2003) resulta la referencia más próxima al marco teórico desarrollado en el presente estudio. Los autores proponen una modelización de autómatas celulares basada en agentes de preferencias mixtas, que valoran tanto las cualidades intrínsecas del producto como la elección de los individuos del entorno de referencia. La parametrización del modelo permite definir i) el nivel de satisfacción intrínseca del producto, ii) la ponderación entre los dos tipos de preferencias y iii) el nivel visibilidad de los bienes, esto es, la cantidad de interconexiones consideradas en el entorno de los individuos. Los bienes que generan una alta satisfacción intrínseca promueven la repetición de su adopción intertemporal y tienden a dominar el mercado. Cuando los niveles de satisfacción son bajos, los agentes cambian su elección entre períodos, generando un *sistema turbulento* que no deviene en un estado estacionario.

Finalmente, Moldovan & Goldenberg (2003) analizan la importancia de los Líderes de Opinión en el proceso de difusión de tecnologías dentro de una red social. El modelo define dos tipos de agente, cuya asignación en el universo de autómatas se da en base a una probabilidad exógena parametrizable. Los Líderes de Opinión cuentan con una mayor cantidad de interconexiones, una alta incidencia sobre las decisiones de sus vecinos y poseen una asignación diferencial de preferencias, que los define como promotores o rechazantes. Se verifica que la proporción de estos dos tipos de agente dentro del sistema determina la estimulación o inhibición del proceso de difusión y el tamaño del mercado disponible para la propagación de una tecnología.

El modelo presentado a continuación permite representar diversos hechos estilizados identificados por la literatura de externalidades de red en el marco de un sistema de autómatas basado en Bhargava et al. (1993). La función de utilidad definida para los agentes incluye un componente de utilidad intrínseca, referido a las cualidades objetivas de la tecnología y otro de efectos de red, lo que encuentra un análogo en Janssen & Jager (2003). Como elementos particulares, nuestro modelo define un diferencial cualitativo absoluto entre ambas tecnologías como parámetro del modelo. La utilidad que una tecnología le brinda al agente por efectos de red depende linealmente de la proporción de agentes dentro de su entorno que la adoptaron en el período definido. Además, se incorpora un parámetro que determina el *lag* temporal que existe entre la primera adopción de cada tecnología en el sistema.

3. El modelo

Setup

- Se propone un modelo de autómatas celulares dispuesto en forma de red bidimensional cuadrada de $n \times n$, con n^2 agentes en total.
- Dentro del sistema, existirán dos tecnologías A y B. Cada agente x_i debe decidir sobre la adopción de una tecnología $j = \{A, B\}$ en t a fin de maximizar su bienestar en $t + 1$.
- El agente individual x_i decide en base a la información que percibe de su entorno, definido éste como un subconjunto fijo de agentes del sistema. Un individuo sólo puede

considerar una tecnología para su adopción en $t + 1$ si ésta se encuentra presente en su entorno o vecindad en el período t .

- Cada agente x_i decide adoptar una tecnología j en $t+1$ si se cumple que (i) la tecnología j se encuentra dentro de su entorno de referencia en el período t **Y** (ii) dentro de las tecnologías disponibles en el entorno de referencia en el período t , la tecnología j es aquella que maximiza su función de utilidad.
- La función de utilidad del agente incorpora dos elementos; un primer componente corresponde a las propiedades intrínsecas de la tecnología, mientras que el segundo componente incorpora las preferencias por externalidades de red, definidas como la proporción de vecinos dentro del entorno de referencia que adoptaron la misma tecnología. El peso relativo que el agente asigna a cada uno de estos elementos dentro de su función de utilidad está definido por el parámetro α .
- La función de utilidad de cada agente x_i para cada tecnología j en el período t se define como:

$$U_{i,j,t} = \alpha \tau_j + (1 - \alpha) \frac{x_{i,j,t}^*}{x_i^*}$$

Donde:

- τ_j es el valor objetivo normalizado de la tecnología j , con $\tau_A = 1$, $\tau_B = 1 + \delta$.
 - $\delta \in [0, 1]$ representa el diferencial entre las cualidades intrínsecas de la tecnología B respecto de la tecnología A, expresado en términos porcentuales. δ es un coeficiente objetivo de innovación de la tecnología B respecto de la tecnología A.
 - x_i^* representa la cantidad de vecinos dentro del entorno del agente i y $x_{i,j,t}^*$ representa cuántos de estos vecinos adoptaron la tecnología j en el período t . Así, $\frac{x_{i,j,t}^*}{x_i^*}$ refiere a la proporción de vecinos del entorno del agente x_i que adoptaron la tecnología j .
 - $\alpha \in [0, 1]$ representa la ponderación asignada a las características intrínsecas de la tecnología y a las externalidades de red dentro las preferencias del individuo. Si $\alpha \rightarrow 0$, predominan las preferencias por el efecto red en la función de utilidad, si $\alpha \rightarrow 1$, predominan las preferencias por las cualidades intrínsecas.
- La función de utilidad es idéntica para todos los agentes.
 - La utilidad de no adoptar ninguna tecnología es 0, por lo que todos los agentes prefieren estrictamente adoptar una de las dos tecnologías a no adoptar ninguna.

Difusión y competencia

Cada simulación comienza sin ninguna tecnología en el sistema. En la iteración $t = 0$, uno de los autómatas es elegido de manera aleatoria para adoptar la tecnología A.

En $t = 0$, los autómatas vecinos del primer agente adoptante incorporan la existencia de la tecnología A dentro de su entorno de referencia, pudiendo elegir su adopción en la iteración $t = 1$. Siendo que la adopción de una tecnología es estrictamente preferida a la no adopción de ninguna, todos los vecinos del primer agente adoptante eligen la adopción de la tecnología A en la iteración $t = 1$. El proceso precedente se repite período a período, dando lugar a la difusión de la tecnología A dentro del sistema.

En la iteración $t = h$, uno de los autómatas es elegido aleatoriamente para adoptar la tecnología B. h es un valor parametrizable y define la distancia temporal de la primera adopción de la tecnología B, respecto de la primera adopción de la tecnología A. Si $h = 0$, la primera adopción de ambas tecnologías ocurre de manera simultánea en la iteración $t = 0$. Una vez adoptada la tecnología B en $t = h$, comienza un proceso de difusión dentro del sistema análogo al previamente descrito para la tecnología A.

La primera adopción de cada tecnología se da de manera exógena, mientras que la difusión de las tecnologías en el sistema depende de la regla de decisión individual de los agentes.

Dada la evolución de los procesos de difusión, eventualmente, algunos agentes entran en contacto con las dos tecnologías en simultáneo y deben optar por la adopción de alguna de las dos. Esta elección se da en base a la regla de maximización de utilidad previamente expuesta y dependerá de:

- El coeficiente objetivo de innovación de la tecnología B (δ)
- La proporción de vecinos que adoptó cada una de las tecnologías en el entorno del agente ($\frac{x_{i,j,t}^*}{x_i^*}$)
- La ponderación que los agentes otorguen a cada uno de estos dos factores dentro de sus preferencias (α)

En cada período, los agentes consideran el total de tecnologías disponibles dentro de su entorno y eligen aquella que maximiza su utilidad en el período dado (t) para la adopción en el período subsiguiente ($t+1$). La evolución temporal es determinística y sincrónica; todos los agentes deciden su nuevo estado en el paso $t + 1$ en forma simultánea en base al estado del sistema en t .

Estructuras de vecindad

Para la definición del entorno del agente, se proponen tres posibles configuraciones de redes de interconexión o vecindades:

- Vecindad Regular: El entorno se compone por los 8 vecinos de la red regular con contornos periódicos.
- Vecindad Aleatoria 1: El entorno se define como una interconexión aleatoria entre los autómatas del sistema (o nodos) con un promedio de 8 interconexiones por agente. La asignación de la cantidad de interconexiones por agente sigue una distribución normal de media 8 y de un desvío estándar de 0.5.
- Vecindad Aleatoria 2: El entorno se define como una interconexión aleatoria entre los autómatas del sistema (o nodos) con un promedio de 8 interconexiones por agente. La asignación de la cantidad de interconexiones por agente sigue una distribución normal con una media de 8 y un desvío estándar de 2.

En los tres casos presentados, **el sistema es cerrado en sus límites dentro del cuadro**. Para la Vecindad Regular, esto implica que los autómatas ubicados en las esquinas del sistema sólo tendrán 3 conexiones y que los ubicados contra los límites superior, inferior, izquierdo y derecho tendrán 5 interconexiones.

A continuación, se representan gráficamente las configuraciones de Vecindad Regular y Vecindad Aleatoria y se adjunta un ejemplo de distribución de los grados de interconexión por agente (nodo) para las tres configuraciones de vecindad propuestas.

Figura 1 - Disposición de interconexiones según el tipo de vecindad

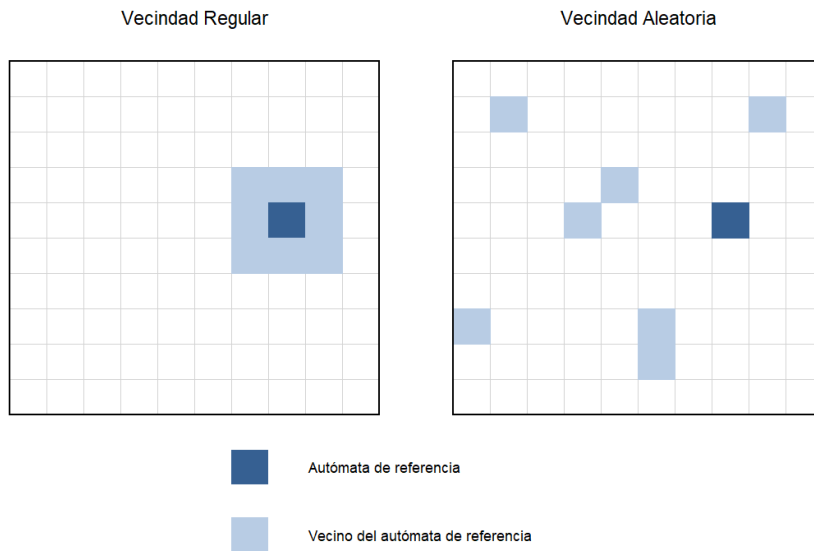
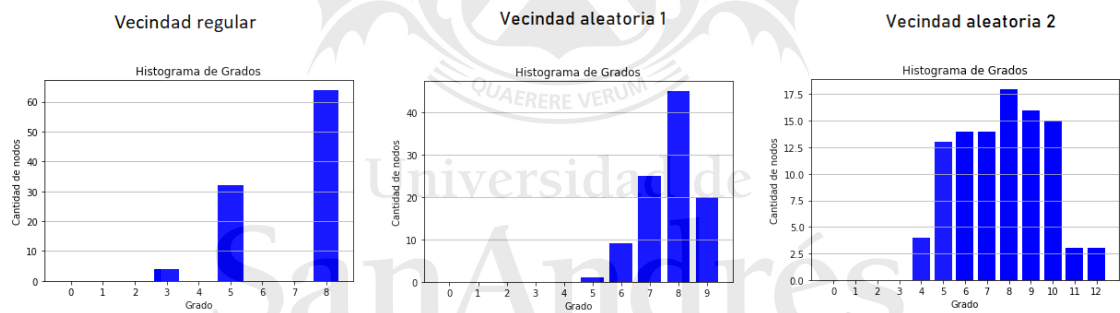
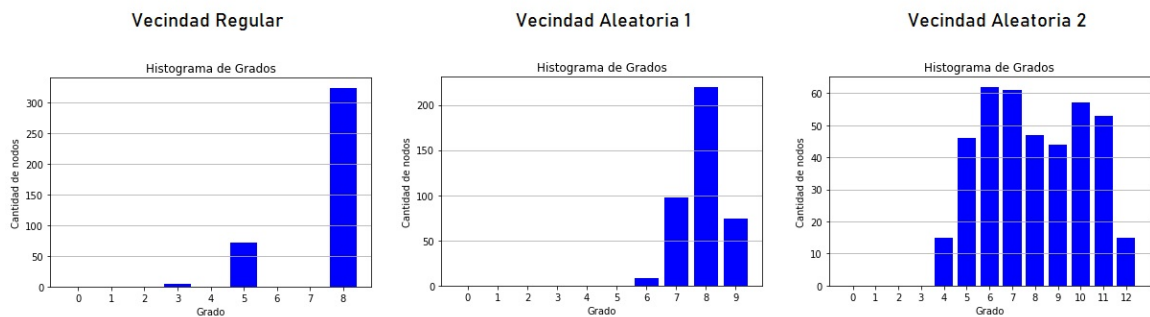


Figura 2 - Histogramas de distribución nodos por grados de conexión según el tipo de vecindad

Ejemplo en red de 10 x 10 agentes

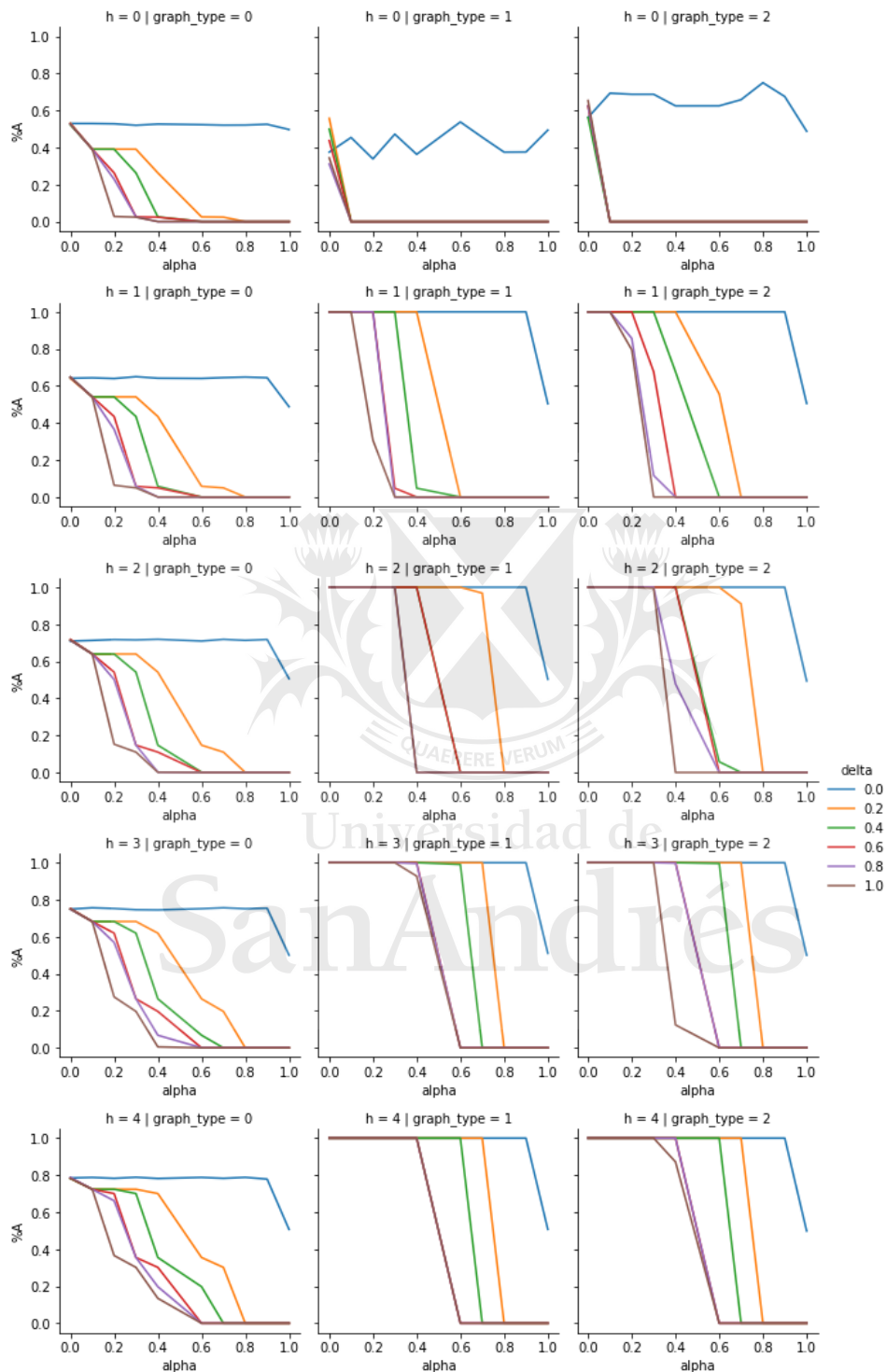


Ejemplo en red de 25 x 25 agentes



4. Resultados

Figura: 3 - Proporción promedio de agentes adoptantes de la tecnología A en el sistema al finalizar simulación en sistema de 25x25 agentes



Descripción: Proporción promedio de agentes adoptantes de la tecnología A en un sistema de 25x25 al finalizar simulación en la iteración $t = 30$. El dato correspondiente a cada combinación de parámetros surge del resultado promedio obtenido en la iteración $t = 30$ para 16 simulaciones del sistema corridas bajo idéntica parametrización. Las tres columnas de gráficos corresponden a los 3 tipos de vecindades definidas, siendo: $graph_type = 0 \rightarrow$ Vecindad Regular, $graph_type = 1 \rightarrow$ Vecindad Aleatoria 1, $graph_type = 2 \rightarrow$ Vecindad Aleatoria 2. Cada línea horizontal de gráficos corresponde a un valor del parámetro h .

5. Ejemplos de simulación individual en redes de 10 x 10

Vecindad regular

Figura: 4 - Simulación individual con $\alpha = 1$ $\delta = 0,01$ $h = 1$

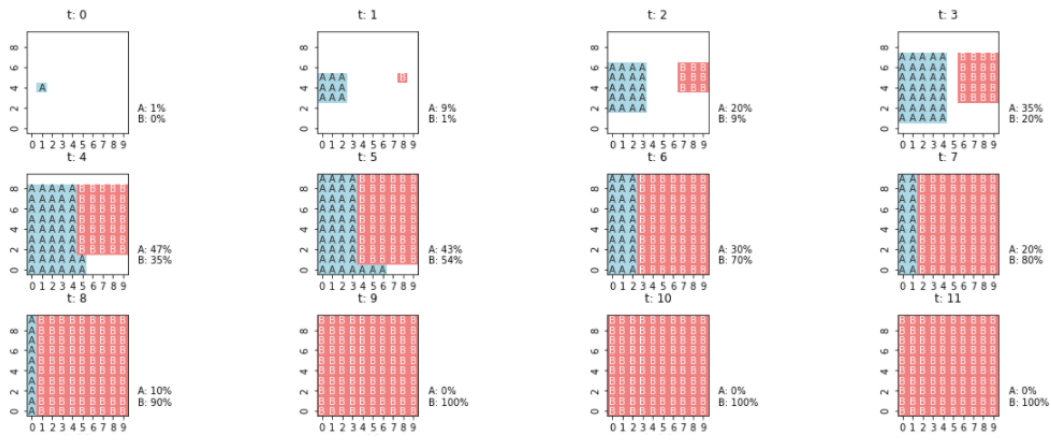


Figura: 5 - Simulación individual con $\alpha = 0$ $\delta = 1$ $h = 1$

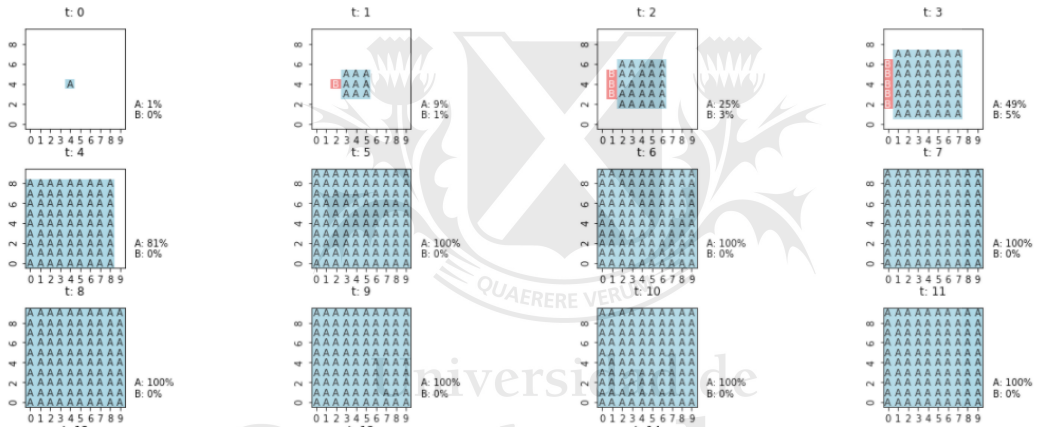


Figura: 6 - Simulación individual con $\alpha = 0$ $\delta = 1$ $h = 1$

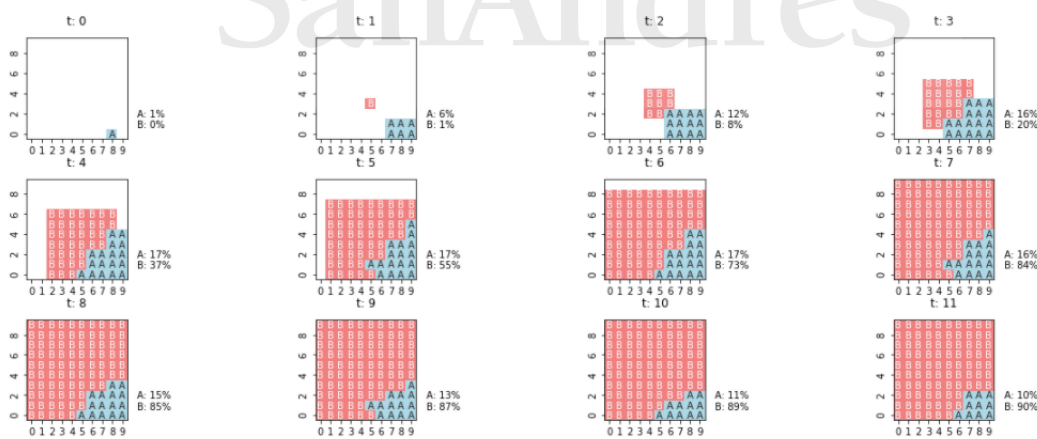


Figura: 7 - Simulación individual con $\alpha = 0$ $\delta = 1$ $h = 1$

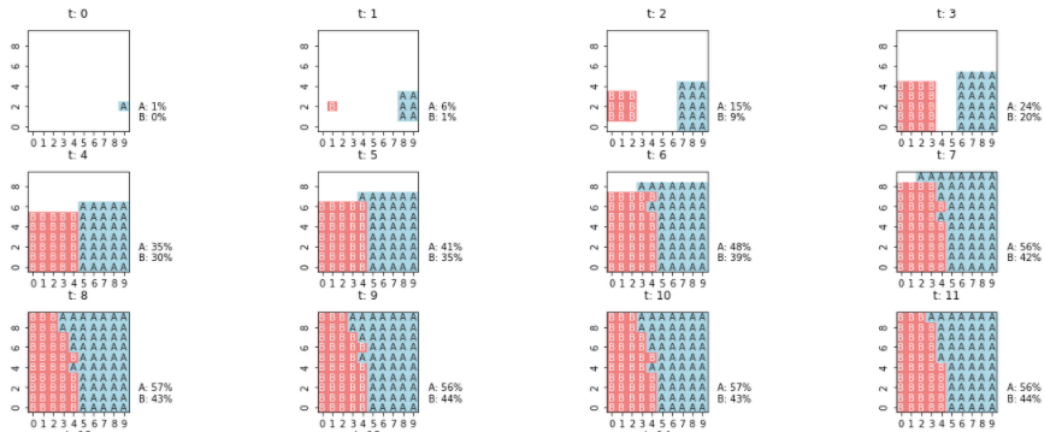


Figura: 8 - Simulación individual con $\alpha = 0,5$ $\delta = 0,2$ $h = 1$

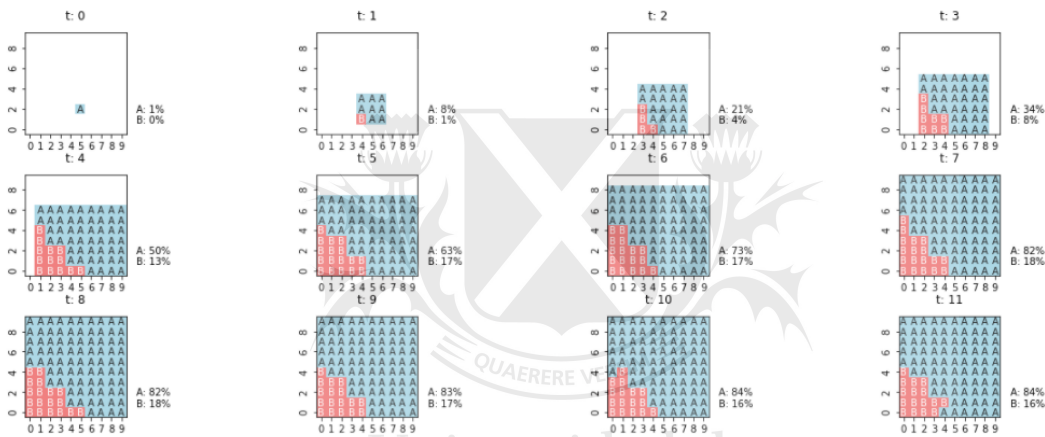


Figura: 9 - Simulación individual con $\alpha = 0,5$ $\delta = 0,2$ $h = 1$

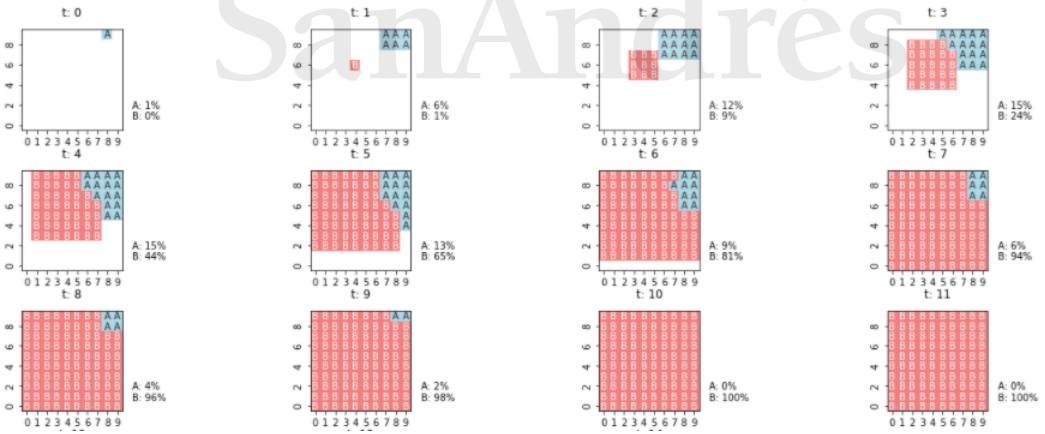
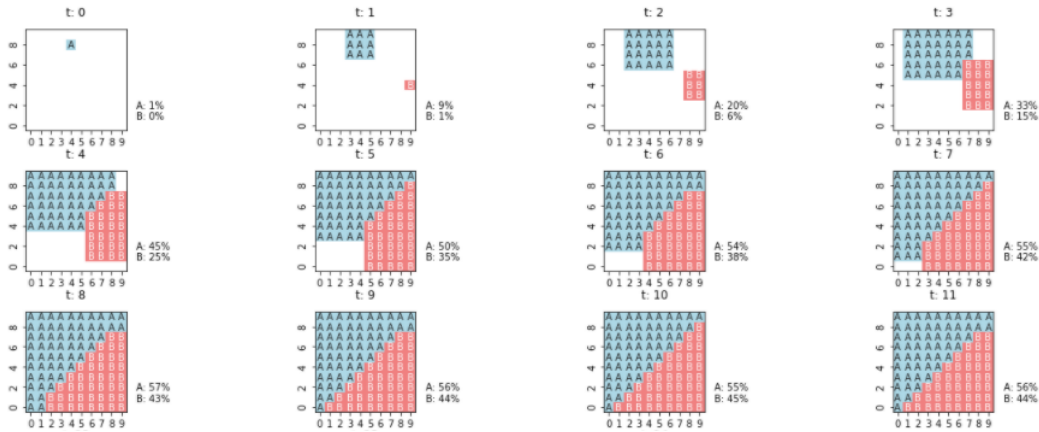
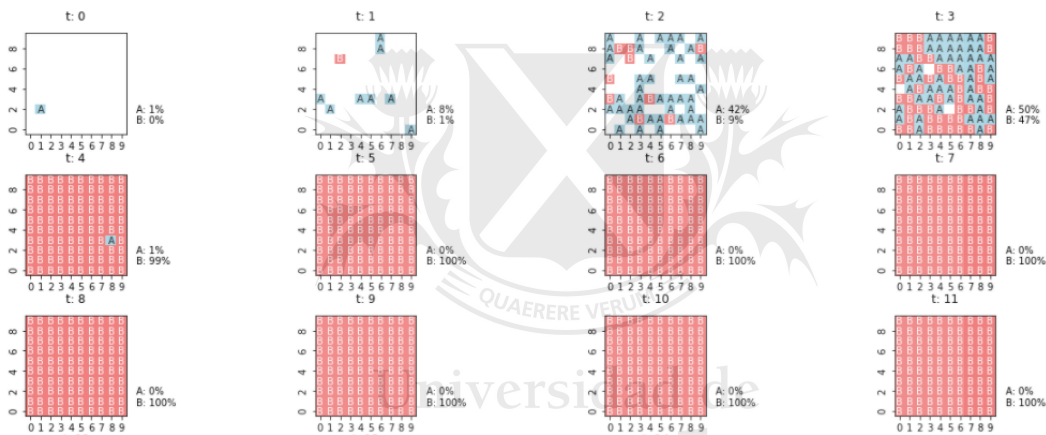


Figura: 10 - Simulación individual con $\alpha = 0,5$ $\delta = 0,2$ $h = 1$



Vecindad Aleatoria 1

Figura: 11 - Simulación individual con $\alpha = 1$ $\delta = 0,01$ $h = 1$



En el Anexo 1, se adjuntan los ejemplos de simulaciones individuales correspondientes a los dos tipos definidos de vecindades aleatorias (Figuras 12 a 23)

6. Análisis de resultados

Los resultados expresados en la Figura 3 permiten corroborar distintas intuiciones respecto de cómo varía el estado final del modelo ante cambios en los parámetros definidos.

En primer lugar, la adopción de la tecnología B en el sistema es creciente respecto de δ y α . A mayor diferencial objetivo de innovación en favor de B y mayor ponderación de las cualidades intrínsecas en las preferencias de los agentes, mayor será la proporción de agentes adoptantes de la tecnología B en el sistema (y, como contrapartida, menor será la proporción de adoptantes de la tecnología A). Superado cierto umbral para el valor derivado de la interacción entre estos dos parámetros, la tecnología B será estrictamente preferida a la tecnología A en todos los estados posibles de disposición de red, lo que consolidará la plena adopción de B de manera determinística en todas las simulaciones.

Por otra parte, la difusión de la tecnología B es decreciente en h . Cuanto mayor es el lag con el que la tecnología B ingresa al mercado, mayor es la ventaja competitiva en favor de la tecnología A producto de la generación de una red robusta de primeros adoptantes. Esta ventaja competitiva se sostiene en el tiempo y afecta el resultado final de la simulación, registrándose un aumento en la proporción de agentes adoptantes de la tecnología A al incrementar el valor de h *ceteris paribus* las demás variables.

En relación al impacto de la configuración de la vecindad o entorno, la comparativa entre modelos evidencia que una vecindad aleatoria hacen más probable la resolución del modelo

en un resultado dicotómico y vuelve al outcome final más sensible a los parámetros α y δ . En el marco de una vecindad aleatoria, el estado de equilibrio de largo plazo del modelo presenta un marcado *cambio de fase*, en donde el sistema pasa de la plena adopción de la tecnología A a la plena adopción de la tecnología B frente a umbrales claramente definidos por la interacción entre los parámetros α y δ .

Al comparar los procesos de difusión en las simulaciones individuales, encontramos que los vecindarios aleatorios funcionan como un catalizador en la difusión; mientras que la plena adopción tecnológica en un sistema de 10 x 10 agentes demora entre 6 y 9 iteraciones en la vecindad regular, este tiempo se reduce a 4 o 5 iteraciones para las vecindades aleatorias. En consecuencia, podemos afirmar que la distancia máxima entre nodos o agentes resulta menor para el caso de la vecindad aleatoria. No se aprecian diferencias significativas en la velocidad de difusión al comparar los dos tipos de vecindades aleatorias.

El modelo puede resultar en dos equilibrios de plena adopción de una de las tecnologías o bien en la coexistencia de ambas. La definición del estado final se dará por las parametrizaciones de α , δ y h , por la disposición de interconexiones que delimitan las vecindades y la ubicación relativa de los primeros adoptantes de las tecnologías.

Como se describió previamente, la total adopción de la tecnología B en el sistema puede garantizarse bajo una parametrización en la cual la interacción entre las preferencias intrínsecas (α) y el diferencial tecnológico de B (δ) más que supere la máxima de utilidad posible generada por las externalidades de red en la tecnología A. Como evidencia la figura 3, existen múltiples combinaciones de estos parámetros que darán como resultado la plena adopción determinística de la tecnología innovadora B. Un caso particular de esta regla puede encontrarse en una parametrización que otorgue valor únicamente a las cualidades intrínsecas del bien ($\alpha = 1$), acompañada por un diferencial tecnológico mayor a 0 en favor de B ($\delta > 0$). Este escenario es representado en la Figura 4 para la Vecindad Regular y las Figuras 11 y 17 en la Vecindad Aleatoria 1 y 2 correspondientemente.

Por otra parte, un resultado de completa adopción de la tecnología A dependerá fundamentalmente de la posición relativa en la cual sea adoptada inicialmente cada tecnología, la cantidad definida de períodos hasta la adopción de la tecnología B y el cumplimiento de ciertos valores de umbral para los parámetros como condición necesaria. Los factores de heterogeneidad en la disposición de redes, la distancia temporal entre la primera adopción de cada tecnología y la ubicación de los primeros adoptantes serán particularmente relevantes para este caso, no siendo la parametrización de preferencias y de diferencial tecnológico una condición suficiente para garantizar la realización de este resultado. Lo anterior se verifica también en los resultados de la Figura 3, donde podemos observar que la estructura de la vecindad y el parámetro h son definitorios en la realización de este resultado.

Por último, existe un conjunto de parametrizaciones y disposiciones de red para las cuales el sistema puede devenir en equilibrios múltiples, pudiendo evolucionar hacia la total adopción de una de las dos tecnologías o bien en la coexistencia de ambas dentro del sistema. Lo anterior se evidencia en las figuras 5, 6 y 7, 8, 9 y 10; 13 y 14; 15 y 16; 19 y 20; 21, 22 y 23. Estos subconjuntos de simulaciones evidencian cómo, bajo idénticas parametrizaciones, las variaciones en la estructura de la red y la ubicación relativa en la que son adoptadas inicialmente las tecnologías pueden conllevar distintos *outcomes* finales para el sistema. Para los casos presentados en las Figuras 8, 10, 15, 16, 21 y 23, el equilibrio obtenido es subóptimo, ya que no se alcanza el máximo bienestar posible para los agentes del sistema. Este resultado, conocido como *Lock-in*, es uno de los principales resultados del presente estudio y será desarrollado en la siguiente sección.

Las figuras 10, 16 y 23 exponen escenarios de equilibrios inestables característicos de los sistemas complejos. En estos casos, el sistema no alcanza un resultado estacionario, sino que permanece en un proceso cíclico en el que dos disposiciones alternativas de redes tecnológicas se alternan y repiten entre iteraciones. En estos ejemplos, la oscilación se localiza exclusivamente en la zona de contacto entre redes. En todos los casos, se utilizó una parametrización de $\alpha = 0,5$, $\delta = 0,2$, $h = 1$, que permite visualizar los distintos resultados relevantes bajo un único seteo del modelo.

7. Hechos estilizados

El modelo propuesto verifica la existencia de un conjunto de hechos estilizados identificados previamente en la literatura de externalidades de red.

7.1. Efecto Lock-in

El sistema puede evolucionar hacia un equilibrio subóptimo de *Lock-in*, en el cual los agentes no alcancen la máxima utilidad posible como consecuencia de la incorporación de las externalidades de red en el proceso decisorio individual. Esto ocurre por la interacción entre dos dinámicas particulares.

En primer lugar, los autómatas son programados con una regla de decisión que define la acción en $t + 1$ en base a la maximización de utilidad en t . Esta regla equivale a un sistema de elección *Backward looking*, contrario a la maximización *Forward looking* con información perfecta, usualmente utilizada en los modelos de agente representativo. En particular, la regla de decisión propuesta implica que los agentes deciden su adopción futura en base a la información disponible en su entorno inmediato en el momento dado y no incluyen especulaciones sobre la posible acción de los demás autómatas en el período subsiguiente. Los agentes no internalizan, comprenden, ni especulan en base a las reglas del modelo en el que yacen inmersos.

En segundo lugar, una parametrización que incluya preferencias por las adopciones de los vecinos en la función de utilidad puede conllevar a que el costo de adopción de una tecnología distinta a la del entorno sea mayor que el potencial beneficio de sus cualidades intrínsecas, en tanto ésta no sea adoptada simultáneamente por los vecinos. Esta situación promueve una alta inercia en la adopción de las tecnologías elegidas y previene cambios intertemporales de elección a menos que sean coordinados por un conjunto de autómatas o haya variaciones en las adopciones del entorno.

La conjunción de decisiones de acción atomizadas en base a información acotada y un contexto de interdependencia de elecciones deviene en una falla coordinativa sistémica. Si bien los agentes maximizarían su utilidad mediante la adopción generalizada de la tecnología de mejores cualidades intrínsecas, los mecanismos decisorios establecidos impiden la evolución determinística del sistema hacia dicho resultado y su realización depende últimamente de distintas heterogeneidades propias de la ubicación relativa de los primeros adoptantes, el timing de acceso al mercado de la tecnología innovadora y la estructura de interconexiones.

En el Anexo 2, se demuestra la existencia de un subconjunto de parametrizaciones del modelo bajo las cuales el sistema alcanzaría el máximo bienestar social mediante la adopción colectiva de la tecnología innovadora (B), pero la adopción de la tecnología base (A) es preferida a la adopción de la tecnología innovadora (B) a nivel individual. Mediante el uso de las ecuaciones que rigen la regla de decisión de los agentes, este ejercicio justifica de manera teórica la existencia del equilibrio de *Lock-in* verificado empíricamente en las Figuras 8, 10, 15, 16, 21 y 23.

El Efecto Lock-in es un resultado característico de los mercados con externalidades de red, y encuentra un ejemplo clásico en el caso de la difusión del teclado Qwerty. Este formato fue creado en 1868 para minimizar la velocidad de escritura y evitar problemas mecánicos en los primeros tipógrafos. Una posterior mejora con supuestos incrementos de eficiencia de entre 20% y 40%, el teclado Dvorak, patentado en 1936, no logró los niveles de adopción necesarios para consolidarse como estándar alternativo en el mercado, dada la adopción generalizada del teclado Qwerty (David, 1985). Al día de hoy, el último se mantiene como el patrón mecanográfico dominante para los teclados occidentales.

En la literatura de redes, el equilibrio de *Lock-in* encontró justificación teórica en la aplicación de heterogeneidades en el acceso a la información bajo una modelización de agente representativo (Farrell & Saloner, 1985). Su inclusión dentro del marco de los sistemas complejos bajo los mecanismos descriptos, resulta, a priori, más representativo de su realización empírica.

7.2. Early engagement

De la existencia del efecto *Lock-in* se desprende que los mercados con externalidades de red premian el desarrollo de una red robusta de adoptantes, siendo ésta una ventaja

competitiva en sí misma. En nuestro modelo, lo anterior se evidencia en la Figura 3 por la importancia del parámetro h en la definición del equilibrio resultante. Recordemos que este parámetro puede ser interpretado como la cantidad de iteraciones en las que la tecnología A es difundida en el mercado sin competir con la tecnología B.

A mayor valor de h , mayor será el espacio temporal disponible para la difusión de la tecnología A sin competencia, lo que devendrá en una red de adoptantes más robusta y mayor efecto de externalidades positivas que den inercia a la adopción de la tecnología A en el sistema al momento de competir contra la tecnología innovadora B.

Este caso resulta extrapolable al análisis de la *ventana de oportunidad*, característico de la literatura de management e innovación. Se comprende a la misma como el período durante el cual existe una necesidad insatisfecha en el mercado, están disponibles los recursos tecnológicos para cubrirla de un modo sostenible y no existe una empresa que haya consolidado una posición dominante. En este escenario, la consolidación temprana de una firma productora como líder de mercado es un factor crítico para su éxito intertemporal. Al respecto, Milind Lele (2005) detalla: “En escenarios de libre entrada, las empresas exitosas serán aquellas que puedan anticiparse a los monopolios emergentes y ocupar y mantener las mejores posiciones competitivas antes de su masificación.”

7.3. Sistema oscilante

Como ya fuera expuesto, existe una disociación temporal entre la decisión de la adopción tecnológica y la realización de la misma. Dada la interdependencia en las elecciones de los agentes, este sistema decisorio puede originar un proceso iterativo de influencias. A modo de ejemplo, la decisión en t del agente i sobre su adopción en $t + 1$, influirá sobre la decisión del vecino en $t + 1$ sobre su elección de adopción para $t + 2$, que nuevamente influirá en la elección del primer agente en $t + 2$ para $t + 3$.

Como consecuencia, el sistema puede evolucionar hacia un equilibrio cíclico en el cual diversas disposiciones de red se alternen entre iteraciones *ad perpetuam*. Las Figuras 10, 16 y 23 evidencian la ocurrencia de este fenómeno. En los ejemplos nombrados, este proceso ocurre únicamente para una porción de los vecinos ubicados en la frontera de contacto de las redes, que alternan su adopción tecnológica período a período.

7.4. Líderes de opinión

La literatura de externalidades de red define a los agentes con una interconectividad diferencialmente elevada como *Líderes de opinión* y destaca su incidencia en la velocidad de difusión, el tamaño de mercado disponible (Moldovan & Goldenberg, 2003) y la definición del estado final del sistema (Janssen & Jager, 2003). La incorporación de este tipo de agentes en el modelo propuesto se da por un incremento en la varianza de la cantidad de interconexiones por agente en la Vecindad Aleatoria. Esta variación permite identificar el efecto de incluir agentes con mayor cantidad de interconexiones sin afectar la cantidad promedio de las mismas en la red.

Los resultados expuestos en la Figura 3 no exponen variaciones significativas en los resultados para ambos tipos de configuración de Vecindad Aleatoria. Bajo las dos configuraciones propuestas, el sistema presenta un marcado *Cambio de fase* ante umbrales definidos de combinaciones de los parámetros α y δ .

7.5. Modas y propagación de ideas

La naturaleza genérica del marco teórico expuesto admite la representación de escenarios de propagación alternativos a la competencia y difusión de tecnologías. Una parametrización de $\alpha = 0$ y $\delta = 0$ adecúa el modelo a un caso de difusión bajo inexistencia de diferenciales cualitativos entre bienes. En este caso, la adopción es definida por mayoría simple dentro del entorno del individuo. Esta parametrización permite representar escenarios como la difusión de modas, la elección de equipos deportivos y afiliación religiosa y la propagación de ideas y opiniones, aplicaciones que encuentran antecedentes en Nowak (1990), Sendra et al. (2005) y Situngkir & Surya (2014). Por último, este modelo puede también aplicarse a la literatura de la psicología social y análisis psicológico de los vínculos laborales (Hatfield, Cacioppo & Rapson, 1993, Kelly & Barsade, 2001 y Barsade 2001) donde se evidencia que

la imitación intragrupal puede dar lugar a difusión y contagio de emociones, impactando en la productividad del trabajo.

8. Conclusiones

Este estudio presentó un modelo de autómatas celulares para la representación de adopción y difusión de tecnologías en un entorno de agentes consumidores que incorporan las externalidades de red en sus preferencias. La utilidad que cada agente asigna al uso de cierta tecnología depende de las cualidades intrínsecas de la misma, que pueden ser objetivamente superiores o inferiores respecto de la tecnología competidora y de la proporción de vecinos dentro de su entorno que hayan adoptado esa misma tecnología. Los agentes deciden la adopción para $t + 1$ de aquella tecnología que se encuentra dentro de su vecindad y maximiza su utilidad en t .

El modelo permite parametrizar cuatro variables de relevancia: i) el diferencial tecnológico objetivo entre ambas tecnologías, ii) la ponderación que asignan los agentes a cada uno de los componentes dentro de su función de utilidad, iii) la distancia temporal entre el ingreso de la tecnología innovadora al mercado respecto de la tecnología base, iv) la definición del entorno de referencia entre una estructura de Vecindad Regular y dos opciones de Vecindad Aleatoria. Existen dos componentes de heterogeneidad que hacen única a cada serie: la posición relativa de los primeros agentes adoptantes y la disposición de interconexiones de red, para el caso de Vecindades Aleatorias.

El equilibrio resultante podrá devenir en la plena adopción del sistema por parte de una de las dos tecnologías presentes o en la coexistencia de ambas. Los tres tipos de equilibrio son alcanzables bajo distintas parametrizaciones. Se comprueba la existencia de equilibrios múltiples en donde los tres outcomes pueden ser obtenidos bajo una única parametrización de las variables, lo que evidencia que las heterogeneidades de posición y estructura de red tienen un efecto determinístico en el equilibrio sistémico resultante.

La interdependencia de las decisiones de consumo de los agentes puede promover la evolución del sistema hacia un equilibrio subóptimo en el cual una tecnología objetivamente superior (B) no alcance la adopción plena de los agentes del sistema, aún con preferencias por las propiedades intrínsecas de la tecnología ($\alpha > 0$) y un diferencial cualitativo mayor a cero ($\alpha > 0$). Este resultado, conocido como *Lock-in* por la literatura de externalidades de red, encuentra su realización en el modelo como consecuencia de un sistema de decisión atomizado y *Backward Looking*. Así, la realización del óptimo social en el modelo depende, bajo ciertas parametrizaciones, de la disposición fortuita de la ubicación de las primeras células adoptantes y la estructura de red definida.

Otro resultado relevante derivado de la presencia de externalidades de red en el modelo es que un ingreso temprano en el mercado respecto de la competencia puede derivar en una ventaja persistente en el tiempo. Esto se corrobora por una asociación positiva entre la proporción de agentes adoptantes de la tecnología base (A) al finalizar las simulaciones y el parámetro h , que define la cantidad de iteraciones que deben suceder hasta la primera adopción de la tecnología innovadora (B).

No se encuentran efectos particularmente destacables por la incorporación de Líderes de opinión en el modelo. Cambios en la varianza de cantidad de interconexiones por agente en las magnitudes propuestas y bajo un contexto de Vecindad Aleatoria no tienen impactos de mayor relevancia.

En un marco de Vecindad Aleatoria, el estado estacionario del sistema presenta un marcado *Cambio de Fase* dicotómico con un umbral definido por la interacción de los parámetros α y δ

Por último, el modelo verifica la posible resolución hacia un sistema oscilante, entendido como la alternancia cíclica de elección de adopción de los autómatas *Ad Perpetuam*. Este fenómeno se localiza exclusivamente en la zona de interacción entre las dos redes de agentes adoptantes bajo ciertas parametrizaciones.

A fin de aislar el impacto de las variables de interés definidas, el modelo presentado evita el abordaje de otras posibles dimensiones relevantes de un mercado con presencia de externalidades de red. Particularmente, no se incluye la existencia de costos de cambio en la tecnología adoptada, como propone Guardiola (2002), no se contemplan distintos perfiles de preferencias entre los agentes, como Janssen & Jagger (2003), ni se considera la existencia

de posibles conexiones unidireccionales. La incorporación de estas heterogeneidades ofrece amplias oportunidades para el análisis futuro de distintas dinámicas presentes en este tipo de mercados.



Universidad de
San Andrés

Referencias

- Bass, F.M.(1969) A new product growth for model consumer durables. *Management Science*, vol. 15,pp. 215-227.
- Barsade, S. G. (2001). The ripple effect: Emotional contagion in groups. Unpublished manuscript.
- Bhargava, S. C., Kumar, A., Mukherjee, A. (1993). A stochastic cellular automata model of innovation diffusion. *Technological forecasting and social change*, 44(1), 87-97.
- Bikhchandani, S., Sharma, S. (2000). Herd behavior in financial markets. *IMF Staff papers*, 47(3), 279-310.
- Conway, J.(1970). The game of life. *Scientific American*, vol. 223, no. 4, p. 4.
- David, P. A. (1985). Clio and the Economics of QWERTY. *The American economic review*, 75(2), 332-337.
- Diamond, D. W., Dybvig, P. H. (1983). Bank runs, deposit insurance, and liquidity. *Journal of political economy*, 91(3), 401-419.
- Farrell, J., Saloner, G. (1985). Standardization, compatibility, and innovation. *the RAND Journal of Economics*, 70-83.
- Guardiola, X.(2002).Modeling diffusion of innovations in a social network.*Physical Review*, E 66.
- Hatfield, E., Cacioppo, J. T., Rapson, R. L. (1993). Emotional contagion. *Current directions in psychological science*, 2(3), 96-100.
- Helbing, Dirk., Treiber, Martin. y Saam, N.J.(2005). Analytical Investigation of Innovation Dynamics Considering Stochasticity in the Evaluation of Fitness.
- Hirshleifer, D., Hong Teoh, S. (2003). Herd behaviour and cascading in capital markets: A review and synthesis. *European Financial Management*, 9(1), 25-66.
- Janssen, M.A y Jager, W.(2003) Simulating market dynamics: Interactions between consumer psychology and social networks. *Artificial Life*, vol. 9, pp. 343-356.
- Katz, M. L., Shapiro, C. (1985). Network externalities, competition, and compatibility. *The American economic review*, 75(3), 424-440.
- Kelly, J. R., Barsade, S. G. (2001). Mood and emotions in small groups and work teams. *Organizational behavior and human decision processes*, 86(1), 99-130.
- Kocsis, G., Kun, F. (2011). Competition of information channels in the spreading of innovations. *Physical Review E*, 84(2), 026111.
- Lele, M. M. (2007). *Monopoly Rules: How to Find, Capture and Control the World's Most Lucrative Markets in Any Business*. Kogan Page Publishers.
- Moldovan, S. y Goldenberg, J.(2003).Cellular automata modeling of resistance to innovations: Effects and solutions.
- Nowak,A.(1990).Modeling social change with cellular automata.
- Parker, G. G., Van Alstyne, M. W., Choudary, S. P. (2016). *Platform revolution: How networked markets are transforming the economy and how to make them work for you*. WW Norton Company.
- Rogers, E.M.(1962)*Diffusion of Innovations*, New York: The Free Press.
- Sendra, N. Gwizdalla, T. y Cezerbniaj, J.(2005). The application of cellular automata in modeling of opinion formation in society. *Annales UMCS Informatica AI* 3.

- Situngkir, H. y Surya, Y. (2014). Democracy: Order out of Chaos. Understanding Power-Law in Indonesian Elections.
- Varian, H. R. (2001). Economics of information technology. University of California, Berkeley.



Universidad de
San Andrés

Anexo 1 - Simulaciones individuales sobre Vecindades Aleatorias

Vecindad Aleatoria 1

Figura: 12 - Simulación individual con $\alpha = 0 \delta = 1 h = 1$

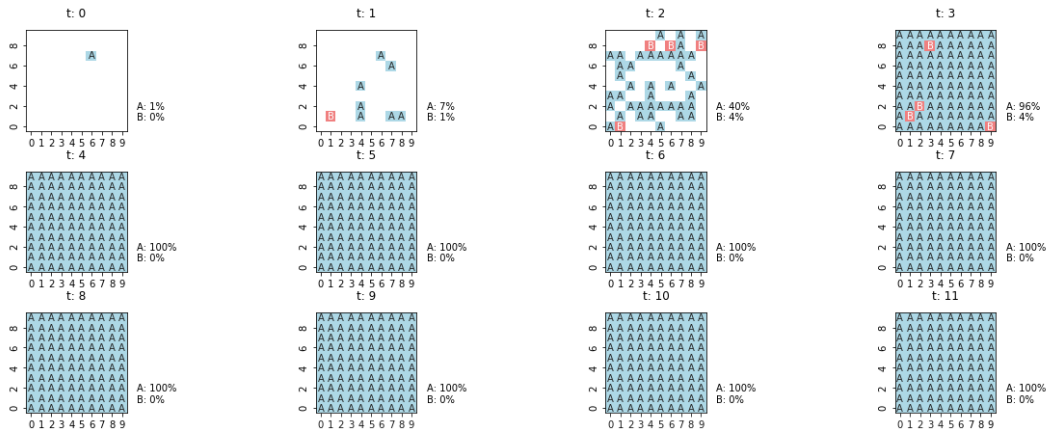


Figura: 13 - Simulación individual con $\alpha = 0 \delta = 1 h = 0$

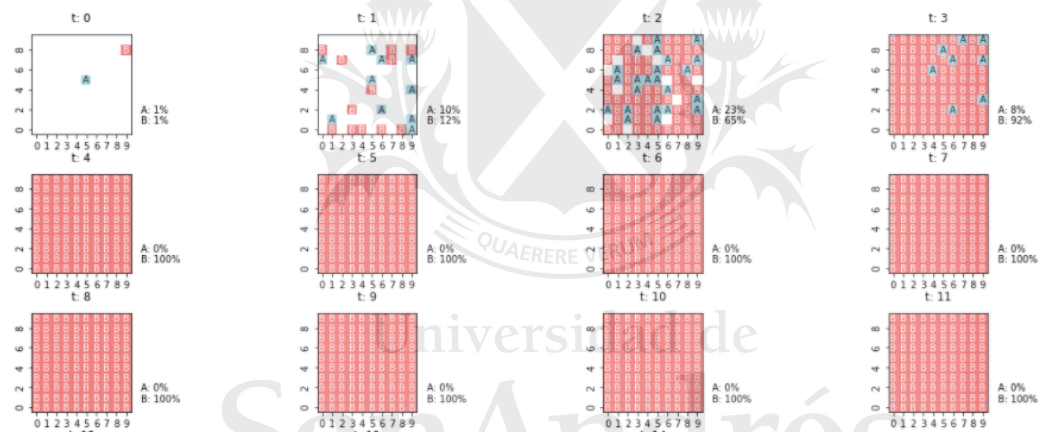


Figura: 14 - Simulación individual con $\alpha = 0 \delta = 1 h = 0$

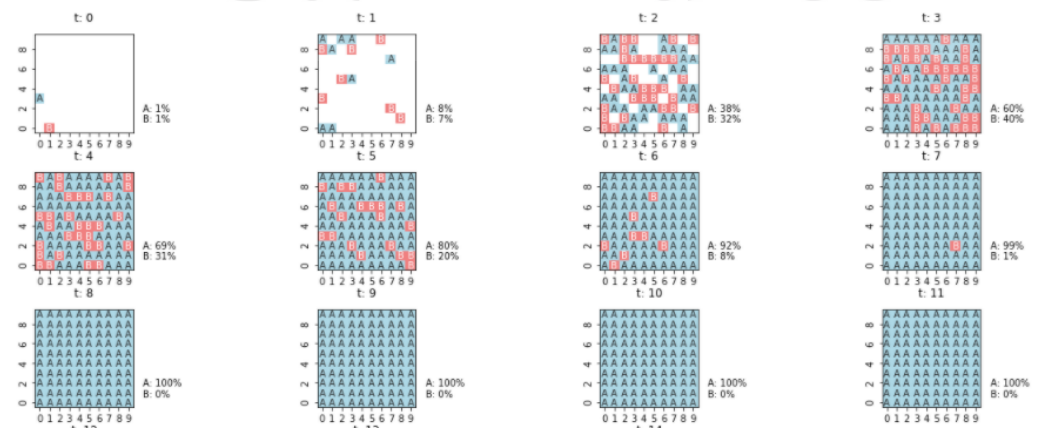


Figura: 15 - Simulación individual con $\alpha = 0,5$ $\delta = 0,2$ $h = 1$

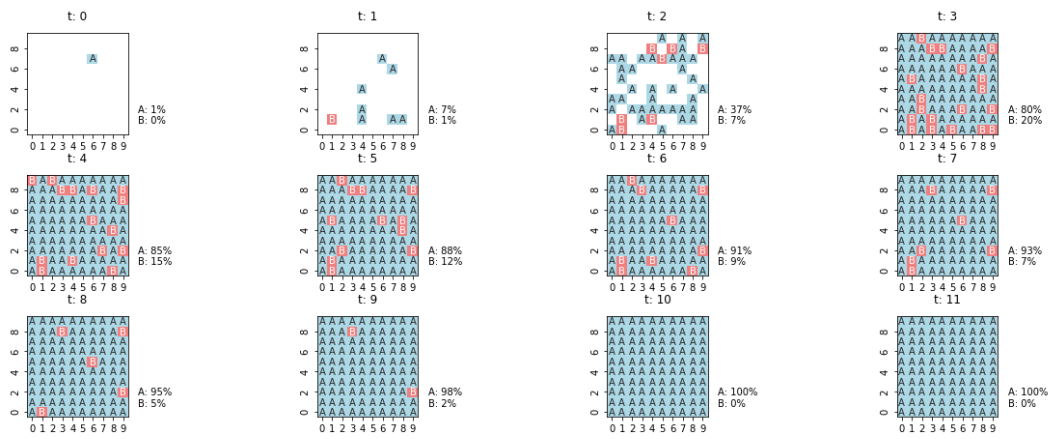
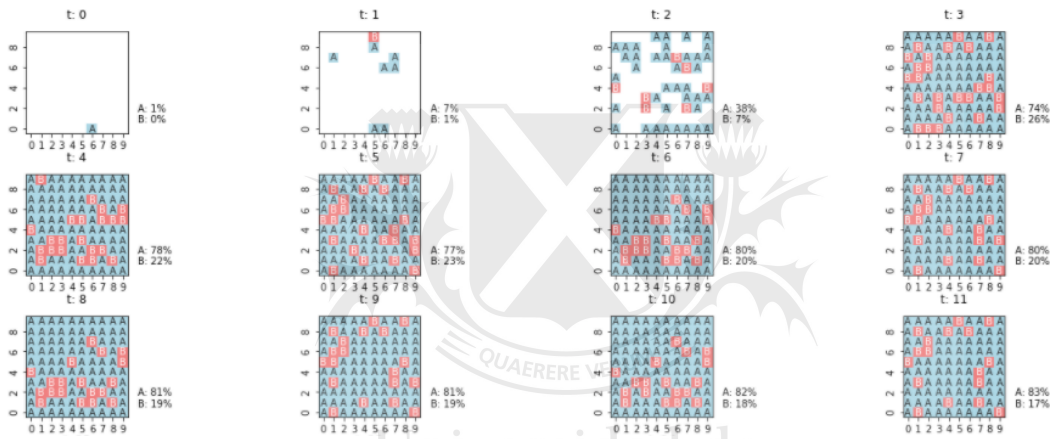


Figura: 16 - Simulación individual con $\alpha = 0,5$ $\delta = 0,2$ $h = 1$



Vecindad Aleatoria 2

Figura: 17 - Simulación individual con $\alpha = 1$ $\delta = 0,01$ $h = 1$

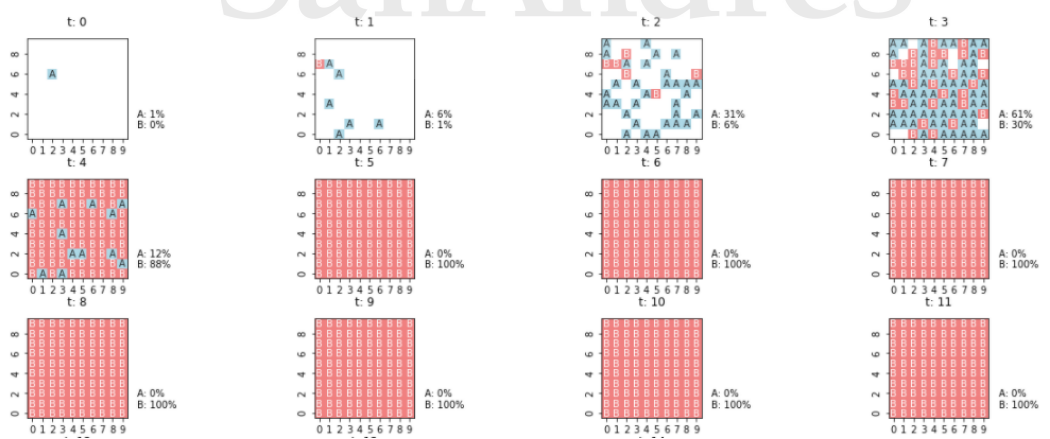


Figura: 18 - Simulación individual con $\alpha = 0 \delta = 1 h = 1$

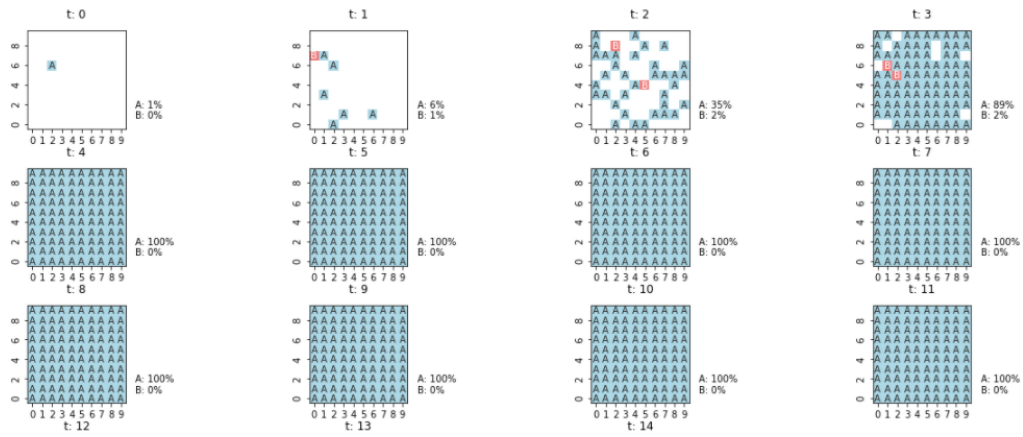


Figura: 19 - Simulación individual con $\alpha = 0 \delta = 1 h = 0$

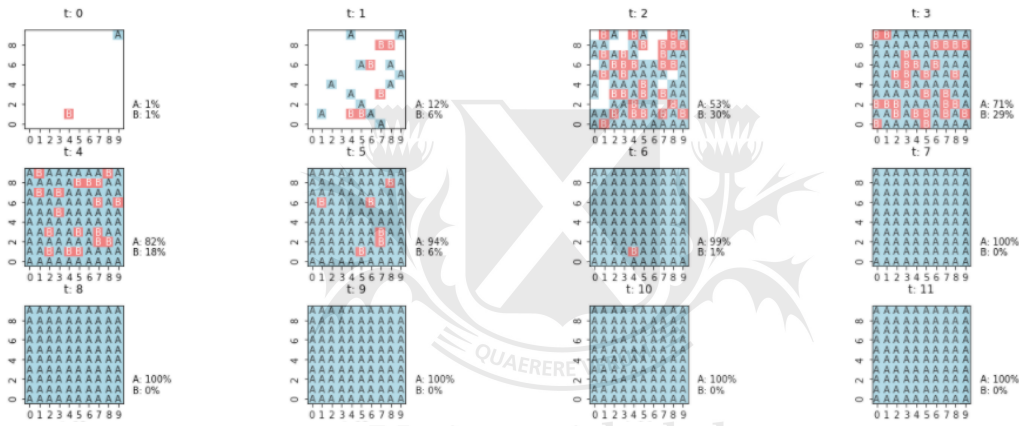


Figura: 20 - Simulación individual con $\alpha = 0 \delta = 1 h = 0$

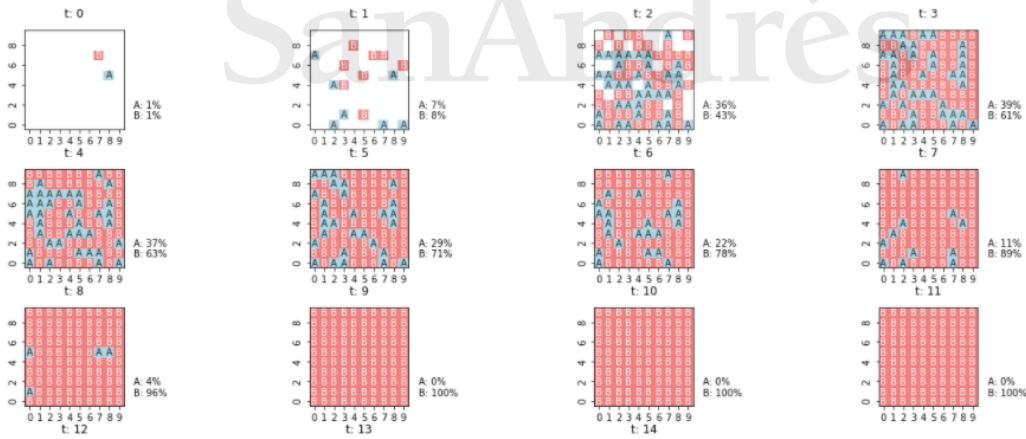


Figura: 21 - Simulación individual con $\alpha = 0,5$ $\delta = 0,2$ $h = 1$

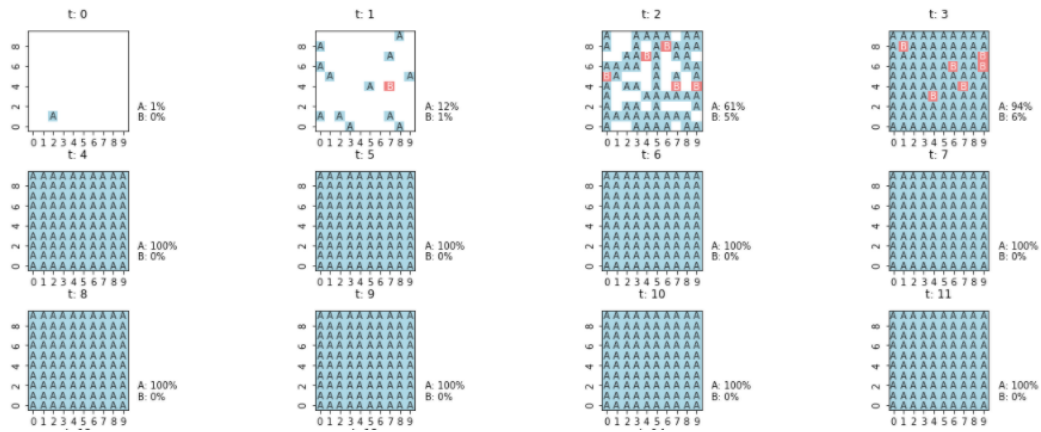


Figura: 22 - Simulación individual con $\alpha = 0,5$ $\delta = 0,2$ $h = 1$

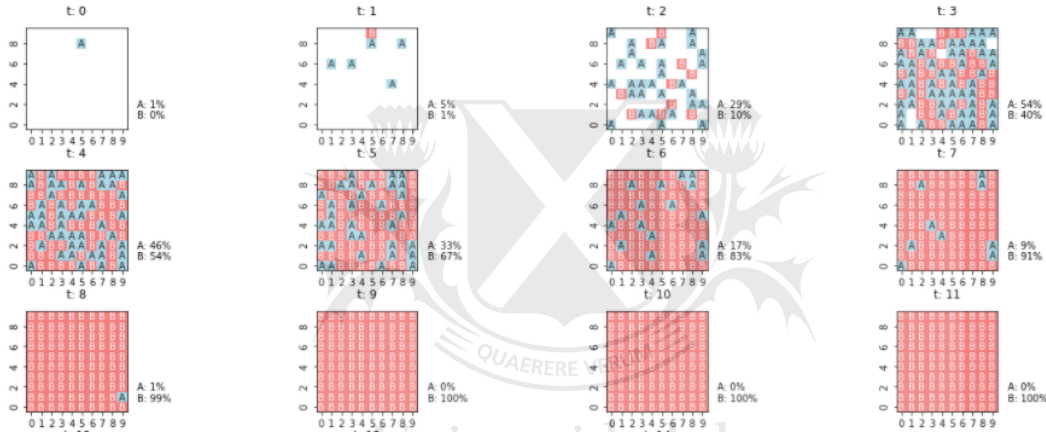
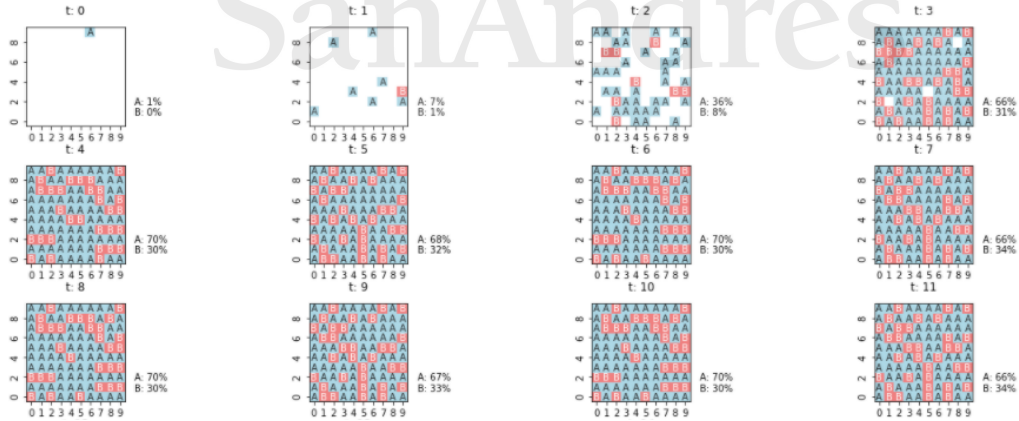


Figura: 23 - Simulación individual con $\alpha = 0,5$ $\delta = 0,2$ $h = 1$



Anexo 2 - Demostración teórica de existencia de equilibrio de Lock-in

Se demuestra, para un ejemplo de Vecindad Regular, que existen parametrizaciones bajo las cuales la adopción de la tecnología innovadora por todos los agentes del sistema es el resultado óptimo en términos de bienestar, pero, en un entorno particular, bajo la misma parametrización, la tecnología base (A) puede ser preferida a la tecnología innovadora (B).

Para esta demostración, se incorpora el supraíndice $U_{i,j,t}^{\frac{x}{8}}$. Esta nomenclatura hace referencia a la Utilidad del agente i , al adoptar la tecnología j en el período t , en base a la cantidad de agentes (x) dentro del vecindario de grilla (8) que adoptan la misma tecnología j .

Recordamos que:

$$U_{i,j,t} = \alpha \tau_j + (1 - \alpha) \frac{x_{i,j,t}^*}{x_i^*}$$

Por lo que la utilidad de cada agente i , en t , para la tecnología A o B es:

$$U_{i,A,t} = \alpha + (1 - \alpha) \frac{x_{i,A,t}^*}{x_i^*}$$

$$U_{i,B,t} = \alpha (1 + \delta) + (1 - \alpha) \frac{x_{i,B,t}^*}{x_i^*}$$

Así, podemos tipificar 4 utilidades que definen un escenario de *Lock-in*.

- Utilidad de un agente i generada por la adopción de la tecnología base A en un contexto en el que todos los vecinos adoptan esa misma tecnología. (Máxima utilidad posible por la adopción de A).

$$U_{i,A,t}^{8/8} = \alpha + 1 - \alpha = 1$$

- Utilidad de un agente i por la adopción de la tecnología innovadora B en un contexto en el que todos los vecinos adoptan esa misma tecnología. (Máxima utilidad posible por la adopción de B).

$$U_{i,B,t}^{8/8} = \alpha (1 + \delta) + 1 - \alpha = 1 + \alpha \delta$$

- Utilidad de un agente i por la adopción de la tecnología innovadora B en un contexto en el que uno de sus vecinos adoptó la tecnología innovadora (B) y el resto adoptó la tecnología base (A).

$$U_{i,B,t}^{1/8} = \alpha (1 + \delta) + (1 - \alpha) \frac{1}{8} = \alpha \delta + \frac{7}{8} \alpha + \frac{1}{8} = \alpha \left(\delta + \frac{7}{8} \right) + \frac{1}{8}$$

- Utilidad de un agente i por la adopción de la tecnología base A en un contexto en el que uno de sus vecinos adoptó la tecnología innovadora (B) y el resto adoptó la tecnología base (A).

$$U_{i,A,t}^{7/8} = \alpha + (1 - \alpha) \frac{7}{8} = \frac{1}{8} \alpha + \frac{7}{8}$$

Afirmación 1:

$$\text{Si } \alpha < 1 \rightarrow \frac{\partial U_{i,j}}{\partial x_{i,j}^*} > 0$$

Resultado: Siempre que $\alpha < 1$, la utilidad de una tecnología será estrictamente creciente respecto de la proporción de agentes vecinos que la adopten.

Corolario:

Si $\alpha < 1 \wedge \frac{x_{i,J,t}^*}{x_i^*} \in [0, 1] \rightarrow U_{i,J,t}^{8/8} > U_{i,J,t}^{\omega/8} \forall \omega \in [0, 8)$

Resultado: Siempre que $\alpha < 1$, la utilidad asignada a una tecnología bajo plena adopción del entorno será estrictamente mayor a la utilidad correspondiente a la misma tecnología para menores proporciones de adopción del entorno.

Afirmación 2:

Si $\alpha > 0 \wedge \delta > 0 \rightarrow U_{i,B,t}^{\omega/8} > U_{i,A,t}^{\omega/8}$

Resultado: Para una misma proporción de vecinos adoptantes ($\omega/8$), siempre que $\alpha > 0 \wedge \delta > 0$, la utilidad correspondiente a la tecnología innovadora (B) será mayor a la correspondiente a la tecnología base (A).

Afirmación 3:

Dadas las Afirmaciones 1 y 2,

Si $\alpha \in (0, 1) \wedge \delta > 0 \wedge \frac{x_{i,J,t}^*}{x_i^*} \in [0, 1] \rightarrow \max U_{i,j,t} = U_{i,B,t}^{8/8}$

Resultado: Siempre que $\alpha \in (0, 1) \wedge \delta > 0$, $U_{i,B,t}^{8/8}$ será el máximo valor de utilidad posible para un agente del sistema.

Afirmación 4:

Dada la Afirmación 3,

Si $\alpha \in (0, 1) \wedge \delta > 0 \wedge \frac{x_{i,J,t}^*}{x_i^*} \in [0, 1] \wedge \Omega_{j,t} \equiv \sum_{i=0}^{100} U_{i,j,t} \rightarrow \max \Omega = \sum_{i=0}^{100} U_{i,B,t}^{8/8}$

Resultado: Si definimos el bienestar social ($\Omega_{j,t}$) como la suma de las utilidades individuales de todos los agentes del sistema, siempre que $\alpha \in (0, 1) \wedge \delta > 0$, la adopción de la tecnología innovadora (B) por todos los agentes del sistema será el estado que maximice el bienestar social.

Afirmación 5:

Existe al menos una combinación de parametrizaciones dentro de $\alpha \in (0, 1) \wedge \delta \in (0, 1]$ para la cual $U_{i,A,t}^{7/8} > U_{i,B,t}^{1/8}$

Donde:

$$U_{i,A,t}^{7/8} = \frac{1}{8} \alpha + \frac{7}{8}$$

$$U_{i,B,t}^{1/8} = \alpha \left(\delta + \frac{7}{8} \right) + \frac{1}{8}$$

Demostración: E.g. $\alpha = 0,5$ y $\delta = \frac{1}{4}$ cumple con las tres condiciones.

Resultado: Existe al menos una combinación de parametrizaciones dentro de $\alpha \in [0, 1) \wedge \delta \in (0, 1]$ para la cual $U_{i,A,t}^{7/8} > U_{i,B,t}^{1/8}$

Afirmación 6:

Dadas las Afirmaciones 4 y 5,

Existe al menos una combinación de parametrizaciones dentro de $\alpha \in (0, 1) \wedge \delta \in (0, 1]$ para la cual $U_{i,A,t}^{7/8} > U_{i,B,t}^{1/8} \wedge \max \Omega = \sum_{i=0}^{100} U_{i,B,t}^{8/8}$

Resultado: Existe al menos una combinación de parametrizaciones dentro de $\alpha \in (0, 1) \wedge \delta \in (0, 1]$ para la cual se cumple que: (i) la plena adopción de la tecnología innovadora (B) es el estado que maximiza el bienestar social y (ii) el agente prefiere adoptar la tecnología base en un contexto en el que uno de los vecinos del agente adopte la tecnología innovadora (B) y el resto adopte la tecnología base (A).

Afirmación 7:

Existe una regla de combinación de parametrizaciones dentro de $\alpha \in (0, 1) \wedge \delta \in (0, 1]$ para la cual $U_{i,A,t}^{7/8} > U_{i,B,t}^{1/8}$

$$U_{i,A,t}^{7/8} > U_{i,B,t}^{1/8}$$

$$\frac{1}{8} \alpha + \frac{7}{8} > \alpha \left(\delta + \frac{7}{8} \right) + \frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{4} > \alpha \left(\delta + \frac{3}{4} \right)$$

$$\frac{3}{4} > \alpha \left(\delta + \frac{3}{4} \right)$$

$$\frac{1}{\alpha} > \left(\frac{4}{3} \delta + 1 \right)$$

$$\alpha < \frac{1}{\left(\frac{4}{3} \delta + 1 \right)}$$

Afirmación 8:

Dadas las Afirmaciones 4 y 7,

Existe una regla de combinación de parametrizaciones dentro de $\alpha \in (0, 1) \wedge \delta \in (0, 1]$ para la cual $U_{i,A,t}^{7/8} > U_{i,B,t}^{1/8} \wedge \max \Omega = \sum_{i=0}^{100} U_{i,B,t}^{8/8}$

Resultado: Existen múltiples combinaciones posibles dentro de $\alpha \in (0, 1) \wedge \delta \in (0, 1] \wedge \alpha > \frac{1}{\left(\frac{4}{3} \delta + 1 \right)}$ para las cuales se cumple que: (i) la plena adopción de la tecnología innovadora (B) es el estado que maximiza el bienestar social y (ii) el agente prefiere adoptar la tecnología base en un contexto en el que uno de los vecinos del agente adopte la tecnología innovadora (B) y el resto adopte la tecnología base (A).