Imposición Óptima para un Monopolio con Elección de Calidad

Trabajo de Graduación - Licenciatura en Economía

Universidad de San Andres

Jasmine M. Earnshaw

Legajo 14.055

Mentor: Walter Cont

Junio de 2006

Abstract

Este trabajo busca el esquema impositivo óptimo sobre el consumo para un entorno de monopolio con elección de calidad, para un consumidor representativo con preferencias 'Full Price'. El gobierno tiene un requerimiento de recaudación exógeno, el cual debe cumplir mediante un impuesto ad valorem, un impuesto específico, o una combinación de ambos. Cuando el gobierno está restringido a usar uno u otro instrumento por separado, los resultados dependen de la disposición marginal para pagar por calidad del consumidor, cuando es baja el óptimo es un impuesto ad valorem. Cuando es alta, para valores bajos del requerimiento recaudatorio el óptimo es solamente un impuesto ad valorem, y para valores altos del requerimiento recaudarotio el óptimo es solamente un impuesto específico. Cuando se permiten combinaciones de ambos impuestos, sujeto a que éstos sean no negativos, cuando la disposición marginal para pagar por calidad del consumidor es baja el óptimo es un impuesto ad valorem. Cuando esta disposición es alta, para valores bajos del requerimiento recaudatorio el óptimo sigue siendo solamente un impuesto ad valorem, pero cuando el requerimiento recaudatorio es alto el óptimo es recaudar mediante una combinación de ambos impuestos para minimizar distorsiones. Cuando los impuestos pueden tomar valores negativos, la única diferencia es que en los casos donde sólo se utilizaba un impuesto ad valorem se agrega un subsidio por medio del impuesto específico para corregir fallas asignativas.

1. Introducción

Uno de los problemas más viejos de las finanzas públicas es la elección de un esquema impositivo óptimo sobre el consumo. Sin embargo, dentro de la microeconomía los avances formales son relativamente recientes. La mayoría de la literatura al respecto data solamente desde mediados de los 1980s. En general se ha tomado el caso de un 'search good', un bien del cual los consumidores observan todas sus características previo al consumo, evitando así problemas de información asimétrica.[1] Existe un gobierno que desea recaudar impuestos sobre este bien, y para ello cuenta con dos instrumentos a su disposición: impuestos ad valorem, e impuestos específicos (también llamados por unidad). El esquema impositivo óptimo adopta una estructura que depende del entorno competitivo, ya sea competencia perfecta, monopolio, u oligopolio, y de si la variable calidad se encuentra explicitada en el modelo o no. El caso de imposición óptima en un entorno de monopolio con elección de calidad no ha sido tratado aún, y es éste el caso que será analizado en este trabajo. Se concentra en un impuesto al consumo, dejando de lado imposición sobre los beneficios, el capital, o el trabajo.

En modelos de monopolio sin elección de calidad, la literatura encuentra que los impuestos ad valorem siempre son preferibles. En modelos de mercado competitivo con elección de calidad el esquema impositivo óptimo depende de un parámetro de preferencias. Cuando las preferencias toman una forma particular denominada 'Full Price' la imposición óptima es solamente un impuesto específico. Este caso particular de preferencias resulta interesante porque bajo los dos contextos mencionados se obtienen óptimos opuestos, imposición ad valorem en un caso e imposición específica en el otro. Al mezclar los contextos en este trabajo, tomando de uno el contexto de monopolio y del otro la elección de calidad, los resultados se van a combinar de distintas formas dependiendo de

[1] Según Tirole (1988), hay 3 tipos de bienes: search, experience, y credence. 'Search goods' son bienes cuyas características son observables previo al consumo, a diferencia de los 'experience goods' donde las características se observan al momento del consumo, y de los 'credence goods' cuyas características nunca son observables al consumidor.

la disposición marginal para pagar por la calidad del consumidor.

El trabajo comienza por comparar dos esquemas impositivos opuestos que cumplen con el requerimiento recaudatorio: solamente un impuesto ad valorem o solamente un impuesto específico. Para este caso el óptimo será imponer solamente un impuesto ad valorem cuando la disposición marginal para pagar por calidad es baja, y para todo nivel de requerimiento recaudatorio. Cuando la disposición marginal para pagar por calidad es alta, para valores bajos del requerimiento recaudatorio la dominancia de los impuestos ad valorem se mantiene, pero para niveles de recaudación altos los impuestos específicos dominan en bienestar. Luego se pasa a un contexto en el cual el gobierno puede utilizar cualquier combinación de los impuestos, en lugar de estar obligado a usar uno solo a la vez. Cuando las preferencias muestren una baja disposición marginal para pagar por la calidad, el óptimo será solamente un impuesto ad valorem siempre que los impuestos estén restringidos a ser no negativos, y cuando los impuestos no estén restringidos se incorporará un subsidio mediante un impuesto específico. Cuando las preferencias muestren una alta disposición marginal para pagar por la calidad, y para impuestos restringidos a ser no negativos, el óptimo va a depender del nivel de recaudación requerida por el gobierno. Para niveles de recaudación bajos la distorsión negativa a la calidad que genera un impuesto ad valorem va a ser suficientemente baja como para que el esquema impositivo óptimo sea recaudar mediante un impuesto ad valorem solamente, tal como indican los modelos de monopolio sin calidad. Cuando el nivel de recaudación requerida crece, también crece la distorsión al nivel de calidad con que produce el monopolista, hasta que esta distorsión haya crecido lo suficiente como para que el esquema impositivo óptimo sea una combinación de impuestos específicos y ad valorem. Para el caso donde los impuestos no se encuentren restringidos, en el caso de recaudación baja se agregará un subsidio mediante un impuesto específico, y el caso de recaudación alta permanecerá inalterado.

A pesar de estar utilizando un caso particular de preferencias, las grandes diferencias de los resultados entre los modelos de monopolio con y sin elección de calidad hacen que este caso merezca atención. No sólo por las implicancias radicalmente distintas para las políticas impositivas para este tipo de preferencias, sino por la posibilidad de que estos resultados se apliquen en mayor o menor medida a otras formas de las preferencias. Este trabajo cambia las recomendaciones tradicionales de políticas impositivas óptimas para mercados monopólicos, ya que para un gran número de bienes 'search' se produce eligiendo un nivel de calidad, se encuentre o no explicitado en el modelo teórico.

El trabajo continúa de la siguiente manera: La sección 2 es una revisión de la literatura, la sección 3 define los supuestos del modelo y encuentra el óptimo del monopolista para cualquier nivel y esquema de recaudación. La sección 4 define una función de bienestar y encuentra los esquemas impositivos óptimos para los casos en donde sólo se permite el uso de un instrumento a la vez. La sección 5 analiza el caso en donde se pueden utilizar ambos instrumentos a la vez, diferenciando casos donde se permite o no el uso de subsidios. La sección 6 ofrece conclusiones sobre los resultados encontrados.

2. Revisión de la Literatura

2.1. Impuestos ad valorem e impuestos específicos

Comenzando por los modelos sin elección de calidad, la equivalencia de impuestos ad valorem y específicos es clara en contextos de competencia perfecta, por lo que no es atribuible a ninguna fuente en particular. Pasando al caso de monopolio, el modelo de Suits y Musgrave (1953) dice que los impuestos ad valorem dominan en bienestar a los impuestos específicos al producir un menor precio y una mayor recaudación. No es hasta 1994 que Skeath y Trandel extienden este análisis al buscar el esquema Pareto óptimo, y encuentran que para cada impuesto específico siempre existe un impuesto ad valorem que lo domina según el criterio de Pareto, mirando tanto al consumidor, al productor, como a la recaudación.

En un contexto de oligopolio, Delipalla y Keen (1992) desarrollan paralelamente un modelo de Cournot y un modelo con libre entrada de firmas, y usando estática comparativa y precios de Ramsey encuentran que para el consumidor los impuestos ad valorem siempre son mejores. Skeath y Trandel (1994) extienden el modelo de Cournot con número de firmas fijo buscando Pareto óptimos, y demuestran que el Pareto óptimo depende de los parámetros del modelo ya que a veces los impuestos ad valorem tienen un impacto negativo en los beneficios, pero que los impuestos ad valorem siempre dominan para los casos del consumidor y la recaudación. Otra extensión a este modelo la hace Myles (1996) al permitir que los impuestos sean negativos, o sea que el gobierno esté otorgando subsidios, donde llega al óptimo de competencia perfecta en el cual los impuestos específicos subsidian la recaudación por medio de impuestos ad valorem. Anderson et al. (2001a y 2001b) comparan un contexto de Cournot con un oligopolio a la Bertrand con diferenciación de producto para contextos con número de firmas fijo y con libre entrada de firmas. Comparan en cada uno de ellos un escenario solamente con imposición ad valorem y un escenario solamente con imposición específica. En general para Cournot los impuestos ad valorem tienden a ser superiores para los dos contextos, número de firmas fij o libre entrada. Al pasar a un modelo con diferenciación de producto, para el caso de número de firmas fijo los impuestos ad valorem resultan en una subproducción de los bienes con mayores costos, cuando los impuestos son suficientemente altos se distorsiona la producción óptima de tal magnitud que tiende a ser preferible pasar a un esquema de impuestos específicos unicamente. Para el caso de Bertrand con libre entrada de firmas, los impuestos específicos siempre son preferibles ya que inducen al número de firmas eficiente.

2.2. Calidad

Elección de calidad quiere decir que los productores pueden elegir, además de cantidad y precio, una calidad determinada que es observable para los productores, los consumidores, y el gobierno, al estar en el caso de un 'search good'. Kay y Keen (1991) describen un mercado competitivo con la elección de una única calidad por cada productor, que por ser firmas idénticas y por tener rendimientos constantes a escala en cantidad y calidad todas eligen en equilibrio la misma calidad. Ellos demuestran que los efectos de los impuestos sobre el nivel de calidad de equilibrio dependen de la disposición marginal para pagar por calidad $S(p,q)$, en particular de la elasticidad precio de este parámetro, denominada θ. Para algunos valores de θ ambos impuestos reducen el nivel de calidad elegido, para otros valores ambos impuestos aumentan el nivel de calidad, y para algunos valores de θ el impuesto ad valorem hace caer la calidad mientras que el impuesto específico la hace crecer. En otro paper, pero usando este mismo modelo, Delipalla y Keen (1999) encuentran el esquema impositivo óptimo en términos de bienestar, el cual es una combinación de ambos impuestos donde se debe gravar con más fuerza mediante el impuesto que tenga el menor efecto negativo sobre la calidad. Dependiendo del parámetro de preferencias θ, el óptimo puede ser una combinación con predominancia de impuestos ad valorem, o con predominancia de impuestos específicos, e incluso existen casos particulares explicados a continuación donde el óptimo es poner únicamente un impuesto ad valorem o únicamente un impuesto específico.

Estos dos casos especiales de preferencias generan consecuencias muy particulares y opuestas en cuanto a esquemas impositivos óptimos. Para las preferencias llamados 'Full Price' el esquema impositivo óptimo es recaudar solamente mediante impuestos específicos, y para las preferencias 'Lightbulb' el óptimo es recaudar solamente mediante impuestos ad valorem. Las preferencias 'Full Price' son de la forma $V(p,q) = V(p+A(q))$, donde $V(\cdot)$ representa la utilidad indirecta del consumidor, p es el precio, q es la calidad, y $A(\cdot)$ es una función creciente a definir. Estas preferencias tienen la particularidad de que precio y calidad son sustitutos perfectos a los ojos del consumidor, por lo que una distorsión sobre la calidad afecta al consumidor tanto como una distorsión sobre el precio. Otra propiedad es que la disposición marginal para pagar por calidad S es constante, por lo que su elasticidad precio θ es igual a cero. Siguiendo los resultados de Kay y Keen esto quiere decir que la elección óptima de calidad es inalterada por un impuesto específico, pero que es reducida por el impuesto ad valorem. Esto, junto con los resultados de Delipalla y Keen, indican que el esquema impositivo óptimo para este tipo de preferencias en un contexto de competencia perfecta es imposición solamente mediante un impuesto específico, eliminando así toda distorsión sobre la calidad que genera el impuesto ad valorem.

Las preferencias 'Lightbulb', el otro caso destacado por los autores, son de la forma $V(p,q) = V(p/A(q))$. Su nombre deriva de un ejemplo acerca de bombitas de luz, o 'lightbulbs' en inglés, en el cual un consumidor con estas preferencias estará indiferente entre una bombita que dure 10 horas y 10 bombitas que duren 1 hora cada una ya que lo que le interesa son las horas de luz. Estas preferencias tienen una elasticidad de sustitución constante entre calidad y precio, y el parámetro de preferencias θ es igual a uno. En el marco de Kay y Keen esto quiere decir que los impuestos ad valorem no generan ningún efecto en el nivel de calidad óptimo mientras que los impuestos específicos hacer crecer el nivel de calidad, lo cual implica que el esquema impositivo óptimo se obtiene utilizando solamente impuestos ad valorem al no generar distorsión alguna en el margen.

Resumiendo los resultados de la literatura, en modelos sin calidad los impuestos ad valorem dominan en la mayoría de los casos, en particular siempre dominan para el consumidor, mientras que la introducción de calidad como variable de elección indica que la combinación de impuestos óptima depende de parámetros de las preferencias, e inclusive podemos estar en un caso particular donde la recaudación óptima sea solamente mediante un impuesto específico. Nos podemos preguntar por qué es que la introducción de calidad al modelo genera resultados tan diferentes, y las intuiciones al respecto las ofrece Keen (1998). Él explica que los impuestos ad valorem tienen un efecto 'multiplicador' cuando los costos dependen positivamente de la calidad. Si el productor sube la calidad, subirá el precio del productor, y por cada \$1 que suba el precio del productor, el precio del consumidor subirá en $\frac{\$1}{1-t_v} > \$1$. Los pequeños movimientos en el precio del productor generan relativamente grandes movimientos en el precio del consumidor, esta propiedad genera a la vez precios del consumidor bajos y calidades bajas comparado a lo que generaría un impuesto específico. Con lo cual sin calidad el consumidor invariablemente prefiere impuestos ad valorem porque puede comprar bienes a un precio menor, pero al introducir la calidad en sus preferencias el impuesto ad valorem tiene un efecto negativo sobre la calidad que genera una caída en la utilidad del consumidor. El trabajo citado también resalta un efecto de 'elevamiento' de la calidad que produce el impuesto específico, ya que al estar definido sobre una característica del bien no se afectan las decisiones sobre las demás características; así si definimos el impuesto sobre el número de unidades vendidas no estamos afectando la elección de la calidad, por lo tanto los impuestos específicos llevan a calidades más altas en comparación con los impuestos ad valorem.

2.3. Comentarios

Entonces para el consumidor con preferencias 'Full Price' en términos de precio los impuestos ad valorem son mejores, pero en términos de calidad los impuestos específicos son mejores. El esquema impositivo óptimo va a depender de cuál de estas dos fuerzas domina, y eso dependerá de cuánto está dispuesto a pagar el consumidor en el margen por un poco más de calidad.

3. Óptimo del Monopolista

El modelo trata de un bien 'search', o sea que sus características son resumidas en una calidad q, que es observable previo al consumo. Este bien tiene tres variables: precio p, cantidad x, y calidad q.

Se supondrá un consumidor representativo que tiene preferencias del tipo 'Full Price' usadas en la literatura, de las cuales se utilizará el siguiente caso particular:

$$V(p,q) = \frac{((a+dq)-p)^2}{2b} \tag{1}$$

Así como hace la mayoría de la literarura, aquí se está suponiendo una utilidad marginal con respecto al ingreso $\frac{\partial V}{\partial I} = 1$. Aunque este sea un caso particular de las preferencias 'Full Price' mantiene todas sus propiedades. Precio y calidad son sustitutos perfectos a los ojos del consumidor, la utilidad del consumidor crece con la calidad y cae con el precio del bien. La particularidad de este caso especial de las preferencias es que derivan en una familia de demandas lineales en x y q de la forma

$$p(x,q) = a + dq - bx \qquad \forall p \leq a + dq \tag{2}$$

con $a, b, d > 0$, donde la disposición a pagar sube con la calidad y baja con la cantidad.[2] A pesar de que se está trabajando con una demanda lineal y no un caso de preferencias generales, al dejar los parámetros a, b, d libres se está ante una familia de demandas lineales y no sólo una en particular, esto brinda mayor generalidad al análisis. El parámetro d es particularmente interesante ya que representa la disposición marginal para pagar por calidad $\frac{\partial p}{\partial q}$: a mayor d el consumidor estará dispuesto a pagar más por una unidad adicional de calidad. Representa lo que en la literatura con elección de calidad es denominado $S(p,q)$, y cuya elasticidad precio determina el esquema impositivo óptimo en dichos modelos. Este parámetro resultará sumamente importante más adelante, ya que también en este trabajo los resultados dependerán en gran medida de su valor. Una característica adicional de las preferencias 'Full Price' es que la disposición marginal para pagar por calidad no depende de la cantidad, matemáticamente $\frac{\partial^2 p}{\partial q \partial x} = 0$. En el caso particular usado es claro que $\frac{\partial p}{\partial q} = d$ es una constante y no depende de la cantidad.

También los costos de producción dependerán de la calidad, los cuales serán crecientes y cuadráticos en calidad, de la forma $\frac{q^2}{2}x$. En general la literatura usa costos lineales en calidad, pero por cuestiones puramente algebraicas necesitamos que la derivada del costo con respecto a la calidad no sea constante.[3]

[2] Los resultados no cambian si se usa el caso general de preferencias 'Full Price', que genera una función de demanda $p(x,q) = A(q) - bx$

[3] Para que la condición de segundo orden del monopolista se cumpla, se necesita que al derivar la condición de primer orden de la calidad con respecto a q, la derivada sea distinta de cero. Dicha condición está compuesta por la suma del ingreso marginal de la calidad con el costo marginal de la calidad. Como en este caso la demanda es lineal en calidad, este ingreso marginal de la calidad es constante, lo que implica que necesariamente el costo marginal de la calidad debe ser una función convexa de la calidad. En otros casos se puede hacer al revés, dejando el costo marginal de la calidad lineal en calidad, y usando una demanda que sea una función cóncava de la calidad.

El gobierno utiliza un impuesto ad valorem t_v y/o un impuesto específico t_s para recaudar. El mercado está controlado por un productor monopolista, y sus beneficios netos de impuestos son

$$\Pi(x,q) = \left((1-t_v)\cdot p(x,q) - t_s - \frac{q^2}{2}\right)\cdot x \tag{3}$$

Las condiciones de primer orden de maximización de beneficios son, con respecto a la cantidad,

$$(1-t_v)\cdot IMg - t_s = CMg \tag{4}$$

donde IMg representa el ingreso marginal y CMg representa el costo marginal. La condición de primer orden con respecto a la calidad es

$$(1-t_v)\cdot\frac{\partial I}{\partial q} = \frac{\partial C}{\partial q} \tag{5}$$

Donde $\frac{\partial I}{\partial q}$ y $\frac{\partial C}{\partial q}$ son respectivamente las derivadas del ingreso del monopolista y del costo con respecto a la calidad. Se puede ver en la ecuación (5) que la condición de primer orden con respecto a la calidad no depende del impuesto específico, pero sí depende negativamente del impuesto ad valorem. Esto confirma que en este modelo la distorsión a la calidad es generada únicamente por el impuesto ad valorem, el cual produce una calidad inferior a la obtenida si únicamente se usasen impuestos específicos. Esta propiedad no es específica a las preferencias usadas. Sean los beneficios son una función lineal de la cantidad, de la forma $\Pi = (1-t_v)p(x,q)x - t_s x - c(q)x$, donde $c(q)$ es el costo marginal que no depende de x, y donde $p(x,q)$ cumple con $\frac{\partial^2 p}{\partial q \partial x} = 0$. Evaluando la condición de primer orden con respecto a la calidad, la ecuación (5), vemos que $\frac{\partial C}{\partial q} = c'(q)x$, y que $\frac{\partial I}{\partial q} = f(\cdot)x$, donde $f(\cdot)$ es una función que no depende de la cantidad ni de los impuestos. Esto es, el ingreso marginal y el costo marginal son multiplicativos en x, y consecuentemente x puede eliminarse de ambos lados de la ecuación. Esto deja una condición de primer orden que sólo depende de la calidad, de algún parámetro de preferencias, y del impuesto ad valorem; pero que no depende del impuesto específico, ni siquiera indirectamente a través de la cantidad.

Las condiciones de primer orden se reducen en valores óptimos de x y de q que dependen solamente de los parámetros a, b, d y de las alícuotas de los impuestos:

$$q^m = (1 - t_v)d \tag{6}$$

$$x^m = \frac{2a(1-t_v) + d^2(1-t_v)^2 - 2t_s}{4b(1-t_v)} \tag{7}$$

Los valores óptimos x^m y q^m generan un precio óptimo

$$p^m = \frac{2a(1-t_v) + 3d^2(1-t_v)^2 + 2t_s}{4(1-t_v)} \tag{8}$$

beneficios óptimos

$$\Pi(x^m, q^m) = \frac{(2a(1-t_v) + d^2(1-t_v)^2 - 2t_s)^2}{16b(1-t_v)} = b(1-t_v)(x^m)^2 \tag{9}$$

y utilidad indirecta

$$V(x^m, q^m) = \frac{(2a(1-t_v) + d^2(1-t_v)^2 - 2t_s)^2}{32b(1-t_v)^2} = \frac{b}{2}(x^m)^2 \tag{10}$$

Resulta útil realizar un análisis de estática comparada de los efectos de cada uno de los impuestos sobre las variables relevantes. Para el impuesto específico:

$$\frac{\partial x^m}{\partial t_s} = \frac{-1}{2b(1-t_v)} < 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial q^m}{\partial t_s} = 0 \tag{12}$$

$$\frac{\partial p^m}{\partial t_s} = \frac{1}{2(1-t_v)} > 0 \tag{13}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t_s} = b(1-t_v)2\frac{\partial x^m}{\partial t_s} < 0 \tag{14}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t_s} = b\frac{\partial x^m}{\partial t_s} < 0 \tag{15}$$

Se puede ver que aumentar la alícuota del impuesto específico tiene efectos negativos sobre el excedente del consumidor, los beneficios, y la cantidad vendida; no tiene efecto sobre el nivel de calidad; y tiene un efecto positivo sobre el precio. Para el impuesto ad valorem:

$$\frac{\partial x^m}{\partial t_v} = -\frac{d^2(1-t_v)^2 + 2t_s}{4b(1-t_v)^2} < 0 \tag{16}$$

$$\frac{\partial q^m}{\partial t_v} = -d < 0 \tag{17}$$

$$\frac{\partial p^m}{\partial t_v} = \frac{2t_s - 3d^2(1-t_v)^2}{4(1-t_v)^2} = \frac{t_s - \frac{3}{2}(q^m)^2}{2(1-t_v)^2} = \frac{t_s - 3CMg}{2(1-t_v)^2} \tag{18}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t_v} = b\left(-t_v x + (1-t_v)\frac{\partial x^m}{\partial t_v}\right) < 0 \tag{19}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t_v} = b\frac{\partial x^m}{\partial t_v} < 0 \tag{20}$$

El impuesto ad valorem tiene un efecto negativo sobre cantidad, calidad, beneficios y excedente del consumidor. El efecto sobre el precio es ambiguo, ya que depende de la relación entre el costo marginal y la alícuota del impuesto específico. Visto de otra manera, como $p = a + dq - bx$, entonces el efecto del impuesto ad valorem sobre el precio es una función lineal de los efectos del impuesto sobre la calidad y sobre la cantidad, $\frac{\partial p^m}{\partial t_v} = d\frac{\partial q^m}{\partial t_v} - b\frac{\partial x^m}{\partial t_v} =$. Los efectos $\frac{\partial q^m}{\partial t_v}$ y $\frac{\partial x^m}{\partial t_v}$ son ambos negativos, pero al entrar uno sumando y el otro restando el resultado final sobre el precio dependerá de las magnitudes de estos efectos. En particular si $t_s = 0$, el efecto del impuesto ad valorem sobre el precio es siempre negativo.

Comparando los dos tipos de impuestos, ambos tienen efectos negativos sobre la cantidad, los beneficios, y el excedente del consumidor; sin embargo las magnitudes de los efectos son diferentes. El impuesto específico tiene un efecto positivo sobre el precio mientras que el efecto del impuesto ad valorem puede ser positivo o negativo. Por último, el impuesto ad valorem tiene un efecto negativo sobre la calidad, mientras que el impuesto específico no la afecta; esta diferencia es la fuerza principal detrás de los resultados obtenidos en la literatura existente y en los resultados de este trabajo.

4. Imposición Óptima con un solo Instrumento

En esta sección se resuelve el problema de imposición del gobierno, el cual tiene dos variables de elección, los impuestos ad valorem y los impuestos específicos, mediante los cuales debe cumplir con el requerimiento recaudatorio exógeno R. Se modela a un gobierno que debe cumplir con un requerimiento de recaudación buscando minimizar distorsiones en el mercado.

Para encontrar el esquema impositivo óptimo es útil comenzar por el caso más simple de todos: comparar la imposición de un único impuesto ad valorem con un único impuesto por unidad para cada nivel de recaudación requerido, excluyendo así casos que involucren una combinación de ambos impuestos. Quedan entonces dos escenarios posibles, uno solamente con un impuesto ad valorem y otro solamente con un impuesto específico, y se deben comparar para encontrar el escenario óptimo en términos de bienestar.

Siguiendo a gran parte de la literatura microeconómica tradicional se usará la siguiente función de bienestar, donde la importancia relativa del consumidor y del productor se mantendrá fija para concentrarse exclusivamente en el problema de eficiencia:

$$W = V + \Pi \tag{21}$$

Si se permitiese variar la importancia del consumidor y del productor dentro de la función de bienestar, el gobierno estaría optimizando para resolver también el problema de equidad entre el consumidor y el productor. No se tratará ese caso en este trabajo, aunque cualitativamente los resultados no cambian demasiado.

4.1. Impuestos Específicos

En primer lugar se resolverá el problema del gobierno cuando solamente tiene a su disposición un impuesto específico para cumplir con el objetivo de recaudación. El gobierno va a maximizar el bienestar eligiendo el nivel de impuesto específico t_s, restringido al nivel de recaudación R dado y a las respuestas óptimas del monopolista.

$$\max_{\{t_s\}} \quad W_s = V_s(t_s) + \Pi_s(t_s) \qquad \text{s.a.} \quad R = t_s \cdot x_s^m(t_s) \tag{22}$$

Al examinar la maximización se puede ver que los impuestos ya vienen determinados por las restricciones, al haber un solo instrumento para elegir y viendo que en las restricciones el parámetro R es exógeno y determinado previo a la elección de los impuestos. Por lo tanto el impuesto t_s óptimo surge únicamente de la restricción:

$$\frac{2a + d^2 - 2t_s^*}{4b} \cdot t_s^* = R \tag{23}$$

Despejando t_s^* de la ecuación anterior se encuentran dos soluciones que pueden ser reducidas fácilmente a una sola.[4]

$$t_s^* = \frac{1}{4}\left(2a + d^2 - \sqrt{(2a + d^2)^2 - 32bR}\right) \tag{24}$$

Este es el nivel de imposición específica óptima cuando el gobierno está restringido a usar solamente ese tipo de impuesto, y depende de los parámetros a, b, d y del requerimiento de recaudación R. El bienestar que queda con este esquema impositivo está dado por:

$$W_s = \frac{3(2a + d^2 - 2t_s^*)^2}{32b} \tag{25}$$

4.2. Impuestos Ad Valorem

Pasando al caso en el cual el gobierno solamente puede usar impuestos ad valorem, el procedimiento es paralelo al caso anterior. El gobierno maximizará el bienestar eligiendo el nivel de impuesto específico t_v, restringido al nivel de recaudación R dado y a las respuestas óptimas del monopolista en cuanto a precio y calidad.

$$\max_{\{t_v\}} \quad W_v = V_v(t_v) + \Pi_v(t_v) \qquad \text{s.a.} \quad R = t_v \cdot p_v^m(t_v) \cdot x_v^m(t_v) \tag{26}$$

El nivel óptimo de imposición viene determinado solamente por la restricción, por lo tanto el nivel de t_v óptimo surge de la restricción:

$$\frac{(2a + d^2(1 - t_v^*))(2a + 3d^2(1 - t_v^*))}{16b} \cdot t_v^* = R \tag{27}$$

[4] Las dos soluciones corresponden a las dos partes de la curva de Laffer, donde al aumentar la recaudación en una la tasa impositiva crece, y en la otra la tasa impositiva decrece. Se descartará esta segunda solución.

Despejando t_v^* se encuentran varias soluciones que pueden ser reducidas a una sola.[5] Para presentar la solución será útil definir primero dos expresiones:

$$A = 28a^2 + 24ad^2 + 9d^4 \tag{28}$$

$$B = 80a^3 - 36a^2d^2 - 108ad^4 - 27d^6 + 1944bd^2R \tag{29}$$

Entonces la alícuota ad valorem óptima es

$$t_v^* = \frac{1}{18d^2}\left(16a + 12d^2 - \frac{(1+\imath\sqrt{3})A}{\left(B+\sqrt{B^2-A^3}\right)^{1/3}} - (1-\imath\sqrt{3})\left(B+\sqrt{B^2-A^3}\right)^{1/3}\right) \tag{30}$$

y depende de los parámetros a, b, d y del requerimiento de recaudación R. El bienestar que resulta de este nivel de imposición es:

$$W_v = \frac{(3-2t_v^*)(2a+d^2(1-t_v^*))^2}{32b} \tag{31}$$

4.3. Comparación

Estas soluciones son los impuestos óptimos correspondientes a dos escenarios alternativos, ahora se quiere averiguar cuál escenario es mejor en términos de bienestar. Para esto se evalúan las funciones de bienestar W_s y W_v en los impuestos óptimos encontrados para obtener el bienestar únicamente en función de la recaudación R y de los parámetros de la demanda. Al compararlos se encuentra que cuando las preferencias indican una disposición marginal para pagar por calidad baja, entonces para todo nivel de recaudación $R > 0$ factible según la curva de Laffer, los impuestos ad valorem dominan en bienestar a los impuestos específicos, $W_v > W_s$, como se puede ver claramente en el Gráfico 1. Cuando la disposición marginal para pagar por la calidad es alta, entonces para valores

[5]Se encuentran tres soluciones, pero sólo una corresponde al rango de valores de t_v entre -1 y 1, y vale 0 cuando $R = 0$. Por lo tanto es la única que conceptualmente tiene sentido.

de recaudación bajos sigue valiendo que $W_v > W_s$, pero para valores de recaudación muy altos la desigualdad se invierte y será óptimo un esquema impositivo solamente mediante impuestos específicos, esto se puede ver en el Gráfico 2.

Gráfico 1: Bienestar en función de la Recaudación para dos esquemas impositivos diferentes: sólo un impuesto ad valorem o sólo un impuesto específico, para un consumidor con una disposición marginal para pagar por calidad baja.

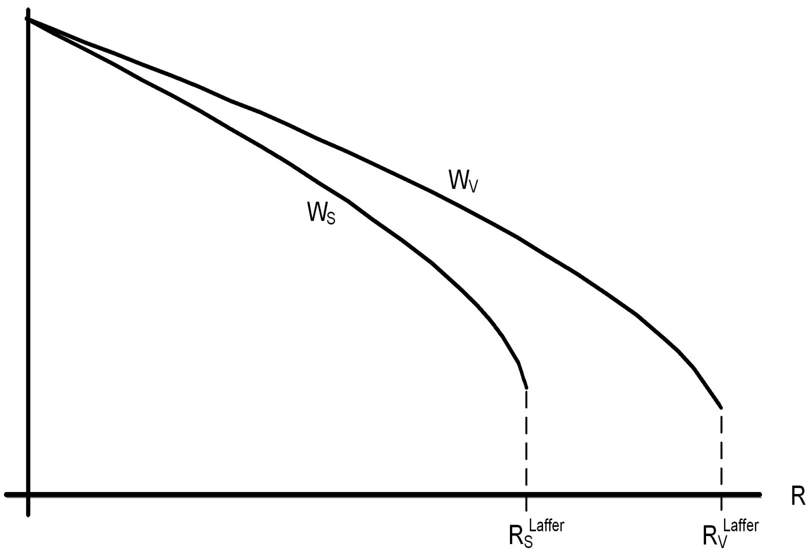
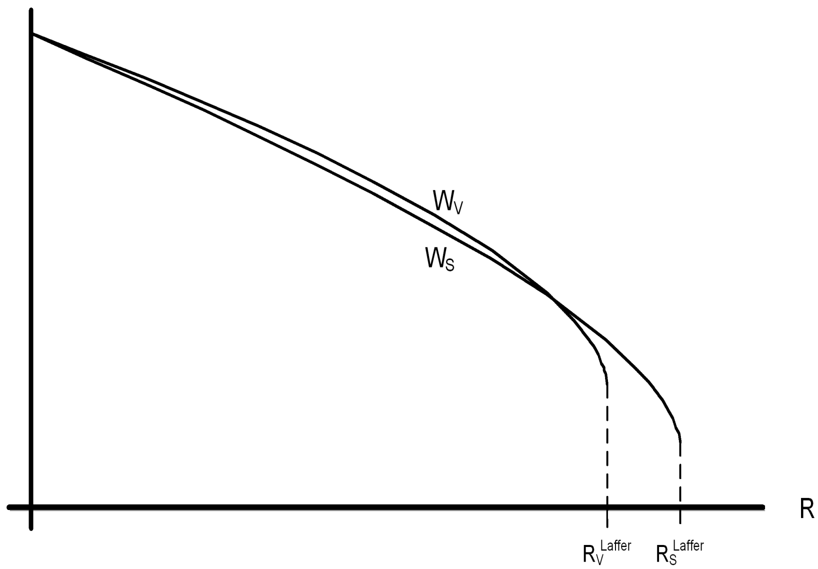


Gráfico 2: Bienestar en función de la Recaudación para dos esquemas impositivos diferentes: sólo un impuesto ad valorem o sólo un impuesto específico, para un consumidor con una disposición marginal para pagar por calidad alta.



Tal como muestra el Gráfico 1, para todo nivel de recaudación permitido es preferible recaudar mediante un impuesto ad valorem que mediante un impuesto específico que genere la misma recaudación cuando la disposición marginal para pagar por calidad es baja. Cuando es alta, para niveles de requerimiento recaudatorio altos, es preferible recaudar solamente mediante un impuesto específico tal como muestra el Gráfico 2. Esto lleva a afirmar la siguiente proposición.

Proposición 1: *Si el gobierno está restringido a usar solamente un tipo de impuesto para cumplir con el requerimiento recaudatorio, el esquema impositivo óptimo depende de si la disposición marginal para pagar por calidad (d) es alta o si es baja:*
- si la disposición marginal para pagar por calidad es baja, el gobierno eligirá usar impuestos ad valorem ya que generan menos distorsiones que los impuestos específicos, y
- si la disposición marginal para pagar por calidad es alta, para niveles bajos de requer-

imiento de recaudación el óptimo es usar solamente impuestos ad valorem, y para niveles altos de requerimiento de recaudación el esquema impositivo óptimo es usar solamente impuestos específicos.

Demostración: Ver Anexo 1

Discusión:

Denotando con subíndices s y v a los impuestos específicos y ad valorem respectivamente, se puede ver que para el esquema ad valorem la calidad y el precio son menores que en el esquema de impuestos específicos:

$$d^2(1-t_v) < d^2$$

$$q_v < q_s$$

$$\frac{2a+3d^2(1-t_v)}{4} < \frac{2a+3d^2+2t_s}{4}$$

$$-3d^2t_v < 0 < 2t_s$$

$$p_v < p_s$$

El esquema ad valorem, al resultar en un precio menor, genera una presión hacia arriba en la cantidad vendida, pero al tener una calidad menor también genera presión hacia abajo sobre la cantidad. Cuál de estas dos presiones domina va a determinar si para el consumidor son preferibles los impuestos ad valorem o los específicos.

Sin embargo, analizando las cantidades bajo ambos esquemas impositivos, se encuentra que la cantidad vendida con un impuesto ad valorem siempre es mayor que la vendida con un impuesto específico.

$$\frac{2a+d^2(1-t_v)}{4b} > \frac{2a+d^2-2t_s}{4b}$$

$$-d^2t_v > -2t_s$$

$$x_v > x_s$$

Dado que las preferencias del consumidor V son función de x^2, el consumidor siempre va a preferir un esquema impositivo ad valorem. Entonces para el consumidor la distorsión negativa de los impuestos ad valorem sobre la calidad nunca domina al efecto negativo que tienen dichos impuestos sobre el precio del bien, el consumidor está dispuesto a soportar una calidad un poco menor porque es más que compensado por la baja del precio que produce un esquema ad valorem.

La dominancia de los impuestos ad valorem no es absoluta, ya que la situación del monopolista no siempre es mejor bajo un esquema ad valorem. Recordando que sus beneficios son función de $(1 - t_v)x^2$, aunque la cantidad con impuestos ad valorem sea mayor, ésta se encuentra reducida al estar multiplicada por $(1-t_v) < 1$, mientras que en el caso de los impuestos específicos $t_v = 0$ y los beneficios dependen solamente de la cantidad. Por lo tanto aunque $x_v > x_s$, al comparar $(1 - t_v)x_v^2$ con x_s^2 se encuentra que el que uno sea mayor que el otro depende del nivel de recaudación requerida R y de la disposición marginal para pagar por calidad d. Para un consumidor con disposición marginal para pagar por la calidad d baja, la cantidad x_v que resulta de poner solamente un impuesto ad valorem es mucho mayor que la cantidad x_s que resulta de un impuesto específico, es tanto mayor que inclusive al multiplicarla por $(1 - t_v)$ sigue siendo mayor para todo nivel de recaudación factible. Esto es, cuando d es bajo, $(1-t_v)x_v^2 > x_s^2$ siempre y para el monopolista los impuestos ad valorem son siempre mejores. Para el caso de un consumidor con disposición marginal para pagar por la calidad d alta, la cantidad x_v no es tanto mayor que x_s, y al multiplicar $(1 - t_v)x_v^2$ se encuentra que para valores altos de requerimiento recaudatorio, $(1 - t_v)$ pesa lo suficiente como para lograr revertir la desigualdad y se obtiene que $(1 - t_v)x_v^2 < x_s^2$. En otras palabras, cuando d es alto, para valores bajos de R los impuestos ad valorem siguen siendo mejores para el monopolista, pero para un requerimiento R alto un impuesto específico genera menos distorsiones sobre la calidad y es preferible para el monopolista. Por lo tanto los beneficios no son siempre mayores con los impuestos ad valorem, cuando el requerimiento recaudatorio sea suficientemente grande los beneficios serán mayores con impuestos específicos.

El hecho de que los beneficios no siempre son mayores con impuestos ad valorem, mientras que el excedente del consumidor siempre lo es, es lo que hace que al sumar excedente del consumidor y beneficios para conformar la función de bienestar, ésta no siempre sea mayor con impuestos ad valorem que con impuestos específicos. Para un consumidor con disposición marginal para pagar por la calidad d baja, la pérdida de beneficios que puede ocasionar un impuesto ad valorem siempre es compensada por una mejora para el consumidor al aumentar la cantidad producida. Consecuentemente para todo impuesto específico existe un impuesto ad valorem que genera la misma recaudación y que domina en términos de bienestar. Pero cuando el consumidor tiene una disposición marginal para pagar por la calidad d alta, cuando la presión impositiva es baja los resultados no cambian, pero cuando la presión impositiva es alta el óptimo en términos de bienestar es solamente imponer un impuesto específico.

Hasta ahora la comparación ha sido entre dos escenarios opuestos: cumplir con el requerimiento recaudatorio solamente mediante un impuesto ad valorem, o solamente mediante un impuesto específico. Para $R = 0$ el bienestar es igual bajo ambos escenarios, pero al imponer una recaudación positiva la Proposición 1 dice que para requermientos de recaudación no muy altos el bienestar siempre es mayor bajo un esquema con impuestos ad valorem, en particular para d bajos lo es para todo valor de R. Otra manera de leer este resultado es decir que, para un nivel de recaudación $\bar{R}$ dado, al comparar el efecto marginal negativo $\frac{\partial W}{\partial R}$ que produce \$1 más de recaudación sobre el bienestar bajo uno u otro esquema impositivo, se encuentra que este efecto es menor en términos absolutos en el caso de los impuestos ad valorem para los niveles de recaudación mencionados. A cada nivel de recaudación los impuestos ad valorem tienen un efecto negativo sobre el bienestar menor que el efecto negativo sobre el bienestar que tienen los impuestos específicos, por lo cual los impuestos ad valorem son preferibles.

Cambiando el ejercicio, se toma de nuevo un nivel de recaudación dado $\bar{R}$ no muy alto, y se supone que el gobierno lo está recaudando únicamente mediante impuestos ad valorem, tal como indica la Proposición 1. Ahora se supone que el gobierno se encuentra con la necesidad de recaudar \$1 más, y que puede elegir qué tipo de impuesto aplicar para recaudarlo. Puede seguir recaudando con el impuesto ad valorem, simplemente aumentando la alícuota, o puede mantener la alícuota del impuesto ad valorem tal como estaba y recaudar el dinero adicional agregando un impuesto específico a tal fin. Para evaluar qué método generaría una menor pérdida de bienestar hay que evaluar el efecto marginal de la recaudación adicional sobre el bienestar en diferentes puntos de diferentes funciones de bienestar. Para el caso en el cual se aumenta la alícuota ad valorem se toma la función de bienestar que es solamente función del impuesto ad valorem, W_v, y se mide la pérdida de bienestar mirando el efecto marginal de la recaudación sobre dicho bienestar, $\frac{\partial W_V}{\partial R}$, evaluado en el nivel de recaudación original $\bar{R}$. Si en cambio se recauda el dinero adicional mediante el impuesto específico se debe mirar la función de bienestar que solamente es función del impuesto específico, W_s, y se debe mirar el efecto marginal de la recaudación sobre el bienestar $\frac{\partial W_S}{\partial R}$ evaluado en $R = 0$, al ser éste el primer dinero recaudado mediante este impuesto. Para niveles de recaudación altos, al comparar los valores absolutos de los dos efectos se encuentra que $|\frac{\partial W_V}{\partial R}(\bar{R})| > |\frac{\partial W_S}{\partial R}(R = 0)|$, el impacto marginal sobre el bienestar de recaudar el \$1 con un impuesto ad valorem es mayor en términos absolutos que el impacto marginal sobre el bienestar de recaudarlo con un impuesto específico. En otras palabras recaudar ese \$1 mediante un impuesto específico genera un menor efecto negativo sobre el bienestar que recaudarlo mediante un impuesto ad valorem, entonces es preferible recaudar el dinero adicional con un impuesto específico, resultando en un esquema impositivo en donde se hace uso de ambos instrumentos. Este ejercicio lleva a pensar que, si quitamos la restricción al gobierno de recaudar mediante un solo instrumento y lo dejamos usar combinaciones de ambos impuestos, será posible encontrar casos en donde el esquema impositivo óptimo sea una combinación de ambos impuestos para así minimizar los efectos negativos sobre el bienestar.

5. Imposición Óptima con ambos Instrumentos

La sección anterior trató dos casos excluyentes donde en cada uno se utilizó solamente uno u otro tipo de impuesto, nunca ambos a la vez, y se encontró que en la mayoría de los casos usar solamente un impuesto ad valorem domina en bienestar a usar solamente un impuesto específico, y para algunas combinaciones de las variables es preferible usar solamente un impuesto específico. Pero al final de dicha sección se ejemplificó un caso en donde usar una combinación de ambos impuestos genera menos pérdidas de bienestar que usar sólo un tipo de impuesto, lo cual invita a buscar exactamente cuándo es que es conveniente usar ambos impuestos en lugar de uno solo. En esta sección se busca el óptimo utilizando ambos impuestos a la vez como variables de elección para el gobierno, y usando la misma función de bienestar que en la sección anterior.

Usando a los impuestos como instrumentos, el gobierno busca cumplir con el requerimiento recaudatorio mediante el esquema impositivo que genere las mínimas distorsiones posibles. En ocasiones, el gobierno puede incluso corregir fallas asignativas generadas por el monopolista, específicamente distorsiones a la calidad y a la cantidad con respecto al equilibrio eficiente. Según Spence (1975), quien caracteriza el óptimo del monopolista en relación al óptimo social para un modelo con elección de calidad pero sin impuestos, el monopolista sobre- o sub-provisiona calidad con respecto al óptimo social dependiendo del valor de p_{qx}. Cuando $p_{qx} = 0$, como es el caso de las preferencias 'Full Price', el monopolista no distorsiona el nivel de calidad y provee la calidad óptima. Entonces en cuanto a la elección del nivel de calidad el gobierno no tiene distorsiones para corregir en este modelo. Sin embargo la provisión de cantidad de un monopolio es menor a la provisión óptima de un planificador, y es ésta distorsión la que será corregida mediante los impuestos en este modelo. La dominancia de usar ambos impuestos en lugar de uno solo como ayuda para corregir esta distorsión la trató Myles (1995), quien toma un oligopolio con número de firmas fijo y sin elección de calidad, y busca el esquema impositivo óptimo. Según la literatura previa, al comparar un impuesto ad valorem con un impuesto específico el ad valorem domina en términos de bienestar y se recauda solamente para cumplir con el requerimiento recaudatorio. Pero si se permiten usar ambos instrumentos a la vez, como hace Myles, el óptimo resulta ser un impuesto ad valorem, y un subsidio específico, mediante este subsidio se corrige la distorsión a la cantidad y se llega a producir la cantidad eficiente.

Al usar ambos impuestos como instrumentos pueden aparecen casos en donde con un impuesto se subsidia la recaudación mediante el otro impuesto para corregir así distorsiones a la cantidad generadas por el monopolio, como es el caso de Myles. Se dividirá entonces el análisis en dos secciones, considerando alternativamente casos con y sin subsidios.

5.1. Sin Subsidios

La combinación óptima de impuestos para el esquema sin subsidios se encuentra maximizando el bienestar eligiendo los dos impuestos, con las restricciones de que la recaudación total proveniente de ambos impuestos sea igual al requerimiento recaudatorio R, y que ambos impuestos sean no negativos:

$$\max_{\{t_s, t_v\}} \quad W = V(t_s, t_v) + \Pi(t_s, t_v) \qquad \text{s.a.} \quad R = (t_s + t_v \cdot p^m(t_s, t_v)) \cdot x^m(t_s, t_v) \tag{32}$$

$$t_s \geq 0, \, t_v \geq 0$$

Para trabajar con la restricción de que ambos impuestos sean no negativos, es conveniente realizar la maximización sin esta restricción e incorporarla luego al examinar la solución. Procediendo de esta manera, las condiciones de primer orden en una solución interior para t_s y t_v pueden ser reducidas a las siguientes ecuaciones:

$$(1-t_v)[2a(1-t_v)+d^2(1-t_v)^2-2t_s][2a(1-t_v)+d^2(1-t_v)(1-11t_v+6t_v^2)+2t_s] = 0 \tag{33}$$

$$R = \frac{[2a(1-t_v)+d^2(1-t_v)^2-2t_s][(2a+3d^2(1-t_v))(1-t_v)t_v+2t_s(2-t_v)]}{16b(1-t_v)^2} \tag{34}$$

Estas dos ecuaciones conforman un sistema de ecuaciones simultáneas para t_s y t_v en función de R que dejan un solo par de soluciones,[6] $t_s(a, b, d, R)$ y $t_v(a, b, d, R)$. Aplicando ahora la restricción de no negatividad de los impuestos y analizando el resultado obtenido, se arriba a la siguiente proposición.

Proposición 2: *Si el gobierno puede utilizar cualquier combinación de impuestos ad valorem y específicos para cumplir con el requerimiento recaudatorio, sin la posibilidad de otorgar subsidios, el esquema impositivo óptimo depende de si la disposición marginal para pagar por calidad (d) es mayor o menor que* $d^* = \sqrt{\frac{48}{97}}\sqrt{a}$:

- si la disposición marginal para pagar por calidad es baja ($d \leq d^*$), el óptimo es usar solamente impuestos ad valorem, y

- si la disposición marginal para pagar por calidad es alta ($d > d^*$), para niveles bajos de requerimiento de recaudación ($R \leq R^*$) el óptimo es usar solamente impuestos ad valorem, y para niveles altos de requerimiento de recaudación ($R > R^*$) el esquema impositivo óptimo es una combinación de impuestos ad valorem y específicos a la vez.

Demostración: Ver Anexo 2

Discusión:

Los resultados de la Proposición 2 pueden ser vistos claramente en los siguientes gráficos, que muestran los niveles de recaudación óptimos por unidad vendida para cada tipo de impuesto a medida que crece el requerimiento recaudatorio. Ambos gráficos son para consumidores con diferentes disposiciones marginales para pagar por calidad (d). El primero es para un consumidor con d bajo ($d \leq d^*$), y el segundo para un consumidor con d alto ($d > d^*$).

[6] Aparecen 5 soluciones para cada impuesto, pero al examinarlas se encuentra que cada una representa un intervalo diferente de una única solución. Hay una sexta solución con $t_s = 0$ y $t_v = 1$, que puede ser descartada fácilmente ya que es constante y no depende de R.

Gráfico 3: Alícuotas Óptimas de los Impuestos ad valorem y específicos en función de la Recaudación, para impuestos no negativos y para un consumidor con disposición marginal para pagar por calidad baja.

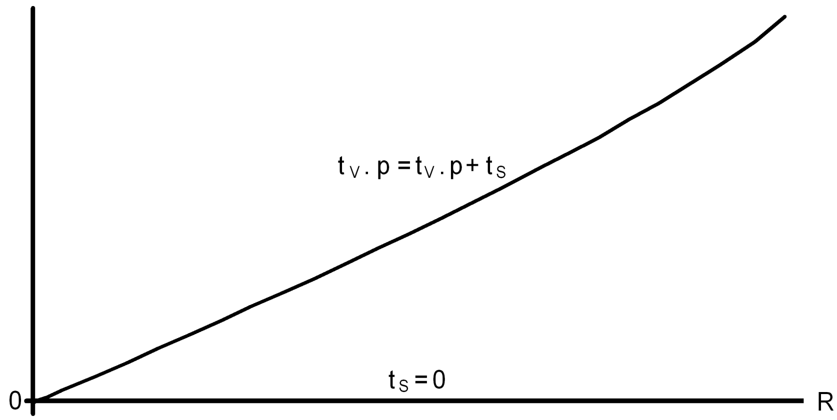
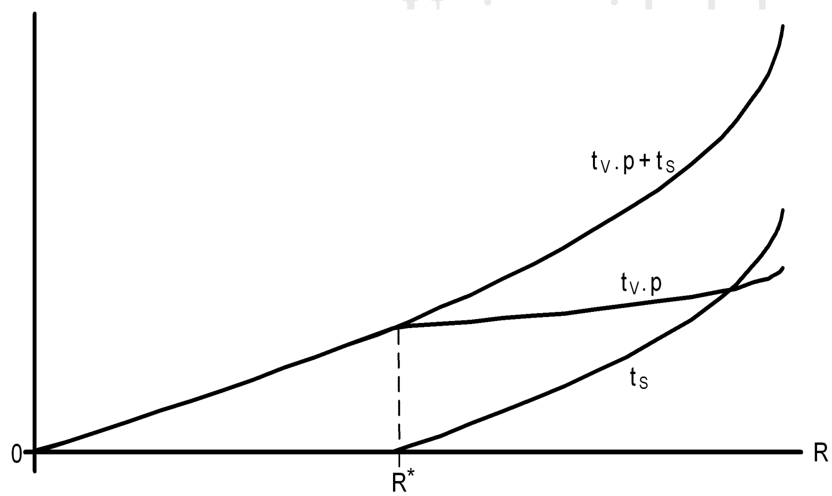


Gráfico 4: Alícuotas Óptimas de los Impuestos ad valorem y específicos en función de la Recaudación, para impuestos no negativos y para un consumidor con disposición marginal para pagar por calidad alta.

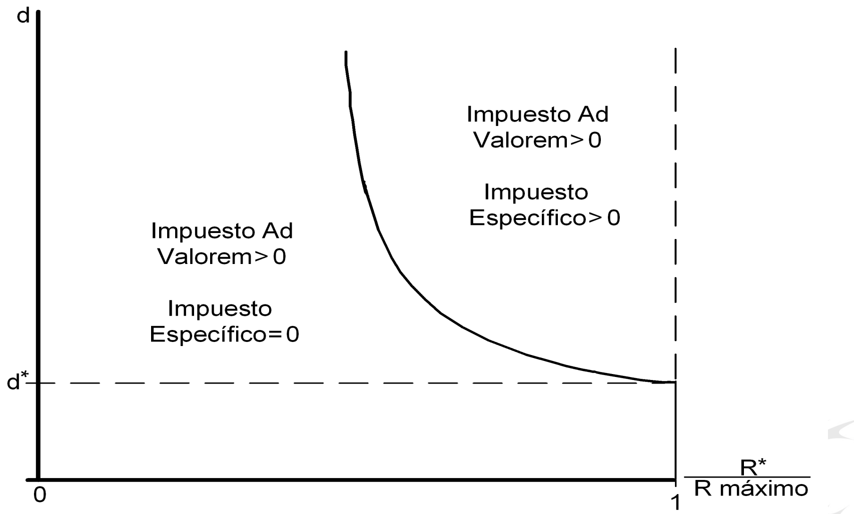


Es posible explicar intuitivamente porqué es que el esquema impositivo óptimo en un contexto sin subsidios depende de la disposición marginal para pagar por calidad (d). Las ecuaciones (9) y (10) mostraron que los beneficios y el excedente del consumidor son funciones crecientes de la cantidad. La cantidad a su vez puede ser escrita como $x = \frac{1}{b}(a + dq - p)$, es función creciente de la calidad y decreciente del precio. Entonces los beneficios y el excedente del consumidor responden en las mismas direcciones ante cambios en el precio y en la calidad, un aumento en la calidad los aumenta a ambos, y un aumento en el precio los hace caer a ambos. Es por esto que el bienestar, que es la suma de los beneficios y del excedente del consumidor, crece con la calidad y cae con el precio. Recordando que un impuesto ad valorem produce una calidad y precio menores que un impuesto específico que recauda lo mismo, un impuesto ad valorem es mejor en términos de bienestar porque genera un precio menor, pero es peor en términos de bienestar porque genera una calidad menor.

Un consumidor con una disposición marginal para pagar por calidad baja ($d < d^*$) valora poco el nivel de calidad, por lo tanto al comparar impuestos ad valorem y específicos la calidad menor que produce un impuesto ad valorem impacta poco sobre el bienestar en comparación con el impacto que tiene el precio menor que genera el impuesto ad valorem. Entonces en términos de bienestar serán preferibles los impuestos ad valorem. Por el contrario, cuando la disposición marginal para pagar por calidad es alta ($d > d^*$) el consumidor valora mucho la calidad, y está dispuesto a pagar más para evitar que caiga. Para niveles bajos de recaudación ($R < R^*$), la distorsión de los impuestos ad valorem sobre la calidad es pequeña y el óptimo será solamente un impuesto ad valorem. Cuando los niveles de recaudación son altos ($R > R^*$), la magnitud de la distorsión de los impuestos ad valorem sobre el nivel de calidad es suficiente como para que sea óptimo que parte de la recaudación se realice mediante impuestos específicos, que a pesar de que generan un precio mayor no distorsionan el nivel de calidad. En resumen, para valores de d bajos, domina el mayor efecto negativo que tienen lo impuestos ad valorem sobre el precio en relación con los efectos específicos, y para valores de d altos, a medida que sube el requerimiento de recaudación comienza a influir lo suficiente el efecto negativo que tienen los impuestos ad valorem sobre la calidad como para que sea mejor cubrir parte de la recaudación mediante impuestos específicos.

El nivel de recaudación R^* separa los casos donde se recauda o no con impuestos específicos. Es afectado por la disposición marginal para pagar por calidad d de dos maneras, una directa y otra indirecta. Los impuestos ad valorem generan una distorsión negativa sobre el nivel de calidad, el efecto directo mencionado consiste en que al subir d, sube el impacto que tiene dicha distorsión sobre el bienestar para todos los niveles de recaudación. En particular el nivel de recaudación en donde la distorsión de calidad afecta al consumidor lo suficiente como para usar también un impuesto específico cae, o sea que R^* cae. Entonces una suba en la disposición marginal para pagar por calidad d hace que caiga R^*. El efecto indirecto de d sobre R^* involucra a la función de demanda inversa $p = a + dq - bx$. Cuando sube d sube la disposición a pagar para toda cantidad y calidad, por lo que sube la recaudación total, generando un efecto positivo sobre todos los niveles de recaudación, en particular sobre R^*. Cuando sube d, a través de la función de demanda inversa sube R^*. Entonces una suba en d tiene un efecto directo negativo sobre R^*, pero también tiene un efecto positivo sobre R^*. Estos dos efectos son contrarios, de tal manera que no se puede decir nada sobre la dirección del efecto total de d sobre R^*. Sin embargo, siempre hay un nivel de recaudación máximo factible debido a la curva de Laffer, R máximo. Calculando la proporción de R^* en R máximo a cada valor de d, se puede encontrar una relación decididamente negativa entre esta proporción y d. A medida que sube d, cae la proporción de R^* en R máximo. Esta relación se puede ver en el siguiente gráfico.

Gráfico 5: Esquemas impositivos óptimos en función de la disposición marginal para pagar por calidad d, y de la proporción del nivel de recaudación R^* sobre el nivel de recaudación máximo factible, para el caso sin subsidios.



5.2. Con Subsidios

Para el caso con subsidios el análisis es paralelo al caso sin subsidios, solamente cambia la interpretación de los resultados. Como antes, se maximiza el bienestar eligiendo los dos impuestos, pero con la única restricción de que la recaudación total proveniente de ambos impuestos sea igual al requerimiento recaudatorio R:

$$\max_{\{t_s, t_v\}} \quad W = V(t_s, t_v) + \Pi(t_s, t_v) \qquad \text{s.a.} \quad R = (t_s + t_v \cdot p^m(t_s, t_v)) \cdot x^m(t_s, t_v) \tag{35}$$

Las condiciones de primer orden para una solución interior para t_s y t_v pueden ser reducidas a las ecuaciones (33) y (34). Ambas conforman un sistema de ecuaciones simultáneas para t_s y t_v en función de R que como antes se reducen a un solo par de soluciones. Esto nos lleva a la siguiente proposición:

Proposición 3: *Si el gobierno puede utilizar cualquier combinación de impuestos ad valorem y específicos para cumplir con el requerimiento recaudatorio, con la posibilidad de otorgar subsidios, el esquema impositivo óptimo depende de si la disposición marginal para pagar por calidad (d) es mayor o menor que* $d^* = \sqrt{\frac{48}{97}}\sqrt{a}$*:*

- si la disposición marginal para pagar por calidad es baja ($d \leq d^*$), el óptimo es recaudar mediante un impuesto ad valorem y otorgar un subsidio mediante el impuesto específico para así corregir fallas asignativas de la cantidad, y

- si la disposición marginal para pagar por calidad es alta ($d > d^*$), para niveles bajos de requerimiento de recaudación ($R \leq R^*$) el óptimo es recaudar con un impuesto ad valorem y a la vez subsidiar con un impuesto específico para corregir fallas asignativas de la cantidad, y para niveles altos de requerimiento de recaudación ($R > R^*$) el esquema impositivo óptimo es una combinación de impuestos ad valorem y específicos, ambos positivos, para minimizar así distorsiones al modelo.

Demostración: *Ver Anexo 3*

Discusión: Los resultados de la Proposición 3 pueden ser vistos claramente en los siguientes gráficos, que muestran los niveles de recaudación óptimos por unidad vendida para cada tipo de impuesto a medida que crece el requerimiento recaudatorio. Ambos gráficos son para consumidores con diferentes disposiciones marginales para pagar por calidad (d). El primero es para un consumidor con d bajo, y el segundo para un consumidor con d alto.

Gráfico 6: Alícuotas Óptimas de los Impuestos ad valorem y específicos en función de la Recaudación, sin restricción sobre los niveles de impuestos y para un consumidor con disposición marginal para pagar por calidad baja.

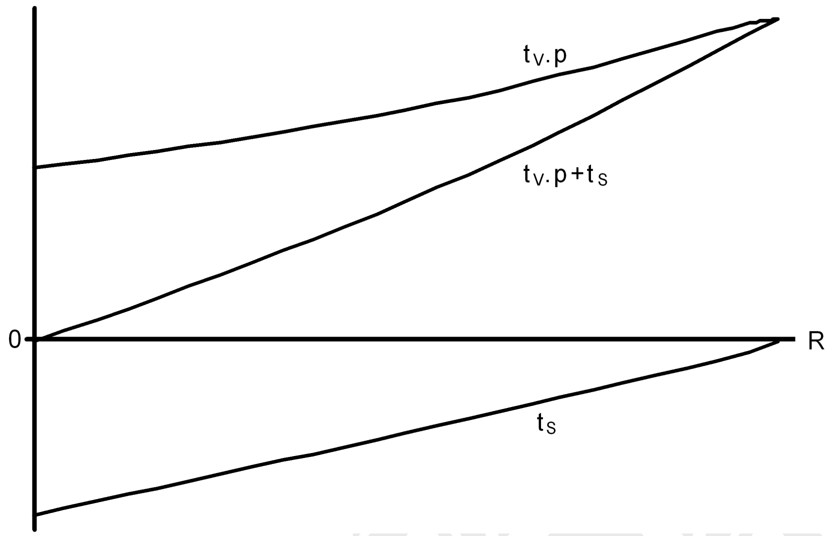
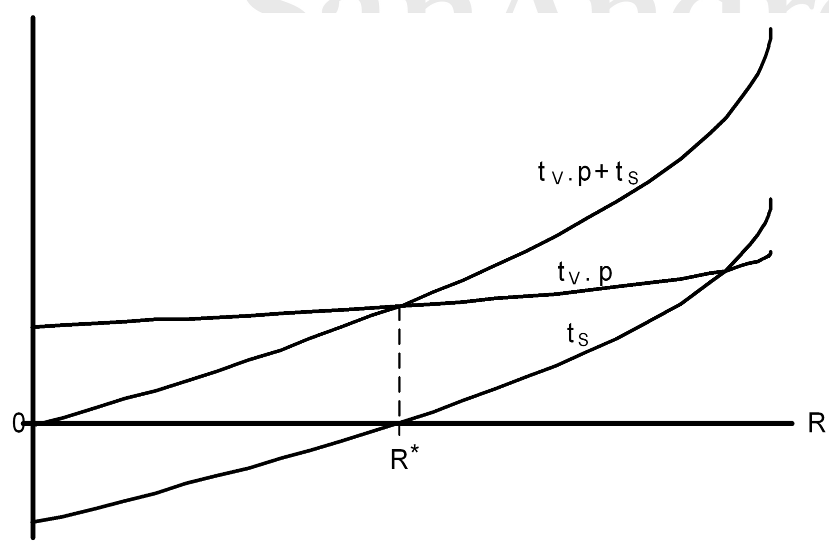
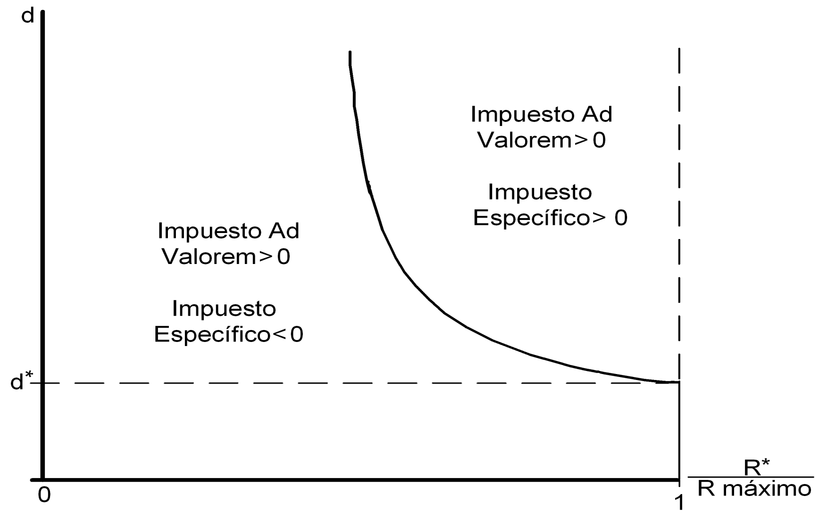


Gráfico 7: Alícuotas Óptimas de los Impuestos ad valorem y específicos en función de la Recaudación, sin restricción sobre los niveles de impuestos y para un consumidor con disposición marginal para pagar por calidad alta.



La interpretación intuitiva de los resultados es similar a la sección anterior. Cuando el consumidor tiene una disposición marginal para pagar por calidad baja ($d < d^*$), en términos de bienestar se valora más el efecto negativo de los impuestos ad valorem sobre el precio que el efecto negativo que tienen sobre la calidad, en comparación con los impuestos específicos. Se valora tanto más el efecto negativo sobre el precio que el gobierno inclusive está dispuesto a otorgar un subsidio específico para luego recaudar esa suma mediante un impuesto ad valorem, para así bajar aún más el precio, sin importar lo suficiente el mayor impacto negativo que genera esto sobre el nivel de calidad. Para un consumidor con disposición marginal para pagar por calidad alta ($d > d^*$), con niveles de recaudación bajos ($R < R^*$) la distorsión sobre la calidad es pequeña y el óptimo es subsidiar la recaudación ad valorem con un subsidio específico por la misma razón que en el caso anterior, porque se valora más la caída del precio que la distorsión hacia abajo de la calidad. Para niveles de recaudación altos ($R > R^*$) la distorsión sobre la calidad es suficientemente alta como para que el óptimo consista en que se elimine el subsidio y se recaude con ambos tipos de impuestos. Al igual que en el caso sin subsidios, y por las mismas razones, a medida que sube d el R^* al cual se empieza a usar $t_s > 0$ no tiene una dirección clara, pero sí es posible afirmar que cae la proporción de R^* en Rmáximo, que se puede ver en el siguiente gráfico.

Gráfico 8: Esquemas impositivos óptimos en función de la disposición marginal para pagar por calidad d, y de la proporción del nivel de recaudación R^* sobre el nivel de recaudación máximo factible, para el caso con subsidios.



6. Conclusión

Este trabajo supone un monopolista que elige calidad, cantidad y precio, y un consumidor representativo con preferencias 'Full Price'. El gobierno busca la combinación de impuestos óptima entre impuestos ad valorem y específicos para cumplir con un requerimiento de recaudación exógeno. El esquema impositivo óptimo fue buscado bajo tres escenarios diferentes: un gobierno restringido a usar solamente un tipo de impuesto, o con permiso para usar ambos tipos de impuestos pero con la condición de que sean no negativos, o un gobierno con libertad absoluta para imponer de la manera óptima, incluyendo el uso de subsidios. Los resultados obtenidos difieren de los modelos sin elección de calidad, en los cuales los impuestos ad valorem dominan en el sentido de Pareto a los impuestos específicos ya que llevan a un precio del consumidor más bajo. En este trabajo un impuesto ad valorem genera una distorsión sobre la elección óptima de calidad. Los esquemas impositivos óptimos, sin importar si el contexto permite el uso de uno o ambos instrumentos, y el uso o no de subsidios, dependen en este modelo de la disposición marginal para pagar por calidad d y del nivel de recaudación requerida R. Para valores bajos de disposición marginal para pagar por calidad la dominancia de los impuestos ad valorem es clara para todos los contextos analizados en este trabajo. Cuando la disposición marginal para pagar por calidad es alta, para niveles bajos de requerimiento recaudatorio los impuestos ad valorem continúan dominando en bienestar, pero para requerimientos recaudatorios altos aparecen casos en donde los impuestos específicos son el nuevo óptimo, o se recauda mediante ambos instrumentos, según el contexto. Cuando se otorga un subsidio mediante el impuesto específico se está corrigiendo una falla asignativa propia de los monopolios, los cuales siempre producen una cantidad inferior a la óptima de un planificador. Para el caso particular de las preferencias usadas, el monopolista no distorsiona el nivel de calidad, y la única distorsión sobre esta variable es producida por los impuestos. Para los casos en donde se pueden utilizar ambos impuestos a la vez, cuando se usan ambos con valor positivo se está eligiendo la combinación impositiva que minimiza las distorsiones sobre la calidad en el modelo producidas por los impuestos ad valorem.

En la literatura con elección de calidad, los esquemas impositivos óptimos dependen de un parámetro de preferencias θ que representa la elasticidad precio de la disposición marginal para pagar por calidad, igual a d en este caso. La dependencia de los resultados de modelos con calidad de este parámetro y de su elasticidad tiene una explicación intuitiva, ya que a medida que cambia la valoración marginal de la calidad con respecto al precio van a cambiar las valoraciones del consumidor y del bienestar de los efectos de cada tipo de impuesto sobre el precio y la calidad, y consecuentemente van a cambiar las combinaciones óptimas de dichos impuestos.

Una posible extensión del trabajo sería trabajar con una función de bienestar que permita que varíen los pesos relativos del consumidor y del productor, para averiguar si esto tiene algún tipo de impacto sobre el óptimo encontrado.

Aunque este trabajo toma un caso particular de las preferencias, los resultados en cuanto a políticas impositivas óptimas difieren lo suficiente de los modelos sin elección de calidad como para que este caso llame la atención. Para muchos bienes la calidad se elige siempre aunque sea de manera implícita, con lo cual los modelos con calidad resultan mejores aproximaciones a la realidad y una recomendación diferente de políticas para este tipo de bienes puede llevar a efectos indeseados sobre el bienestar. El hecho de que un caso particular de preferencias resulte en un óptimo tan diferente hace pensar en qué medida es que estos resultados podrían ser óptimos con otro tipo de preferencias.

Referencias

Anderson, S.P., De Palma, A. and Kreider, B., (a) "Tax Incidence in Differentiated Product Oligopoly," *Journal of Public Economics*, 81 (2001), 173-192.

Anderson, S.P., De Palma, A. and Kreider, B., (b) "The Efficiency of indirect Taxes under Imperfect Competition," *Journal of Public Economics*, 81 (2001), 231-251.

Delipalla, S. and Keen, M., "The Comparison between Ad Valorem and Specific Taxation under Imperfect Competition," *Journal of Public Economics*, 49 (1992), 351-367.

Delipalla, S. and Keen, M., "Product Quality and the Optimal Structure of Commodity Taxes," *mimeo* (January 1999).

Kay, J. and Keen, M., "Product Quality Under Specific and Ad Valorem Taxation," *Public Finance Quarterly*, Vol. 19, No. 2 (April 1991), 238-247.

Keen, M., "The Balance Between Specific and Ad Valorem Taxation," *Fiscal Studies*, Vol. 19, No. 1 (1998), 1-37.

Myles, G.D., "Imperfect Competition and the Optimal Combination of Ad Valorem and Specific Taxation," *University of Exeter, mimeo* (August 1995).

Skeath, S. and Trandel, G.A., "A Pareto comparison of Ad Valorem and Unit Taxes in Noncompetitive environments," *Journal of Public Economics*, 53 (1994), 53-71.

Spence, M., "Monopoly, Quality, and Regulation," *The Bell Journal of Economics*, Vol. 6, Issue 2 (Autumn 1975), 417-429.

Suits, D.B. and Musgrave, R.A., "Ad Valorem and Unit Taxes Compared," *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 67, No. 4 (November 1953), 598-604.

Tirole, J., The Theory of Industrial Organization, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, USA, 1988.

Anexo 1: Demostración de la Proposición 1

Recordando los valores de las funciones de bienestar para los casos en donde se recauda solamente con un impuesto ad valorem o solamente con un impuesto específico, y re-expresándolas para que estén en función de las cantidades x_s y x_v:

$$W_s = \frac{3(2a + d^2 - 2t_s^*)^2}{32b} = \frac{3b}{2}(x_s)^2 \tag{36}$$

$$W_v = \frac{(3 - 2t_v^*)(2a + d^2(1 - t_v^*))^2}{32b} = \frac{(3 - 2t_v^*)b}{2}(x_v)^2 \tag{37}$$

Analizando las cantidades vendidas en cada contexto, se ve que la cantidad vendida bajo un esquema en el que se recauda solamente mediante un impuesto ad valorem es mayor que la cantidad vendida bajo un esquema en donde se recauda solamente con un impuesto específico para todo nivel de recaudación estrictamente positivo, $R > 0$, y para $t_v \in [0, 1]$

$$\frac{2a + d^2(1 - t_v)}{4b} > \frac{2a + d^2 - 2t_s}{4b} \tag{38}$$

$$-d^2 t_v > -2t_s \tag{39}$$

$$x_v > x_s \tag{40}$$

Comparando las funciones de bienestar para ambos esquemas, y dado que para valores de R estrictamente positivos $t_v \in (0, 1]$ y por lo cual $(3 - 2t_v^*)/3 \in [1/3, 1) < 1$:

$$\frac{(3 - 2t_v^*)b}{2}(x_v)^2 \geq\leq \frac{3b}{2}(x_s)^2 \tag{41}$$

$$\frac{(3 - 2t_v^*)}{3}(x_v)^2 \geq\leq (x_s)^2 \tag{42}$$

$$W_v \geq\leq W_s \tag{43}$$

Aunque $x_v > x_s$, como x_v se encuentra multiplicado por un objeto menor a 1, que un lado sea mayor que otro va a depender de las variables y parámetros. Por un lado se ve claramente que como $\frac{(3-2t_v^*)}{3}$ cae a medida que sube t_v, y que t_v crece a medida que crece el requerimiento recaudatorio R, entonces cuando R sea grande va a ser posible que

$W_v < W_s$. Por otro lado, cuando R esté cerca de cero el término $\frac{(3-2t_v^*)}{3}$ estará cerca de 1, la comparación entre los niveles de bienestar va a ser muy parecido a comparar solamente las cantidades, y como $x_v > x_s$ para todos los niveles de las variables, entonces $W_v > W_s$.

Al mirar la comparación entre las cantidades, se puede ver que $x_v > x_s$ porque $2t_s > d^2 t_v$. La cantidad x_v es siempre mayor que x_s, pero cuando d es chico, x_v es mucho mayor que x_s. A medida que crece d, x_v aún será mayor que x_s, pero la diferencia entre ellos se irá achicando.

Entonces cuando d es chico, se necesita un nivel de recaudación muy alto para que $\frac{(3-2t_v^*)}{3}$ pese lo suficiente como para que se invierta la desigualdad y $W_v < W_s$, es más, para valores de d chicos los niveles de recaudación factibles indicados por la curva de Laffer nunca son lo suficientemente altos, y $W_v > W_s$ para todo valor de R factible. Cuando d es grande, la diferencia entre las cantidades x_v y x_s es muy chica, y no se necesitan niveles de recaudación tan grandes para invertir la desigualdad. Para niveles de R bajos se mantiene que $W_v > W_s$, pero para este caso aparecen niveles de R altos en los cuales $W_v < W_s$ y por lo tanto el óptimo es imponer solamente un impuesto específico.

Q.E.D.

Anexo 2: Demostración de la Proposición 2

La demostración tendrá tres partes, primero se considerarán las alícuotas óptimas de los impuestos ad valorem y específicos por separado, y luego se tomarán en conjunto.

La alícuota óptima del impuesto ad valorem:

La solución óptima de imposición ad valorem $t_v(a, b, d, R)$ es función creciente del nivel de recaudación R hasta una recaudación máxima de acuerdo a la curva de Laffer. Se puede encontrar que este nivel de recaudación máximo es

$$R_{v1} = \frac{(36a - 46d^2)d^2 + (13d^2 - 6a)^{3/2}d}{27b} \tag{44}$$

que resulta en una alícuota máxima del impuesto ad valorem de

$$t_{v1} = \frac{4}{3} - \frac{\sqrt{13d^2 - 6a}}{3d} \tag{45}$$

Por definición el impuesto ad valorem se encuentra restringido al intervalo $t_v \in (-1, 1)$. Sin embargo la alícuota máxima de la curva de Laffer (t_{v1}) no siempre se encuentra en este intervalo. A veces $t_{v1} \geq 1$, lo cual genera un nivel máximo de recaudación que no es factible y por lo tanto se debe truncar la solución en $t_v = 1$. Para encontrar el nivel de recaudación al cual se debe truncar la solución, se fija la alícuota ad valorem óptima en uno ($t_v(a, b, d, R) = 1$) y se despeja el nivel de recaudación para encontrar el nivel de recaudación máximo factible cuando es necesario truncar la solución,

$$R_{v2} = \frac{(a - d^2)d^2}{b} \tag{46}$$

Entonces para el imupuesto ad valorem hay dos casos, uno en donde el nivel de recaudación máximo está dado por la curva de Laffer, y otro en donde es necesario truncar la solución en $t_v = 1$. Para diferenciar cuándo es que se está en uno u otro caso, se busca el valor de R en el que la curva de Laffer tiene su máximo exactamente cuando el impuesto ad valorem vale uno. Para esto se toma esta alícuota máxima de Laffer del impuesto ad valorem t_{v1} y se la hace igual a uno. Despejando, se encuentra que esto ocurre cuando $d = \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a}$. Analizando la alícuota ad valorem óptima se encuentra que para $d > \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a}$ la curva de Laffer se forma en el intervalo $t_v \in (0, 1)$, y para $d \leq \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a}$ la curva de Laffer se forma en un $t_v > 1$, por lo cual es necesario truncar la solución en $t_v = 1$.

A modo de resumen, los niveles de recaudación máximos factibles Rmáximo están dados por las siguientes funciones, de acuerdo a los valores de d:
si $d \in (0\,, \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a}\,] \approx (0\,, 0.707\sqrt{a}\,]$, Rmáximo está dado por R_{v2}
si $d \in (\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a}\,, \infty\,) \approx (0.707\sqrt{a}\,, \infty\,)$, Rmáximo está dado por R_{v1}

La alícuota óptima del impuesto específico:

La imposición óptima mediante el impuesto específico es negativa para valores de recaudación positivos y pequeños, luego corta el eje en un valor de recaudación R^* determinado y a partir de ese momento es positiva. Hay ocasiones en donde la solución roza el eje de recaudación pero sin cambiar de signo.

Se busca el valor R^* al cual la alícuota óptima de t_s pasa de tomar valores negativos a tomar valores positivos, para esto se despejan valores de R que hacen que $t_s(a,b,d,R)=0$. Se obtienen tres soluciones R_{s1}, R_{s2} y R_{s3} que son función de los parámetros a, b, y d:

$$R_{s1} = \frac{(a-d^2)d^2}{b} \tag{47}$$

$$R_{s2} = \frac{912a^2d - 796ad^3 + 221d^5 - \sqrt{(97d^2-48a)(48a^2-92ad^2+19d^4)^2}}{2304bd} \tag{48}$$

$$R_{s3} = \frac{912a^2d - 796ad^3 + 221d^5 + \sqrt{(97d^2-48a)(48a^2-92ad^2+19d^4)^2}}{2304bd} \tag{49}$$

Estas tres soluciones no indican el valor de R^* a la vez, los intervalos de valores donde cada una de estas soluciones indican el valor de R^* son mutuamente excluyentes, a excepción de los extremos de dichos intervalos. Solo una indica el R^* a la vez, las demás quedan descartadas al no cumplir con la definición de R^* ya sea porque corresponden a otras soluciones que no cumplen con la restricción $R=(t_s+pt_v)x$, a valores imaginarios, o a puntos en donde la alícuota específica óptima roza el valor $t_s=0$ pero no cambia de signo.

Cuando la disposición marginal para pagar por calidad toma los valores $d < d^* = \sqrt{\frac{48}{97}}\sqrt{a}$, entonces R_{s1} es la única solución que genera valores de recaudación reales y por lo tanto es el único punto al cual la solución $t_s(a,b,d,R)=0$. Para $R<R_{s1}$, el impuesto específico óptimo $t_s(a,b,d,R)$ es negativo, caso contrario es positivo.

Cuando $d \geq d^* = \sqrt{\frac{48}{97}}\sqrt{a}$ las tres soluciones R_{s1}, R_{s2} y R_{s3} son reales. Es fácil descartar R_{s1} porque cuando $d=d^*$, indica un valor de recaudación al cual $t_s(a,b,d,R)=0$ pero solamente rozando el eje de recaudación, la solución no cambia de signo, por lo tanto no cumple con la definición de R^*; y para $d>d^*$ corresponde a una solución que no cumple con la restricción de recaudación. Las soluciones R_{s2} y R_{s3} no resuelven el problema de $t_s(a,b,d,R)=0$ a la vez, se usará una u otra dependiendo de la disposición marginal para pagar por calidad d. Los intervalos para los cuales vale una u otra solución se encuentran igualando $R_{s2} = R_{s3}$ y despejando los valores de d obtenidos. Luego se verifica que a esos valores ambas generan un impuesto específico igual a cero y corresponden al mismo nivel de recaudación, y que dentro de los intervalos indicados solamente una, R_{s2} o R_{s3}, hará que $t_s = 0$ y corresponderá entonces al R^* buscado.

Entonces tenemos que, dependiendo del valor de d, el nivel de recaudación R^* en donde el nivel de imposición específica pasará de tomar valores negativos a valores positivos estará dado por R_{s1}, R_{s2} o R_{s3}:

si $d \in (0\,, \sqrt{\frac{48}{97}}\sqrt{a}\,] = (0\,, d^*] \approx (0\,, 0.703\sqrt{a}\,]$, R^* está dado por R_{s1}

si $d \in (\sqrt{\frac{48}{97}}\sqrt{a}\,, \sqrt{\frac{2}{19}(23 - \sqrt{301})}\sqrt{a}\,] \approx (0.703\sqrt{a}\,, 0.77\sqrt{a}\,]$, R^* está dado por R_{s2}

si $d \in [\sqrt{\frac{2}{19}(23 - \sqrt{301})}\sqrt{a}, \sqrt{\frac{2}{19}(23 + \sqrt{301})}\sqrt{a}\,] \approx [0.77\sqrt{a}\,, 2.06\sqrt{a}\,]$, R^* está dado porR_{s3}

si $d \in [\sqrt{\frac{2}{19}(23 + \sqrt{301})}\sqrt{a}\,, \infty\,) \approx [2.06\sqrt{a}\,, \infty\,)$, R^* está dado por R_{s2}

A pesar de que R^* consiste en una función partida de esta manera, es una función continua de los parámetros a, b, d, y está definida para todos sus valores.

Combinación óptima de los impuestos:

Parte I) Comparación entre R^* y R_{v2}

Para el caso en el cual es necesario truncar la recaudación máxima factible en $t_v = 1$, se comparará la recaudación máxima factible R_{v2} con el nivel de recaudación R^* al cual el impuesto específico pasa de tomar valores negativos a valores positivos, para ver si es mayor, menor o igual.

La recaudación máxima factible se da en R_{v2} solamente para casos en donde $d \leq \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a} \approx 0.707\sqrt{a}$. Para estos casos, el valor de R^* está dado por R_{s1} para $d \leq d^* \approx 0.703\sqrt{a}$, y por R_{s2} para $d \in (d^*, \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a}\,] \approx (0.703\sqrt{a}\,, 0.707\sqrt{a}\,]$, por lo que se dividirá el análisis en dos partes.

Entonces para $d \leq d^*$, la recaudación máxima factible está dada por R_{v2} y el nivel de recaudación al cual el impuesto específico pasa de tomar valores negativos a valores positivos es $R^* = R_{s1}$. Las ecuaciones que determinan estos niveles de recaudación son iguales, $R_{v2} = \frac{(a-d^2)d^2}{b} = R_{s1}$. Por lo tanto para cualquier valor de los parámetros, R^* corresponde exactamente al nivel de recaudación máximo factible, o sea $R_{v2} = R_{s1}$. Esto querría decir que el impuesto específico t_s sería negativo para todos los niveles de recaudación factibles; pero aplicando la restricción de no negatividad de los impuestos se fija el valor $t_s = 0$ para todos los niveles de recaudación factibles. La solución entonces consistirá de un esquema impositivo solamente con un impuesto ad valorem positivo, mientras que la alícuota específica se fija en cero.

Es necesario aclarar que la función que indicará el valor del impuesto ad valorem a utilizar ya no proviene del resultado de la maximización de la sección 5 $t_v(a, b, d, R)$, ya que esta función solo puede ser usada en conjunto con el nivel de impuesto específico indicado por $t_s(a, b, d, R)$. Al imponer $t_s = 0$, se está diciendo que el requerimiento recaudatorio se cumplirá solamente mediante imposición ad valorem, que es el mismo contexto que en la Sección 4.2. Entonces el nivel de impuesto ad valorem t_v óptimo será dado por el óptimo encontrado en la Sección 4.2, donde se despeja la restricción de recaudación para el caso en el que $t_s = 0$.

Para $d \in (d^*, \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a}\,]$ se sigue en el caso en donde la recaudación máxima factible es R_{v2}, pero R^* ahora está dado por R_{s2}. Igualando $R_{v2} = R_{s2}$ se encuentra que nunca son iguales para valores de los parámetros que pertenezcan al intervalo indicado, por lo cual al ser funciones continuas que nunca se intersecan, uno debe ser mayor que el otro. Para ver cuál de ellos es mayor se toma el siguiente argumento: como R^* es una función continua en los parámetros, y nunca es igual al nivel de recaudación máximo factible, entonces si R^* es menor (mayor) que la recaudación máxima factible para algún valor determinado de los parámetros, será menor (mayor) para todos los valores de lo parámetros. Evaluando las funciones en valores de los parámetros tomados al azar se puede ver que $R^* < R_{v2}$ en esos valores, por lo tanto $R^* < R_{v2}$ para todos los valores de los parámetros. Esto se puede ver en el Gráfico 5 donde para $d > d^*$ los valores de R^*/Rmáximo pertenecen al intervalo $(0, 1)$, por lo tanto para estos valores R^*/Rmáximo < 1, y por ende $R^* < R$máximo.

Entonces para $d \in (d^*, \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a}\,]$, el impuesto ad valorem óptimo es positivo para todos los niveles de recaudación factibles, y el impuesto específico es negativo para niveles de recaudación menores que R^*. Como R^* es menor que el nivel de recaudación máximo factible, y representa el nivel de recaudación al cual el impuesto específico pasa de tomar valores negativos a valores positivos, entonces son factibles niveles de recaudación mayores a R^*, en los cuales el impuesto específico toma valores positivos. Incorporando la restricción de no negatividad de los impuestos de la Sección 5.1, el esquema impositivo óptimo para $d \in (d^*, \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a}\,]$ será de la siguiente manera. Para $R \leq R^*$ el impuesto específico se fija en $t_s = 0$ y el impuesto ad valorem óptimo será dado por el de la Sección 4.2, despejado de la restricción de recaudación cuando $t_s = 0$. Para $R > R^*$ y hasta el nivel de recaudación máximo factible, la solución será dada por $t_s(a, b, d, R)$ y $t_v(a, b, d, R)$, los óptimos encontrados en la Sección 5.1, sin restricciones de ningún tipo ya que ambos tomarán valores positivos.

Parte II) Comparación entre R^* y R_{v1}

Para el caso en el cual la recaudación máxima factible está dada por la curva de Laffer, se comparará la recaudación máxima R_{v1} con el nivel de recaudación R^* al cual el impuesto específico pasa de tomar valores negativos a valores positivos, y se buscará si es mayor, menor o igual.

La recaudación máxima factible se da en R_{v1} solamente para casos en donde $d > \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a} \approx 0.707\sqrt{a}$. Estos valores corresponden a que el valor de R^* esté dado por R_{s2} o R_{s3} según el caso. Igualando $R_{v1} = R_{s2}$ y $R_{v1} = R_{s3}$ se encuentra que nunca son iguales para valores reales y positivos de los parámetros a y d. Por lo tanto $R^* = R_{v1}$ nunca ocurre para estos valores de d. Por el mismo argumento de la sección anterior, como R^* y el nivel de recaudación máximo factible R_{v2} nunca son iguales, y como ambos son funciones continuas en todos los parámetros, entonces si $R^* < R_{v2}$ en un punto, entonces $R^* < R_{v2}$ para todos los valores de los parámetros, y viceversa. Eligiendo valores de los parámetros al azar pero dentro del intervalo pertinente, y cuidando usar la función correspondiente para R^*, se puede ver que para esos valores $R^* < R_{v2}$. Por lo tanto, R^* será menor al nivel de recaudación máximo factible R_{v2}para todos los valores de los parámetros. Esto se puede ver en el Gráfico 8 donde para $d > d^* > 0.707\sqrt{a}$ los valores de R^*/Rmáximo pertenecen al intervalo $(0, 1)$, por lo tanto para estos valores R^*/Rmáximo < 1, y $R^* < R$máximo.

Por lo tanto para $d > \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a}$, el impuesto ad valorem óptimo es positivo para todos los niveles de recaudación factibles, y el impuesto específico es negativo para niveles de recaudación menores que R^*. Como R^* es menor que el nivel de recaudación máximo factible, y representa el nivel de recaudación al cual el impuesto específico pasa de tomar valores negativos a valores positivos, entonces son factibles niveles de recaudación mayores a R^*, en los cuales el impuesto específico toma valores positivos. Incorporando la restricción de no negatividad de los impuestos de la Sección 5.1, el esquema impositivo óptimo para $d > \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a}$ será de la siguiente manera. Para $R \leq R^*$ el impuesto específico se fija en $t_s = 0$ y el impuesto ad valorem óptimo será dado por el de la Sección 4.2, despejado de la restricción de recaudación cuando $t_s = 0$. Para $R > R^*$ y hasta el nivel de recaudación máximo factible, la solución será dada por $t_s(a, b, d, R)$ y $t_v(a, b, d, R)$, los óptimos encontrados en la Sección 5.1, sin restricciones de ningún tipo ya que ambos tomarán valores positivos.

Q.E.D.

Anexo 3: Demostración de la Proposición 3

Los comportamientos de las soluciones $t_v(a, b, d, R)$ y $t_s(a, b, d, R)$ son iguales que para el Anexo 2. La comparación entre ellos también es bastante similar, a excepción de que no se aplica la restricción de no negatividad de los impuestos, por lo tanto cambiarán los esquemas impositivos óptimos.

Combinación óptima de los impuestos:

Parte I) Comparación entre R^* y R_{v2}

La recaudación máxima factible se da en R_{v2} solamente para casos en donde $d \leq \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a} \approx 0.707\sqrt{a}$. Para $d \leq d^* \approx 0.703\sqrt{a}$ el valor de R^* está dado por R_{s1}, y se puede demostrar, como en el Anexo 2, que para estos valores $R_{v2} = R^*$. Por lo tanto el nivel de recaudación al cual el impuesto específico pasa de tomar valores negativos a valores positivos coincide exactamente con el nivel de recaudación máximo factible, entonces para todos los niveles de recaudación factibles el impuesto específico es negativo. En este caso, en lugar de aplicar la restricción de impuestos no negativos y volver entonces al caso de imposición solamente mediante un impuesto ad valorem, se toma el resultado negativo como tal. Para $d \leq d^* \approx 0.703\sqrt{a}$ el esquema impositivo óptimo está dado por las soluciones de la Sección 5.2, un impuesto específico $t_s(a, b, d, R)$ negativo y un impuesto ad valorem $t_v(a, b, d, R)$ positivo, subsidiando la recaudación ad valorem por medio del impuesto específico.

Para $d \in (d^*, \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a}\,] \approx (0.703\sqrt{a}\,, 0.707\sqrt{a}]$, el valor de R^* está dado por R_{s2}, y siguiendo la demostración del Anexo 2 se puede demostrar que siempre corresponderá a un nivel de R factible, o sea $R^* < R_{v2}$. Mirando la solución de imposición óptima específica, para $R < R^*$ se está en una situación donde $t_s(a, b, d, R) < 0$, y para $R > R^*$ ocurre que $t_s(a, b, d, R) > 0$. Esto ya se encuentra mostrado en la subsección anterior, donde se había aplicado luego la restricción de no negatividad de los impuestos. Para encontrar el óptimo con impuestos libres simplemente no se aplica esta restricción. De esta manera para estos valores de d se encuentra que para niveles de recaudación bajos, $R < R^*$, el impuesto específico subsidia la recaudación mediante el impuesto ad valorem $t_v(a, b, d, R)$; y para niveles de recaudación altos, $R > R^*$, ambos impuestos serán positivos.

Parte II) Comparación entre R^* y R_{v1}

La recaudación máxima factible se da en R_{v1} solamente para casos en donde $d > \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a} \approx 0.707\sqrt{a}$. Manteniendo las mismas cuentas que en el caso sin subsidios, el nivel de recaudación R^* donde $t_s(a, b, d, R) = 0$ será R_{s2} o R_{s3} según el valor de d, y siempre corresponderá a un nivel de R factible. Además R^* siempre será menor que el nivel de recaudación máximo factible, $R^* < R_{v2}$. Para $R < R^*$ se está en una situación donde $t_s(a,b,d,R) < 0$, y para $R > R^*$ ocurre que $t_s(a,b,d,R) > 0$. Esto ya se encuentra mostrado en la subsección anterior, donde se había aplicado luego la restricción de no negatividad de los impuestos, para encontrar el óptimo con impuestos libres no se aplica esta restricción. Entonces para $d > \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{a}$, para valores de recaudacií bajos, $R < R^*$, el impuesto específico óptimo $t_s(a,b,d,R)$ consistirá en un subsidio a la recaudación ad valorem óptima $t_v(a,b,d,R)$; y para niveles de recaudación altos, $R > R^*$, ambos impuestos óptimos $t_s(a,b,d,R)$ y $t_v(a,b,d,R)$ serán positivos.

Q.E.D.