



**Universidad de San Andrés**

**Escuela de Negocios**

**Maestría en Finanzas**

***Riesgo de Contraparte en Derivados - Valuación por método de  
Least Squares Monte Carlo***

**Autor: Peter Silva Alva**

**DNI: 95409389**

**Directores de Tesis: Manuel Maurette**

**Hernán Reisin**

**Buenos Aires, 14 de Marzo de 2019**

UNIVERSIDAD DE SAN ANDRÉS  
ESCUELA DE ADMINISTRACIÓN Y NEGOCIOS  
MAGISTER EN FINANZAS



TRABAJO FINAL DE GRADUACIÓN:

---

**Riesgo de Contraparte en Derivados -  
Valuación por método de Least  
Squares Monte Carlo**

---

AUTOR: PETER SILVA ALVA

DNI: 95409389

*Directores:*

Dr. Manuel Maurette

Dr. Hernán Reisin

Buenos Aires, 14 de marzo de 2019

# Índice general

|   | Página    |
|---|-----------|
| <b>1. Introducción</b>  | <b>1</b>  |
| <b>2. Desarrollo Teórico</b>  | <b>3</b>  |
| 2.1. Riesgo de Crédito de Contraparte y los mercados de derivados   | 3         |
| 2.2. Ajustes de Valuación   | 5         |
| 2.3. Ajuste de Valuación por Riesgo de Contraparte (CVA)            | 5         |
| 2.3.1. Exposición   | 7         |
| 2.3.2. Pérdida dado el Default y Tasa de Recupero                   | 8         |
| 2.3.3. Probabilidad de Default                                      | 8         |
| 2.4. Temas relacionados al cálculo del CVA                          | 13        |
| 2.4.1. Ajuste de Valuación por Riesgo de Crédito Propio y Bilateral | 13        |
| 2.4.2. Riesgo de Correlación Adversa                                | 15        |
| 2.4.3. Importancia del neteo y de los colaterales                   | 17        |
| 2.4.4. Desafíos teóricos y prácticos                                | 17        |
| <b>3. Metodología</b>   | <b>20</b> |

|  |           |
|--|-----------|
| 3.1. Descripción Metodológica . . . . .                  | 20        |
| 3.2. Antecedentes de aplicación de LSMC en CVA . . . . . | 24        |
| <b>4. Implementación y Resultados</b>                    | <b>26</b> |
| <b>5. Conclusiones y desarrollo futuro</b>               | <b>33</b> |
| <b>Anexos</b>  | <b>35</b> |
| <b>A. Tasas de descuento</b>                             | <b>35</b> |
| <b>B. Escenarios en dinero (ITM)</b>                     | <b>36</b> |
| <b>C. Flujos de Caja Finales</b>                         | <b>38</b> |



Universidad de  
**San Andrés**

# Índice de figuras

|   |    |
|---|----|
| 3.1. Esquema - Metodología Least Squares Monte Carlo. . . . . | 22 |
| 4.1. Escenario de Tasas . . . . .                             | 29 |
| 4.2. Valor del Swap . . . . .                                 | 29 |
| 4.3. Probabilidad de Default Riesgo Neutral . . . . .         | 31 |
| 4.4. Test con Grados Adicionales . . . . .                    | 32 |

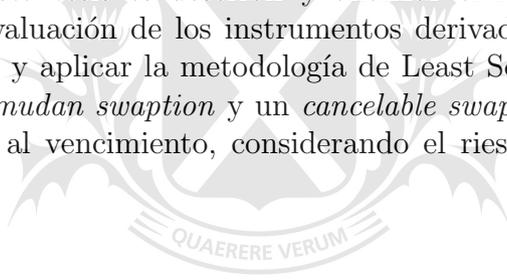


# Índice de cuadros

|  |    |
|--|----|
| 2.1. Diferencias entre mercados de negociación OTC y ETM . . . . | 4  |
| 4.1. Detalles del Contrato Swap . . . . .                        | 27 |
| 4.2. Curva Swap . . . . .  | 28 |
| 4.3. Parámetros modelo CIR . . . . .                             | 28 |
| 4.4. Resultados . . . . .  | 32 |
| A.1. Factores de Descuentos . . . . .                            | 35 |
| B.1. ITM <i>Swaption</i> grado 2 . . . . .                       | 36 |
| B.2. ITM <i>Cancelable Swap</i> grado 2 . . . . .                | 37 |
| C.1. Flujos de Caja - <i>Swaption</i> - grado 2 . . . . .        | 38 |
| C.2. Flujos de Caja - <i>Cancelable Swap</i> - grado 2 . . . . . | 39 |

## Resumen

El objetivo de esta tesis es describir y analizar el riesgo de crédito de contraparte en la valuación de los instrumentos derivados en los mercados Over The Counter, y aplicar la metodología de Least Squares Monte Carlo para valuar un *bermudan swaption* y un *cancelable swap*, ambos con opción de ejercicio previo al vencimiento, considerando el riesgo de *default* de la contraparte.



Universidad de  
**San Andrés**

# Capítulo 1

## Introducción

Durante los últimos años el riesgo de crédito de contraparte recibió gran atención por parte de la industria financiera y académica, lo cual le permitió un desarrollo acelerado. Sin embargo, su cuantificación y manejo sigue siendo uno de los principales desafíos para la industria financiera global.

La práctica estándar para la administración de este riesgo evolucionó conforme se presentaron las diversas crisis financieras. El uso de líneas de exposición por contraparte dominó la gestión de este riesgo hasta la quiebra del fondo Long Term Capital Management (1998), en donde las pérdidas económicas causadas a las contrapartes del fondo llevaron a replantear la forma de manejarlo. A partir de esto se propuso la inclusión de colaterales y garantías en la transacción, así como el cálculo de una medida explícita que corrigiese el precio del producto financiero derivado, la cual sería conocida como *ajuste de precio por riesgo de crédito de contraparte*. El rol asignado a este ajuste abarcó requerimientos regulatorios, administración del riesgo y contables (Franzén & Sjöholm 2014).

Sin embargo, la crisis *subprime* (2008) demostró que aún quedaban conceptos por revisar. Los *defaults* (incumplimientos de pago) de grandes instituciones financieras mostraron no solo los errores en la metodología y “los supuestos” empleados en el cálculo del ajuste, como por ejemplo asumir que ciertas contrapartes eran libre de riesgo (muy grandes para fallar en sus pagos), sino también la insuficiencia de los roles dados. Se decidió entonces otorgar una mayor importancia al ajuste a través de: incorporarlo a nivel del *Front Office*, afectando la valoración de los precios, y agregar nuevos ajustes (Gregory 2015).

La inclusión de estos ajustes en la valoración de instrumentos derivados

representa un cambio de paradigma. Abandonar supuestos implícitos, como por ejemplo la solvencia crediticia de las contrapartes, que se encuentran detrás de los modelos tradicionales (p.e. *Black-Scholes-Merton*) y reflejarlo en el precio de los derivados en mercados *Over the Counter* tiene consecuencias teóricas y prácticas. En cuanto a los desafíos teóricos, el principal gira en torno a la falta de consenso en la comunidad académica e industrial sobre si debe, o no, encontrarse una forma universal de valuación. Esto implica que una misma metodología pueda ser aplicada, independientemente del tipo de producto o instrumento derivado.<sup>1</sup> En cuanto a la dificultad práctica, esta se encuentra en que es un cálculo que debe realizarse en periodos de tiempo cada vez mas cortos, dado que esta información es relevante para concretar las negociaciones, y sobre portafolios de muchos instrumentos, como suele ser el caso por cada contraparte; por lo cual puede afectar la operatividad misma del mercado de derivados.

Esta tesis se propone revisar el riesgo de crédito de contraparte en la valuación de los instrumentos derivados. En particular, se estudia la aplicación de la metodología de Least Squares Monte Carlo (LSMC), elaborada por Longstaff & Schwartz (2001), para la valuación de instrumentos derivados con opción de ejercicio anticipado (opciones del tipo americanas). Por claridad, se presenta la implementación de la técnica para el cálculo del *default* de la contraparte.

El trabajo está organizado de la siguiente manera. El capítulo 2 presenta el marco teórico del riesgo de crédito de contraparte y el concepto de Ajuste de Valuación por Riesgo de Crédito de Contraparte (CVA, por sus siglas en inglés), mostrando la relación entre ambos y su inclusión en la valuación de derivados. En el capítulo 3 se revisa el método de LSMC y algunos trabajos previos de su aplicación en el contexto de CVA. El capítulo 4 muestra los resultados de la implementación de la metodología LSMC en el cálculo del CVA para opciones sobre un *swap* de tasas de interés: un *bermudan swaption* y un *cancelable swap*. Finalmente, en el capítulo 5 se presenta las conclusiones del trabajo y se propone desarrollos futuros de investigación.

---

<sup>1</sup>Ver Brigo et al. (2016) y Lee (2018) para encontrar propuestas sobre este punto

# Capítulo 2

## Desarrollo Teórico

### 2.1. Riesgo de Crédito de Contraparte y los mercados de derivados

El riesgo de crédito de contraparte se define como la probabilidad que alguna de las partes de un contrato financiero incumpla, total o parcialmente, el compromiso asumido previo a la expiración del contrato. El perjuicio de este incumplimiento contractual radica en las pérdidas económicas a la otra parte si su portafolio tiene valor positivo en la fecha de ocurrencia (Pykhtin & Rosen 2010). De esta definición podemos observar que dos factores determinan el riesgo de crédito de contraparte. El primero es el riesgo de mercado, reflejado en la exposición que se tendrá con la contraparte (el valor futuro del activo es incierto), y el segundo es el riesgo de crédito, que se muestra en la calidad crediticia de la contraparte (Gregory 2012, pp. 19).

Para entender en donde se encuentra el riesgo de crédito en el caso de los derivados financieros debemos analizar los mercados en donde se comercializan. Los productos financieros derivados negocian en dos tipos de mercados: *Exchange-Traded Markets* (ETM) y *Over the Counter* (OTC). Las dos principales diferencias entre ambos se encuentran en los productos ofrecidos y el rol que ejercen dentro de las operaciones (cuadro 2.1). En los ETM se negocian contratos estandarizados donde la entidad ejerce un rol de intermediación entre las partes, asumiendo la administración de riesgos entre ellos. En particular, el riesgo de crédito de contraparte se controla, o mitiga, a través de garantías y sistemas de márgenes que son depósitos de fondos que realizan diariamente cada una de las partes a la entidad liquidadora (*clearing*

*house*) a fin de cubrir la diferencia entre el valor de mercado de los activos usados como garantía y el valor final comprometido en una operación. Por ejemplo, en el caso de una opción de venta sobre una acción, el margen es establecido como la diferencia entre la garantía y el valor por el cual debería ejercerse la opción. Como vemos, el riesgo de contraparte es administrado íntegramente por la entidad liquidadora. En cambio, en los mercados OTC se negocian productos diseñados a medida de los requerimientos del cliente (o contraparte) y solo participan las partes interesadas, sin intermediario alguno, por lo cual dependen exclusivamente del acuerdo entre las partes.

Cuadro 2.1: Diferencias entre mercados de negociación OTC y ETM

|                       | Over the Counter | Exchange-Traded Markets |
|-----------------------|------------------|-------------------------|
| Diseño de productos   | A medida         | Estandarizado           |
| Riesgo de contraparte | Alto             | Transferido             |

Como vemos, los agentes de mercado tienen incentivos a negociar en los mercados OTC pues les ofrece versatilidad en el diseño de productos. Sin embargo, la exposición al riesgo es directa y su administración es llevada a cabo por las propias entidades. Al respecto, autores como Hull (2015) y Gregory (2012) comentan el esfuerzo llevado a cabo para reducir el riesgo de crédito de contraparte en los mercados OTC. En particular, destacan el mayor rol de las Contrapartes Centrales (CCP)<sup>2</sup> en los mercados OTC. Los CPP se sitúan entre el comprador y vendedor de un contrato derivado en los mercados OTC, garantizando las obligaciones establecidas en el contrato, de tal manera “que si una de las contrapartes falla, la otra es protegida a través de los procedimientos y recursos del CCP” (Rehlon & Nixon 2013). A pesar de esto, aún hoy muchas transacciones se realizan sin considerar los CCP. Por ejemplo, de acuerdo a Faruqui et al. (2018) cerca de un tercio de las transacciones de los contratos de derivados de tasa de interés, en términos de monto notional, no utilizan CCP. Entonces dado los incentivos que tienen los agentes por realizar sus operaciones en un mercado donde el riesgo de contraparte es elevado y que muchas de estas operaciones no incluyen CCP, es conveniente revisar la forma en que este riesgo se maneja actualmente.

La práctica actual por parte de la industria demanda que este, junto a otros riesgos, sea cuantificado e incorporado en la valuación del producto. Esto se realiza a través de ciertos ajustes, los cuales son conocidos como Ajustes de Valuación. En la siguiente sección revisaremos principalmente uno de ellos, el Ajuste de Valuación por Riesgo de Contraparte.

<sup>2</sup>CPP por sus siglas en inglés.

## 2.2. Ajustes de Valuación

Los ajustes de valuación son aquellos que se realizan al valor libre de riesgo de un derivado. Estos ajustes están relacionados no solo al riesgo de crédito de contraparte, sino también al riesgo de fondeo, endeudamiento, capital y la inclusión de garantías o colaterales en la operación.

La siguiente expresión muestra el impacto en la valuación de derivados de los ajustes por crédito (de la contraparte y propio) y financiamiento:

$$PV^{risky} = PV^{df} - CVA + DVA + FVA ; \quad (2.1)$$

donde  $PV^{df}$  es el valor presente del derivado considerando que es libre de *default*, CVA representa el ajuste por riesgo de crédito de contraparte, DVA el ajuste por riesgo de crédito propio y FVA es el ajuste por financiamiento o fondeo.

En algunos casos estos ajustes cuentan con mayor aceptación por parte de la academia que en otros. Por ejemplo, Hull & White (2012b) realizan una crítica a la inclusión del concepto de fondeo en la valuación de derivados (FVA); asimismo, Brigo et al. (2013) comentan acerca del debate respecto al riesgo de incumplimiento propio (DVA) y si debe ser tenido en cuenta para el cálculo. Esta discusión será tratada en la sección 2.4.4.

A continuación revisaremos el ajuste que se realiza por riesgo de crédito de contraparte.

## 2.3. Ajuste de Valuación por Riesgo de Contraparte (CVA)

El CVA es el ajuste que se realiza al valor libre de riesgo a fin de incluir el riesgo de crédito de contraparte. Por ello, el CVA es comúnmente visto como el precio del riesgo de crédito de contraparte.

Formalmente, siguiendo a Lichters et al. (2015) capítulo 8, sea  $\tau$  una variable aleatoria que representa el momento del *default*, la ecuación para la definición del CVA en el momento  $t$  viene representada por:

$$CVA(t) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [\mathbf{1}_{\{t < \tau \leq T\}} LGD(\tau) D(t, \tau) Exp^+(\tau) | \mathcal{G}_t] ; \quad (2.2)$$

donde:

- $\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}$  es la esperanza relacionada a la medida riesgo neutral ( $\mathbb{Q}$ ),
- $\tau$  es el momento en el cual ocurre el *default* y es estocástico (desconocido),
- $\mathbb{1}_{\{t < \tau \leq T\}}$  es una indicatriz igual a 1 cuando ocurre el *default* (entre  $t$  y  $T$ , donde este último indica el vencimiento) y cero en otro caso,
- $LGD(\tau)$  es la pérdida dado el *default*<sup>3</sup>,
- $D(t, \tau)$  es el factor de descuento estocástico desde el momento del *default* hasta el momento de valuación,
- $Exp^+(\tau)$  es la exposición o valor positivo del contrato a tiempo del *default*, y
- $\mathcal{G}_t$  es la filtración completa del mercado, incluyendo *default* explícito, hasta el tiempo  $t$ .

Como se observa en la ecuación 2.2, el CVA es el valor esperado descontado de los flujos de caja (exposición) “perdidos” en caso la contraparte incurra en *default* en algún momento de la extensión del contrato, por lo cual la realización de estos flujos de caja será condicional a la ocurrencia, o no, del *default*.

Dado que la expectativa es sobre todos los tiempos anteriores al vencimiento, y asumiendo una tasa de recupero constante e independiente de la exposición para el LGD, se puede integrar sobre todas las fechas posibles de *default*, con lo cual obtenemos la siguiente expresión:

$$CVA(t, T) = (1 - \bar{R}) \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \int_t^T D(t, T) Exp^+(t, T) PD(t, T) \right] ; \quad (2.3)$$

donde  $\bar{R}$  es el valor esperado del Factor de Recupero y  $PD(t, T)$  es la probabilidad de *default* acumulada de la contraparte (probabilidad de incumplimiento entre dos periodos de tiempo). De acuerdo a Gregory (2012), y bajo el mismo supuesto acerca de la tasa de recupero, la ecuación 2.3 puede tomar la siguiente forma discreta:

---

<sup>3</sup>*LGD* por sus siglas en inglés. Ver sección 2.3.2.

$$CVA(t, T) = (1 - \bar{R}) \sum_{i=1}^m D_{t_i} \times Exp_{t_i}^+ \times PD_{(t_{i-1}, t_i)} ; \quad (2.4)$$

donde  $PD_{(t_{i-1}, t_i)}$  es la probabilidad de *default* acumulada para el intervalo de tiempo  $t_{i-1}$  y  $t_i$ , y  $m$  se encuentra  $t < m < T$ .

Es importante notar que el riesgo de crédito de contraparte es diferente al riesgo de crédito del emisor. Incluso cuando la contraparte y el emisor estén relacionados por ser parte de un mismo grupo económico, o que la entidad del riesgo de crédito y de contraparte sea la misma, ambos riesgos serán distintos debido a la incertidumbre de la exposición al momento del *default* que lleva el riesgo de crédito de contraparte.<sup>4</sup> A nivel práctico, esta diferencia implica que el CVA se calcula a nivel de portafolio, mientras que el riesgo del emisor es calculado a nivel de instrumentos.

A continuación revisaremos los componentes de la ecuación 2.3

### 2.3.1. Exposición

Como se aprecia en la ecuación 2.3 una de las variables es la Exposición o valor del contrato en cada periodo de tiempo. Aunque este valor puede ser positivo o negativo solo se consideran los escenarios donde el valor es positivo pues solo en estos incurriremos en una pérdida en caso de *default* de la contraparte. Esto es conocido en la literatura como Exposición Positiva ( $Exp^+$ ). En particular, en el caso de contratos de opciones, un valor negativo implica no ejercer la opción por lo que la exposición es determinada por el mayor valor entre el cero y el valor del contrato a tiempo  $t$  ( $V(t)$ ):

$$Exp^+(t) = Max(0, V(t)) ; \quad (2.5)$$

Asimismo, dado que es un valor futuro, suele usarse la esperanza en su definición. Por estas razones suele conocerse como Exposición Esperada Positiva (EE).

$$EE(t) = \mathbb{E}^Q [Exp^+(t)] ; \quad (2.6)$$

---

<sup>4</sup>Ver <https://www.quantifisolutions.com/why-measure-counterparty-credit-risk>

Como en cualquier contrato financiero, los factores que afectan a esta variable son el tiempo, las características contractuales mantenidas con la contraparte y las condiciones del mercado. En particular, en los contratos de opciones, las condiciones de mercado estarán definidas por la dinámica de los activos subyacentes.

### 2.3.2. Pérdida dado el Default y Tasa de Recupero

La Pérdida dado el *Default* (LGD) es aquella en que se incurrirá en caso un incumplimiento de la contraparte, y es expresada como porcentaje de la exposición.

Para obtener el LGD existen diversos modelos (Qi & Zhao 2011; Li et al. 2018). La literatura sobre CVA suele usar la siguiente relación:

$$LGD(t) = 1 - R(t) ; \quad (2.7)$$

donde  $R(t)$  es la Tasa de Recupero, que es un número entre 0 y 1 que depende del tiempo.

Gregory (2012) señala que  $R$  debe obtenerse a partir de los precios de un *recovery swap*. El *recovery swap* es un acuerdo entre dos partes para intercambiar una tasa de recupero realizada, conocida una vez el evento de crédito ocurre, con una tasa de recupero fija establecida al inicio del contrato. Sin embargo, dado que este producto no tiene mucha negociación en el mercado, la práctica común es realizar un análisis histórico tomando en cuenta el tipo de contrato, la calidad de la garantía y el orden de pago del instrumento.

### 2.3.3. Probabilidad de Default

La Probabilidad de Default (PD) se define como la posibilidad que tiene una contraparte de no cumplir sus obligaciones pactadas en el contrato. El cálculo de la PD se realiza para un periodo entre dos tiempos cortos  $[t, t + dt]$ , condicional a que no hubo *default* previamente a  $t$ . Esto es conocido como *Hazard Rate*.

La PD puede estimarse directamente a partir de datos históricos o derivarse implícitamente a partir de datos actuales del mercado. En el primer caso se dice que las probabilidades corresponden al mundo físico (real), mientras que en el segundo caso corresponden al mundo riesgo neutral (implícita).

Una característica de los mercados de créditos es la gran diferencia que se encuentra en la probabilidad de *default* estimada a partir de uno u otro. Heynderickx et al. (2016) encuentran evidencia reciente de esto al evaluar bonos corporativos europeos. Los autores muestran que el ratio entre la PD bajo la medida riesgo neutral y física oscila entre 2 y 5 en los bonos con mejor calidad crediticia, mientras que en bonos con baja calificación el ratio converge a 1. Hull et al. (2005) argumentan que esta diferencia se debe a que los traders agregan un premio por el riesgo asumido.

Dado que estamos realizando una valuación de flujos de caja futuros, usamos la medida de probabilidad riesgo neutral. En este sentido, la práctica usual es tomar los datos directamente del mercado y, en particular, hacer uso de las primas de los seguros contra un incumplimiento de crédito (*Credit Default Swaps* o CDS) de las compañías cuya PD se desea calcular ya que reflejan el precio de la cobertura tomada por los agentes de mercado en caso de *default* de la misma. Los CDS son instrumentos que dan al tenedor el derecho a vender un bono por su valor facial en caso de un evento de *default* por parte del emisor del bono (Hull 2015), por lo cual son utilizados por los agentes de mercado para tomar cobertura en caso de *default* del emisor. A cambio de esta protección el tenedor paga periódicamente una cantidad fija conocida como prima, o *spread*, la cual se establece al inicio del contrato y se ejecuta hasta el vencimiento o hasta el momento del *default* (si este ocurre antes de la madurez del contrato).<sup>5</sup>

Una vez que definimos la medida de probabilidad a usar, tenemos que calibrar el riesgo de crédito a través de un modelo para poder conocer su evolución en el tiempo. Para determinar el proceso que debe seguir el *default* encontramos dos metodologías: modelos estructurales y modelos de intensidad (Brigo et al. (2013), capítulos 3 y 4). Los modelos estructurales, por ejemplo Merton (1974), se enfocan en la determinación del *default* de las empresas a partir del valor de la compañía. Estos modelos suelen emplearse para la calibración de las probabilidades de *default* en productos derivados de acciones. Los modelos de Intensidad, o de Forma Reducida, establecen que los *default* se producen exógenamente siguiendo un proceso de *Poisson*. La explicación del *default* no es evaluada, solo el patrón con el que se produce (pudiendo ser la intensidad del *default* determinística o aleatoria). Estos modelos suelen ser aplicados a productos relacionados a tasa de interés siendo apropiados para calibrar los CDS (Brigo et al. 2013). Por esta razón

---

<sup>5</sup>Existen dos formas adicionales de obtener la probabilidad de *default* implícita: a través del *spread* de los bonos de la propia empresa o del uso de *proxies*, cuando no hay información disponible. Para una introducción a estos temas se sugiere revisar Lu (2015) sección 3.3.2 y Gregory (2012) sección 10.

revisaremos como se definen estos modelos.

Comenzamos definiendo la probabilidad de *default*, dado que ningún *default* ocurrió, entre el tiempo  $t$  y  $dt$  como:

$$\mathbb{Q}(t \leq \tau < t + dt | \mathcal{G}_t) = \lambda(t)dt ; \quad (2.8)$$

donde  $\mathbb{Q}$  denota la medida de probabilidad riesgo neutral y  $\lambda(t)$  es la *hazard rate* o la intensidad de *default*.

Luego, definimos la función *Hazard* o la intensidad de *default* acumulada como:

$$\Lambda(t) := \int_0^t \lambda(u)du ; \quad (2.9)$$

donde  $\lambda$  es determinístico.<sup>6</sup> Asimismo, dado que  $\lambda$  es positivo su integral ( $\Lambda$ ) será estrictamente creciente. En los procesos de *Poisson* la transformación del tiempo de salto  $\tau$  acorde a su intensidad acumulada  $\Lambda$ , nos lleva a una variable aleatoria exponencial con lo cual tenemos:

$$\xi := \Lambda(\tau) ; \quad (2.10)$$

donde  $\xi$  se distribuye como una variable aleatoria exponencial estándar con media 1, la cual es independiente de otras variables estocásticas.

Siguiendo un estándar de la industria, y usando la función de distribución acumulada de una variable aleatoria exponencial estándar en la cual  $\mathbb{Q}(\xi \geq x) = \exp(-x)$ , definimos la Probabilidad de Supervivencia en términos de la PD como:<sup>7</sup>

$$S(t, t_i) = \exp\left(-\int_t^{t_i} \lambda(u)du\right) ; \quad (2.11)$$

Finalmente, definiendo 2.2 en términos de la probabilidad de supervivencia reescribimos la ecuación de CVA como:

<sup>6</sup>En Brigo et al. (2013) se presentan algunos modelos en donde la intensidad ( $\lambda$ ) es estocástica, permitiendo tomar en cuenta la variabilidad instantánea de  $\lambda$ .

<sup>7</sup>La probabilidad de supervivencia es igual a  $1 - PD$ .

$$CVA \approx \mathbf{1}_{\tau > t} \sum_{i=1}^n E^{\mathbb{Q}}[(S(t, t_{i-1}) - S(t, t_i)) X(t_i) | \mathcal{F}_t] ; \quad (2.12)$$

donde  $X(t_i) := LGD(t_i) D(t, t_i) Exp^+(t_i)$ . Además, usamos la filtración  $\mathcal{F}_t$  la cual indica la información de mercado libre de *default* hasta el momento  $t$ .<sup>8</sup>

Una vez definida la relación entre las probabilidades de *default* (o supervivencia) y el CVA, nos queda entender la relación entre estas y el valor de los CDS. La idea general es derivar implícitamente una curva de probabilidades de *default* (o supervivencia) riesgo neutral, para diferentes plazos, a partir de los valores de los CDS que vemos en el mercado para una compañía. Esta curva es conocida como curva de crédito.

Siguiendo a Bomfim (2015), el procedimiento para realizar la derivación implícita de la curva de crédito debe tener en cuenta i) que el CDS es un intercambio de flujos monetarios en caso de ocurrencia de un evento de *default* (en el cual el comprador del CDS realiza pagos periódicos a cambio de un pago realizado por el vendedor del CDS en caso de un evento de incumplimiento, y ii) el supuesto de independencia de  $\xi$  con respecto a otras variables estocásticas.

Para el comprador del CDS el valor presente de los flujos de caja de los pagos realizados (*Premium Leg*) es:

$$PV(\text{premium})_t = \sum_{j=1}^n D(t, T_j) S(t, T_j) \gamma_j SPR_n ; \quad (2.13)$$

donde:

- $T_j$  son las fechas de pago,
- $D(t, T_j)$  es el descuento para los valores definidos en  $T_j$ ,
- $S(t, T_j)$  es la probabilidad de supervivencia de la compañía de la cual se busca cubrir del *default* hasta el tiempo  $T_j$ , o la probabilidad riesgo neutral que la entidad de referencia no haya cometido *default* hasta el momento  $T_j$ ,
- $\gamma_j$  es el tiempo transcurrido entre dos pagos  $t = j$  y  $t = j - 1$ , y

---

<sup>8</sup>Para revisar la derivación de ecuac. 2.12 se refiere a Lichters et al. (2015), sección 8.1.

- $SPR_n$  es la prima del CDS, o precio que paga el comprador, hasta el momento  $n$ .

Por otro lado, para el vendedor del CDS el valor presente del pago realizado sujeto a la ocurrencia del *default* (*Protection Leg*) será:

$$PV(\textit{protection})_t = \sum_{j=1}^n D(t, T_j) [S(t, T_{j-1}) - S(t, T_j)] (1 - R) ; \quad (2.14)$$

donde:  $D(t, T_j)$  y  $S(t, T_j)$  fueron definidos previamente, y  $R$  es la tasa de recupero definida en la sección anterior (2.3.2).

Dado que entrar en un CDS no tiene costo en  $t = 0$ , en cada punto de la curva de crédito se debe cumplir que el valor presente del *Premium* y *Protective Leg* sean iguales (JPMorgan 2006):

$$PV(\textit{protection}) = PV(\textit{premium}) ; \quad (2.15)$$

A partir de esta igualdad podemos derivar la relación entre CDS y probabilidad de *default*:

$$S(t, T_n) = \frac{\sum_{j=1}^{n-1} D(t, T_j) [LGD S(t, T_{j-1}) - (LGD + \gamma_j S_n) S(t, T_n)]}{D(t, T_n) (LGD + \gamma_n S_n)} + \frac{S(t, T_{n-1}) LGD}{(LGD + \gamma_n) Q_n} ; \quad (2.16)$$

donde  $LGD \equiv (1 - R)$ .

Como se observa en la ecuación 2.16 las probabilidades de supervivencia se estiman recursivamente (metodología de *bootstrapping*) mediante optimización. Por ejemplo, para estimar la probabilidad de supervivencia  $S(t, T_{j+1})$  tomamos el dato de  $S(t, T_j)$  junto con el valor del CDS, y así sucesivamente hasta usar todos los CDS disponibles para el emisor. Cuando no se dispone de dato para un plazo específico se suele usar el método de interpolación.

Finalmente, diversos autores (Hull 2015; Brigo et al. 2013; Gregory 2012) señalan que es práctica común del mercado financiero hacer la calibración de

la *hazard rate* con el CDS mediante la siguiente fórmula:<sup>9</sup>

$$\lambda = \frac{S_{0,b}(0)}{LGD} ; \quad (2.17)$$

donde  $S_{0,b}(0)$  es la prima del CDS que los agentes del mercado pagan desde el inicio del contrato en  $t = 0$  hasta el final del mismo establecido en  $t = b$ , y  $LGD$  es la pérdida dado el *default*. Sin embargo, la ecuación 2.17 asume una *hazard rate* ( $\lambda$ ) que es constante para todos los plazos, sin tomar en cuenta la forma de la estructura a plazos de la curva de crédito.

## 2.4. Temas relacionados al cálculo del CVA

### 2.4.1. Ajuste de Valuación por Riesgo de Crédito Propio y Bilateral

Hasta ahora hemos revisado el riesgo de crédito considerando el *default* de la contraparte (ecuac. 2.3 y 2.12); sin embargo, existe la posibilidad que sea la propia entidad quien incumpla el contrato. Esta característica adicional lo hace distinto al riesgo de crédito tradicional donde el riesgo de incumplimiento solo es asumido por una de las partes. El Ajuste de Valuación por Riesgo de Crédito Propio (DVA) es el ajuste que se realiza en el precio cuando se reconoce el *default* propio.

El cálculo del DVA es similar al CVA. Por lo cual, sean dos contrapartes  $A$  y  $B$ , y tomando como base la ecuación 2.2, definimos el DVA de  $A$  como:

$$DVA(t) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \mathbf{1}_{t < \tau_A \leq T} LGD_A(\tau_A) D(t, \tau_A) (-Exp_A(\tau_A)^+) | \mathcal{G}_t \right] ; \quad (2.18)$$

donde el subíndice  $A$  refiere al propio riesgo de  $A$  (tiempo a *default* de “ $A$ ”,  $LGD$  de “ $A$ ”, etc) y el signo negativo que acompaña a la exposición indica una salida de dinero para “ $A$ ” (ingreso de dinero para “ $B$ ”).

EL DVA posee dos características importantes. La primera es que, a diferencia del CVA, suma un valor positivo al precio del activo libre de riesgo desde el punto de vista de quien comete el *default*. Esto se debe a que un

<sup>9</sup>Para una derivación de la ecuación se referencia a Brigo et al. (2013) página 70 y 71.

*default* implica una “ganancia” para quien realiza el incumplimiento dado que el descuento se realizará sobre menos obligaciones de pago. Esto resulta contra intuitivo pues conforme empeora la calidad crediticia veremos una mayor valorización a favor, el cual solo podrá ser realizado cuando ocurra el evento de crédito o incumplimiento (Smith 2015). La segunda es que el CVA de una de las partes es el DVA de la otra; y viceversa. Por ejemplo, sea A y B las contrapartes:

$$DVA_A = CVA_B$$

El Ajuste por Riesgo de Crédito Bilateral (BVA) es el nombre que la industria financiera le da al reconocimiento del *default* de ambas partes (DVA y CVA) y suele definirse como:

$$BVA(t) = DVA(t) - CVA(t) ; \quad (2.19)$$

En la práctica, para calcular el BVA se toma en cuenta el orden del incumplimiento. Esto implica que la expectativa debe ser corregida en el cálculo del CVA y DVA a fin de tener en cuenta el orden del *default*. Nuevamente, sean A y B dos contrapartes, para A obtendremos:

$$\begin{aligned} CVA(t) &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \mathbf{1}_{t < \tau_B \leq T} \mathbf{1}_{\tau_B < \tau_A} LGD_B(\tau_B) D(t, \tau_B) (Exp_A(\tau_B))^+ | \mathcal{G}_t \right] ; \\ DVA(t) &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \mathbf{1}_{t < \tau_A \leq T} \mathbf{1}_{\tau_A < \tau_B} LGD_A(\tau_A) D(t, \tau_A) (-Exp_A(\tau_A))^+ | \mathcal{G}_t \right] ; \end{aligned} \quad (2.20)$$

donde:

- $\tau_B$  y  $\tau_A$  indican lo tiempos en que ocurre el *default* de B y A, respectivamente;
- $\mathbf{1}_{t < \tau_B \leq T}$  es una indicatriz igual a 1 cuando ocurre el *default* de B, entre  $t$  y  $T$  (donde  $T$  es la madurez del contrato), y cero si el *default* ocurre después,
- $\mathbf{1}_{\tau_B < \tau_A}$  es una indicatriz igual a 1 cuando el *default* de B ocurre antes que el de A. Asimismo, las demás variables fueron definidas previamente (ecuac. 2.2).

Es decir, para la contraparte  $A$ , aquellos escenarios donde  $A$  incumple primero aparecerá el DVA y el CVA desaparecerá, mientras que en los escenarios donde  $B$  incumple primero el DVA de  $A$  desaparece y el CVA de  $A$  se activa (Brigo et al. 2013, Cap.10).

Siguiendo a Lichters et al. (2015) podemos resolver 2.20 para ambas entidades o contrapartes en función de las probabilidades de supervivencia. En particular, para la entidad  $A$  obtendremos:

$$CVA \approx \mathbf{1}_{\tau_A > \tau} \mathbf{1}_{\tau_B > \tau} \sum_{i=1}^n E^{\mathbb{Q}} [PD_B(t, t_{i-1}, t_i) S_A(t, t_i) X(t, t_i) | \mathcal{F}_t] ; \quad (2.21)$$

$$DVA \approx \mathbf{1}_{\tau_A > \tau} \mathbf{1}_{\tau_B > \tau} \sum_{i=1}^n E^{\mathbb{Q}} [PD_A(t, t_{i-1}, t_i) S_B(t, t_i) Y(t, t_i) | \mathcal{F}_t] ;$$

donde:

- $S_j(t, t_i) = \exp\left(-\int_t^{t_i} \lambda_j(s) ds\right)$  , y
- $PD_j(t, t_{i-1}, t_i) = S_j(t, t_{i-1}) - S_j(t, t_i)$  , con  $j = A, B$ ;
- $X(t, s) = LGD_B(\tau_B) D(t, \tau_B) (Exp_{(A)}(\tau_B))^+$  ;
- $Y(t, s) = LGD_A(\tau_A) D(t, \tau_A) (-Exp_A(\tau_A))^+$  ; y, finalmente,
- $\mathcal{F}_t$  representa la información de mercado libre de *default* hasta el momento  $t$ .

Estas ecuaciones son similares a 2.12 y 2.18 a las cuales se agrega la supervivencia de la propia entidad, en este caso  $S_A$  ó  $S_B$  según sea el caso, cuando la otra entidad comete *default*.

## 2.4.2. Riesgo de Correlación Adversa

En los modelos revisados se asume independencia entre el riesgo de la contraparte y el riesgo de mercado reflejados en la probabilidad de *default* y exposición, respectivamente. Sin embargo, esto es un supuesto difícil de sostener por ejemplo en casos donde exista una alta dependencia entre ambos; casos donde es razonable pensar que a una mayor exposición existe mayor probabilidad de impago.

Cuando la relación entre el riesgo de *default* de la contraparte y la exposición es positiva (ambas variables se incrementan conjuntamente) se denomina Riesgo de Correlación Adversa o *Wrong-Way-Risk* (WWR). Cuando esta relación es negativa, a mayor riesgo de impago menor exposición, se conoce como Riesgo de Correlación Favorable *Right-Way-Risk*.

El WWR se encuentra a dos niveles, *específico* y *general*. Decimos que es específico cuando el WWR se encuentra relacionada a la misma entidad. Por ejemplo, cuando se compran opciones *put*<sup>10</sup> con una contraparte donde el activo subyacente es la acción de la misma: a medida que el riesgo crediticio de la contraparte empeore, mayor es la exposición que se tiene. En cambio, decimos que es general cuando el WWR está relacionados a escenarios macroeconómicos o sectoriales adversos. Por ejemplo, al comprar un CDS sobre una entidad bancaria con una contraparte que es otro banco. Un impacto adverso en esta industria nos lleva a obtener una ganancia en el CDS, pero la probabilidad de pago de la contraparte se verá deteriorada. Es sobre este último nivel en donde se enfocan los modelos que se usan en la industria.

Para realizar el cálculo del WWR a nivel general encontramos dos metodologías. La primera metodología propone una modificación de las exposiciones tomando en cuenta una probabilidad de *default* asociada a un componente sistémico o de mercado. Para ello, hace uso del modelo propuesto por Merton (1974) y se define la solvencia de la contraparte como la suma de dos componentes, uno sistemático y otro idiosincrático, los cuales se distribuyen normalmente y son independientes. Luego, asocia las exposiciones, que se distribuyen de manera uniforme, con los valores de mercado subyacente (o parte sistémica), que tiene distribución normal. Finalmente, se usa este dato para obtener la probabilidad de *default* condicionada al componente sistémico a través de una función normal conjunta con una correlación entre ellas. Si esta correlación es positiva estaremos en el caso de WWR (Cespedes et al. 2010; Silva et al. 2017; Cesari et al. 2009, cap.13).

La segunda metodología utiliza los modelos de probabilidad de *default*, en especial usan los modelos de intensidad como el desarrollado en la sección 2.3.3. Por ejemplo, Hull & White (2012a) proponen incorporar el WWR en la valuación del CVA a través de la inclusión de la variable de mercado (el activo subyacente) en la función *hazard* de la contraparte. El valor del parámetro de esta variable incluida determina la relación entre la exposición

---

<sup>10</sup>Una opción *put* es una opción de venta que otorga al comprador el derecho, mas no la obligación, a vender un activo en el futuro a un precio determinado previamente. El beneficio para el tenedor de esta opción se da si a vencimiento el precio del activo es menor que el valor pactado.

y la probabilidad de incumplimiento.<sup>11</sup>

### 2.4.3. Importancia del neteo y de los colaterales

Para reducir, no eliminar, el riesgo de contraparte en los mercados OTC se hace uso de cláusulas específicas en los contratos *ISDA Master Agreement*<sup>12</sup> que se firma entre las partes. En particular, se busca reducir la exposición que se mantiene a través del uso principalmente de dos instrumentos: neteo y colaterales o garantías (Gregory 2012, pp.41).

El neteo es aplicado cuando existen múltiples trades con una misma contraparte para un mismo día, agregando todas las transacciones en una sola operación que refleje el valor total de la suma de las posiciones positivas y negativas. Normalmente este neteo se realiza de forma diaria.

Los colaterales sirven para cubrir la exposición de una de las partes con respecto a la otra. El activo más usado como colateral suele ser uno que no se correlacione con el valor de la transacción y sea lo suficientemente líquido. Los tipos de activos y demás detalles están contenidos dentro del *Credit Support Annex* (CSA), que suele acompañar al *ISDA Master Agreement*. Sin embargo, hay que tener en cuenta que la exposición es cambiante en el tiempo y dada la naturaleza bilateral del riesgo de contraparte la tenencia del colateral cambiará conforme el mercado, de acuerdo a lo establecido en el contrato (*threshold, minimum transfer amount*, la frecuencia del depósito del colateral, uso de la garantía por parte del tenedor, etc).<sup>13</sup>

### 2.4.4. Desafíos teóricos y prácticos

A lo largo de estos últimos años hemos visto cómo el desarrollo de las metodologías para el cálculo de los ajustes de precio de productos derivados ha ido progresando, incorporando diversos conceptos y definiciones que buscan

---

<sup>11</sup>Una tercera propuesta es planteada en Brigo & Vrins (2016) la cual es una combinación de los dos métodos presentados.

<sup>12</sup>International Swaps and Derivatives Association (ISDA) es una organización que busca establecer condiciones generales, o contratos marcos, en los contratos de derivados. Ver <https://www.isda.org/>

<sup>13</sup>Para revisar los modelos de los temas vistos en esta sección, se referencia a Lichters et al. (2015), cap. 17, y Brigo et al. (2013), cap.13. Asimismo, existe un tercer mitigante que son los *Central Counterparties*. El lector interesado es referido a Rehlon & Nixon (2013), Faruqui et al. (2018), y Gregory (2012), cap.7.

precisión en el cálculo. Sin embargo, estas metodologías no están exentas de críticas teóricas y prácticas.

Desde el punto de vista teórico la principal observación se relaciona con el uso de la metodología de riesgo neutral en la valuación de derivados. Dos argumentos son señalados. El primer argumento indica que la valuación a través de la medida de riesgo neutral implica la creación de un portafolio “replicante” el cual se usa para cubrir el riesgo asumido. Sin embargo, en el contexto de riesgo de contraparte esta aseveración puede ser inválida ya que existen variables que no pueden ser observadas ni realmente “cubiertas” (Brigo 2018). Tomemos, por ejemplo, el caso del DVA. Para que la contraparte se cubra de nuestro incumplimiento tendríamos que i) vender protección sobre nosotros mismos, lo cual es muy difícil ya que el día que se ejecute el pago de este CDS ya estaríamos en *default*; o ii) vender protección de alguna empresa que esté correlacionada con nosotros, lo cual puede cubrir aproximadamente el DVA, pero nos lleva a un nuevo problema: no se cubre el *default* en sí mismo pues el incumplimiento de una entidad no implica necesariamente el de otra (Brigo et al. 2013, pp.254). El segundo argumento señala que la dificultad de estimar ciertas variables ha llevado a una inconsistencia del uso de la valuación riesgo neutral. En particular, algunas variables son estimadas mediante datos históricos, cuando se debería hacer uso de datos actuales de mercado. Un ejemplo son las estimaciones de las probabilidades de *default* y las correlaciones (en el caso del WWR), que en la mayoría de los casos son calculadas mediante datos históricos. En esta misma línea también se encuentran aquellos que sostienen que la dificultad en la calibración de los parámetros es también una causa para tomar datos históricos (Gregory 2015, sec. 14.2.7).

Desde el punto de vista práctico, diversos autores señalan la necesidad de mejorar la eficiencia en términos de tiempo que la metodología estándar toma para el cálculo del CVA (Zhu & Pykhtin 2007; Hull & White 2012a; Liu 2015). Para entender la razón debemos revisar los pasos que se siguen en la industria para determinarlo.

Con respecto al cálculo de la Probabilidad de *Default*, y sin asumir WWR, se suele usar la estructura de plazos derivados de las primas del CDS de la contraparte si esta es observada directamente del mercado; si no es observada entonces se estima usando datos de otras compañías del mismo sector y condición crediticia como *proxies*.

Respecto a la Exposición, esta suele obtenerse a partir de la generación de escenarios de los subyacentes para diferentes momentos de tiempo futuro. Luego, se realiza una valuación del instrumento para cada escenario generado

(por cada fecha y por cada realización del factor de riesgo) y cada operación concertada que se tenga en el portafolio a través de algún método numérico (p.e. simulaciones de Monte Carlo, método de diferencias finitas, etc). Como paso final, se agregan por cada una de las contrapartes con las que se tengan posiciones abiertas en el portafolio, y se promedia.

Entonces, es en el cálculo de la exposición donde suelen encontrarse las principales dificultades computacionales por:

- lo intenso del cálculo, especialmente cuando se trata de opciones que son dependientes de la trayectoria, americanas (ejecutables en cualquier momento del tiempo) o *Bermuda* (que se pueden ejecutar en cualquier intervalo de tiempo ya establecidos como por ejemplo cada trimestre, etc);
- la cantidad de operaciones concertadas que suelen tener las instituciones financieras;
- la alta carga operativa ya que debe incorporar un algoritmo nuevo cada vez que se agrega un nuevo tipo de producto en el portafolio o si un nuevo factor de riesgo es incorporado en la valuación (Devold et al. 2015); y
- considerar diferentes activos en el cálculo del CVA (*Cross Asset CVA*).

Como vemos, la intensidad del cálculo es un problema para la industria. Esta dificultad es aún mayor en productos que no pueden ser valuados usando una fórmula analítica, como lo son los productos con ejercicio anticipado (opciones americanas o bermudas).

En esta tesis aplicaremos la metodología *Least Squares Monte Carlo* (LSMC) para valuar opciones que permiten ejercicio anticipado. Esta metodología tiene tres ventajas: aumento de la eficiencia computacional, precisión del cálculo y uso de un solo algoritmo genérico para todos los productos (Cesari et al. 2009). A continuación revisaremos dicha técnica.

# Capítulo 3

## Metodología

### 3.1. Descripción Metodológica

La metodología a usar es *Least Squares Monte Carlo* (LSMC), propuesta por Longstaff & Schwartz (2001) para valuar opciones de tipo americana. LSMC es una adaptación del método numérico tradicional de Monte Carlo al cual se le incorpora regresiones mínimos cuadrados en cada momento en el cual se decide ejercer, o no, la opción. El objetivo de estas regresiones es aproximar los pagos esperados de continuar para luego compararlos con los pagos de ejercer la opción, estableciendo una regla de decisión que determinará si la opción es ejercida, o no, y que servirá para aproximar el precio de la opción en el momento inicial.

Este desarrollo surgió como respuesta a las dificultades de implementar las metodologías estándar. En particular, las opciones de ejercicio anticipado (americanas) requieren la toma de decisiones en periodos intermedios entre el inicio y el final de la opcionalidad por lo cual es necesario calcular el pago en dichos periodos. Las técnicas *backwards* (hacia atrás), como árboles y diferencias finitas, son usadas en estos casos; sin embargo, presentan dificultades computacionales ante un aumento del número de variables de estado del problema (dimensionalidad).<sup>14</sup> En cambio, las técnicas *forwards* (hacia adelante), como la simulación de Monte Carlo, nos permiten trabajar la alta dimensionalidad, pero no calcular valores intermedios.<sup>15</sup> Para solucionar esto,

---

<sup>14</sup>La dimensionalidad es el número de variables necesarias para definir el espacio del modelo a cada fecha de ejercicio (Joshi 2011, cap.13).

<sup>15</sup>Además, dependiendo de la cantidad de caminos, puede ser una técnica ineficiente en términos de tiempo de ejecución si no se cuenta con los recursos tecnológicos necesarios.

Longstaff y Schwartz modificaron el método de Monte Carlo transformándolo en una técnica que trabaja desde el último periodo hacia el primero (hacia atrás), calculando valores en periodos intermedios y considerando solo los escenarios donde la opción se encuentra en dinero o *in-the-money* (ITM), ya que son los únicos casos donde la decisión de ejercer es relevante, con lo cual se limita la región en la que el valor de continuación debe ser calculado.

En líneas generales la metodología sigue los siguientes pasos:

- (a) en cada fecha de ejercicio se realiza una regresión de los flujos de caja realizados posteriores a la elección de continuar sobre alguna forma funcional de las variables de estado,
- (b) con (a) estimamos el valor de continuación. Con esto se determinará el pago esperado de continuar, el cual se comparará con el pago de ejercer,
- (c) a partir de (b) obtenemos la estrategia de ejercicio óptima a lo largo de cada path (*stopping rule*),
- (d) con lo obtenido en (c) se aproxima el valor de la opción en el momento inicial descontando los flujos de caja resultantes de aplicar la estrategia de ejercicio óptima.

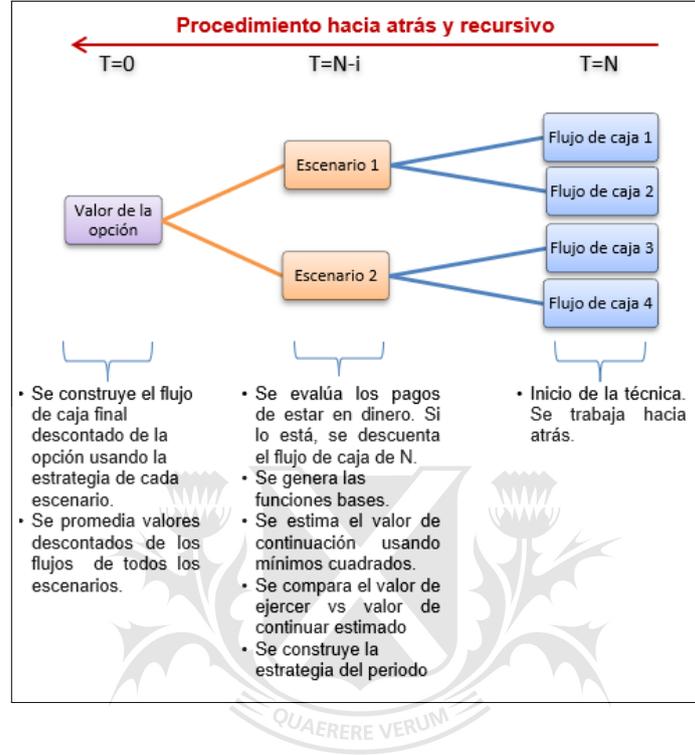
La Figura 3.1 presenta un esquema de cómo trabaja la metodología LSMC. Se empieza desde el tiempo final, donde el pago es conocido, hasta el periodo inicial (hacia atrás). En cada punto de decisión de ejercicio de la opción se compara el valor estimado de continuar y el valor ejercer, construyéndose la regla de decisión a lo largo de cada escenario. Finalmente, a tiempo inicial, los pagos o flujos de caja resultantes de la regla, hasta que el primer *stopping* ocurra, se descuentan y se promedian sobre todos los escenarios.

Formalmente, siguiendo a Longstaff & Schwartz (2001), sea el espacio de probabilidad completo  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  y un horizonte de tiempo finito  $[0, T]$  donde:

- el espacio  $\Omega$  es el conjunto de todas las realizaciones posibles entre 0 y  $T$ , y tiene un elemento  $\omega$  que representa un path,
- $\mathcal{F}$  es la sigma álgebra (conjunto de información) de todos los eventos en  $T$ , y
- $P$  es la medida de probabilidad definida sobre los elementos de  $\mathcal{F}$

Asimismo, sea  $F = \mathcal{F}_t$ ;  $t \in [0, T]$  y  $k$  una fecha de ejercicio de la opción. Entonces, el valor de continuar en cada periodo de tiempo  $t_k$  viene representado por:

Figura 3.1: Esquema - Metodología Least Squares Monte Carlo.



$$F(\omega; t_k) = E^{\mathbb{Q}} \left[ \sum_{j=k+1}^K \exp \left( - \int_{t_k}^{t_j} r(\omega, s) ds \right) C(\omega, t_j; t_k, T) | \mathcal{F}_{t_k} \right]; \quad (3.1)$$

donde:

- $r(\omega, s)$  es la tasa de descuento sin riesgo,
- $C(\omega, t_j; t_k, T)$  denota el escenario de flujos de caja condicionado a: i) que la opción no sea ejercida antes de, o a, tiempo  $t$ , y ii) que el tenedor de la opción siga la estrategia de ejercicio óptima para todo  $s$ , con  $t < s \leq T$ , y
- la esperanza es condicional al conjunto de información  $\mathcal{F}_{t_k}$  en el tiempo  $t_k$ .

Los autores asumen que la forma funcional del valor de continuación en  $t_{k-1}$  puede ser aproximado por una combinación lineal de un conjunto del espacio

$\mathcal{F}_{t_{k-1}}$  a través de lo que denominan funciones bases (*basis functions*).<sup>16</sup> Sea  $L_j(X)$  la función base, donde  $X$  es una variable de estado, entonces se define el valor de continuación en  $t_{k-1}$  como:

$$F(\omega; t_{k-1}) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j L_j(X) ; \quad (3.2)$$

donde los coeficientes  $a_j$  son constantes y las funciones bases, por lo general polinómicas, son las variables explicatorias de nuestra regresión.

La ecuación 3.2 puede ser estimada haciendo una regresión, mediante mínimos cuadrados, de los valores descontados de  $C(\omega, s; t_{k-1}, T)$  sobre las funciones bases. Luego, con los parámetros estimados, se calcula el valor de continuación y se compara con el valor de ejercer; con este resultado se decide ejecutar, o no, la opción en  $t_{k-1}$  (pasos b y c, descritos anteriormente). Esto se realiza en los escenarios donde la opción está ITM en  $t_{k-1}$ . Seguidamente se procede para  $t_{k-2}$  y se repite el procedimiento descrito, y así sucesivamente.

En cuanto a los resultados de esta técnica, aunque estos no difieren significativamente de aquellos obtenidos mediante los métodos tradicionales, Longstaff y Schwartz muestran que una convergencia general del algoritmo es difícil de establecer, a menos que los escenarios tiendan a infinito. Esto es demostrado por Clément et al. (2002).

Finalmente, el uso de LSMC implica la elección de la forma funcional de las funciones bases, del número de funciones bases y de la técnica de regresión a usar. En cuanto a la función base, los autores muestran que la metodología es robusta a cualquiera de las formas polinómicas planteadas por ellos (Laguerre, Hermite, Legendre, Chebyshev, Gegenbauer, Jacobi, o un simple polinomio de la forma  $g_i(x) = x^{i-1}$ , donde  $x$  es la variable de estado e  $i$  es el grado del polinomio) por lo cual cualquiera de ellas podría ser usada. En cuanto al número de funciones base, este crece en relación a las variables de estado y tampoco tiene que ser el mismo en cada tiempo (Joshi 2011, pp. 154). Por último, la regresión está basada en mínimos cuadrados, pero podría usarse cualquier otra forma de regresión tal como mínimos cuadrados ponderados, mínimos cuadrados generalizados o método de momentos generalizados, lo cual dependerá de las características de las variables de estado.

<sup>16</sup>Para la justificación de este supuesto, ver Longstaff & Schwartz (2001), página 122.

## 3.2. Antecedentes de aplicación de LSMC en CVA

En la literatura académica podemos encontrar dos líneas de trabajo con referencia al uso de la metodología LSMC en el cálculo del CVA. La primera línea aplica la técnica directamente, mientras que la segunda plantea ciertas modificaciones.

Con respecto a la aplicación directa, encontramos trabajos como el presentado por Liu (2015) donde se calculan el CVA y BVA para un derivado de tasa de interés, la cual se simula a partir del modelo de *Hull-White*. El trabajo presenta la generación de dos escenarios para la variable de estado: uno para evaluar el contrato y otro para generar los parámetros, reduciendo el posible sesgo de la regresión. La convergencia de los parámetros de la regresión es mostrada al aumentar el número de escenarios hasta 64 000 paths. Asimismo, Lee (2018) presenta un análisis más detallado de la aplicación de LSMC cubriendo diferentes productos (acciones, tipos de cambio, *swaps*) y casos (como CVA y BVA, pagos únicos o múltiples, pagos positivos y negativos, riesgo de correlación adversa, y neteo y garantías).

En cuanto a quienes plantean modificaciones en la técnica, la mayoría se basa en el posible error producto de una mala regresión y consecuentemente en una sub-óptima construcción de la estrategia de ejercicio óptima. Por ejemplo, Joshi & Kwon (2016) sostienen que el método LSMC no necesariamente provee resultados correctos ya que estos pueden ser afectados por sesgos en las estimaciones. Por ello, proponen usar el signo y no el valor de la ecuación 3.2 (*regression functions*). Es decir, en cada  $t, i$ , se seleccionan aquellos flujos de caja donde el signo de las *regression functions* sea positivo; luego se procede a descontarlos como en la técnica original. Los autores concluyen que este método es más tolerante a las inexactitudes de la regresión y los resultados presentados muestran la efectividad de la metodología, en comparación con LSMC, para productos con larga madurez. Un punto interesante que muestran los autores es que el CVA puede ser pensado como una opción de default; es decir, como el valor de una opción americana ante un evento de *default*. Al respecto, Lee (2018) sostiene que las opciones de *default* se comportan como opciones de ejercicio anticipado, dado que el incumplimiento puede ocurrir en cualquier momento, por lo cual requieren una metodología hacia atrás para su valuación.

Finalmente, se debe mencionar que la aplicación de la metodología LSMC en la valuación de derivados considerando el riesgo de crédito de contraparte

tiene cada vez mas aceptación en la industria financiera. Por ello, se usará el método directo a fin de replicar lo que actualmente hacen las instituciones financieras para el cálculo del CVA.



Universidad de  
**San Andrés**

## Capítulo 4

# Implementación y Resultados

Los productos elegidos para el cálculo del CVA a través del método LSMC son un *bermudan swaption* y un *cancelable swap* de tasa de interés. Un *bermudan swaption* es una opción que otorga al tenedor el derecho, pero no la obligación, de entrar en un contrato *swap* a una tasa de interés determinada en diferentes fechas previas al vencimiento del contrato. En cambio, un *cancelable swap* otorga el derecho, pero no la obligación, de salir de un contrato *swap* en diferentes fechas hasta un momento determinado. Estos contratos de opciones son típicos de los mercados OTC, por lo cual existe el riesgo de crédito de contraparte.

Como vemos, ambos productos son opciones sobre un *swap* el cual es un contrato financiero entre dos partes en donde se intercambian flujos de caja determinados por una tasa fija y otra variable. En este contrato una de las partes entrega flujos determinados por la tasa fija (variable) y recibe a cambio flujos determinados por una tasa variable (fija); estas tasas se aplican sobre un cierto monto, que es el mismo para ambas partes. La tasa variable suele ser una tasa de referencia del mercado, p.e. tasa *LIBOR* (London InterBank Offered Rate) u OIS *LIBOR* a cierto plazo.<sup>17</sup> Las fechas de intercambio de flujos son las mismas para cada una de las partes, salvo se acuerde

---

<sup>17</sup>La tasa *LIBOR* es una tasa de referencia promedio basada en las tasas de interés a la cual los principales bancos en Londres prestarían dinero a otros bancos en el mercado interbancario y es publicada diariamente por la Asociación de Bancos Británicos (ver <https://www.global-rates.com/interest-rates/libor/libor.aspx>). Sin embargo, el ente regulador del sistema financiero americano, la Reserva Federal, comenzó a publicar la Secured Overnight Financing Rate (SOFR) que es una tasa que se espera sea adoptada por los bancos para operaciones de derivados y préstamos. Para mayor detalle ver <https://www.newyorkfed.org/medialibrary/media/newsevents/speeches/2017/Frostpresentation.pdf>

lo contrario.

Nuestro objetivo es aplicar la técnica LSMC en la estimación de las exposiciones, condicionales a los movimientos de las variables, para luego realizar el cálculo del CVA agregando la probabilidad de *default* de la contraparte.

Respecto al *swap*, las características del contrato se muestra en la siguiente cuadro:

Cuadro 4.1: Detalles del Contrato Swap

|                             |            |
|-----------------------------|------------|
| Tasa fija ( <i>strike</i> ) | 6.55 %     |
| Nominal                     | 10,000     |
| Intercambio de flujos       | Trimestral |
| Tasa a pagar                | Fija       |
| Tasa inicial                | 5.56 %     |
| Tiempo                      | 2 años     |

Asimismo, establecemos que la opción otorgada por el *bermudan swaption* y el *cancelable swap* puede ser ejercida hasta 1.5 años luego de firmado el contrato (sexto trimestre).

En adelante usaremos los siguientes supuestos y datos:

- El intercambio de flujo de caja ocurre en las fechas de ejercicio, antes de ejecutarse, o no, la opción.
- Se considera una contraparte, por lo cual calcularemos el CVA unilateral (UCVA).
- Existe independencia de las variables probabilidad de *default* y exposición (no existe riesgo de correlación adverso).
- El análisis del *bermudan swaption* y del *cancelable swap* se realiza de manera independiente, como si fueran dos portafolios separados, por lo cual no se aplicará neteo alguno.
- La *hazard rate* para cada año se mantiene constante durante el mismo, pero es distinta en cada año.
- El valor de la prima del CDS de la contraparte es de 350 puntos básicos para el primer año y de 550 puntos básicos para el segundo.<sup>18</sup>
- La tasa de recupero en caso de *default* se asume igual a 40 % para todo  $t$ .

<sup>18</sup>Los puntos básicos son la medida usada para señalar los cambios porcentuales de la tasa de interés. 100 puntos básicos equivalen a 1.00 %.

- Asumiremos una *curva swap* actual de mercado según se muestra en el cuadro 4.2.

Cuadro 4.2: Curva Swap

|         |         |         |         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1 Trim. | 2 Trim. | 3 Trim. | 4 Trim. | 5 Trim. | 6 Trim. | 7 Trim. | 8 Trim. |
| 5.56 %  | 5.63 %  | 5.78 %  | 5.93 %  | 6.07 %  | 6.22 %  | 6.37 %  | 6.52 %  |

Se asume que la tasa actual y la de un trimestre son iguales.

Dado que el activo que determina el valor del swap es la tasa de interés, el primer paso es modelar su comportamiento futuro. Para ello usamos el modelo de Cox-Ingersoll-Ross (Cox et al. 1985), modelo de tasa no negativa, que bajo la medida de riesgo neutral sigue el siguiente proceso:

$$dr(t) = K(\theta - r(t)) dt + \sigma\sqrt{r(t)} dW(t), \quad r(0) = r_0; \quad (4.1)$$

donde  $K$  (velocidad de reversión a la media),  $\theta$  (media de largo plazo) y  $\sigma$  (volatilidad) son los parámetros del modelo y  $W(t)$  es un proceso de *Wiener* que modela el factor aleatorio del riesgo de mercado. Además,  $r_0$ ,  $K$ ,  $\theta$  y  $\sigma$  son positivos. Asimismo, se impone que  $2K\theta > \sigma^2$  (Brigo & Mercurio 2007). Los parámetros usados en este modelo son:<sup>19</sup>

Cuadro 4.3: Parámetros modelo CIR

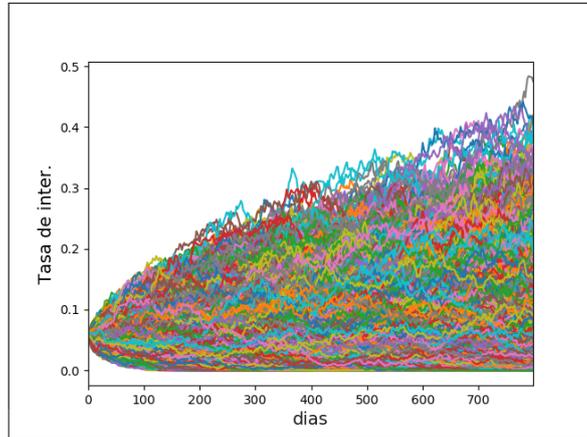
| Parámetro | Valor |
|-----------|-------|
| $K$       | 0.20  |
| $\theta$  | 0.01  |
| $\sigma$  | 0.012 |

Para la simulación de las tasas se generan 60 000 escenarios que la tasa de interés podría seguir en el futuro, tomando como punto de inicio una tasa actual de 5.56 %. El resultado se muestra en la figura 4.1.

A partir de estos escenarios realizamos la valuación de nuestro *swap*, en el cual pagamos tasa fija y recibimos variable. Esto se efectúa para cada momento ( $t$ ), donde el tenedor puede ejercer la opción, y escenario ( $i$ ). Es importante notar que el valor de la tasa fija (*strike*) es determinado en el momento inicial ( $t = 0$ ) usando las tasas de mercado vigentes para dicho periodo (cuadro 4.2), por lo cual es la tasa que hace el valor del *swap* igual a cero en  $t = 0$  (*tasa swap*) y se mantiene constante durante la vigencia del contrato. Los diferentes valores del *swap* se muestran en la figura 4.2

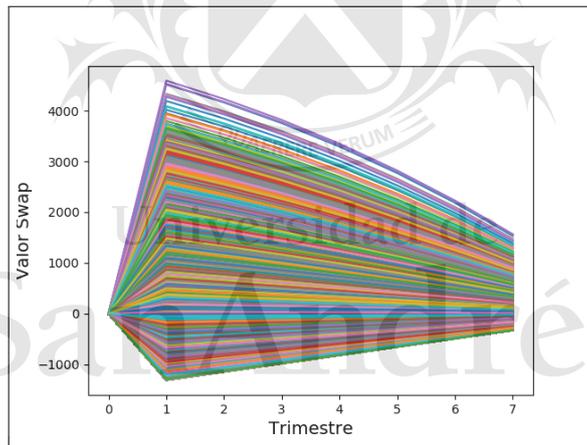
<sup>19</sup>Estos parámetros han sido tomados del libro (Weiming 2015). La calibración de los parámetros no es parte del presente trabajo.

Figura 4.1: Escenario de Tasas



Modelo de tasa CIR con  $r(0) = 5.56\%$ . Se simulan 60 000 escenarios

Figura 4.2: Valor del Swap



Valores del swap, en base a los escenarios de tasa generados, para diferentes momentos. 60 000 escenarios

Un paso intermedio es el cálculo del factor que usaremos para descontar los diversos flujo de cajas futuros, que iremos generando, hasta el periodo deseado. Para ello se ha creado una matriz con los valores necesarios para descontar valores futuros pasando por diversos momentos (trimestres), cada uno con diferentes tasas de interés producto de la simulación. Algunos valores de la matriz generada se encuentra en el apéndice A.

A partir de este punto implementamos la metodología LSMC. Lo primero es determinar los escenarios en los que nos encontramos ITM para cada

combinación  $t, i$ . En el caso del *swaption* esto es equivalente a elegir el mayor valor entre el valor del *swap* y cero, para cada  $t, i$ :

$$ITM_{swaption} = \text{Max}(V_{(t,i)}, 0) ; \quad (4.2)$$

mientras que en el caso del *cancelable swap* esto es equivalente a elegir el mayor valor entre el valor negativo del *swap* y cero para cada  $t, i$ :

$$ITM_{cancelable\ swap} = \text{Max}(-V_{(t,i)}, 0) ; \quad (4.3)$$

donde  $V_{(t,i)} < 0$  dado que la opción tiene valor cuando el swap es negativo. Los cuadros B.1 y B.2 del apéndice muestran algunos escenarios ITM para cada producto.

Lo siguiente es la determinación de la exposición a través del algoritmo LSMC. El primer paso es determinar el valor de continuación mediante el uso de mínimos cuadrados. Este valor será nuestra variable a explicar ( $Y$ ). Para esto consideramos los valores ITM en cada  $t, i$  y descontamos el valor siguiente,  $t + 1, i$ , al periodo  $t$ . Siguiendo lo propuesto por algunos autores (sección 3.2), para la variable explicativa ( $X$ ) se genera un segundo conjunto de simulación de tasas de interés con similar cantidad de escenarios. Así, estas nuevas tasas de interés simuladas para cada  $t, i$ , y sus transformaciones (funciones bases), serán consideradas como las variables independientes. Una vez determinadas estas variables, se aplica una regresión mínimos cuadrados y se estima el valor esperado de continuar, el cual se compara con nuestro valor de ejercer. La regresión a usar será de la forma:

$$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + \dots + a_n X^n ; \quad (4.4)$$

donde  $n$  representa el grado del polinomio y  $a_i$  su coeficiente respectivo. En este sentido, usaremos una función polinómica de grado dos.<sup>20</sup>

Una vez que realizamos la comparación en cada escenario ITM, construimos nuestra regla de decisión. Esta regla de decisión determinará los flujos de caja futuros. Las cuadros C.1 y C.2 del apéndice muestran algunos valores de los

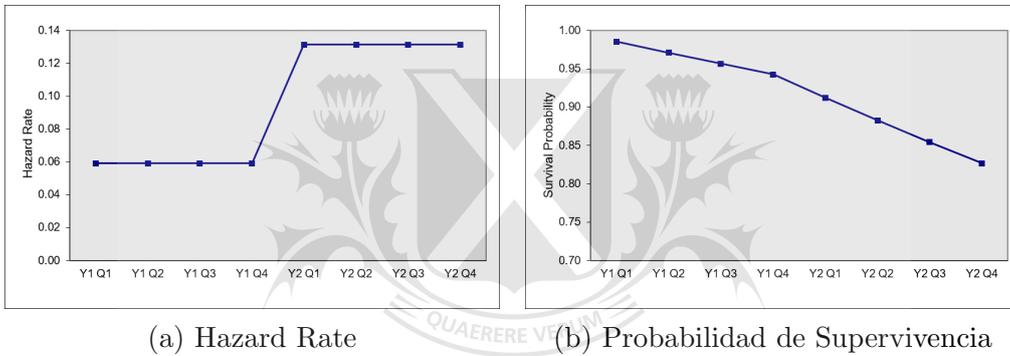
---

<sup>20</sup>En el paper original los autores muestran que los resultados del algoritmo son robustos a la elección de la función base seleccionada (Longstaff & Schwartz 2001, pág.142). Por tanto, en este trabajo se implementa una función simple que facilite mostrar el uso de la técnica.

flujos de caja, pagos finales (exposiciones) descontados al momento  $t = 0$ , luego de aplicar la regla de decisión óptima para cada producto.

Finalmente, según lo mostrado en la ecuación 2.12, para hallar el CVA unilateral debemos incluir la probabilidad de *default* y la tasa de recupero. Para la probabilidad de *default*, y bajo la metodología riesgo neutral, derivamos la probabilidad implícita del mercado a través de los valores del CDS y la curva swap, acorde a lo elaborado en la sección 2.3.3. La hazard rate obtenida y las probabilidades de supervivencia de la contraparte se muestran en la siguiente figura:

Figura 4.3: Probabilidad de Default Riesgo Neutral



Para las pruebas, se decidió incluir un grado más en el polinomio a fin de evaluar posibles mejoras en los resultados obtenidos producto de una mejor estimación. En este sentido, se realizaron 4 cálculos del CVA en una máquina con una velocidad de procesador de 2.70Ghz y memoria RAM de 16 GB, usando todos los recursos en el cálculo.<sup>21</sup>

Los resultados de la implementación se presentan en el cuadro 4.4. El valor promedio del *bermudan swaption* y el *cancelable swap* es de 166.53 y 456.23 respectivamente; mientras que el CVA representa  $\sim 1\%$  del valor de cada producto. El tiempo promedio de cálculo para cada producto, por prueba, fue de 2.15 y 2.12 horas aproximadamente.

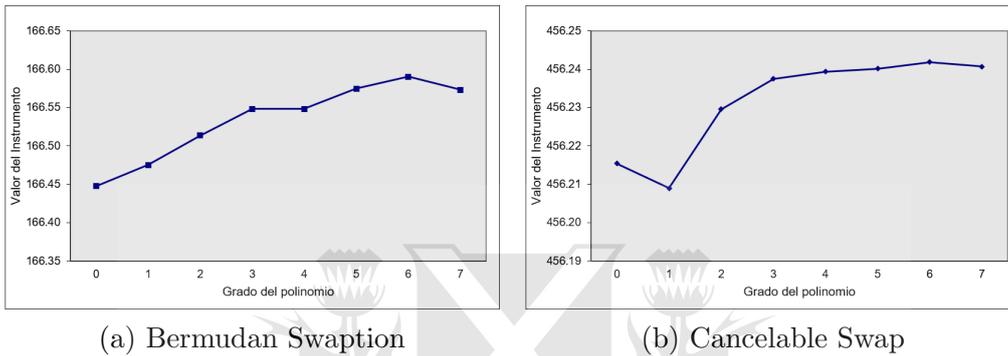
Notamos que al incluir un grado más en las pruebas los resultados no mejoran significativamente, manteniendo incluso el porcentaje del valor del CVA respecto del precio de cada producto. Para corroborar esta hipótesis se realizó pruebas adicionales considerando distintos grados del polinomio. Los resultados se muestran la figura 4.4.

<sup>21</sup>Durante la ejecución de las pruebas no se cargó el procesador con cómputos demandantes.

Cuadro 4.4: Resultados

| Item        | Polinomio grado 2 |                 | Polinomio grado 3 |                 |
|-------------|-------------------|-----------------|-------------------|-----------------|
|             | Swaption          | Cancelable Swap | Swaption          | Cancelable Swap |
| Precio LSMC | 166.5137          | 456.2296        | 166.5482          | 456.2375        |
| CVA         | 1.5794            | 4.2397          | 1.5795            | 4.2395          |

Figura 4.4: Test con Grados Adicionales



*Precios del bermudan swaption y cancelable swap a diferentes grados del polinomio empleado en la regresión.*

Como se observa, a partir del grado 3 se alcanza una meseta, con lo cual agregar más variables explicativas (grados del polinomio) en la regresión mejora los resultados solo hasta cierto punto. Esto se encuentra en línea con lo expuesto en la literatura (Longstaff & Schwartz 2001; Areal et al. 2008). Al respecto, Longstaff y Schwartz señalan que para obtener un nivel de aproximación deseado el número de funciones base (transformaciones de la variable  $X$ ) no necesita crecer mucho, aún en casos de alta dimensionalidad.

Finalmente, como es de esperar, el tiempo de estimación aumentó conforme se suman más grados en el cálculo siendo el mayor de 2 horas y 43 minutos (*cancelable swap*).

## Capítulo 5

# Conclusiones y desarrollo futuro

En este trabajo se muestra el uso de la metodología de LSMC en el cálculo del riesgo de crédito de contraparte en la valuación de derivados, que es un desarrollo reciente de la industria financiera. La aplicación de la metodología LSMC presenta una ventaja computacional importante al considerar solo los escenarios relevantes en el análisis, aquellos en los que la opción de ejercicio anticipado se encuentra en dinero.

La técnica LSMC tiene actualmente gran aceptación en la industria financiera y podría consolidarse como la metodología estándar para determinar el CVA. Dado que esta técnica se aplica en opciones de ejercicio anticipado, y que el CVA puede ser considerado como una opción de este estilo ante un evento de *default*, parece plausible establecer el uso de esta técnica como la referencia para el cálculo del riesgo de contraparte. Una mayor investigación sobre este tema se hace necesaria.

En cuanto a la implementación del método, los productos analizados, *bermudan swaption* y *cancelable swap*, son dependientes de la evolución de la tasa de interés por lo cual primero se simuló un número de caminos posibles que podía tomar esta variable. Luego, se identificaron los escenarios en dinero, y a través de una regresión mínimos cuadrados se determinaron los pagos condicionales de continuar; obteniendo una regla de decisión óptima. Esta regla de decisión fue usada para determinar los flujos de caja (exposiciones) de cada producto. Finalmente, se determinó las probabilidades de *default* de la contraparte y se obtuvo el CVA.

Para la regresión se usó una función polinómica de segundo y tercer grado

mostrando que el resultado no mejora sustancialmente al aumentar el grado. Esto se confirmó al incrementar el grado del polinomio, lo cual está en línea con la literatura.

Finalmente, durante la investigación se hizo evidente que el mercado financiero aún encuentra ciertas dificultades en el cálculo del CVA. Por ejemplo, el uso de probabilidades de *default* históricas en metodologías riesgo neutral, además de no ser compatible, puede llevar a subestimar el riesgo *default*. Asimismo, en cuanto al uso del CDS para hallar la probabilidad riesgo neutral y calcular el CVA, no suele tomarse en cuenta las características propias de cada contrato, lo cual puede tener serias consecuencias prácticas. La razón de esto son las definiciones de evento de crédito que se consideran en el contrato CDS. En particular, un contrato CDS estándar no considera como evento de crédito el incumplimiento en obligaciones generadas por contratos *swaps*; por lo cual ante un evento de esta naturaleza el CDS no lo reflejaría, aun cuando exista un *default*. Una evaluación acerca del impacto de estas dificultades ayudaría a mejorar la metodología empleada actualmente.



Universidad de  
**San Andrés**

# Anexo A

## Tasas de descuento

Cuadro A.1: Factores de Descuentos

| Escenario    | 1er Trim. | 2do Trim. | 3er Trim. | 4to Trim. | 5to Trim. | 6to Trim. |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>0</b>     | 0.9910    | 0.9793    | 0.9689    | 0.9752    | 0.9738    | 0.9777    |
| <b>1</b>     | 0.9806    | 0.9766    | 0.9544    | 0.9483    | 0.9657    | 0.9661    |
| <b>2</b>     | 0.9833    | 0.9814    | 0.9883    | 0.9873    | 0.9868    | 0.9878    |
| <b>3</b>     | 0.9949    | 0.9863    | 0.9843    | 0.9869    | 0.9869    | 0.9949    |
| <b>4</b>     | 0.9869    | 0.9913    | 0.9918    | 0.9954    | 0.9933    | 0.9881    |
| <b>5</b>     | 0.9889    | 0.9915    | 0.9946    | 0.9941    | 0.9991    | 0.9996    |
| <b>6</b>     | 0.9801    | 0.9837    | 0.9872    | 0.9839    | 0.9789    | 0.9885    |
| <b>7</b>     | 0.9825    | 0.9781    | 0.9798    | 0.9770    | 0.9752    | 0.9752    |
| <b>8</b>     | 0.9869    | 0.9881    | 0.9936    | 0.9951    | 0.9965    | 0.9941    |
| ⋮            | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         |
| <b>29997</b> | 0.9879    | 0.9834    | 0.9858    | 0.9903    | 0.9921    | 0.9893    |
| <b>29998</b> | 0.9850    | 0.9904    | 0.9962    | 0.9925    | 0.9904    | 0.9907    |
| <b>29999</b> | 0.9876    | 0.9913    | 0.9886    | 0.9875    | 0.9770    | 0.9708    |
| <b>30000</b> | 0.9858    | 0.9820    | 0.9841    | 0.9742    | 0.9687    | 0.9672    |
| <b>30001</b> | 0.9913    | 0.9962    | 0.9971    | 0.9974    | 0.9988    | 0.9958    |
| <b>30002</b> | 0.9898    | 0.9882    | 0.9900    | 0.9873    | 0.9940    | 0.9931    |
| <b>30003</b> | 0.9923    | 0.9934    | 0.9933    | 0.9930    | 0.9939    | 0.9930    |
| ⋮            | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         |
| <b>59995</b> | 0.9938    | 0.9928    | 0.9951    | 0.9956    | 0.9961    | 0.9940    |
| <b>59996</b> | 0.9738    | 0.9741    | 0.9856    | 0.9904    | 0.9982    | 0.9978    |
| <b>59997</b> | 0.9798    | 0.9695    | 0.9788    | 0.9814    | 0.9879    | 0.9929    |
| <b>59998</b> | 0.9912    | 0.9921    | 0.9924    | 0.9900    | 0.9846    | 0.9836    |
| <b>59999</b> | 0.9889    | 0.9892    | 0.9900    | 0.9832    | 0.9845    | 0.9858    |

## Anexo B

### Escenarios en dinero (ITM)

Cuadro B.1: ITM *Swaption* grado 2

| Escenario    | 1er Trim. | 2do Trim. | 3er Trim. | 4to Trim. | 5to Trim. | 6to Trim. |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>0</b>     | 630.22    | 560.22    | 485.82    | 408.86    | 331.06    | 251.34    |
| <b>1</b>     | 1234.29   | 1098.23   | 955.03    | 805.08    | 651.98    | 496.82    |
| <b>2</b>     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>3</b>     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>4</b>     | 293.87    | 265.86    | 236.09    | 203.79    | 168.79    | 130.44    |
| <b>5</b>     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>6</b>     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>7</b>     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>8</b>     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| ⋮            | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         |
| <b>22654</b> | 992.83    | 887.82    | 777.64    | 661.41    | 539.53    | 411.65    |
| <b>22655</b> | 233.23    | 209.16    | 183.56    | 156.88    | 128.94    | 99.39     |
| <b>22656</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>22657</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>22658</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>22659</b> | 1348.60   | 1207.41   | 1058.66   | 901.10    | 735.32    | 561.76    |
| <b>22660</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>22661</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>22662</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>22663</b> | 670.22    | 595.03    | 515.80    | 433.38    | 350.51    | 266.11    |
| ⋮            | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         |
| <b>59995</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>59996</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>59997</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>59998</b> | 369.62    | 333.17    | 293.91    | 251.59    | 206.09    | 157.71    |
| <b>59999</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |

Cuadro B.2: ITM *Cancelable Swap* grado 2

| Escenario    | 1er Trim. | 2do Trim. | 3er Trim. | 4to Trim. | 5to Trim. | 6to Trim. |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>0</b>     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>1</b>     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>2</b>     | 688.99    | 609.19    | 527.33    | 443.04    | 357.43    | 270.31    |
| <b>3</b>     | 679.19    | 598.30    | 517.24    | 434.59    | 349.97    | 263.81    |
| <b>4</b>     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>5</b>     | 1297.83   | 1139.30   | 978.98    | 817.28    | 654.71    | 491.18    |
| <b>6</b>     | 921.08    | 814.26    | 704.57    | 592.53    | 478.72    | 362.53    |
| <b>7</b>     | 112.23    | 102.35    | 91.96     | 80.30     | 67.60     | 53.36     |
| <b>8</b>     | 999.86    | 879.38    | 756.93    | 632.70    | 507.56    | 381.75    |
| ⋮            | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         |
| <b>22654</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>22655</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>22656</b> | 1255.13   | 1104.91   | 952.94    | 797.97    | 641.09    | 482.29    |
| <b>22657</b> | 1054.85   | 925.64    | 795.39    | 664.13    | 531.84    | 399.22    |
| <b>22658</b> | 656.14    | 580.66    | 502.79    | 422.36    | 339.94    | 256.48    |
| <b>22659</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>22660</b> | 771.29    | 678.15    | 584.57    | 489.77    | 394.25    | 296.96    |
| <b>22661</b> | 773.30    | 680.53    | 587.08    | 493.36    | 397.31    | 299.75    |
| <b>22662</b> | 1296.21   | 1137.21   | 977.08    | 815.93    | 653.82    | 491.25    |
| <b>22663</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| ⋮            | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         |
| <b>59995</b> | 762.36    | 668.73    | 574.53    | 479.59    | 384.29    | 288.72    |
| <b>59996</b> | 672.42    | 595.67    | 515.35    | 431.40    | 345.70    | 259.00    |
| <b>59997</b> | 821.54    | 728.86    | 633.48    | 533.56    | 430.54    | 324.82    |
| <b>59998</b> | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| <b>59999</b> | 107.59    | 93.53     | 79.85     | 66.62     | 53.99     | 40.83     |

# Anexo C

## Flujos de Caja Finales

Cuadro C.1: Flujos de Caja - *Swaption* - grado 2

| Escenario | 1er Trim. | 2do Trim. | 3er Trim. | 4to Trim. | 5to Trim. | 6to Trim. |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0         | 0.00      | 543.70    | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 1         | 0.00      | 1051.69   | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 2         | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 3         | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 4         | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 123.64    |
| 5         | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 6         | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 7         | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 8         | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         |
| 22654     | 0.00      | 860.02    | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 22655     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 91.66     |
| 22656     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 22657     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 22658     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 22659     | 0.00      | 1165.80   | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 22660     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 22661     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 22662     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         |
| 59994     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 59995     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 59996     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 59997     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 59998     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 147.55    |
| 59999     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |

Cuadro C.2: Flujos de Caja - *Cancelable Swap* - grado 2

| Escenario | 1er Trim. | 2do Trim. | 3er Trim. | 4to Trim. | 5to Trim. | 6to Trim. |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0         | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 1         | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 2         | 0.00      | 587.87    | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 3         | 0.00      | 587.09    | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 4         | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 5         | 0.00      | 1117.13   | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 6         | 0.00      | 785.05    | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 7         | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 46.68     |
| 8         | 0.00      | 857.58    | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         |
| 26654     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 74.72     |
| 26655     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 26656     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 296.58    | 0.00      |
| 26657     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 63.01     |
| 26658     | 0.00      | 550.09    | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 26659     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 26660     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 115.93    |
| 26661     | 0.00      | 1122.94   | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 26662     | 0.00      | 1015.06   | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 26663     | 0.00      | 905.36    | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         |
| 59994     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 123.41    |
| 59995     | 0.00      | 659.75    | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 59996     | 0.00      | 565.01    | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 59997     | 0.00      | 692.34    | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 59998     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      |
| 59999     | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 0.00      | 37.73     |

# Referencias

- Areal, N., Rodrigues, A., & Armada, M. (2008). On improving the Least Squares Monte Carlo option valuation method. *Review of Derivatives Research*, 11, 119–151.
- Bomfim, A. N. (2015). *Understanding credit derivatives and related instruments*. Academic Press.
- Brigo, D. (2018). Time to move on from risk-neutral valuation? *Risk Magazine*.
- Brigo, D., Liu, Q., Pallavicini, A., & Sloth, D. (2016). Nonlinear Valuation Under Collateralization, Credit Risk, and Funding Costs.
- Brigo, D. & Mercurio, F. (2007). *Interest Rate Models - Theory and Practice: With Smile, Inflation and Credit*. Springer Science & Business Media.
- Brigo, D., Morini, M., & Pallavicini, A. (2013). *Counterparty credit risk, collateral and funding: with pricing cases for all asset classes*. John Wiley & Sons.
- Brigo, D. & Vrina, F. (2016). Disentangling wrong-way risk: pricing CVA via change of measures and drift adjustment. *arXiv preprint arXiv:1611.02877*.
- Cesari, G., Aquilina, J., Charpillon, N., Filipovic, Z., Lee, G., & Manda, I. (2009). *Modelling, Pricing, and Hedging Counterparty Credit Exposure: A Technical Guide*. Springer Science & Business Media.
- Cespedes, J. C. G., de Juan Herrero, J. A., Rosen, D., & Saunders, D. (2010). Effective modeling of wrong way risk, counterparty credit risk capital, and alpha in basel ii. *The journal of risk Model Validation*, 4(1), 71.
- Clément, E., Lamberton, D., & Protter, P. (2002). An analysis of a Least Squares regression method for American option pricing. *Finance and Stochastics*, 6(4), 449–471.

- Cox, J., Ingersoll, E., & Ross, S. (1985). A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometrica*, 53, 385–407.
- Devold, V. L., Sæbø, E. T., & Aadland, A. R. (2015). Pricing Credit Value Adjustment for Interest Rate Swaps under the Cheyette model-A Least-Squares Monte Carlo approach. Master's thesis, NTNU.
- Faruqui, U., Huang, W., & Takáts, E. (2018). Clearing risks in OTC derivatives markets: the CCP-bank nexus. *BIS Quarterly Review December*.
- Franzén, D. & Sjöholm, O. (2014). Credit Valuation Adjustment: In theory and practice. Master's thesis, KTH - Royal Institute of Technology.
- Gregory, J. (2012). *Counterparty Credit Risk and Credit Value Adjustment*. John Wiley & Sons.
- Gregory, J. (2015). *The XVA Challenge: Counterparty Credit Risk, Funding, Collateral and Capital*. John Wiley & Sons.
- Heynderickx, W., Cariboni, J., Schoutens, W., & Smits, B. (2016). The relationship between risk-neutral and actual default probabilities: the credit risk premium. *Applied Economics*, 48(42), 4066–4081.
- Hull, J., Predescu, M., & White, A. (2005). Bond prices, default probabilities and risk premiums. *Journal of Credit Risk*, 1(2), 53–60.
- Hull, J. & White, A. (2012a). CVA and Wrong-Way Risk. *Financial Analysts Journal*, 68(5), 58–69.
- Hull, J. & White, A. (2012b). The FVA debate. *Risk*, 25, 83.
- Hull, J. C. (2015). *Options, Futures, and other derivatives*. Pearson Education.
- Joshi, M. & Kwon, O. K. (2016). Least squares Monte Carlo credit value adjustment with small and unidirectional bias. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 19(08), 1650048.
- Joshi, M. S. (2011). *More mathematical finance*. Pilot Whale Press Melbourne.
- JPMorgan (2006). Credit Derivatives Handbook, Detailing Credit Default Swap Products, Markets and Trading Strategies. *Corporate Quantitative Research*, New York, London.

- Lee, D. (2018). Pricing Financial Derivatives Subject to Counterparty Risk and Credit Value Adjustment. *arXiv preprint arXiv:1804.02289*.
- Li, P., Zhang, X., & Zhao, X. S. (2018). Modeling Loss Given Default. *FDIC Center for Financial Research Paper*.
- Lichters, R., Stamm, R., & Gallagher, D. (2015). *Modern Derivatives Pricing and Credit Exposure Analysis: Theory and Practice of CSA and XVA Pricing, Exposure Simulation and Backtesting*. Springer.
- Liu, Q. (2015). Calculation of Credit Valuation Adjustment Based on Least Square Monte Carlo Methods. *Mathematical Problems in Engineering, 2015*.
- Longstaff, F. A. & Schwartz, E. S. (2001). Valuing American options by simulation: a simple least-squares approach. *Review of Financial Studies, 14*(1), 113–147.
- Lu, D. (2015). *The XVA of financial derivatives: CVA, DVA and FVA explained*. Springer.
- Merton, R. C. (1974). On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. *The Journal of finance, 29*(2), 449–470.
- Pykhtin, M. & Rosen, D. (2010). Pricing Counterparty Risk at the trade level and CVA allocations. *Finance and Economics Discussion Series Federal - Reserve Board, Washington, D.C.*
- Qi, M. & Zhao, X. (2011). Comparison of modeling methods for loss given default. *Journal of Banking & Finance, 35*(11), 2842–2855.
- Rehlon, A. & Nixon, D. (2013). Central counterparties: what are they, why do they matter, and how does the Bank supervise them? *Bank of England Quarterly Bulletin 2013-Q2*.
- Silva, P., Reisin, H., & Maurette, M. (2017). Counterparty Credit Risk and Wrong Way Risk: a Least Squares Monte Carlo approach. *VI MACI - Sexto Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, 118–121.
- Smith, D. J. (2015). Understanding CVA, DVA, and FVA: Examples of Interest Rate Swap valuation.
- Weiming, J. M. (2015). *Mastering Python for Finance*. Packt Publishing Ltd.
- Zhu, S. H. & Pykhtin, M. (2007). A guide to modeling Counterparty Credit Risk. *GARP Risk Review, July/August*.