



Universidad de San Andrés

Escuela de Administración y Negocios

Maestría en Finanzas

Trabajo final de graduación

***Estimación de la curva cupón cero de la Provincia de
Buenos Aires***

Autor: Lucas Caporazzo

DNI:31.787.499

Director de Tesis: Marcelo Zincenko

Buenos Aires, Argentina – 18 de septiembre de 2018

Índice general

Resumen.....	3
1. Introducción	3
2. Revisión literaria.....	4
3. Bonos emitidos por la Provincia de Buenos Aires bajo ley de Nueva York	6
4. Descripción de datos	6
5. Descripción del modelo.....	9
6. Resultados empíricos	11
7. Analisis de Volatilidades en la Curva Cupón Cero de la Provincia de Buenos Aires.....	17
8. Conclusión	20
9. Referencias.....	21



Universidad de
San Andrés

Resumen: El objetivo del presente trabajo es realizar una estimación de la curva cupón cero de la Provincia de Buenos Aires, cuyos bonos son considerados ilíquidos, aplicando el modelo de Nelson y Siegel (1987) con tres funciones objetivo distintas. En atención a las dificultades que presenta la obtención de precios, debido a su escasa frecuencia de negociación, utilizamos una determinada metodología para arribar a los mismos. Asimismo, tomamos la tasa de caución en dólares a 7 días, para ajustar la parte corta de la curva.

Los resultados obtenidos de las observaciones diarias en el período comprendido entre el 1º de marzo de 2017 y el 31 de marzo de 2018 muestran una curva suave y estable. Además, el modelo resulta idóneo para preciar los bonos bajo análisis, dando un error absoluto promedio de precios de 0,4810 y un error absoluto promedio entre tasas interna de retorno de 0,24%.

Finalmente, verificamos que las volatilidades resultantes del modelo se ajustan satisfactoriamente a las volatilidades empíricas con mayor duración.

1. Introducción

El objetivo del presente trabajo es realizar una estimación de la curva cupón cero de la Provincia de Buenos Aires utilizando bonos *noncallable* (bonos que no pueden ser rescatados antes de su vencimiento) emitidos bajo la ley de Nueva York. A tal fin, desarrollamos la curva de tasa cupón cero de la Provincia de Buenos Aires basándonos en el modelo de Nelson y Siegel (1987) de cuatro parámetros, comparando tres funciones objetivo distintas, a saber: diferencia de precios sin ponderación, diferencia de precios ponderada por la inversa de la duración y diferencia de precios ponderada por el promedio ponderado por duración. Adicionalmente, hemos utilizado la tasa de caución en dólares a 7 días para ajustar la parte corta de la curva.

Hemos elegido el modelo de Nelson y Siegel (1987) en atención a la flexibilidad que posee para adaptarse a la curva cupón cero con sólo cuatro parámetros, lo que hace que este modelo resulte ideal para mercados incompletos e ilíquidos.

En este sentido, la Provincia de Buenos Aires posee sólo once bonos emitido bajo ley de Nueva York y se encuentran distribuidos en sus vencimientos en forma incompleta. Por otro lado, estos bonos son negociados en forma poco frecuente, ya sea en el Mercado Abierto Electrónico (MAE) o en Bolsas y Mercados Argentinos (BYMA). Por estas razones, resulta dificultoso estimar la curva cupón cero de la Provincia de Buenos Aires, debiendo implementarse una metodología para la obtención de precios.

El modelo resultante del presente trabajo es idóneo para preciar los bonos de la Provincia de Buenos Aires, ya que presenta un error absoluto promedio de precios de 0,4810 y un error absoluto promedio de tasas interna de retorno de 0,24%.

Por último, verificamos la estabilidad de la estimación de la curva cupón cero de la Provincia de Buenos Aires obtenida mediante el modelo Nelson y Siegel (1987), y comparamos la volatilidad diaria de dicha estimación con respecto a la de los datos empíricos, resultando que las volatilidades del modelo se ajustan satisfactoriamente a las empíricas con mayor duración.

A los fines de abordar el presente trabajo proponemos el siguiente esquema metodológico: en primer lugar, incluimos una revisión literaria, luego explicamos los datos con los que desarrollamos nuestro análisis y la metodología aplicada, esquematizamos los resultados empíricos y su correspondiente análisis y, por último, desarrollamos nuestras conclusiones.

2. Revisión literaria

La estimación de la estructura temporal de tasa de interés, es decir la relación entre la tasa de interés y sus plazos correspondientes, ha dado lugar a diversos estudios a lo largo de la historia, centrándose en dos grandes extremos: modelos polinómicos y modelos paramétricos.

Los modelos polinómicos, son aquellos en los que, a partir de los datos observados, los precios son segmentados y cada segmento es ajustado a un polinomio, uniendo así en forma suave los datos segmentados. Por último, para cada tramo de la curva se ajusta un polinomio, los que unidos conforman la curva de rendimiento. El modelo más importante de esta clase es el denominado *spline* (Curva diferenciable determinada en porciones mediante polinomios).

El primer autor que propone trabajar mediante los *splines* es McCulloch (1971, 1975) quien utiliza los *splines* polinomiales para definir la función de descuento. De su trabajo resulta que la función de descuento puede ser ajustada mediante *splines* cúbicos o de orden superior, dando así una curva de rendimiento suave. Otros analistas utilizan la misma metodología, tales como Vasicek y Fong (1982), quienes emplean un *spline* exponencial de tercer orden, de lo que resulta un modelo superior que el de McCulloch (1971, 1975). Sin embargo, para Shea (1985), otro de los analistas, no hay evidencia que afirme que los *splines* exponenciales aporten mayores resultados que los *splines* polinomiales.

A diferencia de los modelos polinomiales, en los modelos paramétricos, se asocia una función a la estructura temporal de tasa de interés. Luego, se toma una muestra de precios y se estiman los parámetros de dicha función, a efectos de determinar la forma de la curva de rendimientos.

El trabajo más importante bajo este modelo es el de Nelson y Siegel (1987) quienes proponen un modelo parsimonioso, que resulta lo suficientemente flexible para

representar a aquellas estructuras de tasa de interés bajo las formas monótonas, jorobadas o en forma de S. Posteriormente, siguiendo la misma línea, Svensson (1994) agrega dos parámetros, obteniendo así una mayor flexibilidad con respecto a Nelson y Siegel (1987).

Ahora bien, la diferencia entre ambos es que mientras que el modelo de *spline* no posee una forma de curva predeterminada, lo que resulta muy inestable a la muestra de datos disponibles, el modelo paramétrico, por el contrario, al tener una forma de curva predeterminada, resulta más estable a la muestra de datos disponibles.

Por otro lado, debemos destacar los estudios sobre las problemáticas de iliquidez en los mercados de los países no desarrollados. Entre ellos, Subramanian (2001), sugiere un método que eluda el problema metodológico que resulta de incluir instrumentos líquidos con los ilíquidos, a cuyo fin propone el uso de funciones ponderadas de liquidez para la estimación de parámetros. Siguiendo el modelo de Subramanian, Jian-Hsian Chou, Yung-Sheng Su, Hiu-Wen Tan y, Chen-Yu Chen (2009), concluyen que, en el mercado de Taiwan, los modelos Nelson y Siegel (1987), Svensson (1994) y Bliss (1996) se ajustan mejor bajo la función objetivo ponderada por iliquidez.

En los países sudamericanos, existen trabajos de interés tales como los de Herrera y Magendzo (1997) y Lefort y Walker (2000), quienes utilizan el modelo de Nelson y Siegel (1987) para estimar la estructura de plazos de las tasas de interés de Chile. Asimismo, para estimar la curva de rendimiento de Perú, por un lado, Rodríguez y Villavicencio (2005) utilizan el modelo de Nelson y Siegel (1987), mientras que Javier Pereda (2010) utiliza los modelos de Nelson y Siegel (1987) y de Svensson (1994). Melo y Vázquez, por su parte, emplean los modelos de Nelson y Siegel (1987) y de McCulloch (1975) para estimar la curva de rendimiento de Colombia.

Cabe destacar además el trabajo de Cortázar, Schwartz y Naranjo (2003), quienes analizan la estimación de la estructura temporal de tasas bajo mercados con poca frecuencia en el mercado chileno. A los fines de desarrollar su trabajo, estos autores realizan un análisis de la estabilidad de la estimación de estructura temporal de tasas, mediante los modelos de Nelson y Siegel (1987) y de Svensson (1994), en el que comparan la volatilidad de la estimación con respecto a los datos empíricos.

En el caso de Argentina, Marcelo Zincenko (2015) utiliza la metodología de Nelson y Siegel (1987) para estimar la estructura de plazos de las tasas de interés de los bonos argentinos en dólares.

Por otro lado, los bancos centrales que han reportado el uso de modelos polinómicos y paramétricos para la estimación de la curva de rendimientos son los siguientes (BIS 2005):

- Nelson y Siegel (1987): Finlandia e Italia.

- Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1994): Bélgica y Francia.
- Svensson (1994): Alemania, Noruega, España, Suiza.
- Anderson y Sleath *-Spline-* (1995): Estados Unidos y Japón.

3. Bonos emitidos por la Provincia de Buenos Aires bajo ley de Nueva York

Durante el período en análisis, la Provincia de Buenos Aires presentó once bonos bajo ley de Nueva York, cuyas características se detallan en la Tabla 1.

Cabe destacar que ninguno de ellos es bono *callable* (bonos que pueden ser rescatados antes de su vencimiento) y, asimismo, que mientras sólo 2 de ellos se amortizan al vencimiento, los demás tienen un cronograma de amortización que incluye entre 3 cuotas anuales y 30 cuotas semestrales.

Ponemos de resalto que el bono BDED no ha sido tenido en cuenta para el presente trabajo. Ello por cuanto, el BDED vence en el período bajo análisis y, por lo tanto, puede mostrar cierta distorsión en la parte corta de la curva.

4. Descripción de datos

Para la realización del presente trabajo, tomamos los datos disponibles desde el 1° de marzo de 2017 al 31 de marzo de 2018, obteniendo en total 242 observaciones.

Dentro de los 242 días hábiles tomados como muestra, el BPLD, es decir el bono que más duración posee, ha tenido negociaciones durante los 242 días. Luego le sigue el PBF23, que se encuentra en la parte media de la curva, con 238 días de negociaciones. En tercer lugar, se ubica el BPMD, con 173 días de negociaciones, tal como podemos observar en la Figura 1.

Por último, podemos observar en la Figura 2 que los bonos de la Provincia de Buenos Aires cuentan con poca frecuencia de negociación. Tal como se desprende de dicha Figura, no obtuvimos un día con datos de precios de todos los bonos bajo análisis, mientras que la frecuencia que más se repitió fue la de 5 datos de precios.

Nombre (Código MAE - BCBA)	Código ISIN	Fecha de emisión	Fecha de Vencimiento	Monto emitido (US\$)	Amortización	Intereses
Bonos Descuento (BDED)	XS0234087590	01/12/2005	15/04/2017	333.893.191	En 5 en cuotas semestrales, iguales y consecutivas, siendo el primero el 15 de octubre de 2012.	Tasa de interés fija del 9,25% nominal anual, pagaderos semestralmente los días 15 de abril y 15 de octubre de cada año, calculados sobre la base de un año de 360 días integrado por 12 meses de 30 días cada uno.
Títulos de deuda Pública de la Provincia de Buenos Aires al 9,375% con vencimiento en 2018 (BP18)	XS0270992380	31/10/2006	14/09/2018	475.000.000	Al vencimiento.	Tasa de interés fija del 9,375% nominal anual, pagaderos semestralmente los días 14 de marzo y 14 de septiembre de cada año, calculados sobre la base de un año de 360 días integrado por 12 meses de 30 días cada uno.
Títulos de deuda Pública de la Provincia de Buenos Aires al 5,75% con vencimiento en 2019 (BP19)	XS1433314231	15/06/2016	15/06/2019	750.000.000	Al vencimiento.	Tasa de interés fija del 5,75% nominal anual, pagaderos semestralmente los días 15 de junio y 15 de diciembre de cada año, calculados sobre la base de un año de 360 días integrado por 12 meses de 30 días cada uno.
Bonos Par a Mediano Plazo (BPMV)	XS0234086196	01/12/2005	01/05/2020	63.699.456	En 6 cuotas semestrales y consecutivas, comenzando el 1° de noviembre de 2017, equivalentes las 5 primeras al 16,666% del capital y la última al 16,67%.	Tasa de interés nominal anual desde el 01/12/2005 hasta el 01/11/2009 del 1%, desde 02/11/2009 hasta el 01/11/2013 del 2%, desde 02/11/2013 hasta el 01/11/2017 del 3% y desde 02/11/2017 hasta el 01/05/2020 del 4%, calculados sobre la base de un año de 360 días integrado por 12 meses de 30 días cada uno.
Títulos de deuda Pública de la Provincia de Buenos Aires al 10,875% con vencimiento en 2021 (BP21)	XS0584493349	26/01/2011	26/01/2021	750.000.000	En 3 cuotas anuales, las 2 primeras de 33,33% y la última del 33,34%, con vencimiento el 26 de enero de 2019, el 26 de enero de 2020 y el 26 de enero de 2021.	Tasa de interés fija del 10,875% nominal anual, pagaderos semestralmente los días 26 de enero y 26 de julio de cada año, calculados sobre la base de un año de 360 días integrado por 12 meses de 30 días cada uno.
Títulos de deuda Pública de la Provincia de Buenos Aires al 9,95% con vencimiento en 2021 (BP21)	XS1244682487	09/06/2015	09/06/2021	899.475.908	En dos cuotas iguales y consecutivas a pagarse los días 9 de junio de 2020 y 9 de junio de 2021.	Tasa de interés fija del 9,95% nominal anual, pagaderos semestralmente los días 9 de junio y 9 de diciembre de cada año, calculados sobre la base de un año de 360 días integrado por 12 meses de 30 días cada uno.
Títulos de deuda Pública de la Provincia de Buenos Aires al 6,50% con vencimiento en 2023 (BP23)	XS1566193295	15/02/2017	15/03/2023	750.000.000	En 3 cuotas anuales, las 2 primeras de 33,33% y la última del 33,34%, con vencimiento el 15 de febrero de 2021, el 14 de febrero de 2022 y el 15 de febrero de 2023.	Tasa de interés fija del 6,50% nominal anual, pagaderos semestralmente los días 15 de febrero y 15 de agosto de cada año, calculados sobre la base de un año de 360 días integrado por 12 meses de 30 días cada uno.
Títulos de deuda Pública de la Provincia de Buenos Aires al 9,125% con vencimiento en 2024 (BPM24)	XS1380274735	16/03/2016	16/03/2024	1.250.000.000	En 3 cuotas anuales, las 2 primeras de 33,33% y la última del 33,34%, con vencimiento el 16 de marzo de 2022, el 16 de marzo de 2023 y el 16 de marzo de 2024.	Tasa de interés fija del 9,125% nominal anual, pagaderos semestralmente los días 16 de marzo y 16 de septiembre de cada año, calculados sobre la base de un año de 360 días integrado por 12 meses de 30 días cada uno.
Títulos de deuda Pública de la Provincia de Buenos Aires al 7,875% con vencimiento en 2027 (BP27)	XS1433314314	15/06/2016	15/06/2027	1.750.000.000	En 3 cuotas anuales, las 2 primeras de 33,33% y la última del 33,34%, con vencimiento el 15 de junio de 2025, el 15 de junio de 2026 y el 16 de junio de 2027.	Tasa de interés fija del 7,875% nominal anual, pagaderos semestralmente los días 15 de junio y 15 de diciembre de cada año, calculados sobre la base de un año de 360 días integrado por 12 meses de 30 días cada uno.
Títulos de deuda Pública de la Provincia de Buenos Aires al 9,625% con vencimiento en 2028 (BP28)	XS0290125391	18/04/2007	18/04/2028	400.000.000	En 3 cuotas anuales, las 2 primeras de 33,33% y la última del 33,34%, con vencimiento el 18 de abril de 2026, el 18 de abril de 2027 y el 18 de abril de 2028.	Tasa de interés fija del 9,625% nominal anual, pagaderos semestralmente los días 18 de abril y 18 de octubre de cada año, calculados sobre la base de un año de 360 días integrado por 12 meses de 30 días cada uno.
Bonos Par a Largo Plazo (BPLD)	XS0234084738	01/12/2005	15/05/2035	488.427.963	En 30 cuotas semestrales y consecutivas, comenzando el 15 de noviembre de 2020, equivalentes las 29 primeras al 3,33% del capital y la última al 3,43%.	Tasa de interés nominal anual desde el 01/12/2005 hasta el 15/11/2007 del 2%, desde 16/11/2007 hasta el 15/11/2009 del 3% y desde 16/11/2009 hasta el 15/11/2035 del 4%, calculados sobre la base de un año de 360 días integrado por 12 meses de 30 días cada uno.

Tabla 1. Descripción de los Bonos de la Provincia de Buenos Aires bajo Ley de Nueva York.

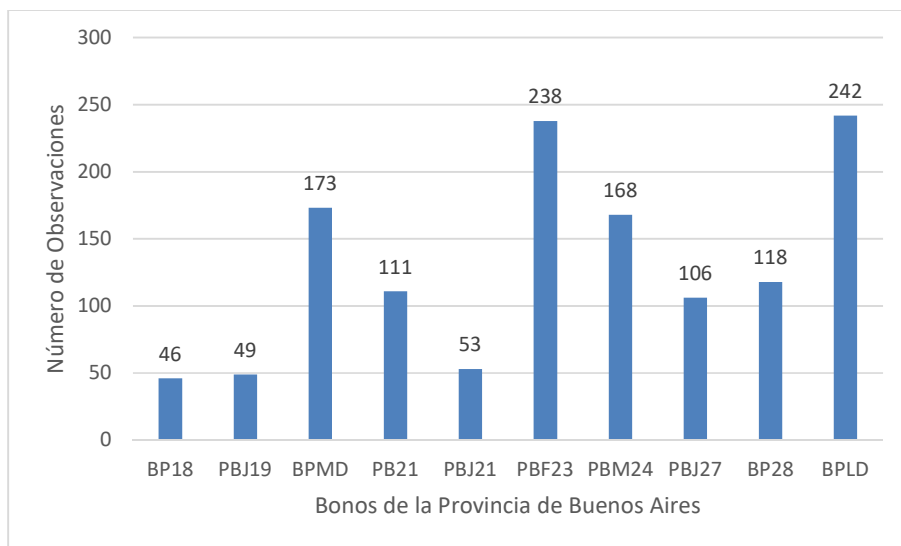


Figura 1. Cantidad de días de datos observados por Bonos de la Provincia de Buenos Aires

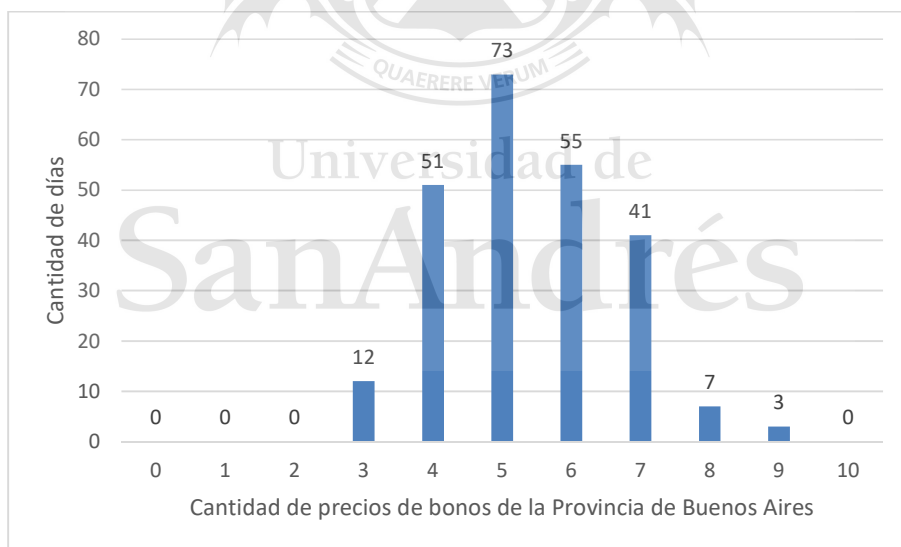


Figura 2. Cantidad de Precios por días de los bonos de la Provincia de Buenos Aires

Los Bonos emitidos por la Provincia de Buenos Aires bajo ley de Nueva York se negocian tanto en el MAE como en el BYMA.

El criterio utilizado para tomar los precios ha sido el siguiente: en primer lugar, tomamos el precio negociado en dólares de cierre del MAE, y, si el mismo no se había negociado, tomamos el precio en dólares de cierre en el BYMA; en segundo lugar, si ninguno de los

dos precios anteriores se encontraba disponible, tomamos el promedio entre el *Bid* (posición compradora) y el *Offer* (posición vendedora) en dólares, primero en el mercado MAE y segundo en el mercado BYMA; en tercer lugar, si los datos anteriores no se encontraban disponibles, tomamos primero la posición *Bid* en el mercado MAE y luego en el mercado BYMA; finalmente tomamos el *Offer* en el mercado MAE y, si no se encontraba disponible, en el mercado BYMA.

Con respecto a los plazos de liquidación, desde el 1° de marzo de 2017 hasta el 3 de septiembre de 2017, tomamos los precios con plazo de liquidación de 72 horas, mientras que desde el 4 de septiembre de 2017 hasta el 31 de marzo de 2018 con plazo de liquidación de 48 horas, por resultar éste el plazo en que los bonos se negocian habitualmente en el mercado argentino.

Asimismo, debido a la falta de precios de bonos en el corto plazo, tomamos la tasa de caución en dólares a 7 días para brindar un ajuste a la parte corta de la curva.

5. Descripción del modelo

Como detalláramos en la Sección 2, no existe un modelo único para calcular la estructura de tasa de interés, por lo que la elección del modelo debe realizarse teniendo en cuenta las características propias de cada mercado.

Para la estimación de la curva cupón cero de la Provincia de Buenos Aires bajo métodos paramétricos, consideramos condiciones perfectas de mercado y de no arbitraje, tal que el precio teórico P_i^* del bono i se determine a partir de la siguiente ecuación: $C_{i,j}$ representa al cupón y $N_{i,j}$ representa la amortización del bono i en el instante j . Además, t_j representa los días al vencimiento expresados en años bajo la convención real/365 del instante j y r_j representa la tasa cupón cero dada por la función de Nelson y Siegel (1987) para el instante j .

$$P_i^* = \sum_{j=1}^T C_{i,j} e^{-r_j t_j} + N_{i,j} e^{-r_j t_j}$$

El modelo de Nelson y Siegel (1987) tiene por objeto proponer un modelo simple y parsimonioso, a fin de que sea lo suficientemente flexible para representar aquellas curvas de rendimiento bajo las formas monótonas, jorobadas o en forma de S. Así, Nelson y Siegel (1987) propusieron la siguiente fórmula:

$$R(t) = \beta_0 + \beta_1 \frac{(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))}{\frac{t}{\tau}} + \beta_2 \left(\frac{(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))}{\frac{t}{\tau}} - \exp(-\frac{t}{\tau}) \right)$$

Los parámetros τ , β_0 , β_1 y β_2 se obtienen a partir de la observación de precios en el mercado.

El límite de $R(t)$ cuando t tiende a infinito es β_0 , y el límite de $R(t)$ cuando t tiende a 0 es $\beta_0 + \beta_1$. Por ende, se puede apreciar que β_0 es la contribución a largo plazo sobre la curva de tasas de cupón cero, mientras que β_1 es la contribución a corto plazo y β_2 es la contribución a mediano plazo.

Otra forma de interpretar los parámetros detallados anteriormente es que β_0 determina el nivel de la curva de tasas de cupón cero, mientras que β_1 es el diferencial entre los rendimientos de corto y largo plazo y β_2 se relaciona con la magnitud de la joroba de la curva. Y, por último, τ indica la posición de la joroba.

Nuestra función objetivo es la diferencia de precios, teórico P_i^* versus mercado P_i , elevado al cuadrado más la diferencia porcentual entra la tasa de caución en dólares a 7 días ($Ancla_{7/365}$) y la tasa teórica elevado al cuadrado, en tres versiones: sin ponderar, ponderada por la inversa de la duración y ponderada por el promedio ponderado de la duración. Estas ponderaciones son importantes ya que determinan el peso que obtienen los bonos en el resultado de la curva de rendimiento.

Por lo tanto, para cada día del período analizado se realiza la siguiente optimización.

$$\min_{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau} \sum_{i=1}^N w_i * (P_i - P_i^*)^2 + \left(\frac{R\left(\frac{7}{365}\right) - Ancla_{7/365}}{Ancla_{7/365}} \times 100 \right)^2$$

Donde N es la cantidad de bonos que poseen precio de mercado, w_i es el ponderador de los errores de cada bono y $R\left(\frac{7}{365}\right)$ es la tasa de interés que resulta del modelo Nelson y Siegel (1987) en $t = \frac{7}{365}$.

En relación a los ponderadores, a los fines de realizar el presente trabajo, evaluamos las siguientes alternativas:

1- Sin ponderación, $w_i = 1$. En esta alternativa, se le asigna a cada bono igual ponderación al error de precio.

2- Ponderación por la inversa de la duración $w_i = \frac{1}{Duración_i}$. En esta segunda alternativa, se le asigna mayor ponderación a los bonos de corto plazo.

3- Ponderación por el promedio ponderado de la duración $w_i = \frac{Duración_i}{\sum_{i=1}^N Duración_i}$. En esta tercera alternativa, se asigna mayor ponderación a los bonos de largo plazo.

Debido a la presencia de mínimos locales en la superficie donde realizamos la optimización, realizamos un algoritmo para la determinación de los parámetros en cada día. De esta manera, seguimos la metodología realizada por el Banco Central de Canadá, bajo el modelo de Bolder y Stréliski (1999).

En particular, realizamos para cada día 6 optimizaciones:

SP1 = [0,1 -0,085 0.05 3] con restricciones $\beta_0 \geq 0, -\infty < \beta_1 \leq 0, \tau \geq 0, \beta_0 + \beta_1 \geq 0$.

SP2 = [0,09 -0,075 0,01 1] con restricciones $\beta_0 \geq 0, -\infty < \beta_1 \leq 0, \tau \geq 0, \beta_0 + \beta_1 \geq 0$.

SP3 = [0.011 -0.065 0.05 6] con restricciones $\beta_0 \geq 0, -\infty < \beta_1 \leq 0, \tau \geq 0$.

SP4 = [0.085 -0.075 0.01 2] con restricciones $\beta_0 \geq 0, -\infty < \beta_1 \leq 0, \tau \geq 0$.

SP5 = [0.09 -0.075 -0.05 1] con restricciones $\beta_0 \geq 0, -\infty < \beta_1 \leq 0, \tau \geq 0$.

SP6 = [0.085 -0.065 -0.05 1.5] con restricciones $\beta_0 \geq 0, -\infty < \beta_1 \leq 0, \tau \geq 0$.

Para cada una de las optimizaciones, obtenemos los parámetros $(\beta_0^*; \beta_1^*; \beta_2^*; \tau^*)$ que minimizan la función objetivo. Con el fin de obtener un movimiento suave de la curva a través del tiempo, sobre todas las soluciones óptimas obtenidas tomamos como solución global la que posee menor distancia relativa con respecto a la solución del día anterior.

6. Resultados empíricos

Evaluamos la función objetivo en sus tres versiones mediante el criterio de bondad de ajuste, que constituye una medida de diferencia, ya sea entre los precios observados P_i y los teóricos P_i^* resultantes de la metodología descrita, o bien entre las tasas interna de retorno observadas Y_i y las tasas interna de retorno teóricas Y_i^* también resultantes de esta metodología.

El criterio de bondad de ajuste, en sus distintas versiones, indica cuán bien se describen los datos observados y su procedimiento de estimación subyacente. A continuación, detallamos las medidas utilizadas:

- Error absoluto promedio (MAE):

$$MAE = \sum_{i=1}^N \frac{|P_i^* - P_i|}{N}$$

- Error absoluto relativo promedio (MAPE)

$$MAPE = \sum_{i=1}^N \frac{|P_i^* - P_i|}{P_i} * \frac{100}{N}$$

- Raíz cuadrada del error cuadrático promedio (RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(P_i^* - P_i)^2}{N}}$$

- Raíz cuadrada del error cuadrático relativo promedio (RMSPE)

$$RMSPE = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{P_i^* - P_i}{P_i}\right)^2 * \frac{100}{N}}$$

- Error absoluto promedio entre Tasas Interna de Retornos (MAETIR):

$$MAETIR = \sum_{i=1}^N \frac{|Y_i^* - Y_i|}{N}$$

Cabe desatacar que el RMSE y el RMSPE, son sensibles a los valores atípicos. Por el contrario, las medidas MAE, MAETIR y MAPE carecen de dicha sensibilidad.

Podemos observar en la Tabla 2 que la función objetivo con menor medida de error es la que no posee ponderación, por lo que resulta la mejor función objetivo para estimar la curva cupón cero de la Provincia de Buenos Aires.

Medida de error	Sin ponderación	Ponderada por la inversa de la duración	Ponderada por el promedio ponderado de la duración
MAE	0,4810	0,5551	0,5626
MAPE	0,4654	0,5488	0,5582
RMSE	0,5764	0,6346	0,6449
RMSPE	0,5570	0,6267	0,6397
MAETIR	0,24%	0,25%	0,26%

Tabla 2. Medidas de error de las tres funciones objetivos

Además, podemos observar en la Tabla 3 y en la Tabla 4, en las que se detallan el error promedio porcentual por bono por precios y por tasas interna de retorno, respectivamente, que la función objetivo ponderada por la inversa de la duración ajusta mejor en el tramo corto, mientras que la función objetivo ponderada por el promedio ponderado de la duración ajusta mejor en el tramo largo. Esto se debe a la naturaleza de las ponderaciones de las funciones objetivos. Sin embargo, como mencionamos anteriormente en la Tabla 2, la función objetivo que mejor ajusta en promedio es la sin ponderación.

Bono	Sin ponderación	Ponderada por la inversa de la duración	Ponderada por el promedio ponderado de la duración
BP18	-0,9498	-0,8368	-1,0799
PBJ19	-0,1922	-0,0972	-0,3551
BPMD	-0,2251	-0,1613	-0,3784
PBJ21	-0,5308	-0,3463	-0,6980
PBJ21	-0,1721	-0,0778	-0,2931
PBF23	0,5528	0,8316	0,4486
PBM24	-0,1212	0,0277	-0,1955
PBJ27	-0,0630	-0,1680	-0,1222
BP28	-0,4976	-0,5842	-0,5704
BPLD	0,3799	0,0427	0,3108

Tabla 3. Error de precio porcentual promedio por bono

Bono	Sin ponderación	Ponderada por la inversa de la duración	Ponderada por el promedio ponderado de la duración
BP18	1,1199%	0,9828%	1,2788%
PBJ19	0,1028%	0,0426%	0,2065%
BPMD	0,1535%	0,1103%	0,2727%
PB21	0,2609%	0,1625%	0,3479%
PBJ21	0,0515%	0,0163%	0,0967%
PBF23	-0,1640%	-0,2435%	-0,1354%
PBM24	0,0183%	-0,0186%	0,0363%
PBJ27	0,0017%	0,0197%	0,0116%
BP28	0,0726%	0,0871%	0,0845%
BPLD	-0,0599%	-0,0117%	-0,0503%

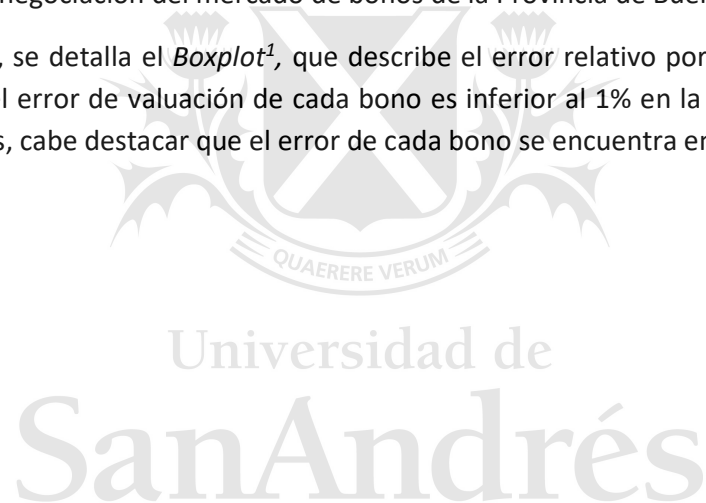
Tabla 4. Error de tasa interna de retorno promedio por bono

Como vemos en la Figura 3, el resultado de la estimación de la curva cupón cero de la Provincia de Buenos Aires, mediante el modelo de Nelson y Siegel (1987), utilizando la función objetivo sin ponderación, es una curva suave, en todo el período bajo análisis. Este resultado se confirma en la Figura 4, que representa la evolución de la tasa de interés para los períodos de 3 meses, 6 meses, 1 año, 5 años, 10 años, 15 años y 18 años. Como podemos observar, la joroba ubicada entre 5 a 10 años y el tramo corto nos indican una curva de pendiente positiva. Además, cabe destacar que dicha estimación refleja el período de estrés en el mercado argentino previo a la votación electoral de las Primarias Abiertas Simultáneas y Obligatorias (PASO) de agosto de 2017 y la suba de tasas que se dio desde principios de 2018.

La Figura 5 muestra la evolución de los parámetros de Nelson y Siegel (1987), en la que se observa que los parámetros se mantienen estables, con cierta oscilación. El parámetro β_0 , que es la contribución al largo plazo de la curva de cupón cero, es descendiente a lo largo del año 2017, luego a principios del año 2018 es creciente, reflejando así la suba de las tasas que mencionamos anteriormente. Con respecto al β_1 , éste se mantiene negativo en todo el período bajo análisis, resultando así una pendiente positiva (ascendente) en la curva de tasa de cupón cero. Por último, el parámetro β_2 , obtiene valores cercanos a 0, y el parámetro τ posee valores positivos en todo el período bajo análisis, lo que determina la joroba y el lugar de ésta, tal como se observa en la Figura 3 y en la Figura 4.

En la Figura 6, en la que se detalla la evolución del error del ajuste del modelo, se observa que en algunos casos el error resulta elevado, lo cual refleja la dificultad de calibración del modelo para aquellos días. Esto se debe a las particularidades de iliquidez y a la poca frecuencia de negociación del mercado de bonos de la Provincia de Buenos Aires.

En la Figura 7, se detalla el *Boxplot*¹, que describe el error relativo por cada bono. Se observa que el error de valuación de cada bono es inferior al 1% en la mayoría de los casos. Además, cabe destacar que el error de cada bono se encuentra en torno a 0.



¹ En el boxplot, los límites de la Caja son los percentiles 25th (q1) y 75 th (q3), la línea media corresponde a la mediana. El bigote máximo, está determinado por $q3 + 1,5(q3 - q1)$ para el máximo, mientras que el bigote mínimo está dado por $q1 - 1,5(q3 - q1)$. Los valores situados por fuera de los detallados anteriormente son los valores atípicos.

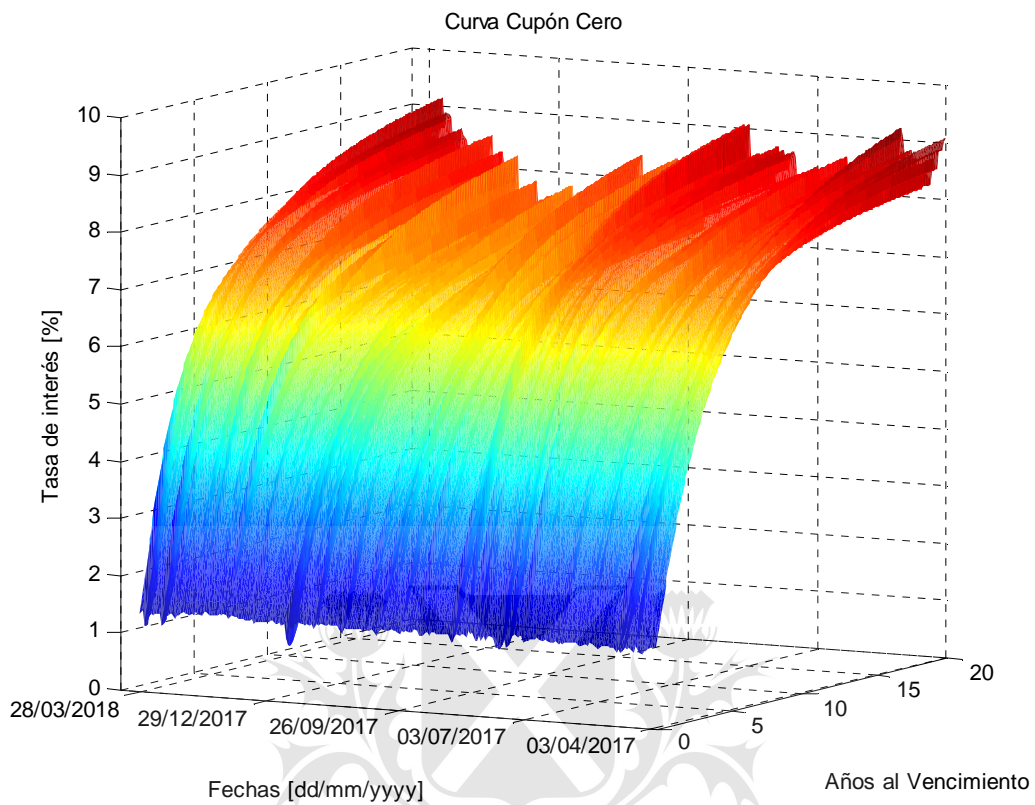


Figura 3. Curva cupón cero de la Provincia de Buenos Aires diaria.

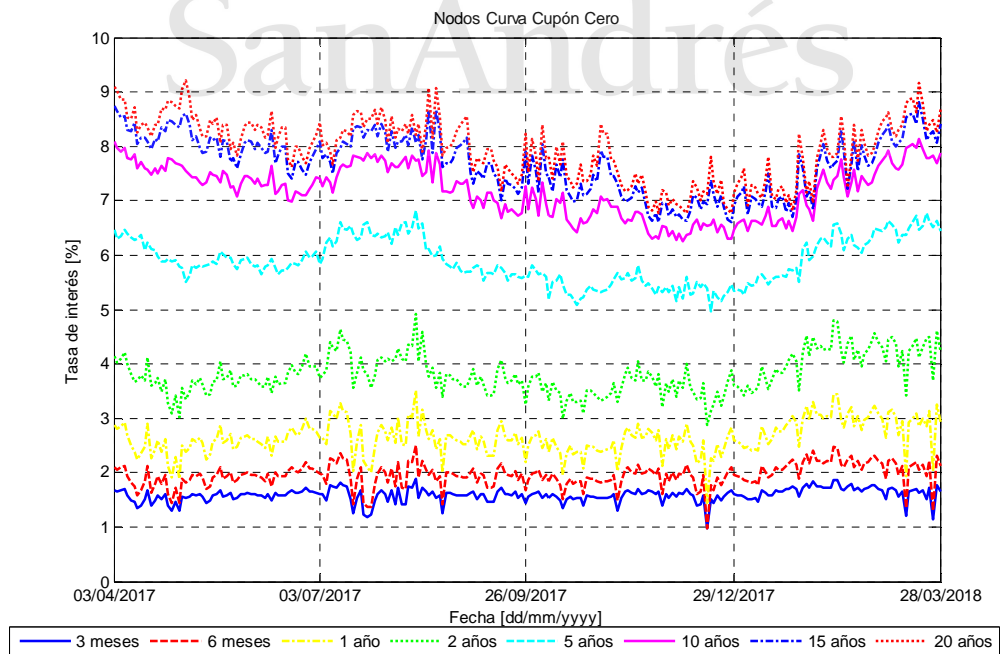


Figura 4. Evolución de la tasa de interés diaria de la Provincia de Buenos Aires.

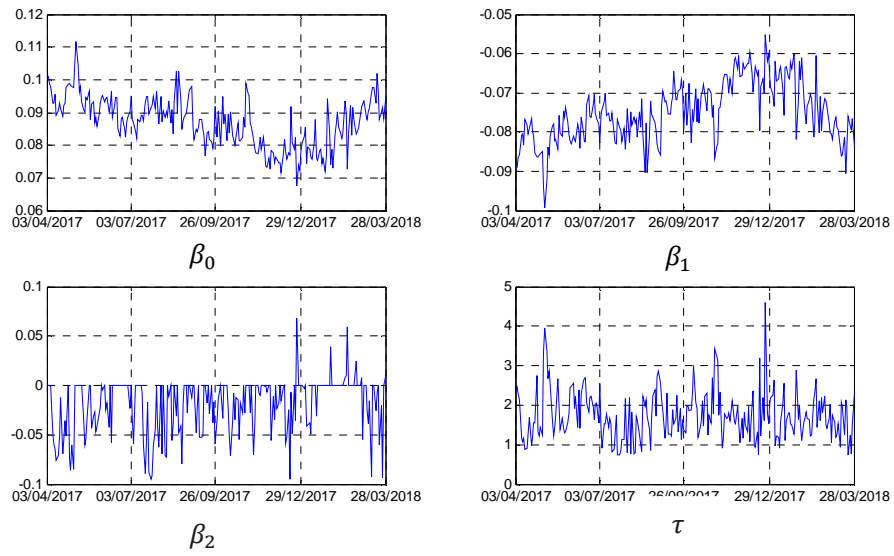


Figura 5. Evolución de los parámetros del modelo Nelson y Siegel

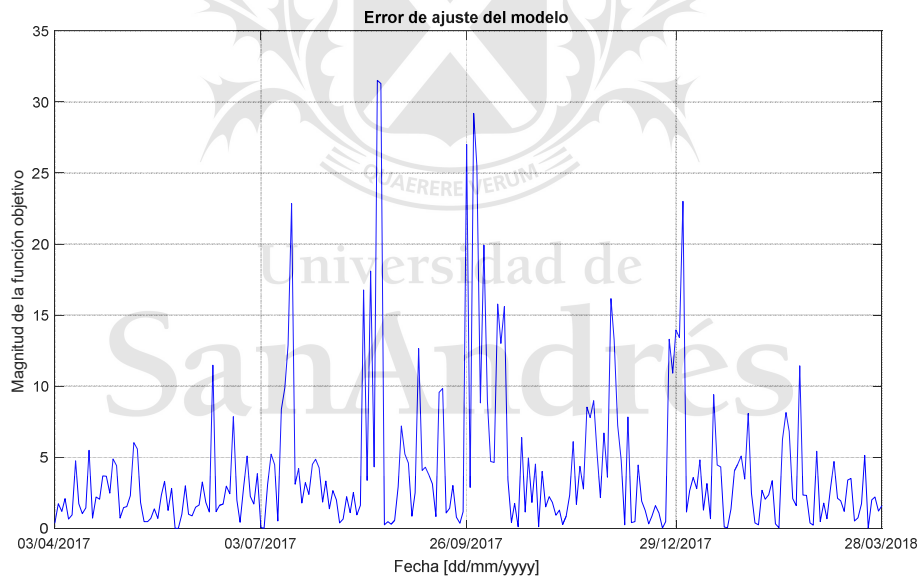


Figura 6. Error del ajuste del modelo

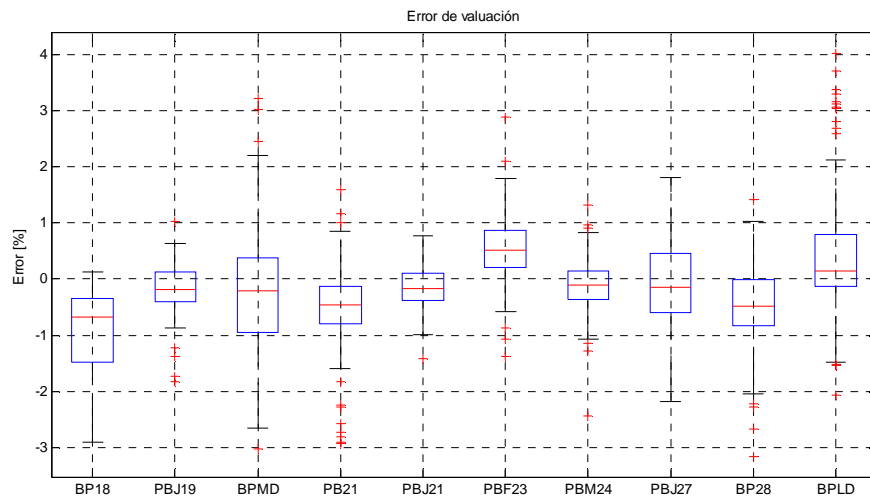


Figura 7. Error de valuación

7. Análisis de volatilidades en la Curva Cupón Cero de la Provincia de Buenos Aires

A la hora de evaluar la eficiencia de los modelos de estimación, Cortázar, Schwartz y Naranjo (2003) proponen que, a la bondad de ajuste de los modelos de estimación de la curva de rendimiento sobre los precios observados, se puede agregar la estabilidad de las curvas de rendimiento estimadas.

A tal fin, estos autores proponen analizar la estabilidad de las curvas de rendimiento estimadas observando la secuencia de las estimaciones diarias de las curvas de rendimiento implícitas en el modelo. Ello, toda vez que las curvas estimadas pueden tener un buen ajuste sobre los precios negociados de bonos, pero, no obstante, pueden provocar un gran salto sobre los bonos que no fueron negociados, lo que posiblemente suceda en los mercados ilíquidos.

Para evaluar la estabilidad de la Curva Cupón Cero de la Provincia de Buenos Aires estimada bajo el modelo Nelson y Siegel (1987), analizamos la volatilidad a través de sus tasas interna de retorno y la duración de los bonos que cuenten con más de 100 datos de precios en nuestro universo de 242 observaciones, los que resultan los bonos BPMD, PB21, PBF23, PBM24, PBJ27, BP28 y BPLD.

Cabe destacar que, en un mercado desarrollado, en el cual existen todos los precios negocios en las distintas duraciones, las volatilidades de los precios estimados se ajustarán a las volatilidades de los precios reales. En cambio, en un mercado en desarrollo, donde se encuentran días en los que los bonos de distintas duraciones no se

negocian, las volatilidades de los precios estimados serán mayores a las volatilidades de los precios existentes.

En la Figura 8, se detalla la comparación de volatilidades de las tasas interna de retorno resultantes del modelo y las empíricas para aquellos bonos en los cuales contamos con más de 100 datos de negociación. En dicha figura, se puede observar que el modelo determina una curva estable a lo largo del período bajo análisis, y las volatilidades que resultan del modelo se ajustan satisfactoriamente a las volatilidades empíricas con mayor duración. Esto último se debe a que el bono BPLD cuenta con precios de negociación en la totalidad de los días, resultando éste el bono más negociado de la Provincia de Buenos Aires durante el período analizado.

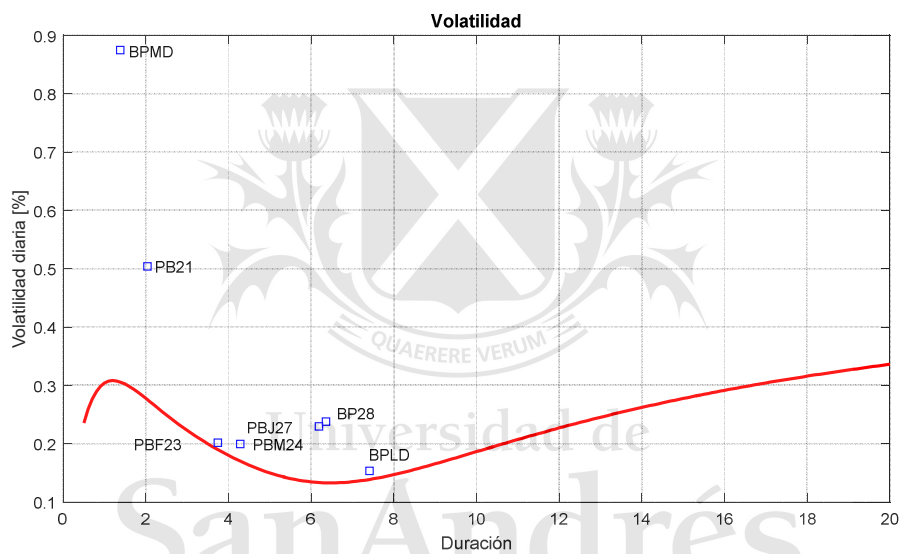


Figura 8. Volatilidad

Por otro lado, en el corto plazo, la diferencia puede deberse al ancla y a la falta de precios en los bonos durante ese período, circunstancia que, además, resulta de las dificultades en la obtención de los mismos debido a la metodología empleada. Ello en tanto empleamos *Bid* y *Ask*, lo que genera una volatilidad mayor debido a la corta duración de los bonos BPMD y PB21, tal como podemos observar en la Figura 9 y en la Figura 10.

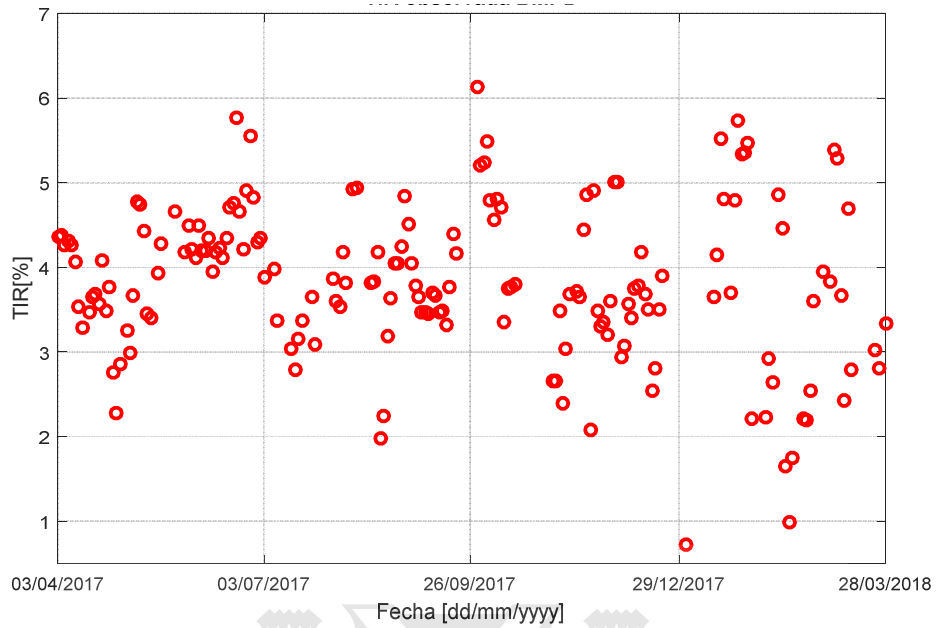


Figura 9. Tasas interna observada BPMD

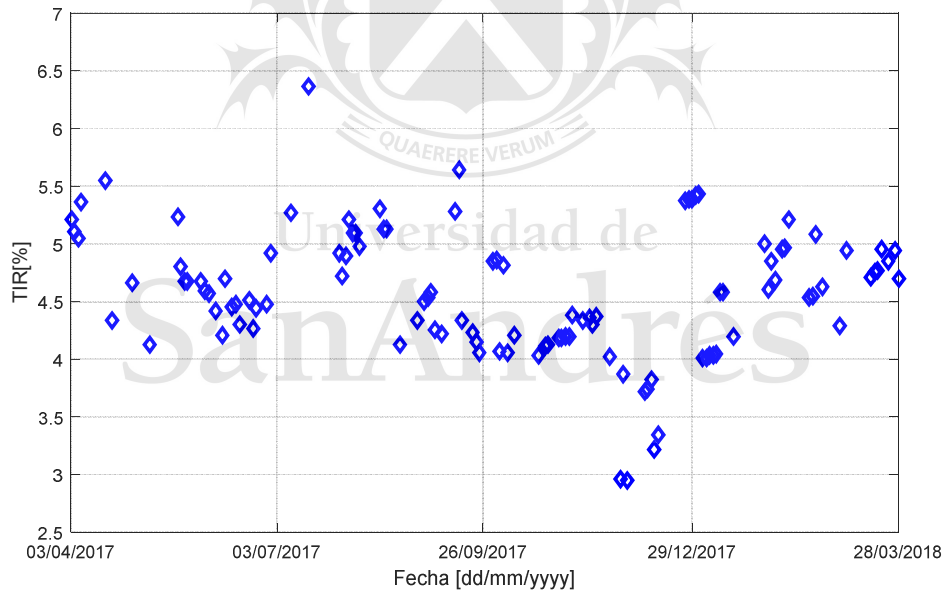


Figura 10. Tasas interna observada PB21

En la Figura 11, detallamos la comparación de volatilidades de las tasas interna de retorno resultantes del modelo utilizado, así como las empíricas para aquellos bonos en los cuales contamos con más de 100 datos de negociación, sin tener en cuenta el BPMD y el PB21. Así, observamos que el modelo tiene cierta dificultad en tomar las volatilidades del mercado.

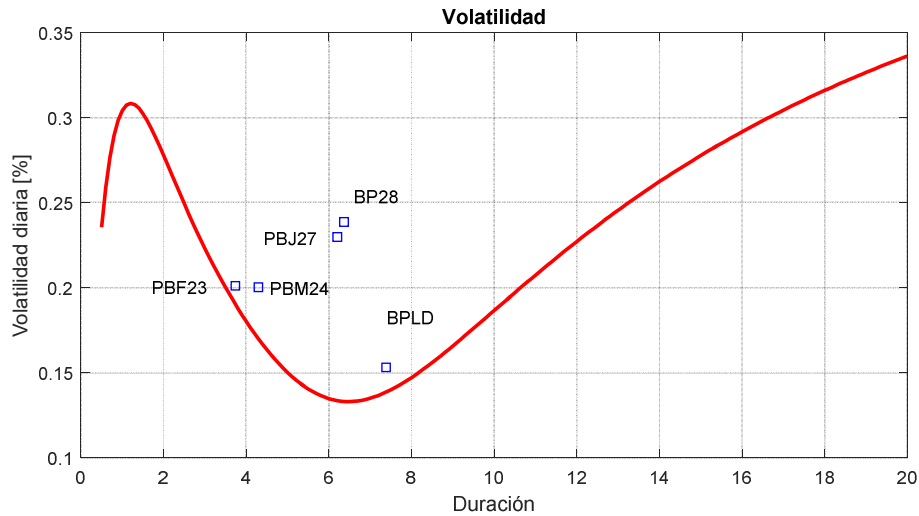


Figura 11. Volatilidad sin BPMD y PB21

8. Conclusión

A lo largo del presente trabajo efectuamos una estimación de la curva cupón cero de la Provincia de Buenos Aires. Debido a que el mercado es incompleto y los bonos en su mayoría son ilíquidos, aplicamos el modelo de Nelson y Siegel (1987), bajo tres funciones objetivo distintas, siendo la función objetivo sin ponderar la que mejor desempeño obtiene.

Cabe destacar que, para el tramo corto de la curva, utilizamos la tasa de caución de 7 días en dólares, debido a la ausencia de precios en el corto plazo.

Tal como detallamos anteriormente, debido a que el mercado de los bonos de la Provincia de Buenos Aires presenta problemas de iliquidez, desarrollamos una metodología de obtención de los precios para poder obtener una mayor cantidad de datos de estos bonos.

Los resultados obtenidos de las observaciones diarias muestran una curva suave y estable para el período comprendido entre el 1º de marzo de 2017 y el 31 de marzo de 2018. Los parámetros se muestran estables y el error de valuación de cada bono es inferior al 1% en la mayoría de los casos. El error absoluto promedio de precios es de 0,4810 y el error absoluto promedio entre tasas interna de retorno es de 0,24%.

Por último, el modelo determina una curva estable a lo largo del período bajo análisis y las volatilidades que resultan del modelo se ajustan satisfactoriamente a las volatilidades empíricas con mayor duración. Cabe aclarar que dichas volatilidades se realizaron a partir de las tasas interna de retorno y sobre los nodos de la curva,

circunstancia que presenta cierta dificultad en el tramo corto de la curva, debido a la metodología empleada en la obtención de precios.

En atención a ello, podemos concluir que el modelo desarrollado es útil para la determinación de precios de bonos de la Provincia de Buenos Aires.

En futuros trabajos, se podrá profundizar en el estudio de estructuras de tasas de interés de otras jurisdicciones, tales como las de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, o estructuras de tasas de interés de bonos corporativos. Además, se podrán desarrollar otras metodologías a la propuesta, utilizando por ejemplo el modelo de Svensson (1994).

9. Referencias

L.E. ARANGO, L.F. MELO y D.M VÁZQUEZ. Estimación de la Estructura a Plazo de las Tasas de Interés en Colombia. Documentos de Trabajo, Banco de la República, 2002.

BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS (BIS). Zero-Coupon Yield Curves. Documentos de Trabajo, BIS 25, 2005.

T. BJORK y B.J. CHRISTENSEN. Interest Rate Dynamics and Consistent Forward Rate Curves. *Mathematical Finance*, V. 9 (4), pp. 293- 412, 1999.

L. CORONEO, K. NYHOLM y R. VIDOVA-KOLEVA. How Arbitrage-Free is the Nelson-Siegel Model? European Central Bank. Documentos de Trabajo No. 874, 2008.

D. BOLDER y D STRÉLISKI. Yield Curve Modelling at the Bank of Canada. Bank of Canada. Documentos de Trabajo 84, 1999.

Jian-Hsin CHOU, Yung-Sheng SU, Hui-Wen TANG y Chen-Yu CHEN. Fitting the Term Structure of Interest Rates in Illiquid Market: Taiwan Experience. *Investment Management and Financial Innovations*, Vol. 6(1), pp.101-116, 2009.

L. CORONEO, K. NYHOLM y R. VIDOVA-KOLEVA. How Arbitrage-Free is the Nelson-Siegel Model? European Central Bank. Documentos de Trabajo No. 874, 2008.

G. CORTAZAR, E. S. SCHWARTZ y L. NARANJO, Term Structure Estimation in Low-Frequency Transaction Markets: A Kalman Filter Approach with Incomplete Panel-Data, Technical Report 1109, Anderson Graduate School of Management, UCLA, 2003.

M. FISHER, D. NYCHKA y D. ZERVOS. Fitting the Term Structure of Interest rates with Smoothing Splines. Finance and Economics Discussion. Documentos de Trabajo No. 95-1, Federal Reserve Board, 1995.

A. GEYER y R. MADER. Estimation of the term structure of interest rates: A parametric approach. Documentos de Trabajo de Oesterreichische National Bank No. 37, 1999.

L. O. HERRERA e I. MAGENDZO. Expectativas Financieras y la Curva de Tasas Forward de Chile. Documentos de Trabajo 23, Banco Central de Chile, 1997.

F. LEFORT y E. WALKER. Caracterización de la Estructura de Tasas de Interés Reales en Chile. *Economía Chilena* No. 3 (2), pp. 31-52, 2000.

J. H. McCULLOCH. Measuring the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Business*, No.42, 19-31, 1971.

J. H. McCULLOCH. The Tax-Adjusted Yield Curve. *The Journal of Finance*, Vol. 30, 811-830, 1975.

I MEIER. Estimating the Term Structure of Interest Rates: the Swiss Case. Swiss National Bank. Study Center Garzensee. Documentos de Trabajo No. 99.06, 1999.

C. R. NELSON y A. F. SIEGEL. Parsimonious Modeling of Yield Curves. *Journal of Business*, Vol. 60, 473-489, 1987.

J. PEREDA. Estimación de la curva de rendimiento cupón cero para el Perú y su uso para el análisis monetario. *Revista Economía*, Vol. XXXIII, N° 65, pp. 103- 132, 2010.

R. RICART y P. SICSIC. Estimation d'une structure par terme des taux d'intérêt sur données françaises. Banque de France. Documentos de Trabajo No.22, 47-50, 1995.

A. RODRÍGUEZ y J.A. VILLAVICENCIO. La Formación de la Curva de Rendimientos en Nuevos Soles en el Perú. Documento de Trabajo 239, PUCP, 2005.

K. V. SUBRAMANIAN. Term structure estimation in illiquid markets. *Journal of Fixed Income*, Vol. 11, No. 1, 77-86, 2001.

Lars SVENSSON. Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994, IMF Documentos de Trabajo, WP/94/114, 1-49, 1994.

M. ZINCENKO. A Methodology to estimate the Argentine Term Structure of Interest Rates. Documentos de Trabajo, 2015.