



Universidad de
San Andrés

MAESTRIA EN FINANZAS

TESIS

**Aplicabilidad de modelos estocásticos de tasas de interés para la
gestión de riesgos en Argentina**

Autor:
Gabriela F. Robredo
DNI: 32.347.562

Tutor:
Alejandro Sokol

Mayo 2016

ABSTRACT

Este documento tiene como propósito evaluar la aplicabilidad del modelo de tasa de interés de Vasicek (1977) y Ho Lee (1986) para modelar el comportamiento dinámico de las tasas de interés de Argentina.

Para el desarrollo de esta aplicación, se efectúan distintos criterios a los fines de realizar las estimaciones de los parámetros de entrada del modelo.

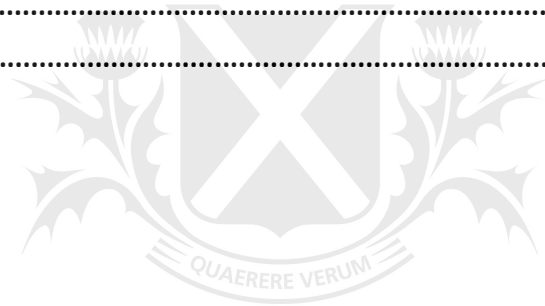
En el avance del trabajo se encuentra que el mismo resulta una primera aproximación para la gestión de riesgo de tasas de interés, especialmente en entidades financieras.



Universidad de
San Andrés

Tabla de Contenidos

Introducción	1
Modelo de Estructura temporal de tasas de interés	4
Revisión Literaria	6
Modelos de tasas de interés	7
Gestión de Riesgo de tasas	15
Enfoque bajo Mundo P y Mundo Q.....	15
Datos.....	16
Sobre los datos utilizados y su tratamiento.....	18
Resultados numéricos	25
Conclusiones.....	29
Referencias Bibliograficas.....	30



Universidad de
San Andrés

1. Introducción

El mercado de instrumentos de renta fija cobra vital importancia debido a su vasta expansión en los últimos años y con ello el riesgo asociado a los mismos (riesgo de tasa, riesgo de reinversión, riesgo de liquidez, riesgo de inflación, riesgo crédito, riesgo operacional, riesgo mercado, riesgo de la curva de rendimiento, riesgo base y riesgo de revaluación).

Se entiende que el mercado de bonos resulta mucho mayor que el mercado de equity, porque en US ronda los \$39 trillones mientras que el de acciones es solo de \$ 26.3 trillones según datos de 2015 de la Securities Industry and Financial Markets Association (SIFMA)¹, lo que es el 1 ½ del mercado de acciones y cerca de dos veces el tamaño de las 5 mayores bolsas extranjeras (Japon, China, Europa) según la World Federation of Exchanges (WFE)². Por lo expuesto es que resulta interesante analizar el mercado de instrumentos de renta fija.

El desarrollo de modelos que reflejen la naturaleza estocástica de la estructura temporal de las tasas de interés tuvo su auge a mediados de los años 70s, entre los que se encuentran el modelo de Merton (1973), el Movimiento browniano geométrico (1973), Black & Scholes (1973), el modelo de Vasicek (1977) y el modelo de Dothan (1978). Hoy en día están ampliamente difundidos en la literatura especializada (principalmente en lo que se refiere a la valuación de instrumentos financieros derivados de tasas de interés y gestión de riesgos de tasas)³. Sin embargo, en la Argentina hay poca literatura en la materia, con

1 La Industria de Valores y la Asociación de Mercados Financieros (SIFMA) es en Estados Unidos un grupo de la industria financiera que representan valores, empresas, bancos, y la gestión de activos de empresas. SIFMA se formó el 1 de noviembre de 2006, de la fusión de la Asociación del Mercado de Bonos y de la Asociación de la Industria de Valores.

2 La Federación Mundial de Bolsas (WFE), anteriormente la *Federación Internacional de los Bourses de Valeurs* (FIBV), o la Federación Internacional de Bolsas de Valores, es la asociación comercial de 64 (públicamente regulados) valores, futuros y opciones del mercado. Sus operadores del mercado son responsables de la operación de los componentes clave del mundo financiero.

3 Posteriormente se presentaría el modelo de Brennan-Shwartz (1980), los modelos de activos de tasa variable y de la raíz cuadrada de Cox, Ingersoll y Ross (1980 y 1985) y el modelo exponencial de Vasicek, Hull and white, el modelo de Nelson y Siegel, modelo de Svenson, entre otros. Todos los modelos tienen en su formulación en la asignación de parámetros constantes, es decir, parámetros que no varían como funciones del tiempo o del nivel de las tasas de interés. Modelos posteriores fueron propuestos principalmente por Hull & White en los cuales a los

excepción de unos pocos trabajos⁴. Posiblemente esto se deba a la poca profundidad del mercado y a las dificultades que aparecen a la hora de calibrar un modelo estocástico en un mercado tan inestable y de poca liquidez como el mercado argentino, particularmente el de Lebac, a pesar que actualmente se incrementó la emisión con el cambio de gobierno.

En este trabajo se presenta la aplicación sobre la curva de Lebac de 90 días (letras del Banco Central de la República Argentina⁵) de modelos de tasa de corto plazo, de Vasicek (1976)⁶ y Ho – Lee (1986)⁷, que se eligieron por su simpleza analítica y facilidad de implementación y son utilizados en la práctica internacional para la comprensión de la gestión de riesgo de tasa de interés en entidades financieras. Se procedió a modelar estocásticamente el comportamiento de la estructura temporal de la tasa de interés en argentina planteando dos estrategias.

La primera consiste en la compra hipotética de una lebac a un año financiada con depósitos a 30 días que renuevan a vencimiento. Al finalizar dicho periodo se evalúa el resultado de haber llevado a cabo dicha estrategia, que será positivo o negativo en función de los cambios en la tasa de interés. La compra de un instrumento a tasa fija a un año implica “lockear”⁸ los ingresos por intereses mientras que los egresos son variables, pues dependen de las tasas de interés que se verifican en cada mes.

parámetros que aparecían en los modelos precedentes se les permite variar en el tiempo, dichos modelos se conocen como modelos extendidos de Hull-White para tasas de interés.

⁴ Simulación de la estructura temporal de tasas de interés: una aplicación al cálculo de riesgo de tasas de interés. Mirta González/María Cecilia Pérez. Banco Central de la República Argentina. Noviembre, 2015.

Gestión de Activos y Pasivos: análisis de riesgo de tasa de interés. Laura Josefina Arias, Mauro Edgardo Speranza, Roberto Dario Bachini. 2015.

⁵ Lebac: es el acrónimo para las Letras del Banco Central. Son títulos de corto plazo, instrumentos de renta fija que ofrecen un interés fijo en pesos. La autoridad monetaria las licita cada martes, día en que los inversores tienen tiempo hasta las 13 horas para manifestar su interés de invertir ante un broker y concurrir con el dinero en efectivo. Se negocian en el Mercado Abierto Electrónico (MAE), las Bolsas de comercio y los mercados de valores de toda la nación.

⁶ Oldrich A. Vasicek (1977): An Equilibrium Characterization of the Term Structure. Journal of Financial Economics.

⁷ Thomas S.Y. Ho and Sang B. Lee, Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims, Journal of Finance (1986).

⁸ Lockear = fijar

La segunda estrategia consiste en la compra de lebac a un año (por lo tanto, su precio es sensible a variaciones en la tasa de interés) fondeada con depósitos a 30 días. Al igual que en el caso anterior, también se simula la pérdida potencial de una inversión en lebac a un año pero en el transcurso de un mes.

Desde ya, se presentan dificultades⁹ para calibrar el modelo porque las bases de datos están incompletas, ocurren cambios abruptos en las variables económicas y monetarias (cambio de regímenes monetarios), faltan instrumentos de referencia y el entorno es particularmente volátil. Estas dificultades se toman en cuenta para ajustar y adaptar el modelo.

La parametrización de los modelos propuestos representa un desafío en sí mismo para los cuales se proponen seguir dos caminos, la estimación de los parámetros a través de las series históricas - ("mundo p") - y a través de los datos observables en el mercado al momento de hacer el análisis ("mundo q").¹⁰ Por ello, nuestro trabajo resulta único en su género y difiere, de los presentados dado que estos tienen un enfoque dado con el modelo Nelson y Siegel, aplicado a una cartera teórica.

Modelamos la estructura temporal de tasas de interés de Argentina, tanto para el mundo neutral al riesgo (Q) como para el mundo de la realidad estadística (P). Definimos como corto plazo un periodo de 90 días para nuestro análisis y tomamos una serie de Lebac a 24 meses para el posterior cálculo de tasa spot y tasa forward.

Se estimaron los parámetros de ambos modelos y se realizó un ejercicio práctico de simulación basado en simulaciones de Monte Carlo de la curva de tasas inferidas de las letras emitidas por el BCRA¹¹. Bajo el enfoque propuesto, no se tienen en cuenta eventos crediticios u otros eventos que pudieran provocar movimientos discontinuos de las tasas de interés.

⁹ El problema en Argentina es por inexistencia de curva de tasas de mercado de largo plazo

¹⁰ Para mayor información ver tema de debate Mundo P y Mundo Q.

¹¹ BCRA: Banco Central de la República Argentina.

Las simulaciones se realizarán bajo dos enfoques EaR (Earning at Risk)¹² y EVaR (Economic Value at Risk)¹³.

La literatura sobre la naturaleza aleatoria de la estructura temporal de tasas de interés es amplia; por este motivo mencionamos en nuestro trabajo solamente las referencias acotadas del trabajo de Ho-Lee (1986) y Vasicek (1976), en la representación de movimientos de tasa de corto plazo. Trabajar con modelos estocásticos representa una ventaja por sobre los modelos paramétricos, dado que requieren de pocas asunciones (normalidad), el cálculo manual es más rápido en muestras pequeñas, más fácil de entender, se necesitan menos suposiciones acerca de los datos y tiene mayor aplicabilidad.

Modelo de Estructura temporal de tasas de interés

La relación entre la tasa de interés y las fechas futuras en el tiempo se la conoce como estructura temporal de tasas de interés (ETTis)¹⁴. Puede ser representada mediante una curva de tasas de descuento o curva de tasas internas de retorno asociadas a algún instrumento de deuda o a una curva de tasas forward¹⁵. La curva es una representación gráfica de la relación entre los rendimientos de bonos con similar calificación crediticia¹⁶ y sus plazos de vencimiento. En muchas oportunidades se construye a partir de instrumentos de renta fija y es posible hallar la relación teórica entre los rendimientos de instrumentos financieros cupón cero y el plazo de vencimiento, conformando la denominada curva cupón cero. Esta última es la que se utiliza para hallar el precio

¹² EAR, earning at risk o también conocido como modelo de intermediación financiera.

¹³ EVAR, economic value at risk o también conocido como modelo del valor económico.

¹⁴ Dicho de otra manera: la relación entre tiempo que resta al vencimiento de los instrumentos de renta fija y sus rendimientos durante dicho plazo (siempre y cuando estos instrumentos sean del mismo riesgo). La ETTi se modela para reducir la incertidumbre.

¹⁵ Tasa forward: tasa de interés para periodos de tiempo futuro. Representa la tasa futura.

¹⁶ La clasificación del crédito consiste en una serie de indicadores que otorgan diversas empresas especializadas (e independientes) y que indican la solvencia general (capacidad de pago de la deuda emitida: bonos, obligaciones, etc.) de una entidad financiera, empresa, o un país o de emisiones de deuda en particular. Las distintas empresas clasifican los instrumentos financieros de acuerdo a una escala propia de cada empresa, mediante siglas, las cuales representan el riesgo de incumplimiento de pagos de la entidad emisora de los activos financieros.

subyacente de un activo financiero, siendo entonces la base para la valuación de los instrumentos de inversión de renta fija o de carteras.

Si se modela por ejemplo un bono como series de flujos de fondos en diferentes puntos del tiempo, el precio subyacente puede calcularse como la suma de los valores presentes de esos flujos, cada uno descontado a la tasa de interés cupón cero asociadas a cada plazo de vencimiento. Como es lógico, la ETTi no tiene forma definida dado que puede adoptar distintas apariencias.

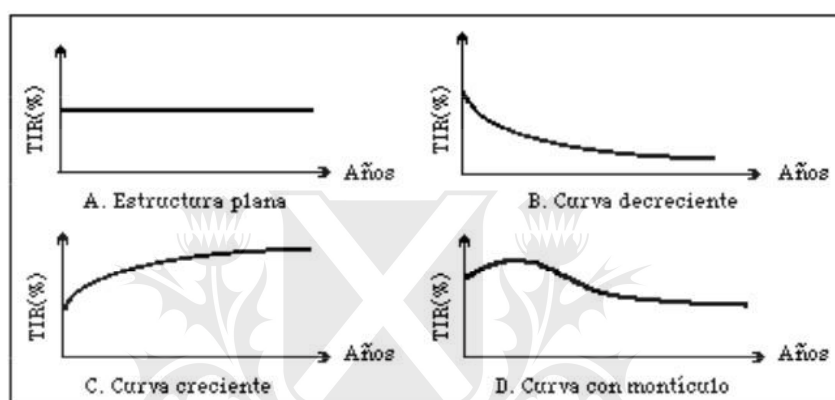


Figura 1. Formas que adopta la estructura temporal de tasas de interés.

La necesidad de examinar la estructura temporal de tasas de interés se debe a que resulta esencial en el análisis de las tasas de interés y en usos tales como:

Análisis de los retornos de contratos de pagos fijos a diferentes vencimientos, dado que cuanto mayor sea el horizonte temporal es mayor el riesgo y la influencia en el portafolio.

Para predecir una aproximación al valor de la tasa futura

Para la valuación de instrumentos financieros por ejemplo bonos

Para arbitrar bonos de distintos vencimientos

Para formarse expectativas sobre la economía, la forma que adopta la ETTi parece influenciar en la actividad económica.

2. Revisión Literaria

Las crisis financieras de comienzos del siglo XXI han puesto en evidencia la necesidad de una mejora integral de los modelos de riesgo. Se entiende por riesgo de mercado a la probabilidad de incurrir en pérdidas derivadas de posiciones en activos expuestos a cambios en las tasas de interés (riesgo de tasa de interés), en los precios de los commodities, en los precios de las acciones y en los tipos de cambio. El riesgo mercado es uno de los principales tipos de riesgo en afectar directamente el valor de la cartera de inversiones y el valor esperado de las pérdidas.

En términos de medición de riesgo se pueden identificar tres períodos de importantes avances para las finanzas (Romero Meza, 2005). Inicialmente, el riesgo financiero fue considerado como un factor correctivo del retorno esperado y los retornos ajustados por riesgo fueron definidos de una manera ad hoc. Ha sido Markowitz (1952;1959) quien introdujo importantes avances al proponer como medida de riesgo a la varianza asociada al retorno de inversiones, definida ésta como el cuadrado de los desvíos con respecto a la media de los retornos; y extendiendo luego el análisis al caso de un portafolio de activos. En tanto, el comportamiento de los retornos de los activos financieros ha estado caracterizado por una distribución de probabilidades Normal, de acuerdo a la axiomática clásica del mercado.

Un segundo período de avances en materia de medición de riesgos surgió con los trabajos de Merton (1969), Black y Scholes (1973) y los modelos de procesos continuos en el tiempo para la valuación de opciones y otros derivados financieros. Finalmente, el más reciente de los períodos puede asociarse a los desarrollos de Artzner et al. (1997;1999) y la consideración de las medidas coherentes de riesgo. Es entonces cuando comienza a lograrse una mayor aproximación al comportamiento empírico de las series financieras.

El interés por los riesgos sistémicos creció particularmente a principios de los años 90 después que organizaciones como Orange County, Barings Bank y otras sufrieran pérdidas muy significativas. Estos hechos dejaron en evidencia importantes fallas en los controles del riesgo financiero. Fue entonces cuando se

extendió el uso de la medida de Valor en Riesgo (VaR por su sigla en inglés) llegando al sector privado, los reguladores y los bancos centrales. El Comité de Basilea sobre Supervisión Bancaria implementó los requerimientos de capital por riesgo de mercado sobre la base del VaR en 1995 y luego lo adoptaron también otras instituciones como la Security and Exchange Commission (SEC). El sistema de medidas de riesgo de mercado debe incluir, adicionalmente, el modelado de la estructura temporal de tasas de interés (ETTI), como sugiere el Comité de Basilea. De esta forma, se puede capturar la variación que la volatilidad de las tasas de interés puede presentar para los distintos vencimientos y considerar la existencia de un factor de riesgo para cada segmento de la curva. El análisis del riesgo producido por cambios en la tasa de interés resulta así particularmente interesante. Cuando cambian las tasas de interés no lo hacen en la misma proporción para todos los plazos. En consecuencia, al variar la estructura se generan distintos escenarios para el agente o entidad financiera, con el consecuente impacto sobre su cartera de activos y pasivos que se reflejará en el cálculo de las medidas de riesgo adecuadas. Como la estructura de tasas de interés es incierta a futuro, debe apelarse a la simulación para generar múltiples ETTIs y obtener así el perfil de riesgo aproximado para la cartera.

3. Modelos de tasas

Un modelo estocástico¹⁷ de tasa de interés de corto plazo se caracteriza por describir la evolución futura que podría tener dicha tasa de interés.

Los modelos de tasa de interés, también, conocidos como modelos de estructura a plazos, están basados en teorías concernientes al comportamiento de las tasas de interés. Tales modelos buscan identificar elementos o factores que pueden explicar la dinámica de estas. Dichos factores son aleatorios o estocásticos, lo que implica que sus valores futuros no pueden ser pronosticados. No obstante a

¹⁷ Modelo estocástico: modelo que incorpora la incertidumbre. Hace referencia a un proceso estocástico. En estadística, y específicamente en la teoría de la probabilidad, un proceso estocástico es un concepto matemático que sirve para tratar con magnitudes aleatorias que varían con el tiempo, o más exactamente para caracterizar una sucesión de variables aleatorias (estocásticas) que evolucionan en función de otra variable, generalmente el tiempo. Cada una de las variables aleatorias del proceso tiene su propia función de distribución de probabilidad y pueden o no, estar correlacionadas entre ellas. Cada variable o conjunto de variables sometidas a influencias o efectos aleatorios constituye un proceso estocástico. Un proceso estocástico X_t puede entenderse como una familia uniparamétrica de variables aleatorias indexadas mediante el tiempo t . Los procesos estocásticos permiten tratar procesos dinámicos en los que hay cierta aleatoriedad.

través de los mismos se puede llegar a una representación razonablemente precisa del comportamiento de la tasa.

Los primeros modelos descritos en la literatura académica explican el comportamiento de la tasa de interés en términos de la dinámica de una tasa corta¹⁸. Esta estructura se refiere a la tasa de interés para un período que es infinitesimalmente pequeño.

El primer grupo de modelos se basa en una serie de supuestos sobre la economía en la cual operan las estructuras a plazos de tasas de interés y de volatilidades que se determinan de forma endógena.

El modelo de no arbitraje y unifactorial, estocástico continuo de tasa de interés de corto plazo fue introducido por Vasicek (1977) y, supone reversión a la media y un término estocástico browniano. Le siguieron los modelos de Brennan y Schwartz (1979,1982)¹⁹ y Langetieg (1980)²⁰. En equilibrio, Cox-Ingersoll-Ross (CIR) (1985)²¹ que modifica Vasicek (1977) proponiendo un término estocástico proporcional a la volatilidad que asegura la positividad de la tasa y salvando así la mayor crítica a su modelo originario. Y Longstaff y Schwartz (1992)²² como función de algunos factores exógenos. En un segundo grupo, se sigue el modelo de Black & Scholes (1973)²³ y el uso del precio subyacente de un bono como variable exógena en (Ball & Torous (1983)²⁴, Schaefer & Schwartz (1987)²⁵, Buhler (1990)²⁶). En un tercer grupo, se encuentra Ho - Lee (1986)²⁷ y Heath, Jarrow & Morton (1990, 1992)²⁸ que tratan la evolución de la curva cupón cero. En un cuarto enfoque, extensiones posteriores son el modelo continuo de Hull-White (1990, 1993), el

18 En una literatura más técnica, tasa de interés de corto plazo.

19 Brennan M., Schwartz E. (1982) An Equilibrium model of Bond Pricing and a Test of Market Efficiency, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 17, 3, 301-29

20 Terence C. Langetieg: A Multivariate Model of the Term Structure..The *Journal of Finance* Vol. 35, No. 1 (Mar., 1980), pp. 71-97

21 Cox J.C., Ingersoll J.E., Ross S.A. (1985b) "A theory of the term structure of interest rates", *Econometrica* 53, 385 – 407

22 Longstaff, F.A., E. Schwartz. "Interest Rate Volatility and the Term Structure: A Two-Factor General Equilibrium Model," *Journal of Finance*, 47, (1992), pp. 1259-1282.

23 Black, F., Scholes, M., 1973, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, 81,637-654.

24 Ball, C., Torous, W., 1983, "Price Dynamics and Options," *Journal of Quantitative Analysis*, 18, 517-531.

25 Schaefer, M. S., Schwartz, E., 1987, "Time-Dependent Variance and the Pricing of Bond Options," *Journal of Finance*, 42, 1113-128.

26 Buhler, W., 1990, "Valuation of Bond Warrants," *Review of Futures Markets*, 9, 612-636.

27 Ho, T. S. Y., Lee, S., 1986, "Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims," *Journal of Finance*, 41, 1011-1029.

28 Heath, D., Jarrow, R., and Morton, A., 1990, "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A Discrete Time Approximation," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25, 419-440. Heath, D., Jarrow, R., Morton, A., 1992, "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation," *Econometrica*, 60, 77-105.

modelo discreto de Black-Derman-Toy (1990)²⁹, Black – Karasinski (1991)³⁰, Jamshidian (1991)³¹ y Uhrig – Walter (1993, 1996)³² y las versiones de dos factores de Vasicek y de factores múltiples del modelo CIR.

Entre los modelos multifactores³³, se puede mencionar el de Nelson y Siegel (1987)³⁴ y su extensión en Svensson (1994)³⁵. Heath-Jarrow-Morton (1987) proponen un modelo de tasas forward que captura la dinámica de toda la curva de rendimiento y no sólo la dinámica de un punto de la misma; no obstante, su estructura no-Markoviana dificulta su desarrollo computacional.

3.1 Modelo de Vasicek

Entre tanto, el planteamiento de Vasicek fue el primer modelo de estructura a plazo descrito en la literatura académica. Es un modelo de tasa corta, unifactorial de equilibrio que asume que dicha tasa es un proceso que sigue una distribución normal incluyendo una reversión a su nivel medio.

El modelo es muy popular en los círculos académicos y en los laboratorios de mercados financieros dado que es analíticamente tratable y fácil de implementar. A pesar de que tiene un elemento de volatilidad constante, la reversión a la media no elimina la posibilidad que existan tasas de interés negativas en el largo plazo. Uno de los problemas que presenta este análisis será que, al asumir que la tasa de interés de corto plazo es conocida, tomándola como único factor dependiente, la estimación de la curva de tasas pierde información, y por ende, exactitud. Por otro lado, la tasa tiene una distribución normal aparejada en el modelo, por lo que existe una probabilidad no nula de que ésta sea negativa.

²⁹ Black, F., Derman, E. Toy, W., 1990, "A One-Factor Model of Interest Rates and Its Applications to Treasury Bond Options," *Financial Analysts Journal*, 46, 33-39.

³⁰ Black, F., Karasinski, P., 1991, "Bond and Short Rates are Lognormal," *Financial Analysts Journal*, 47, 52-59.

³¹ Jamshidian F., 1991, "Forward Induction and Construction of Yield Curve Diffusion Models," *Journal of Fixed Income*, 1, 62-74.

³² Uhrig, M., Walter, U., 1993, "Term structure of Interest Rates, Consistent Risk Attitudes, and Preference-Free Option Prices," Working Paper, University of Mannheim. Uhrig, M., Walter, U., 1996, "A new numerical Approach for Fitting the Initial Yield Curve," *Journal of Fixed Income*, 5 (March 1996) S. 82-90.

³³ Mientras los modelos unifactorial contemplan la tasa corta de interés como único factor de relevancia, aspecto que los hace débiles; los modelos multifactoriales asumen por lo menos 2 factores relevantes en su estructura a plazos de las tasas de interés, por ejemplo, la tasa corta y su tendencia, la cual sigue un proceso de Gauss-Wiener.

³⁴ Charles R. Nelson y Andrew F. Siegel (1987): Parsimonious Modeling of Yield Curves. *The Journal of Business*, Volume 60, Issue 4.

³⁵ Lars E. O. Svensson: Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994. Working paper No. 4871.

El modelo de Vasicek describe la dinámica de la tasa corta de interés y satisface el proceso de Itô³⁶.

Asumiendo que el cambio en la short rate (bajo el mundo Q) está definido como:

$$\left(\frac{dr_t}{dt} \right) = \kappa(\theta - r_t) + \sigma dw_t \quad (1)$$

Donde:

κ : velocidad de reversión a la media, es decir, la rapidez con que la tasa de interés de corto plazo tiende a regresar a su valor medio de largo plazo.

θ : nivel medio de reversión de r o tasa promedio de interés a largo plazo.

r_t : es la tasa de interés de corto plazo (short rate) vigente en un momento genérico "t"

dt : intervalo de tiempo que tiende a cero (0).

dw : proceso de Wiener estándar con media 0 y desviación estándar 1.

σ : volatilidad de los cambios de la tasa de interés de corto plazo.

La ecuación diferencial estocástica está compuesta por un movimiento browniano, w .

Según la formulación de Vasicek, se puede demostrar que la estructura temporal de las tasas forwards (en un mundo neutral al riesgo) surgen de la siguiente fórmula:

³⁶ Cabe puntualizar que la Integral de Itô es el corazón del análisis estocástico, facilita la comprensión matemática de sucesos aleatorios y difiere de la teoría matemática clásica de integración y diferenciación.

$$f(0;T) - f(0;T+dt) = - \left(\frac{\partial f}{\partial T} \right) dt \quad (2)$$

Siendo $f(0;T)$ la tasa instantánea implícita futura observada en el momento inicial, aplicable para el período "T ; T+dt".

Y volatilidad depende del plazo, por lo tanto existe una estructura temporal de volatilidades tal que:

$$\sigma(t;T) = \sigma(t;T+dt) \quad (3)$$

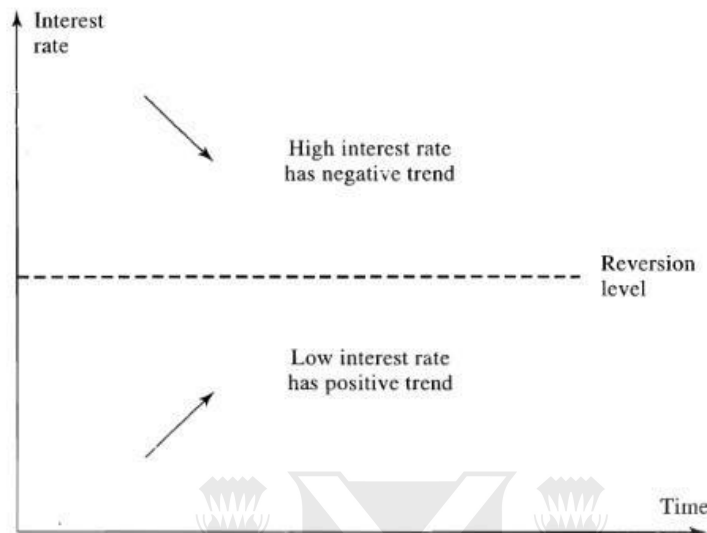
Bajo mismo modelo, para una fecha futura "t" se demuestra que la tasa de interés instantánea de corto plazo (short rate) sigue el siguiente proceso browniano:

$$dr = \alpha(r,t) dt + \beta(r,t) \sqrt{\sigma(r,t)} dz \quad (4)$$

Para un momento genérico "t", bajo el mismo modelo, se demuestra que la tasa de interés forward instantánea sigue el siguiente proceso browniano:

$$\frac{df(t;T)}{dt} = \alpha(f,t) dt + \beta(f,t) \sqrt{\sigma(f,t)} dz \quad (5)$$

Figura 2. Reversión a la media



Reversión a la media

Un factor importante que marca la diferencia entre las tasas de interés y los precios de las acciones es que las tasas de interés tienden a retornar a sus valores medios a largo plazo. Este fenómeno es conocido como reversión a la media. La reversión a la media se traduce en una suerte de tasa tendencial que hace que las tasas de interés reviertan a su valor medio de largo plazo. Dicho en otras palabras, si las tasas se encuentran en niveles elevados, existirá una fuerza tendencial que las empujará hacia abajo. Por el contrario, cuando las tasas se encuentran a muy bajo nivel, tenderán a moverse a la suba.

Una interpretación macroeconómica podría ser que Cuando las tasas suben, la economía tiende a bajarlas y por lo tanto hay menos requerimiento por parte de los deudores. Como resultado las tasas bajan. Cuando las tasas están bajas existe una tendencia que las hace subir debido a la demanda de fondos por parte de los deudores.

En el modelo de Vasicek, la tasa corta r se distribuye normalmente. Por lo tanto, esto implica una probabilidad de que la tasa sea negativa. Sin embargo, este

inconveniente no lo descalifica absolutamente, ya que tal y como lo mencionan Longstaff & Schwartz (1992), y Lamothe (2003), la probabilidad de que eso ocurra es muy pequeña con unos parámetros realistas y, debido a que el valor inicial de las tasas es positivo, el valor esperado de las mismas seguirá siendo mayor que cero³⁷.

Cabe también señalar que desde el trabajo pionero de Vasicek se han propuesto otros modelos similares para modelar las tasas de interés. Sin embargo, hay que subrayar que en muchos casos la formulación de Vasicek sigue siendo válida y, por tanto, estando en plena vigencia. Generalizaciones del modelo de Vasicek son por ejemplo: el modelo de CIR ((Cox, Ingersoll y Ross) (1985)) y el modelo de Hull-White (1990), entre otros.

3.2 Modelo de Ho-lee

El modelo de un factor de Ho & Lee (1986) fue el primero de los modelos de no arbitraje. Fue desarrollado en 1986 por Thomas Ho y Sang Bin Lee. A medida que el modelo genera una simetría en la distribución de las tasas en el futuro ("forma de campana"), las tasas negativas son posibles, no hay reversión a la media y sigue una distribución normal. Inicialmente se desarrolló utilizando la estructura de árbol binomial.

Asumiendo que el cambio en la short rate está definido como:

(6)

Según la formulación de Ho Lee, la estructura temporal de las tasas forwards (en un mundo neutral al riesgo) surgen de la siguiente fórmula:

$$\left(\right) - \int \quad (7)$$

³⁷ Cabe Mencionar que Japón adopta la política de tasas negativas.

Bajo mismo modelo, se demuestra que la tasa de interés instantánea de corto plazo (short rate) sigue el siguiente proceso browniano:

$$dr_t = \theta - r_t \sqrt{\sigma} dz_t \quad (8)$$

Bajo mismo modelo, se demuestra que la tasa de interés forward instantánea sigue el siguiente proceso browniano:

$$df(t, T) = -\sigma f(t, T) dz_t \quad (9)$$

Características del modelo:

Que toda la estructura temporal sigue un proceso aleatorio.

Que las tasas de interés siguen una distribución normal.

No tiene reversión a la media

Permite tasas de interés negativas.

Volatilidad constante.

Donde θ es la tasa de tendencia y σ es la volatilidad de la tasa de corto plazo.

En el caso de ambos modelos de un factor, la desventaja está en que no tienen en cuenta correlaciones que no sean perfectas entre puntos de la curva de tasas. Esto tiene como consecuencia limitar el tipo de curvas modelables.

Particularmente, en países como Argentina las tasas suelen tener cambios abruptos producto de distintos efectos de la política cambiaria, monetaria, y otros. Se podría incorporar un nuevo factor de riesgo para modelar y/o capturar esta dinámica, como por ejemplo la variable aleatoria Poisson (jump diffusion) tal como

proponía en su trabajo pionero Merton³⁸ (R.C.Merton “option pricing when underlying stock returns are discontinuos”) no obstante este enfoque se encuentra fuera del alcance de nuestro trabajo.

4. Gestión de riesgo de tasas de interés

Es el proceso de identificación, evaluación, seguimiento, control y mitigación del riesgo de tasa de interés, comprende diversos procesos, tales como la administración de los descaldes de tasa de interés, el análisis de la incertidumbre de la fijación de tasa a aplicar a los flujos futuros de fondos, las repactaciones de tasas, la fijación de límites, el empleo de las pruebas de estrés a las cuales exponer los activos y el diseño de un plan de contingencias.

En el presente trabajo, asumimos una inversión en Lebac donde la estrategia esta fondeada con depósitos que se renovarían a 30 días. Se busca cuantificar la máxima perdida esperada a la que uno esta o estaría expuesto por invertir en Lebac. Para ello realizamos la simulación de los resultados utilizando el modelo EAR, earning at risk, también conocido como modelo de riesgo asociado en la intermediación financiera y EVAR, economic value at risk, también conocido como riesgo asociado en cambios en el valor económico de la empresa como consecuencia de cambios en la tasa de interés. Ambos son mencionados más adelante. Por supuesto que el balance de un banco resulta más complejo y lo que buscamos es demostrar la aplicación de la estrategia a través de un modelo simplificado de la realidad.

5. Enfoque bajo Mundo P y Mundo Q

En el mundo de las finanzas cuantitativas existen dos enfoques separados.

La parametrización de los modelos empleados representa todo un capítulo en lo que a gestión de riesgo refiere. Los modelos pueden ser correctos, pero si no son

³⁸ Journal of Financial Economics 3 (1976) 125 - 144. Q North Holland Publishing Company. Massachusetts Institute of Technology. Cambridge Mass 02139, U.S.A. R.C.Merton “option pricing when underlying stock returns are discontinuous”.

calibrados de manera apropiada las inferencias que de los mismos se desprendan pueden ser erróneas. En tal sentido, habitualmente se utilizan series históricas para estimar los parámetros por distintos métodos. Desde ya, los estimadores utilizados, tamaño y disponibilidad de las series, supuestos empleados y condiciones que deben cumplir los datos hacen de la estimación de los mismos un vasto campo de estudio. Escapa al alcance del presente trabajo profundizar sobre estas cuestiones. Pero resulta importante mencionar que se ensayaron dos enfoques en la parametrización. El primero, al que denominamos "mundo P", es el inferido de los datos históricos (tal como se comentó precedentemente) y se basa en la inferencia de las probabilidades reales que gobiernan el mundo. Dicho de otra manera, asimilamos que el pasado tiene la información necesaria para explicar cuáles son las probabilidades vigentes de cara a eventos que ocurrirán en el futuro. Por otro lado, también se ensayó parametrizar los modelos con lo que se denomina el "mundo Q" o de neutralidad al riesgo. Dichas "pseudoprobabilidades" son inferidas de precios observados en el presente basados en la teoría de no arbitraje. Y si bien en rigor, no son probabilidades en el sentido estricto, cumplen sus propiedades algebraicas.

	P	Q
<i>Objetivo</i>	Modelar el futuro	Modelar el presente
<i>Ambiente</i>	Probabilidad Real	Mundo neutral al riesgo
<i>Proceso</i>	Series de tiempo discretas	Continuo - martingala
<i>Dimension</i>	Larga	Baja
<i>Herramienta</i>	Estadística multivariable	Calculo de Ito
<i>Desafío</i>	Estimación	Calibración
<i>Negocio</i>	Buy side	sell side

Tabla 1. Diferencias entre mundo Q y mundo P

6. Datos

La fuente de información que se utiliza en este trabajo es el portal del Banco Central de la República Argentina, BCRA. La serie de tiempo en general consiste en 13 años de precios de las letras del Banco Central, las Lebac, desde enero de 2003 hasta abril 2016. La muestra está dividida en dos partes: partiendo de la serie completa desde 2003 hasta abril de 2016 y segunda parte tomando desde Febrero de 2014 hasta Diciembre de 2015. Dichos cambios en los parámetros, para la segunda parte de la muestra (Febrero 2014 a 02 de Diciembre de 2015) permite no considerar los saltos en las tasas producidos por la devaluación, ya que nuestro modelo no recoge este tipo de eventos para el análisis.

Los parámetros de entrada que tomará el modelo de Vasicek se estimarán mediante procedimientos econométricos, cuyos resultados se presentarán en la siguiente sección.

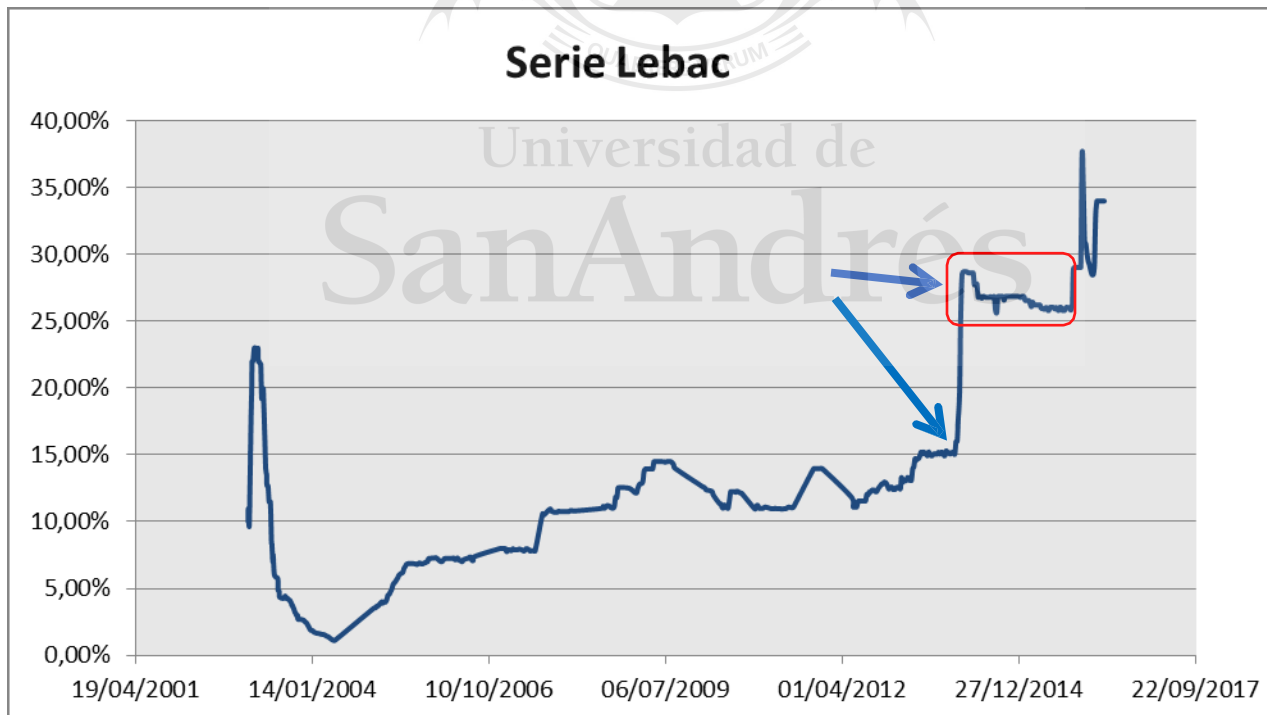


Figura 3. Evolución de la Lebac (2003 – 2016)

El grafico presenta la evolución de las Lebac desde Enero de 2003 a Abril de 2016. Se puede apreciar los cambios abruptos en las tasas producto de las diferencias en las políticas monetarias de cada año.

Las flechas azules destacan la devaluación del 18.7 % del peso argentino en Enero 2014. Donde entre el 23 y 24 de enero 2014 el tipo de cambio pasó de 6,912 a 8,0183 pesos por dólar, con picos en 8,40, tras lo que el Banco Central salió a vender reservas para equilibrar el valor de la divisa estadounidense en torno de 8 pesos. El círculo rojo identifica la muestra tomada para la parametrización del modelo trabajado.

7. Sobre los datos utilizados y su tratamiento

En esta sección presentamos los resultados por orden de Modelo, la comparación de los mismos y concluimos con la presentación del Simulador para las estrategias planteadas utilizando la perspectiva con Evar y Ear.

En el Modelo de Vasicek, bajo el mundo p , estimamos los parámetros m , α y σ partiendo de la serie de tasas. En el mundo q , m y α se calculan mediante solver mientras que σ es el mismo al igual que ϵ . **Cabe mencionar que pueden aplicarse desarrollos de fórmulas analíticas además del Solver.**

Tanto para Vasicek como para Ho - Lee, la ETTi es calculada a partir de la tasa spot y la tasa forward en 24 meses. Utilizamos el método de mínimos cuadrados para poder obtener la tasa ZC simulada³⁹.

³⁹ Simulada: la palabra hace mención al resultado de una simulación entre infinitas posibles.

Grafico 1. Nota (*) el grafico muestra la tasa Zero cupón calculada y simulada respecto de la de mercado.

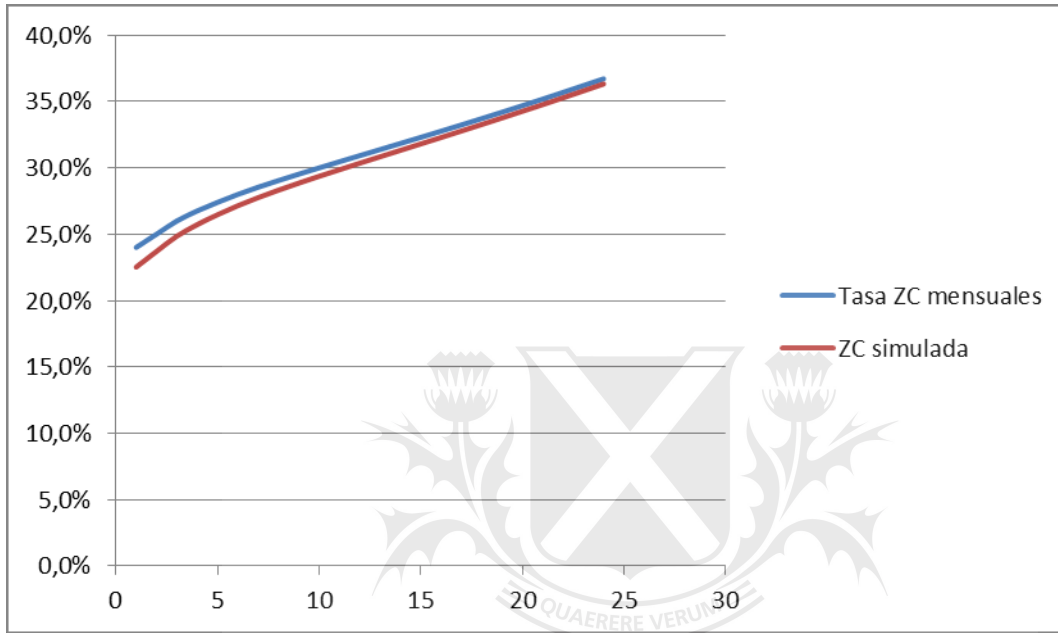


Grafico 2. Nota (*) resume la tabla 1.

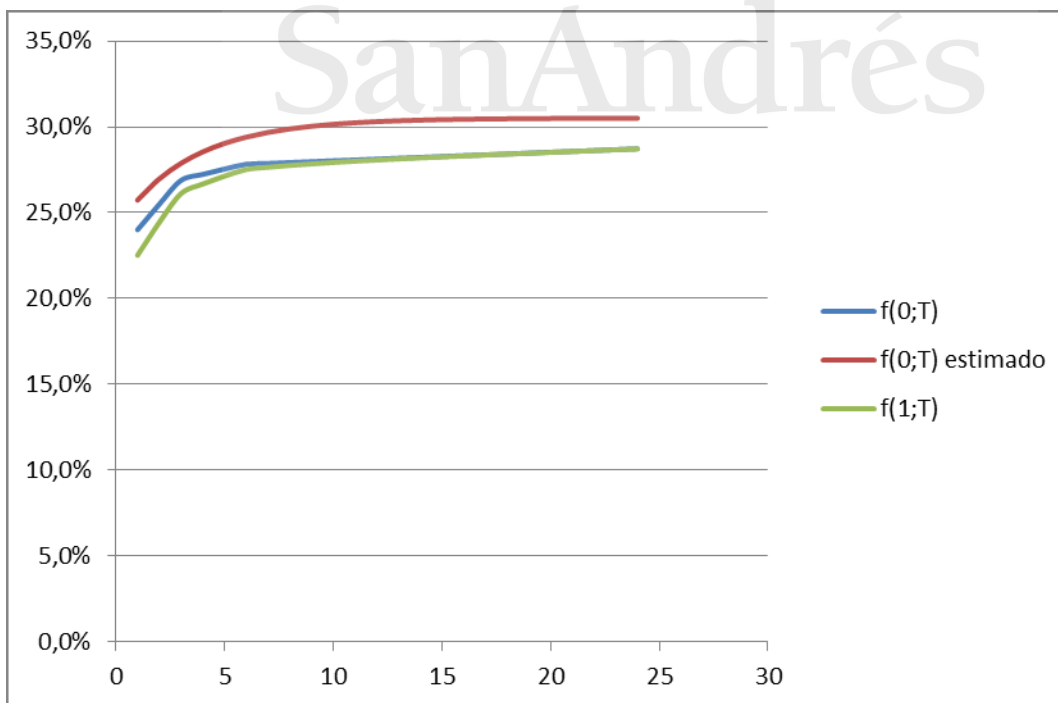


Tabla1. Resumen de cálculos en Vasicek de tasas spot y forward y ZC simulada.

Mundo Q

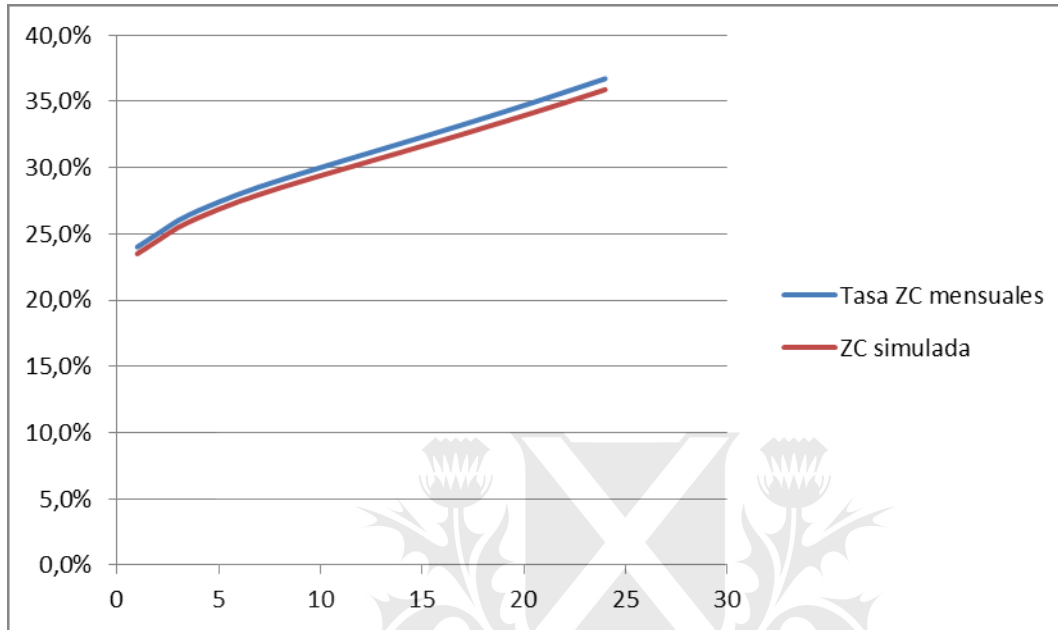
m 9%
 alfa 0,28
 sigma 3,5%
 -0,494800619

Mundo P

m 26,86%
 alfa 0,86
 sigma 3,5%

T	Tasa ZC mensuales	f(0;T)	Estimación a partir de la curva (mundo Q)				Mundo P	
			f(0;T) estimado	Difer cuadrado	f(1;T)	ZC simulada	f(1;T)	ZC simulada
0				0,008686611				
1	24,0%	24,0%	25,73%	0,000298216	22,5%	22,5%	22,82%	22,8%
2	25,0%	25,5%	26,97%	0,000219583	24,4%	23,7%	25,01%	24,2%
3	26,0%	26,9%	27,88%	9,98214E-05	26,1%	24,9%	26,68%	25,4%
4	26,8%	27,2%	28,55%	0,000173046	26,7%	25,7%	27,15%	26,2%
5	27,4%	27,5%	29,04%	0,000223343	27,1%	26,5%	27,51%	27,0%
6	28,0%	27,8%	29,41%	0,000250142	27,5%	27,1%	27,81%	27,6%
7	28,5%	27,9%	29,68%	0,000325952	27,6%	27,8%	27,87%	28,2%
8	29,0%	27,9%	29,88%	0,000384403	27,8%	28,3%	27,92%	28,8%
9	29,5%	28,0%	30,04%	0,000426337	27,8%	28,8%	27,97%	29,3%
10	30,0%	28,0%	30,15%	0,000454057	27,9%	29,4%	28,02%	29,8%
11	30,5%	28,1%	30,24%	0,000470183	28,0%	29,9%	28,07%	30,2%
12	30,9%	28,1%	30,31%	0,000477173	28,1%	30,4%	28,12%	30,7%
13	31,4%	28,2%	30,36%	0,000477133	28,1%	30,8%	28,17%	31,2%
14	31,8%	28,2%	30,40%	0,000471789	28,2%	31,3%	28,22%	31,6%
15	32,3%	28,3%	30,42%	0,000462513	28,2%	31,8%	28,27%	32,1%
16	32,8%	28,3%	30,45%	0,000450378	28,3%	32,3%	28,32%	32,6%
17	33,2%	28,4%	30,46%	0,000436208	28,4%	32,8%	28,37%	33,1%
18	33,7%	28,4%	30,47%	0,000420634	28,4%	33,3%	28,42%	33,5%
19	34,2%	28,5%	30,48%	0,000404135	28,5%	33,8%	28,47%	34,0%
20	34,7%	28,5%	30,49%	0,00038707	28,5%	34,3%	28,52%	34,5%
21	35,2%	28,6%	30,50%	0,000369711	28,6%	34,8%	28,57%	35,0%
22	35,7%	28,6%	30,50%	0,00035226	28,6%	35,3%	28,62%	35,5%
23	36,2%	28,7%	30,50%	0,00033487	28,7%	35,8%	28,67%	36,0%
24	36,7%	28,7%	30,51%	0,000317653	28,7%	36,3%	28,72%	36,6%

En el caso de Ho - Lee. Grafico 3.



Nota (*) el grafico muestra la tasa Zero cupón calculada y simulada respecto de la de mercado.

Grafico 4. Nota (*) resume tabla 2.

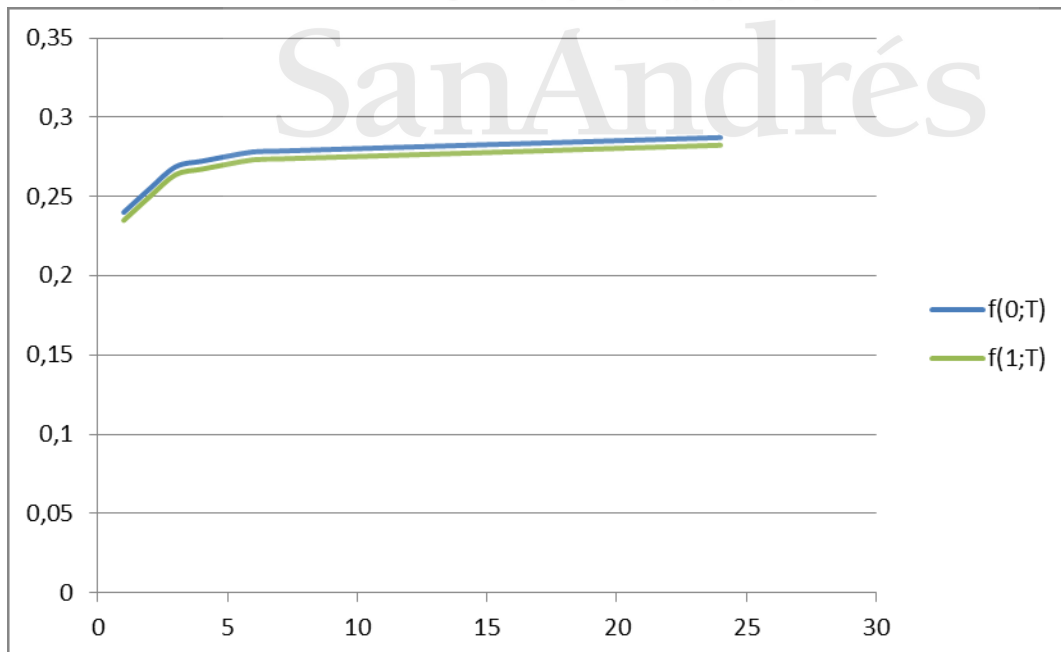


Tabla 2. Resumen de cálculos en Ho Lee de tasas spot y forward y tasa ZC simulada.

T	Tasa ZC mensuales	f(0;T)	f(1;T)	ZC simulada
0				
1	24,0%	24,0%	23,5%	23,5%
2	25,0%	25,5%	25,0%	24,5%
3	26,0%	26,9%	26,4%	25,5%
4	26,8%	27,2%	26,7%	26,2%
5	27,4%	27,5%	27,0%	26,9%
6	28,0%	27,8%	27,3%	27,4%
7	28,5%	27,9%	27,4%	28,0%
8	29,0%	27,9%	27,4%	28,5%
9	29,5%	28,0%	27,5%	28,9%
10	30,0%	28,0%	27,5%	29,4%
11	30,5%	28,1%	27,6%	29,8%
12	30,9%	28,1%	27,6%	30,3%
13	31,4%	28,2%	27,7%	30,7%
14	31,8%	28,2%	27,7%	31,2%
15	32,3%	28,3%	27,8%	31,6%
16	32,8%	28,3%	27,8%	32,1%
17	33,2%	28,4%	27,9%	32,5%
18	33,7%	28,4%	27,9%	33,0%
19	34,2%	28,5%	28,0%	33,5%
20	34,7%	28,5%	28,0%	33,9%
21	35,2%	28,6%	28,1%	34,4%
22	35,7%	28,6%	28,1%	34,9%
23	36,2%	28,7%	28,2%	35,4%
24	36,7%	28,7%	28,2%	35,9%

Estimación de los parámetros en Vasicek y Ho - Lee

La aplicación del modelo de tasas de interés con modelos estocásticos al mercado Argentino, es posible más allá de las limitaciones dadas por los datos incompletos y debido al poco desarrollo volatilidad que el mercado presenta.

Partiendo de los datos de tasas, necesitamos estimar m , y σ :

Resumen de cálculos y estimación de los parámetros.

Para calcular los "m" tomamos el promedio de la serie de datos completa y de la serie que va desde Febrero de 2014 hasta Diciembre de 2015. Partimos de la siguiente formula

m (desde 2014, luego de la devaluac)	26,86%
m (serie completa)	14,10%

En el caso de σ , calculamos $E(dr)$, y de σ , calculamos $Var(dr)$, con ambas series elegidas y utilizamos la siguiente formula :

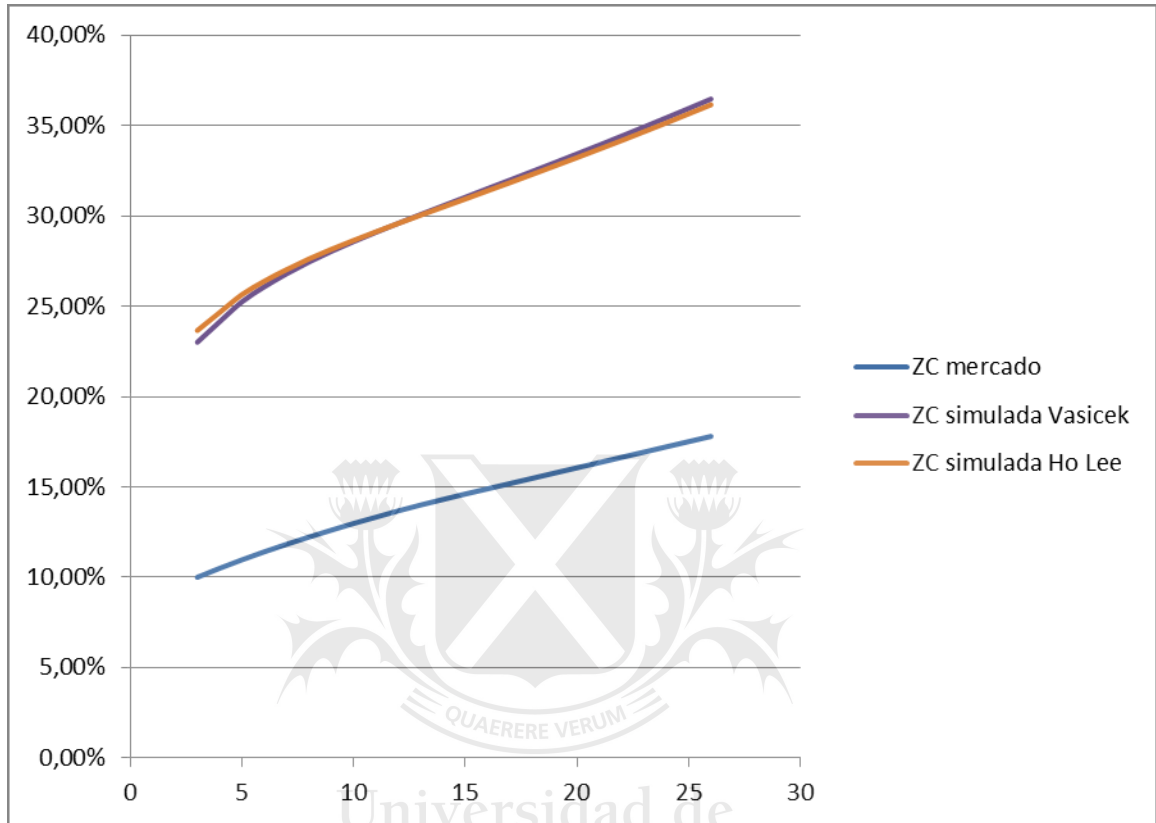
$E(dr)$ (serie completa)	0,05%
$E(dr)$ (desde 2014, luego de la devaluac)	0,04%
σ (serie completa)	0,34
σ (desde 2014, luego de la devaluac)	0,86
Sigma:	()
$Var(dr)$ (desde 2014, luego de la devaluac)	0,00% Sigma -> 3,53%

Comparación de modelos:

Tabla 3. Resumen de cálculos de tasas spot y forward y ZC simulada. Comparativa de resultados mediante Modelo Vasicek y Modelo Ho-Lee respecto de la tasa de mercado.

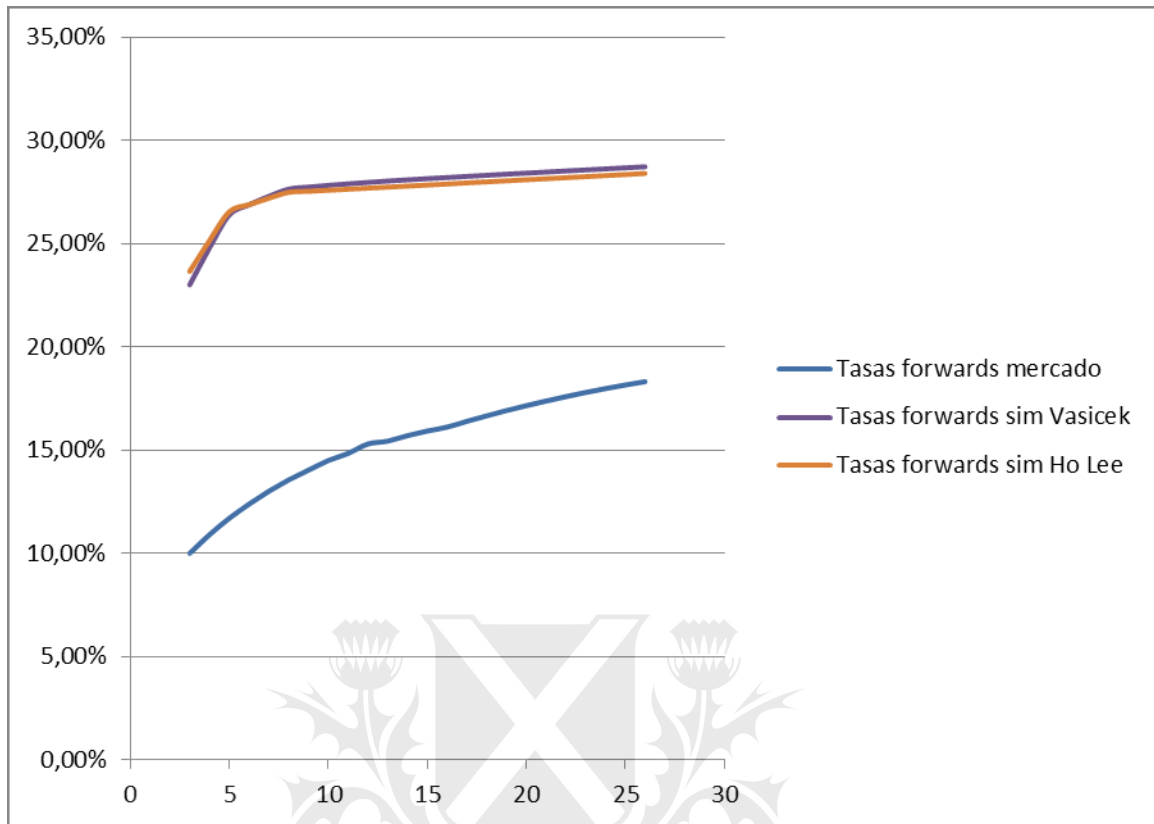
T	Mercado		Simulación Vasicek		Simulación Ho Lee	
	Tasa ZC mensuales	f(0;T)	f(1;T)	ZC simulada	f(1;T)	ZC simulada
0						
1	10,0%	10,0%	23,0%	23,0%	23,66%	23,66%
2	10,5%	10,9%	24,8%	24,1%	25,15%	24,65%
3	11,0%	11,7%	26,4%	25,2%	26,54%	25,64%
4	11,4%	12,4%	26,9%	26,1%	26,89%	26,39%
5	11,8%	13,0%	27,3%	26,8%	27,20%	27,03%
6	12,2%	13,6%	27,6%	27,4%	27,48%	27,62%
7	12,6%	14,0%	27,7%	28,0%	27,54%	28,15%
8	13,0%	14,5%	27,8%	28,6%	27,59%	28,65%
9	13,3%	14,8%	27,9%	29,1%	27,64%	29,12%
10	13,7%	15,3%	28,0%	29,6%	27,69%	29,58%
11	14,0%	15,4%	28,0%	30,1%	27,74%	30,04%
12	14,3%	15,7%	28,1%	30,6%	27,79%	30,49%
13	14,6%	15,9%	28,1%	31,0%	27,84%	30,94%
14	14,9%	16,1%	28,2%	31,5%	27,89%	31,39%
15	15,2%	16,4%	28,3%	32,0%	27,94%	31,84%
16	15,5%	16,7%	28,3%	32,5%	27,99%	32,29%
17	15,8%	16,9%	28,4%	32,9%	28,04%	32,75%
18	16,1%	17,2%	28,4%	33,4%	28,09%	33,22%
19	16,4%	17,4%	28,5%	33,9%	28,15%	33,69%
20	16,6%	17,6%	28,5%	34,4%	28,20%	34,17%
21	16,9%	17,8%	28,6%	34,9%	28,25%	34,65%
22	17,2%	18,0%	28,6%	35,4%	28,30%	35,14%
23	17,5%	18,2%	28,7%	35,9%	28,35%	35,64%
24	17,8%	18,3%	28,7%	36,5%	28,40%	36,15%

Grafico 5.



Nota (*) el grafico muestra la tasa Zero cupón calculada y simulada, tanto en Vasicek como en Ho - Lee) respecto de la de mercado.

Grafico 6. Resumen de la Tabla 3. Se comparan las tasas Forward calculadas por ambos modelos respecto de la de mercado.



Resumen evolución de la short rate.

Evolución short rate

t	e	rt (mundo Q)	rt (mundo P)
0		24,00%	24,00%
1	0,295371636	24,69%	25,49%
2	-0,623980399	23,54%	25,07%
3	0,133763728	23,92%	26,18%
4	0,293575522	24,60%	27,53%
5	0,74299665	26,17%	29,70%
6	0,017325254	26,26%	30,31%
7	1,317425249	28,93%	33,45%
8	-0,374618899	28,19%	33,06%
9	-0,300098652	27,62%	32,83%
10	0,57101254	28,79%	34,35%
11	1,040228841	30,86%	36,71%
12	-0,519686745	29,80%	35,84%
13	-0,713538866	28,38%	34,64%
14	1,018750055	30,41%	36,93%
15	-0,195181544	30,01%	36,69%
16	-1,372202314	27,28%	34,13%
17	-0,277420404	26,77%	33,90%
18	-0,927274212	24,98%	32,38%
19	0,007126587	25,08%	32,81%
20	-0,604637498	23,97%	32,00%
21	1,672803477	27,38%	35,75%
22	1,12973467	29,66%	38,20%
23	0,362274511	30,37%	38,99%
24	-1,276101879	27,82%	36,49%



8. Resultados numéricos

El propósito de este apartado es mostrar la aplicación del modelo de Vasicek para los enfoques de EVAR y EAR. Para ello se aplicó el método de Montecarlo que consistió en el desarrollo de una macro que simula 5.000 veces los posibles resultados de la estrategia planteada. Las estrategias planteadas son las siguientes:

Para el enfoque EAR se supuso la compra de LEBAC a 1 año financiada con depósitos a 30 días que renuevan a vencimiento. El plazo de la estrategia es de un año y al finalizar dicho periodo se evalúa el resultado de haber llevado a cabo dicha estrategia, que será positivo o negativo en función de los cambios en la tasa de interés. Lógicamente existe un riesgo de suba de tasas mientras el ingreso por intereses quedo fijado por la compra de la Lebac a un año y el egreso por intereses sujeto a los cambios en las tasas de interés de modo tal que subas en la tasa de interés reduciría el margen de intermediación financiera incluso tornándose negativo.

Bajo el enfoque EVAR, también se simula la perdida potencial de una inversión en LEBAC a 1 año pero en el transcurso de un mes. Por lo que una suba y empinamiento de la estructura temporal de tasas de interés tiende a reducir el valor actual de dicha inversión. En ambos casos la simulación de las curvas se realiza bajo mundo p y mundo q.

Para ambos modelos de simulación y con la curva vigente, calculamos los factores de descuento y luego estimamos cuál es el valor esperado. Lo mismo hacemos, con una curva simulada en base a la parametría del mundo Q y con las curvas inferidas del mundo P. Comparamos ambos valores en relación al valor esperado y calculamos la tasa de variación porcentual. Esa diferencia podrá ser positiva y a veces negativa. Luego de 5.000 simulaciones graficamos el histograma y calculamos para este caso el percentil 1% (ó 99%). En definitiva, calculamos el valor a riesgo (VaR) de ese flujo de fondos con un modelo bastante más sofisticado.

EAR: Una vez estimados los parámetros, se puede simular la tasa a aplicar en cada período, y subsiguientemente los intereses que se pagarán en cada momento por los depósitos de los clientes. Finalmente, el ingreso neto resultará de

la diferencia entre los intereses ganados por el préstamo otorgado y los intereses pagados acorde a la tasa simulada. Para ver gráficamente el resultado hallado, usamos la herramienta de Ganancias a riesgo, EaR (por sus iniciales en inglés, Earnings at Risk) que nos permitirá analizar cómo se comportan los resultados obtenidos partiendo de la distribución de dichas ganancias, con un nivel de confianza de $\alpha = 0,01$.

Tabla 4. Resumen de cálculos de la estrategia

T	Tasas simuladas		Tasa acumulada (efectiva)	
	Mundo Q	Mundo P	Mundo Q	Mundo P
0				
1	24,00%	24,00%	2,00%	2,00%
2	24,14%	24,43%	4,05%	4,08%
3	25,24%	25,57%	6,24%	6,29%
4	26,08%	26,40%	8,55%	8,63%
5	26,79%	27,11%	10,97%	11,09%
6	27,45%	27,75%	13,51%	13,66%
7	28,03%	28,32%	16,16%	16,34%
8	28,58%	28,85%	18,93%	19,13%
9	29,09%	29,35%	21,81%	22,05%
10	29,59%	29,83%	24,82%	25,08%
11	30,08%	30,31%	27,95%	28,24%
12	30,56%	30,78%	31,20%	31,53%

Valor actual (t=0) de 1 \$ a percibir dentro de un año	0,76
Costo de fondeo simulado acumulado (T=1) con mundo Q	31,20%
Costo de fondeo simulado acumulado (T=1) con mundo P	31,53%

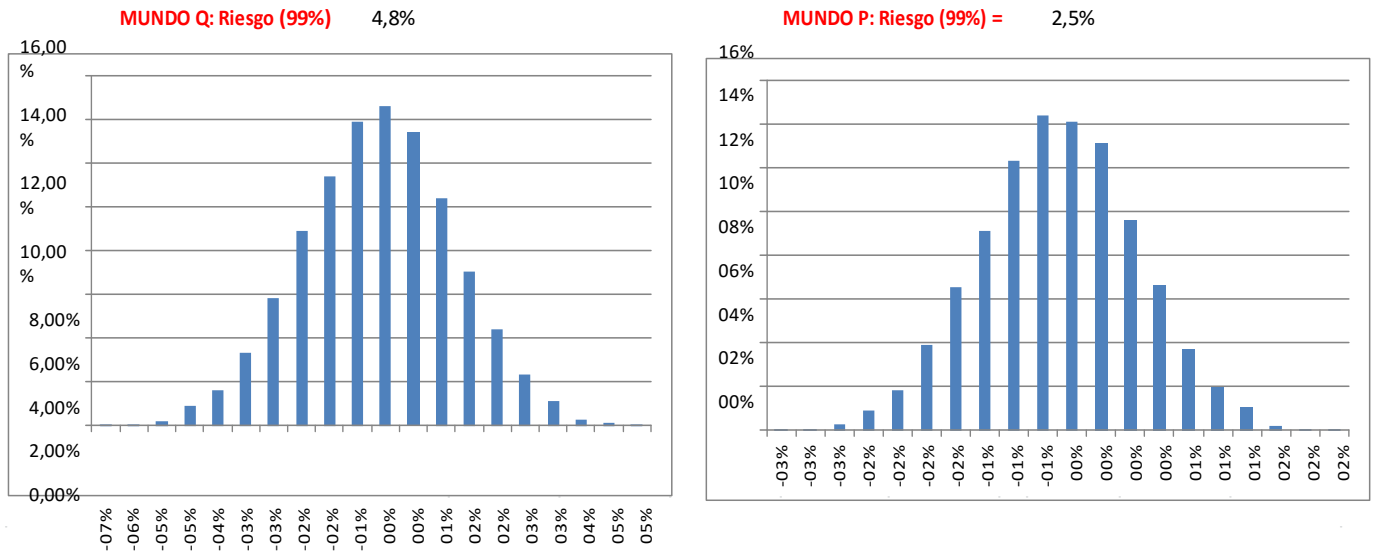


Grafico 7. Histograma Bajo mundo p y q que refleja la máxima pérdida potencial esperada.

EVAR. Para el análisis del modelo que muestra el valor económico de la empresa, en nuestro caso por medio únicamente del análisis de la operación de depósito y préstamo, se necesita el desarrollo, no sólo de la estructura temporal de tasas de interés en un momento inicial, llevada a cabo por la simulación de Vasicek, sino también la proyección de lo que será dicha curva de tasas en un momento posterior al inicial.

El primer paso será calcular la curva de tasas de interés en el momento inicial mediante el modelo Vasicek (1977), utilizando los parámetros ya estimados y ajustados al mercado local.

Además, se proyectará, bajo la misma estructura de tasas, el valor actual en el momento inicial, de un flujo futuro de fondos.

En el segundo paso se simulará una nueva curva de tasas a partir de un momento posterior, para calcular el valor actual de la parte restante de la operación, desde el momento de terminado el primer año también.

Finalmente, se tomarán los valores obtenidos para períodos similares, y se compararán para así obtener el valor económico, producto de la variación en la estructura de tasas, con el objetivo de poder usar las herramientas de gestión necesarias para cubrirse en caso de existir un riesgo.

Tabla 5. Resumen de cálculos de la estrategia.

T	Tasas simuladas						FF
	asa ZC (Dato)	FD	Mundo Q	FD	Mundo P	FD	
0		1,00					
1	24,00%	0,98	23,00%	1	23,20%	1	1
2	25,00%	0,96	24,14%	0,98	24,43%	0,98	1
3	26,00%	0,94	25,24%	0,96	25,57%	0,96	1
4	26,75%	0,92	26,08%	0,94	26,40%	0,94	1
5	27,40%	0,90	26,79%	0,92	27,11%	0,92	1
6	28,00%	0,88	27,45%	0,90	27,75%	0,90	1
7	28,54%	0,86	28,03%	0,88	28,32%	0,88	1
8	29,04%	0,84	28,58%	0,86	28,85%	0,86	1
9	29,53%	0,82	29,09%	0,84	29,35%	0,84	1
10	30,00%	0,80	29,59%	0,82	29,83%	0,82	1
11	30,46%	0,78	30,08%	0,80	30,31%	0,80	1
12	30,92%	0,76	30,56%	0,78	30,78%	0,78	1

Valor actual esperado (en T=1) en base curva actual 10,63
 Valor actual simulado (T=1) con mundo Q 10,66
 Valor actual simulado (T=1) con mundo P 10,65

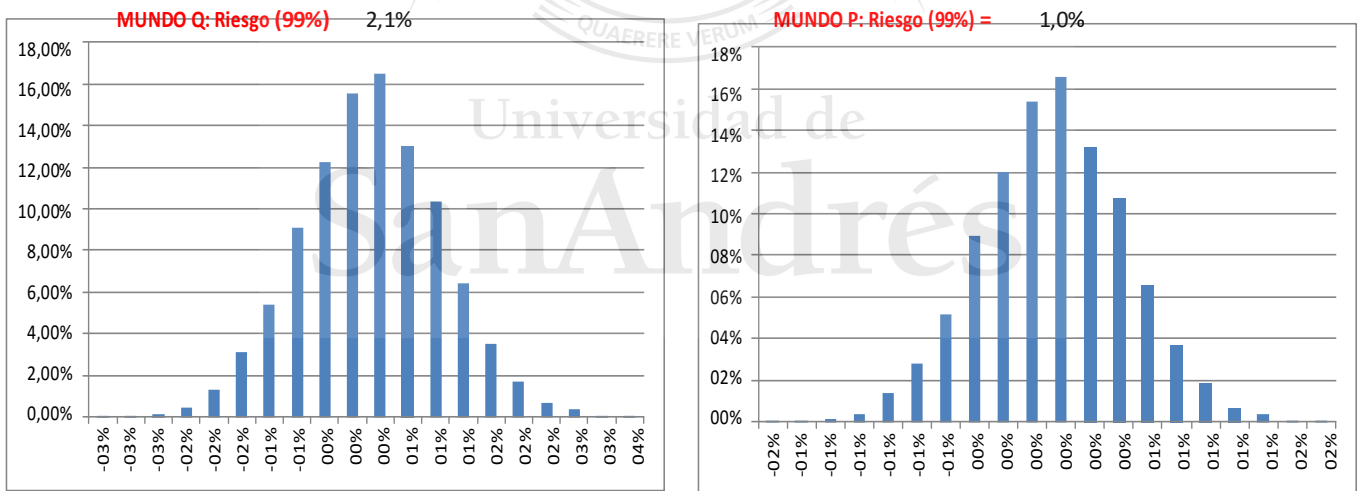
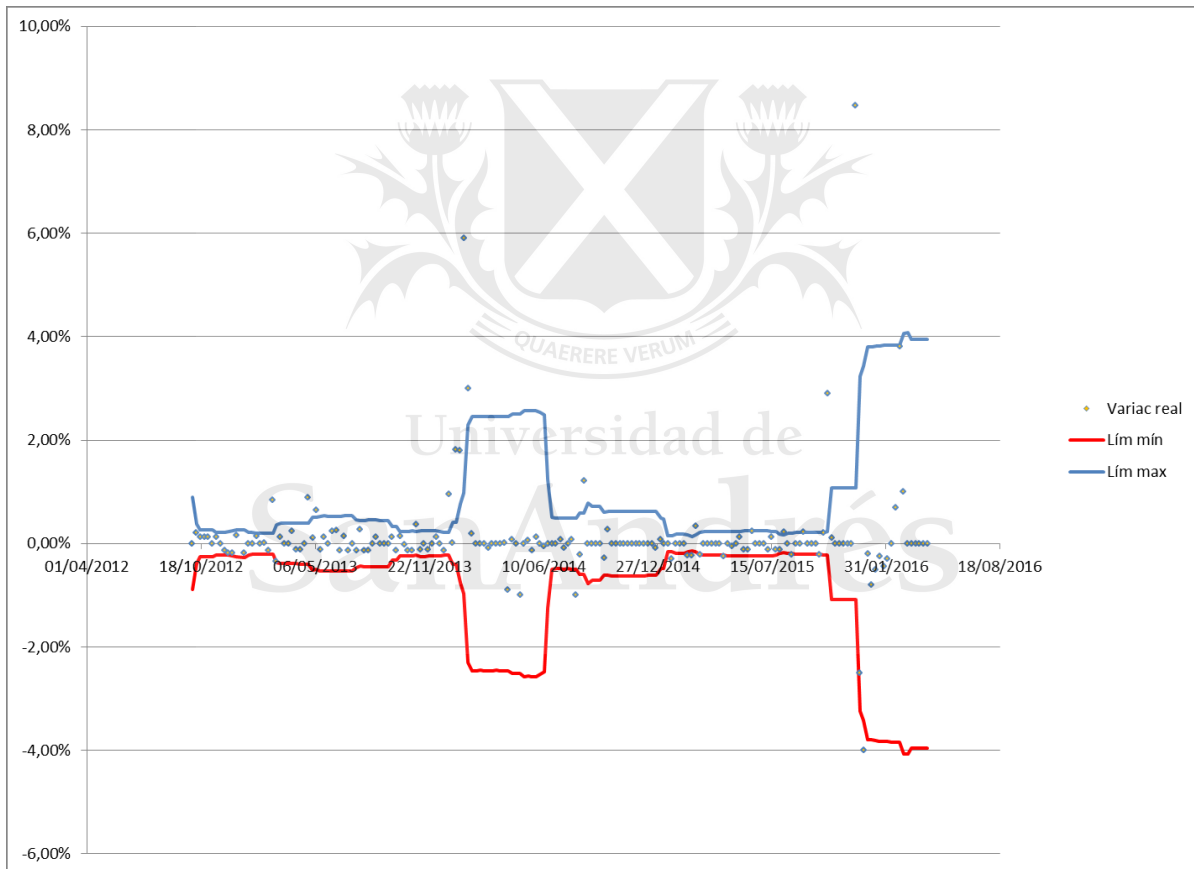


Grafico 8. Histograma Bajo mundo p y q que refleja la máxima pérdida potencial esperada.

Backtesting

Mediante el backtesting observamos cómo se comporta el modelo de Vasicek puro, es decir no se evalúan las estrategias, dado que carecemos de datos. Lo que se hizo fue ver si el valor a riesgo de las variaciones de la short rate bajo Vasicek arrojaba resultados parecidos. La validación llevada a cabo indica que el desvío observado no resulta fiable, dado que no solo depende de los datos y métodos empleados.

Outsiders	Total	outsiders / total	Teórico	Diferencia
24	184	13,0%	10,0%	3,0%



Conclusiones

Un aspecto de especial relevancia de cara al desarrollo de esta memoria ha sido la elección del período de tiempo sobre el cual aplicar el modelo al tipo de interés escogido, siendo necesario que éste mostrara un comportamiento con reversión a un valor medio, es decir, con comportamiento asintóticamente estable.

Queremos subrayar que como cualquier modelo matemático, su aplicación se limita a las hipótesis teóricas que lo soportan. En el caso del modelo de Vasicek, éste puede considerarse una piedra angular de los modelos dinámicos basados en ecuaciones estocásticas tipo Itô que asume en su formulación un tipo de interés del tipo "short term", con varianza constante y con comportamiento asintótico de reversión a la media, condiciones todas ellas que se asumen implícitamente en la aplicación del modelo. No obstante, como ya se ha señalado, existen modelos más sofisticados como el modelo CIR debido a Cox-Ingersoll-Ross que generalizan el modelo de Vasicek y que asumen varianza dependiente del tiempo y, cuyo estudio pueden constituir una continuación de este.

Las ecuaciones diferenciales estocásticas representan una interesante metodología para el estudio de los modelos de tasas de interés, pues permiten un tratamiento bastante extenso y robusto acerca del comportamiento (real o idealizado) de las tasas, a partir de diferentes especificaciones en la extensa variedad de modelos desarrollados en los años y el desarrollo de nuevas teorías que soporten las propuestas empíricas.

Las aproximaciones discretas permiten analizar con una mayor flexibilidad importantes características de los modelos continuos de tasas de interés, capturando principalmente las propiedades distribucionales heredadas de los movimientos brownianos presentes en dichos modelos.

La descripción de los diferentes modelos de niveles en términos de un modelo más general hace que el tratamiento estadístico básico sea bastante sencillo, comparado con el desarrollo analítico necesario para tratar cada uno de los modelos de manera particular.

Mediante el backtesting podemos demostrar la aplicabilidad de modelos, en estado puro, de tasas estocásticas al mercado argentino, la cual es una forma más

parsimoniosa de representar las tasas típicamente utilizadas en la valuación de los productos de renta fija ampliamente comercializados por instituciones financieras. También se ha mostrado que es posible su calibración y aplicación, no solo a la valuación de productos sino también, a partir de esta, al cálculo de métricas de riesgos de mercado como lo es el VaR.

Como futuras mejoras se propone: ampliar las metodologías de validación del modelo y estudiar otros modelos a aplicar (que por motivos de simplicidad y enfoque teórico puro se eligieron únicamente dos), y ampliar el estudio a otras tasas de referencia. En este sentido, en futuros estudios que se quisieran realizar y/o incluso para ampliar y perfeccionar el trabajo de la presente memoria, bien con objeto de obtener unas predicciones de intervalos temporales más largos en los que es más complejo que se dé un comportamiento asintótico estable, o bien para captar los saltos que puede tener la Lebac, sería muy interesante estudiar la viabilidad de otros modelos estocásticos más complejos disponible en la literatura especializada. Ejemplos interesantes en este sentido son los basados en ecuaciones diferenciales estocásticas cuyo proceso conductor de la aleatoriedad es una mezcla de un proceso continuo como el movimiento Browniano, y un proceso discontinuo o de salto tipo Poisson ⁴⁰.

Universidad de
San Andrés

⁴⁰ Benth, F.E.; Kholodnyi, V.; Laurence, P. (2014). *Quantitative Energy Finance: Modeling, pricing and hedging in energy and commodity markets*. Springer Science+Business

Referencias

Modelling the term structure of interest rates: a review of the literature, R.Gibson F. - S. Lhabitant, D. Talay, June 2001.

Financial Calculus: An Introduction to Derivative Pricing, de Martin Baxter, Andrew Rennie.

Amin, K. I., Morton, A. J., 1994, "Implied Volatility Functions in Arbitrage-Free Term Structure Models," *Journal of Economics*, 35, 141-180.

Artaner, P., Delbaen, F., 1989, "Term Structure of Interest Rates: The Martingale Approach," *Advances in Applied Mathematics*, 10, 95-129.

Ball, C., Torous, W., 1983, "Price Dynamics and Options," *Journal of Quantitative Analysis*, 18, 517-531.

Black, F., 1976, "The Pricing of Commodity Contracts", *Journal of Financial Economics*, 3, 167-179.

Black, F., Derman, E. Toy, W., 1990, "A One-Factor Model of Interest Rates and Its Applications to Treasury Bond Options," *Financial Analysts Journal*, 46, 33-39.

Black, F., Karasinski, P., 1991, "Bond and Short Rates are Lognormal," *Financial Analysts Journal*, 47, 52-59.

Black, F., Scholes, M., 1973, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, 81,637-654.

Buhler, W., 1990, "Valuation of Bond Warrants," *Review of Futures Markets*, 9, 612-636.

Charles R. Nelson y Andrew F. Siegel (1987): Parsimonious Modeling of Yield Curves. *The Journal of Business*, Volume 60, Issue 4

Chen, R. & Scott, L. (1992). Pricing interest rate futures options with futures-style margining. *The Journal of Futures Markets*, 13, 15-22.

Choudhry, M., (2005). *Fixed income securities and derivatives handbook, analysis and valuation*. Princeton: Bloomberg Press.

Cox, J. C., Ingersoll, J. E. & Ross, S. A. (1985). A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometría*, 5(2), 385-408.

Grajales, C. A. & Pérez, F. O. (2008). Modelo de tasa corta de Hull y White y

Heath, D., Jarrow, R. & Morton, A. (1990). Bond pricing and the term structure of interest rates: a discrete time approximation. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25, 419-440.

Ho, T. & Lee, S. (1986). Term structure movements and pricing interest rate contingent claims. *Journal of Finance*, 41, 1011-1029.

Heath, D., Jarrow, R., and Morton, A., 1990, "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A Discrete Time Approximation," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25, 419-440.

Heath, D., Jarrow, R., Morton, A., 1992, "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation," *Econometrica*, 60, 77-105.

Hull, J. (2006). *Options, futures and other derivatives* (6.a ed.). Toronto: Prentice Hall.

Hull, J. & White, A. (1990). Pricing interest-rate- derivative securities. *The Review of Financial Studies*, 3(4), 392-573.

Hull, J. & White, A. (1993a). One-factor interest rate models and the valuation of interest rate derivative securities. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28(2), 235-254.

Hull, J. & White, A. (1993b). Bond option pricing based on a model for the evolution of bond prices. *Advances in Futures and Option Research*, 6, 1-13.

Lars E. O. Svensson: Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994. Working paper No. 4871.

Jamshidian F., 1991, "Forward Induction and Construction of Yield Curve Diffusion Models," *Journal of Fixed Income*, 1, 62-74.

Van Deventer, D. & Imai, K. (1997). *Financial risk analytics*. Nueva York: McGraw-Hill Companies.

Vasicek, O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, 5, 177-188.

Banco Central de la República Argentina (2011): Comunicación "A" 5203, Boletín Oficial.

Schaefer, M. S., Schwartz, E., 1987, "Time-Dependent Variance and the Pricing of Bond Options," *Journal of Finance*, 42, 1113-1128.

Uhrig, M., Walter, U., 1993, "Term structure of Interest Rates, Consistent Risk Attitudes, and Preference-Free Option Prices," Working Paper, University of Mannheim.

Uhrig, M., Walter, U., 1996, "A new numerical Approach for Fitting the Initial Yield Curve," *Journal of Fixed Income*, 5 (March 1996) S. 82-90.