**Departamento de Economía**

*Trabajo de Graduación*

# ¿Miedo a Volar?

*CALIDAD OBSERVABLE COMO SEÑAL DE LA SEGURIDAD AÉREA*

Tomás Enrique Azzali

**Mentor:** Federico Weinschelbaum

1 de junio, 2009

# ¿Miedo a Volar?

CALIDAD OBSERVABLE COMO SEÑAL DE LA SEGURIDAD AÉREA

Tomás Enrique Azzali[1]
Universidad de San Andrés

1 de junio, 2009

**Resumen**

Los viajes de avión son un producto conformado por dos dimensiones diferentes de calidad: una observable (servicio aéreo, partidas en horario, sistemas de *check in*, etc.) y otra no observable (seguridad de vuelo). Las aerolíneas pueden utilizar la primera como un dispositivo efectivo para señalizar la segunda. En particular, según el contexto en el cual se encuentren, las mismas enfrentan diferentes costos ante los accidentes aéreos. Estos costos son fundamentales no sólo para la elección de seguridad, sino también para determinar como distorsionan su calidad observable las firmas seguras. Cuando los costos sean relativamente muy altos, las compañías que inviertan mucho en seguridad, señalizaran la misma a partir de una calidad observable baja. Por otro lado, cuando los costos no sean relativamente muy altos, las firmas seguras señalizaran su seguridad con una calidad observable alta.

## 1. Introducción

[1] Quisiera agradecer a mi mentor Federico Weinschelbaum

No es claro cual es la correlación empírica que existe entre la calidad observable que se ofrece en un vuelo de avión y su seguridad. No obstante, es un hecho estilizado, que en distintos espacios, conviven aerolíneas que ofrecen servicios de muy alta calidad y otras que ofrecen servicios de muy baja calidad. También existen casos de niveles de confortabilidad intermedios.

Por otro lado, a lo largo del tiempo existieron circunstancias bajo las cuales dentro de un mismo espacio aéreo, la inversión en seguridad fue diferente entre las distintas empresas que lo conformaban. Un ejemplo de esto fue la aviación comercial Argentina en la década de los 90, cuyas empresas exhibían grandes diferencias en gastos destinados al simulador para sus pilotos y copilotos, discrepancias en los gastos en mantenimiento de sus aviones, y diferencias en la designación de vacaciones de la tripulación, lo cual generaba divergencia en el número de pilotos contratados y por ende en los costos. Más aun, estas últimas discrepancias no eran observadas por los consumidores.

Existen múltiples argumentos posibles para enfrentar estos dos hechos por separado. Empero, no se ha discutido hasta aquí, si los mismos pueden explicarse a través de una potencial correlación entre la calidad y la seguridad. En este trabajo expongo un argumento teórico que sustente esta visión, utilizando el herramental de teoría de juegos. El objetivo es entender cómo las empresas aeronáuticas pueden convencer a sus clientes de que el producto que ofrecen es seguro, siendo que la seguridad aérea es una variable que en general no es conocida por los consumidores, incluso cuando ha trascurrido tiempo y un mismo pasajero ha volado sistemáticamente. Es por esta última razón que la misma suele estar clasificada en la categoría de calidad *creedence* dentro de la literatura económica.

Se argumenta aquí, que el instrumento más eficiente con el cual cuentan estas firmas para este propósito es la calidad observable. Es decir, las empresas pueden distorsionar sus elecciones de calidad con el fin de mandar una señal efectiva a los consumidores. Si bien en muchos trabajos se ha utilizado el precio como principal instrumento, sugiero que en el mercado de las aerolíneas, este puede no ser el más adecuado. La razón principal que sustenta este argumento tiene que ver con que en estos mercados se suelen aplicar técnicas de discriminación de precios. Ante este hecho, resulta difícil

que un consumidor tenga la capacidad de racionalizar correctamente una señal de este tipo, dado que de ser este el caso, el mismo debería poder discernir entre el efecto que explica la señal y el que explica la distorsión, lo cual posiblemente no se cumpla en todos los casos. Otra posible razón es que las variaciones de precios pueden estar respondiendo a cambios en la calidad observable y no a diferencias en seguridad únicamente. Es por esto que la calidad observable puede tomar un rol más directo como dispositivo de señal.

Desarrollo, como instrumento de análisis, un modelo teórico que requiere del uso de herramientas tradicionales de teoría de juegos. En el mismo se supone un mercado en el cual conviven una única firma y un único consumidor en un contexto de información incompleta. En particular, el consumidor no conoce las decisiones que toma la firma con respecto a la seguridad, ni los costos que la misma enfrenta ante un accidente. Estos costos pueden ser altos o bajos y el consumidor sí conoce la distribución de los mismos. Por otro lado, la firma destina fondos para el gasto en seguridad con el fin de reducir la probabilidad de un accidente. De esta forma, la inversión en seguridad y los costos de un accidente son determinantes del daño esperado que genera la venta de un pasaje de avión. En consecuencia, ambos determinan en conjunto los márgenes de ganancia que obtienen las aerolíneas. Un resultado del modelo es que las firmas que afrontan costos altos ante un accidente, siempre invierten mucho en seguridad, mientras que las que afrontan costos bajos siempre invierten poco.

A diferencia de una gran gama de trabajos dedicados a estudiar la señalización de la calidad no observable, aquí la elección de seguridad es determinada dentro del modelo y no exógenamente por la naturaleza. Una de las ventajas de construir el modelo de esta forma, es la posibilidad de dividir el problema en dos casos: Aquel en el cual la diferencia entre el costo alto y el costo bajo por accidente es muy grande y aquel en el cual la diferencia es más estrecha. La principal consecuencia de esta división es la aparición de dos únicos equilibrios (uno para cada caso) que satisfacen el criterio intuitivo expuesto por Cho y Kreps (1987). Ambos equilibrios son exclusivos, es decir, nunca se dan juntos. El primer caso corresponde al equilibrio en el cual la firma segura señaliza su seguridad reduciendo su calidad observable a niveles inferiores a los que maximizan sus beneficios de información perfecta. El

segundo, en cambio, corresponde al equilibrio en el cual la firma señaliza aumentando su calidad observable más allá de su óptimo de información perfecta.

Veamos la intuición detrás de estos dos resultados. En el primer caso, esto es, cuando la diferencia de costos es muy grande, la firma de costo alto, invierte mucho en seguridad, pero aún así obtiene un margen por venta menor que el que obtiene la firma de costo bajo sin invertir. Esto es así, porque la brecha entre el costo alto y el costo bajo es demasiado grande, y en consecuencia, por más esfuerzo que la firma de costo alto realice por reducir la probabilidad de un accidente, su daño esperado por pasaje vendido será siempre mayor. Bajo estas circunstancias, la decisión de bajar el gasto en calidad observable será siempre menos atractiva para la firma que invierte poco en seguridad. La razón de esto reside en que al quedar los márgenes de ganancia determinados de esta forma, la pérdida de consumidores es más nociva para los beneficios de la aerolínea de costo bajo. Es por esto que la firma segura tendrá incentivos a reducir su calidad, renunciando a parte de su demanda, a cambio de aumentarla más significativamente por medio de la señalización efectiva de su otra dimensión de calidad. Este último resultado es el análogo al que suele encontrarse cuando el precio es el instrumento con el cual señalizan las firmas. Esto es, cuando los precios altos son una señal efectiva. El resultado es similar porque un precio más alto también implica una reducción de la demanda, y el argumento subsecuente, en general, es el mismo.

En el segundo caso, es decir cuando la diferencia de costos es pequeña, el razonamiento es inverso. Los dos tipos de firmas mantienen sus estrategias de inversión en seguridad. Esto es, la firma de costo alto invierte mucho en seguridad mientras que la de costo bajo no lo hace. No obstante, en contraposición al caso de arriba, estas estrategias proporcionan un margen de ganancia mayor para la firma segura. En consecuencia, la rentabilidad de aumentar el caudal de pasajes vendidos es siempre superior para esta última. Bajo este contexto, la firma poco segura tendrá menores incentivos a aumentar la calidad observable, permitiendo así que la empresa segura siempre tenga la posibilidad de señalizar efectivamente con una calidad observable alta.

Una segunda ventaja potencial, es que al permitir que la firma elija su seguridad, uno podría estudiar qué tan robustos son los equilibrios que generalmente se encuentran. A pesar de la riqueza que este análisis puede proporcionar, para los fines de este trabajo este punto no es de mayor relevancia y por ende no será estudiado.

Si bien este modelo podría ser aplicado a otros mercados tales como los restaurantes, en los cuales la imagen y el servicio pueden utilizarse como una señal de calidad de la comida, existen aspectos del mercado aeronáutico que hacen que el trato deba ser específico. En primer lugar, la calidad de la comida de un restaurante es de tipo *experience* y no *creedence* como en el caso de la seguridad aérea. Basta con que un consumidor asista una sola vez a un restaurante para que infiera el nivel que brinda el negocio. Sin embargo, ese mismo consumidor puede viajar recurrentemente en una misma línea aérea sin poder deducir con certeza cual es la inversión en seguridad que la misma dispone. En la literatura relacionada presentada abajo, se mencionan algunos trabajos que estudian estas dos nociones de calidad. En segundo lugar, el mercado aeronáutico se caracteriza por los muy elevados costos fijos que significan la seguridad, mientras que los costos de la comida son significativamente menores. Esta diferencia puede derivar en conclusiones muy disímiles, dado que ante demandas residuales pequeñas relativas a los costos fijos, los incentivos a subproveer o sobre-proveer ambos tipos de calidad pueden no coincidir con el caso en el que la demanda sea relativamente mayor. Kennet (1994) construye un modelo estructural acerca del tipo de mantenimiento que requieren los aviones y luego lo testea. Un tercer aspecto a tener en cuenta son los costos fijos relativos entre ambas calidades. Mientras que en el mercado aeronáutico los costos fijos de seguridad son significativamente superiores a los costos de los servicios, en los restaurantes esto no necesariamente sucede. Este aspecto es de especial importancia dado que puede determinar la relación entre el gasto en servicios y el gasto en seguridad o comida, según sea el caso.

Existen muchos trabajos que han estudiado la elección de inversión en seguridad desde el punto de vista económico, muchos de los cuales se han enfocado en la seguridad aérea en particular. También existe mucha literatura

que ha enfocado el problema a través de herramientas empíricas. A continuación presentamos algunos de estos trabajos.

Golbe (1986) intenta testear la relación entre los beneficios y la seguridad en el mercado aéreo. Para este fin construye un modelo teórico de provisión de seguridad bajo incertidumbre, y luego lo testea empíricamente con datos de la industria aeronáutica de EEUU. El modelo sugiere que la relación depende del tipo de preferencias, quedando así el signo indeterminado. Los resultados empíricos son consistentes con esta preposición. Sobre este punto también trabaja Rose (1990). La autora estudia el impacto de la rentabilidad en los accidentes aéreos, encontrando una relación negativa entre ambos.

Noronha y Singal (2004) testean empíricamente los resultados de los modelos de costo-agencia de Jensen y Meckling (1976), los cuales sugieren que en tiempos de peligro financiero, las firmas tienen incentivos a comprometer la seguridad por algunos períodos dado que esta no es observable. Los autores encuentran correlaciones consistentes con el modelo.

También existen artículos que han investigado los efectos de los accidentes aéreos en la demanda por pasajes. Borenstein y Zimmerman (1988) muestran empíricamente que ante un accidente, las aerolíneas sufren caídas en la venta de sus pasajes. Bajo este enfoque se entiende a estas caídas como el incentivo para que las firmas provean mayor seguridad. No obstante, las magnitudes encontradas son pequeñas relativas a los costos sociales que se generan. Esto sugiere que los estímulos a invertir pueden no ser los óptimos en el sentido social, lo cual puede agravarse si se tiene en cuenta que las empresas están aseguradas contra la mayoría de los costos que les genera un accidente. Como veremos luego, la literatura plantea tres formas en las cuales pueden responder los consumidores ante la caída de un avión.

Asimismo, muchos autores han estudiado a través del herramental de juegos, dinámicas en las cuales la fuerza de mercado, en situaciones que se repiten a lo largo del tiempo, puede asegurar que las transacciones y los contratos se cumplan eficientemente. Es el caso de Klein y Leffler (1981) quienes diseñan mecanismos que explican porque las transacciones pueden cumplirse de forma privada sin la intervención de una tercera parte. Se muestra que el incremento en los precios es una forma de hacer cumplir los acuerdos.

Universidad de San Andrés

En casos en los cuales la calidad no es observable se ha argumentado que las empresas pueden utilizar como señal los precios. Daughety y Reinganum (1995) diseñan un modelo con estructura de mercado monopólico, en el cual la elección de investigación y desarrollo determina el nivel de seguridad del producto. Sin embargo, los consumidores no perciben esta variable dado que la misma se trata de una calidad “creedence”. Los autores muestran que en estos contextos los precios pueden ser utilizados para señalizar el tipo de seguridad a la cual los consumidores se enfrentarán. Los mismos autores construyen, en un trabajo más reciente, un modelo de competencia imperfecta de productos diferenciados verticalmente (por calidad) y horizontalmente (productos sustitutos), mostrando en este que la señalización de la calidad no observable a partir de los precios puede suavizar la competencia. Marette, Bureau, Gozlan (2000) estudian la elección de calidad “creedence” en un mercado de competencia imperfecta, focalizando su atención en la información con la cual cuenta el consumidor, encontrando que las firmas tienen altos incentivos a subproveer seguridad en estos contextos.

Bagwell y Riordan (1991) desarrollan un modelo de información incompleta, en donde la calidad no es observada por una fracción de los consumidores. En el mismo argumentan que el medio más eficiente para señalizar la calidad de ciertos productos cuando salen por primera vez a la venta, son los precios. Los autores justifican que los precios altos son efectivos por dos motivos: primero, porque las firmas que introducen productos de alta calidad tienen menor margen de ganancia por unidad y por ende la reducción de cantidad vendida es menos perjudicial para las mismas, y segundo, como existe una fracción de consumidores informados, el aumento del precio hará que estos consumidores nunca compren a la que ofrece poca calidad.

Matthew Clements (2006) toma el modelo de Bagwell y Riordan (1991) y le introduce una variable binaria adicional: la calidad observable. El autor arguye que cuando el nivel de información es muy bajo, la calidad ayuda a atenuar el efecto distorsivo de los precios. En particular, se plantea que cuando la calidad no es costosa, un bajo valor de la misma es efectivo para señalizar la calidad no observable alta. Por otro lado, cuando en el mercado hay un grado alto de información, los precios son el único instrumento que se utiliza.

En particular, interesa a este trabajo encontrar la correlación teórica que existe entre las dos dimensiones de calidad que contiene un pasaje de avión, para que luego en trabajos posteriores los resultados expuestos aquí puedan ser testeados empíricamente.

El resto del trabajo se estructura de la siguiente forma. En la segunda sección se presenta el modelo básico, en cual no existen problemas de información. Además se presentan los parámetros y supuestos relevantes para la construcción teórica utilizada a lo largo de todo el trabajo. En la sección 3 se introduce el modelo de información incompleta. En la cuarta sección se estudian todos los equilibrios separadores, y las condiciones bajo las cuales cada uno es factible. En la sección 5 se analizan todos los posibles equilibrios agrupadores y se los elimina a través de los refinamientos de creencias tradicionales. En la sección 6 se presentan las conclusiones.

## 2 Modelo Básico

En esta sección se introduce una versión del modelo con información perfecta.

Considérese un mercado de consumo de pasajes con un sólo período. Existen un consumidor y una firma que interactúan. El producto que se transa consta de dos dimensiones de calidad: una observable $q_j$, cuyo subíndice indica que tipo de firma lo provee ($H,L$), y otra no observable $s_i$ que representa la inversión en seguridad. Para los fines de este primer modelo supondré que la seguridad es observada por el consumidor. Si bien $q_j$ es una variable de elección continua, por simplicidad supondré que la elección de seguridad es binaria, es decir, puede ser alta o baja: $s_i \in \{s_H, s_L\}$.

En este mercado el consumidor valora las dos dimensiones. Sea $v(q)$ la valoración por calidad observable, siendo $v(.)$ una función cóncava, estrictamente creciente y continuamente diferenciable, y $d^i$ la valoración por seguridad de cada unidad comprado, en donde $i = H, L$[2]. Se supone que existen incentivos para proveer seguridad, por lo cual se cumple que $d^H > d^L$.

[2] Si bien supongo que $v(.)$ es una función cóncava, a la hora de operar utilizaré la función lineal $v(q) = bq$. El objetivo de suponer la concavidad de la función tiene que ver con que es posible obtener los mismos resultados expuestos aquí utilizando una función estrictamente cóncava particular.

Este consumidor además valora cada pasaje a partir de una función de subutilidad $u(x)$ estrictamente cóncava, estrictamente creciente, y continuamente diferenciable en $x$, siendo $x$ la cantidad de pasajes demandados. El consumidor tiene un ingreso exógeno $M$ que debe repartir entre $x$, cuya tarifa es $T$, y $c$ (bien numerario), cuyo precio normalizaré a 1. La función de utilidad del agente se resume a continuación:

$$(2.1)\ U(q_j, s_i, x) = [n(q_j) + d^i]u(x) + c \qquad i = \{H, L\}$$

A partir de esta información es posible obtener la demanda que enfrentará la firma:

$$(2.2)\ x^*(q_j, d^i, T) = \arg\max_x \{[v(q_j) + d^i]u(x) + c\} \text{ s.a } Tx + c \leq M$$

En el apéndice se muestra que $\frac{\partial x}{\partial q_j} > 0, \frac{\partial x}{\partial T} < 0, x^*(.,d^H,.) > x^*(.,d^L,.)$[3] lo cual muestra consistencia económica.

La firma de este mercado debe enfrentarse a la dección de calidad y seguridad. Un factor determinante para estas elecciones es el costo que la empresa enfrenta por cada accidente que sufre. En particular el costo puede ser alto o bajo, esto es $D^H$ si es alto y $D^L$ si es bajo. En este primer modelo, supondré que $D^j$ es observado por el consumidor.

En este parámetro se agregan todos los costos que podrían llegar a afectar a la firma en caso de un accidente. Si bien las aerolíneas suelen estar aseguradas contra la mayor parte del riesgo que enfrentan, ante la caída de un avión las mismas pueden tener que afrontar pérdidas de demanda (Borenstein y Zimmerman 1988), deterioro de reputación, la obligación de brindar compensaciones a los familiares de las victimas, demandas legales, y en algunos casos, incluso el cierre de la empresa. En este trabajo no intentaré desagregar esta información, sino que la utilizaré para modelar los incentivos de las firmas.

Por otro lado, las diferencias entre $D^H$ y $D^L$ pueden estar explicadas por distintos factores. En primer lugar, por la reputación de las firmas. Aquellas aerolíneas que tengan una marca reconocida o una escala de consumidores significativa se verán muy afectadas ante un accidente, dado que tienen mucho

[3] Consultar sección 7.1 del apéndice

que perder si cierran o si pierden parte de su caudal de pasajeros. En contraposición, empresas nuevas y pequeñas, cuyo reconocimiento aún es potencial, probablemente se vean obligadas a cerrar si enfrentan un accidente. Sin embargo lo que pierden es poco, y además en ciertos casos, posiblemente puedan reabrir con un nombre diferente. En segundo lugar, el contexto en el cual las firmas operan es un factor fundamental para explicar las diferencias de costos. En aquellos contextos donde la información es fácil de manipular, las aseguradoras cuentan con un grado de información, acerca del gasto en seguridad, relativamente menor al que obtienen en contextos donde la información es más certera. Dado esto, muy probablemente, las empresas del primer contexto tenderán a invertir menos en seguridad que las del segundo contexto. Un tercer factor, es el nivel de investigación que se proporciona luego de un accidente. Cuanto mayor es la cantidad de recursos que se disponen para dicha investigación, mayores son los costos que enfrentan las firmas ante un accidente.

Por otro lado, se supone que el precio es una variable exógena, es decir, una restricción que impone el mercado, y que es lo suficientemente grande como para garantizar beneficios mayores o iguales a cero salvo para el caso especificado en la ecuación (2.3). Si bien el supuesto de precios exógenos es fuerte, el mercado aeronáutico muchas veces se caracteriza por la utilización de estrategias de discriminación de precio, con lo cual resulta difícil que una firma pueda discriminar y señalizar la seguridad con el mismo instrumento al mismo tiempo, logrando que el consumidor internalice todo este proceso. Además, las discrepancias en precios pueden estar explicando diferencias no sólo en seguridad, sino también en calidad observable, lo cual dificulta aún más el uso de esta herramienta. Dado esto y por cuestiones de seguridad, supongo que las firmas son tomadoras de precios.

Por otro lado, el costo de la calidad observable es $c(q_j)$, siendo $c(.)$ creciente, diferenciable y convexo. Esta estructura de costos sugiere que a partir de una cierta calidad comienza a ser muy costoso aumentar la misma. Este supuesto es razonable dado que para que una unidad de calidad adicional sea considerada de hecho una unidad adicional, debe distinguirse con un cierto grado de significatividad de la unidad anterior, empero llegado un cierto valor

es cada vez más difícil conseguir esto. Por ejemplo, si una cabina de avión ofrece asientos cama con televisores plasma y una programación muy completa, para poder efectivamente aumentar la calidad sería necesario invertir en algo demasiado caro.

El costo de la seguridad será $s_i$, siendo que $s_H > s_L$ y la probabilidad de un accidente se define como una función inversa de la inversión en seguridad, es decir: $P(A) = F(s_i)$, siendo $F$ decreciente en $s_i$. Se normalizan los costos marginales a cero. Los beneficios de la firma se definen a continuación:

$$(2.4)\ p_i = \{T - D^j F(s_i)\} x^*(q, d^i(s_i), T) - c(q_j) - s_i$$

Es importante notar que $D^j F(s_i)$ está multiplicando a la demanda. Esto quiere decir, que cada pasaje que la firma vende, potencialmente puede dañarla. Una posible forma de interpretar esto es tomando cada pasaje $x$ como un avión lleno. Otra forma es, pensar que cada pasajero que sufre un accidente implica un daño particular para la firma. En cualquier caso, el modelo supone un único consumidor por lo cual en términos matemáticos esto no es un problema.

Se supondrá aquí, que cuando no existen problemas de información, la aerolínea tiene que invertir siempre $s_H$ con el fin de sobrevivir, esto es:

$$(2.3)\ (T - D^H F(s_L)) < 0$$ [4]

La introducción de este supuesto es fundamental para el desarrollo del modelo con información incompleta, dado que si esto no fuese así no existiría un problema a resolver. Es decir, si no existiesen incentivos para invertir en seguridad alta cuando la información es perfecta, muchos menos existirán cuando haya información incompleta.

A partir de esta información es posible obtener la elección de calidad por parte de la firma:

$$(2.5)\ q_j^* = \arg\max\{T - D^j F(c(s_i))\} x^*(q, d^i, T) - c(q_j) - s_i$$

---

[4] Este supuesto es más fuerte que el que se necesita para resolver este problema. Bastaría con suponer:

$$(T - D^H F(s_H)) x^*(q_H(s_H), d^H, T) - c[q_H(s_H)] - s_H > (T - D^H F(s_L)) x^*(q_H(s_L), d^L, T) - c[q_H(s_L)] - s_L$$

En donde $q_H(s_H)$ y $q_H(s_L)$ son las elecciones óptimas de calidad que dependen de la seguridad que se elige. Sin embargo, la especificación de (2.3) facilita el cálculo para el modelo de información incompleta y no atenta contra las conclusiones más relevantes del modelo. Dado que (2.3) no depende ni de la calidad, ni de las creencias, este supuesto asegura que la firma que enfrenta un daño $D^H$ siempre invertirá en seguridad alta, incluso cuando haya información incompleta.

Hasta aquí se ha desplegado la versión más simple del modelo que utilizaré, en el cual el consumidor conoce las realizaciones de todas las variables que le son de importancia. Se han presentado las mismas y también los parámetros relevantes.

## 3 Información incompleta

A partir de aquí se supondrá que en este mercado existe una firma cuyo daño por accidente no es conocido por el consumidor. Llamaré H a la firma de costo alto y L a la firma de costo bajo. A este supuesto se le suma que el consumidor tampoco conoce el gasto que se destina a la seguridad aérea.

Las firmas conocen los daños que enfrentan, sin embargo, el consumidor sólo conoce la distribución de probabilidades de los mismos. El valor del costo es relevante para el consumidor, dado que es éste uno de los factores más importantes en proveer los incentivos para las firmas a invertir en seguridad. Este consumidor se forma creencias acerca de la seguridad a partir de la calidad que observa y de la probabilidad de los daños. Sea $b(s_H / q)$ la probabilidad de que un pasaje seguro se provea con una calidad $q$.

El consumidor se enfrentará entonces al siguiente problema:

(3.1) $\max_x b(s_H / q)[v(q) + d^H]u(x) + (1 - b(s_H / q))[v(q) + d^L]u(x) + c$ s.a $Tx + c \leq M$ [5]

De las condiciones de primer orden de este problema se puede obtener la demanda de mercado. En el apéndice se muestra el proceso para dicha obtención, y también se verifican las condiciones de segundo orden[6]. La demanda cumple con las siguientes propiedades:

(3.2) $\frac{\partial x}{T} < 0, \frac{\partial x}{\partial b} > 0$, $\frac{\partial x}{\partial q}$ queda indeterminada dado que depende de las creencias[7].

Por otro lado la firma recibe esta demanda y decide $q$ y $s$. Los beneficios de las firmas pueden expresarse de la siguiente forma:

$$(3.3) p_i^j = \{T - F(s_i)D^j\}x^*(v(q), b(s_H / q), T) - c(q) - s_i$$

[5] Notar que $q$ no depende más del subíndice $j$. Esto es así, porque el consumidor no distingue a que firma le compra.
[6] Consultar la sección 7.2 del apéndice
[7] Consultar la sección 7.2 del apéndice.

Siendo $i$ la seguridad en la que invierte y $j$ el tipo de la empresa (si es de costo alto o costo bajo). Particularmente, las condiciones de primer orden que surgen de la maximización de los mismos son las siguientes:

$$(3.4)\ [T - F(s_i)D^j](\frac{\partial x^*}{\partial q} + \frac{\partial x^*}{\partial b(s_H / q)}\frac{db}{dq}) = c'(q_j) \text{ con } \frac{\partial x^*}{\partial q} > 0, \frac{\partial x^*}{\partial b} > 0$$

Y el término $\frac{db}{dq}$ (que representa las creencias luego de observar la calidad) queda indeterminado. Como las creencias dependen de la calidad, la elección óptima dependerá de las creencias. Es por esto que será necesario estudiar los equilibrios a partir de distintos valores de $b(q / s_H)$.

Llamaré $q_j *$ al valor de calidad que maximiza la ecuación (3.3) para la firma $j$, para una creencia dada, con $j = H, L$ [8].

A continuación se analizará con cierto detalle la existencia de equilibrios separadores en este mercado y se mostraran las condiciones bajo las cuales estos equilibrios son factible. Además, aplicaré los refinamientos de creencias tradicionales para reducir los mismos. Llamaré $m(s_H / q)$ a las creencias fuera del equilibrio.

## 4 Equilibrios separadores

En esta sección se encontrarán los equilibrios separadores y luego se limitarán los mismos a aquellos que cumplan con el criterio intuitivo de Cho y Kreps.

Desde aquí en adelante, por una cuestión de simplicidad operacional, supondré las siguientes formas funcionales:

$u(x) = \ln(x), v(q) = bq, c(q) = q^2, f(s_i) = 1/s_i$.

Con esta nueva información y resolviendo el problema (3.1) podemos lograr por primera vez una forma explicita de la función de demanda:

$$(4.1)\ x^* = \frac{bq + bd^H + (1-b)d^L}{T}$$

Utilizando la misma se buscarán los potenciales equilibrios separadores. En primer lugar, diré que la firma de daño alto invierte en seguridad alta, mientras

[8] Se puede notar que $q_j *$ también maximiza la ecuación (2.3) y por ende es igual a la calidad especificada en la ecuación (2.5). Esto es, maximiza los beneficios cuando la es información perfecta

que la firma de daño bajo invierte en seguridad baja (luego mostraremos que ambas tienen incentivos a actuar de esa forma). En segundo lugar, mostraré que existen valores de la calidad para los cuales la firma H puede señalizar su seguridad sin que la firma L tenga incentivos a copiar su estrategia.

Veamos los valores de calidad para los cuales la firma L no tiene incentivos a engañar al consumidor, esto es:

$$(4.2)\ \{q / p_L^L(q_s, b=1) \leq p_L^L(q_L*, b=0)\}$$

Siendo $q_s$ la calidad de señalización y $q_L* = \frac{Ab}{2}$ el argumento que maximiza la ecuación (3.3) para $b=0$ y para la firma L. Esto es, condicional a que el consumidor cree que L es poco segura, L elige $q_L*$. Por otro lado, $A$ es el margen por unidad que obtiene la firma L cuando invierte en seguridad baja. $N$ sería el análogo para la firma H cuando esta invierte en seguridad alta[9]. La intuición de este resultado es la siguiente: cuanto mayor margen tiene la firma, condicional a sus respectivas elecciones de seguridad, mayores incentivos tiene la misma para aumentar el número de ventas de pasajes. Una forma eficiente de logar esto es a través del aumento de la calidad.

Retomando la inecuación (4.2), reemplazando en la misma los parámetros y variables explicitas y resolviendo algebraicamente, obtenemos:

$$(4.3)\ Abq_s - q_s^2 + A[d^H - d^L] - \frac{(Ab)^2}{4} \leq 0$$

De aquí surge que para que $q_s$ sea un equilibrio separador debe cumplirse:

$$(4.4)\ q_s \geq q_L* + [A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}} \quad \text{o} \quad q_s \leq q_L* - [A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}}$$

A partir de esto defino $q_s^H = q_L* + [A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}}$ *y* $q_s^L = q_L* - [A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}}$. A continuación presento las primeras dos preposiciones de este trabajo. Las mismas limitan la cantidad de equilibrios separadores a dos únicos sobrevivientes.

---

[9] $A = (\frac{1}{T})(T - \frac{D^L}{s_L})$, $N = (\frac{1}{T})(T - \frac{D^H}{s_H})$. Dado que estos están condicionados para valores específicos de seguridad, los mismos pueden ser tratados como exógenos.

**Preposición 1:** *Sean* $q_H *$ *el valor de calidad que maximiza la ecuación (3.3) para la firma H (para todo* $b$ *dado) y* $q_s^H = q_L * + [A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}}$
$\Rightarrow$ *Cualquier valor de* $q > max\ (q_s^H, q_H *)$ *viola el criterio intuitivo*

***Prueba***:
*Sea* $qs = max\ (q_s^H, q_H *)$*, tenemos que mostrar que para cualquier* $\tilde{q} > qs$ *se cumple que* $p_H^H(qs, b=1) > p_H^H(\tilde{q}, b=1)$*, lo cual implicaría que las creencias fuera del sendero de equilibrio que satisfacen el criterio intuitivo, no pueden asignar probabilidad positiva a* $\tilde{q}$*, es decir* $m(s_H / \tilde{q}) = 0$*. De esta forma* $\tilde{q} = qs + e \quad \forall e > 0$ *nunca satisface el criterio intuitivo.*
*Los beneficios de la firma H cuando invierte en seguridad alta son los siguientes:*
$p_H^H = N(bq + bd^H + (1-b)d^L) - q^2 - s_H$ *Siendo* $N = (\frac{1}{T})(T - \frac{D^H}{s_H})$*. La derivada de estos beneficios, dado que* $b$ *está fijo, es:*
$\frac{\partial p_H^H}{\partial q} = Nb - 2q$*. Es inmediato que* $q_H * = \frac{Nb}{2}$ *es el cero de esta derivada* $\Rightarrow \forall q > q_H *$ *Se tiene que:* $\frac{\partial p_H^H}{\partial q}(q) < 0$*. Esto significa que* $p_H^H$ *es decreciente a partir de* $q_H *$*.* $\Rightarrow \forall \tilde{q}$ *tq* $\tilde{q} > qs \geq q_H *$ *y* $b$ *dado se obtiene que* $p_H^H(q_s^H, b) > p_H^H(\tilde{q}, b)$*. Particularmente esto es cierto para* $b = 1$*.*

**Preposición 2:** *Sean* $q_H *$ *el valor de calidad que maximiza la ecuación (3.3) para la firma H (para todo* $b$ *dado) y* $q_s^L = q_L * - [A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}}$
$\Rightarrow$ *Cualquier valor de* $q < min\ (q_s^L, q_H *)$ *viola el criterio intuitivo*

La prueba de esta preposición es análoga a la de la preposición 1 y se encuentra en la sección 3.0 del apéndice[10].

Estas dos preposiciones limitan la cantidad de potenciales equilibrios separadores, que cumplen con el criterio intuitivo, a dos: $q_s^H$ y $q_s^L$. Veamos bajo que condiciones estas elecciones son óptimas para la firma H cuando la seguridad que se elige es alta, esto es:

$$(4.5)\ \{q / p_H^H(q_s^i, b=1) \geq p_H^H(q_L *, b=0)\}$$

En el apéndice desarrollo esta ecuación y obtengo las condiciones suficientes para que estas calidades satisfagan los requerimientos de equilibrio[11].

[10] Ver sección 7.3 del apéndice
[11] Consultar la sección 7.4 del apéndice

En la siguiente sección se estudiarán los distintos casos que pueden existir en este mercado y se mostrarán cual o cuales son los equilibrios separadores para cada uno de ellos.

El primer caso es aquel en el cual la diferencia $D^H - D^L$ no es tan grande. Bajo este contexto $\frac{D^H}{s_H} > \frac{D^L}{s_L}$ , lo cual implica $N > A$. En términos intuitivos, si la firma H tiene incentivos a invertir en seguridad alta y la firma L en seguridad baja, dado que la brecha entre costos es pequeña, el daño esperado que enfrenta H es menor al que enfrenta L. En consecuencia, los márgenes de ganancia serán mayores para la firma segura.

En el segundo caso la diferencia $D^H - D^L$ es tan grande que $\frac{D^H}{s_H} < \frac{D^L}{s_L}$. Esto implica que $N < A$. En términos intuitivos, si la firma H tiene incentivos a invertir en seguridad alta y la firma L en seguridad baja, dado que la brecha entre costos es bastante grande, los márgenes de ganancia serán ahora mayores para la firma poco segura.

Existe un tercer caso en el cual $D^H - D^L$ es tal que $\frac{D^H}{s_H} = \frac{D^L}{s_L}$, lo cual implica $N = A$. No obstante, éste será mencionado únicamente en el apéndice.

A partir de aquí resolveré el modelo suponiendo que H elige $s_H$ y L elige $s_L$. Encontrados los resultados mostraré que los incentivos a proveer seguridad, dados los supuestos, están alineados con las condiciones de equilibrio. En la próxima subsección analizaré el primer caso.

## 4.1 $D^H - D^L$ no es tan grande.

En esta sección se analizará el caso en el cual L no tiene incentivos a invertir en seguridad alta pero H sí, siendo que estas estrategias generan un margen por venta mayor para la última. Es decir, la firma L tiene la posibilidad de invertir en seguridad alta y obtener un margen mayor que H, no obstante el diferencial $s_H - s_L$ es lo suficientemente alto como para no brindar los incentivos para dicha estrategia. En síntesis, se estudiarán mercados en los cuales, la diferencia $D^H - D^L$ es lo suficientemente pequeña como para que $N$ sea mayor que $A$.

Se presenta a continuación el primer resultado de este modelo:

**Resultado 1:**

*$q_s^H$ Constituye un equilibrio separador que cumple con el criterio intuitivo de Cho-Kreps (dado los incentivos de H a invertir en $s_H$ y de L a invertir en $s_L$).*

$\Leftrightarrow N > A \quad y \quad q_s^H > q_H *$

***Prueba***

*De la condición (4.5) se obtiene que $q_s^H$ será un equilibrio separador si $(d^H - d^L) + b[A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}} \geq b^2 \frac{(N-A)}{4}$ cuando $N > A$[12].*

*Parto de que se cumple lo siguiente: (1) $N > A$, (2) $q_s^H > q_H *$. Dado que las calidades son positivas podemos elevar ambos lados de la inecuación (2) al cuadrado*

$\Rightarrow (q_s^H)^2 > (q_H *)^2 \Rightarrow [\frac{Ab}{2} + [A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}}]^2 > [\frac{Nb}{2}]^2$ *. Distribuyendo obtenemos:*

$(d^H - d^L) + b[A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}} \geq b^2 \frac{(N-A)}{4} g(\frac{N}{A})$ *Con* $g(\frac{N}{A}) > 1 \ \forall N, A$[13].

$\Rightarrow (d^H - d^L) + b[A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}} \geq b^2 \frac{(N-A)}{4} g(\frac{N}{A}) > b^2 \frac{(N-A)}{4}$ *Y por ende se cumple la condición de equilibro.*

*Veamos que si $N < A \Rightarrow q_s^H$ nunca puede ser un equilibrio. Nuevamente de la ecuación (4.5) se obtiene que para que $q_S^H$ sea un equilibrio separador debe cumplirse que $b^2(N-A)^2 + (A-N)(d^H - d^L) + b[A(d^H - d^L)](A-N) \leq 0$ cuando $A > N$. No obstante, esto nunca puede suceder dado que $d^H > d^L, A > N, b > 0$.*

*Veamos que si $q_s^H < q_H * \Rightarrow q_s^H$ no puede nunca ser un equilibrio separador que cumple con el criterio intuitivo. En este caso la firma H no tiene incentivos a distorsionar su calidad dado que jugando su estrategia óptima de información completa, para una creencia dada, evita que la firma L tenga incentivos a engañar al consumidor.*

*Lo único que falta mostrar es que $q_s^L$ no puede ser un equilibrio si $N > A$. De la condición (4.5) se obtiene que $q_s^L$ será un equilibrio separador si $(d^H - d^L) \geq \frac{b^2}{4}(N-A) + b[A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}}$ cuando $N > A$. Sin embargo esta condición implica que $b < 2(\frac{d^H - d^L}{A})^2$ lo cual a la vez implica que $q_s^L < 0$, lo cual no tiene sentido económico.*

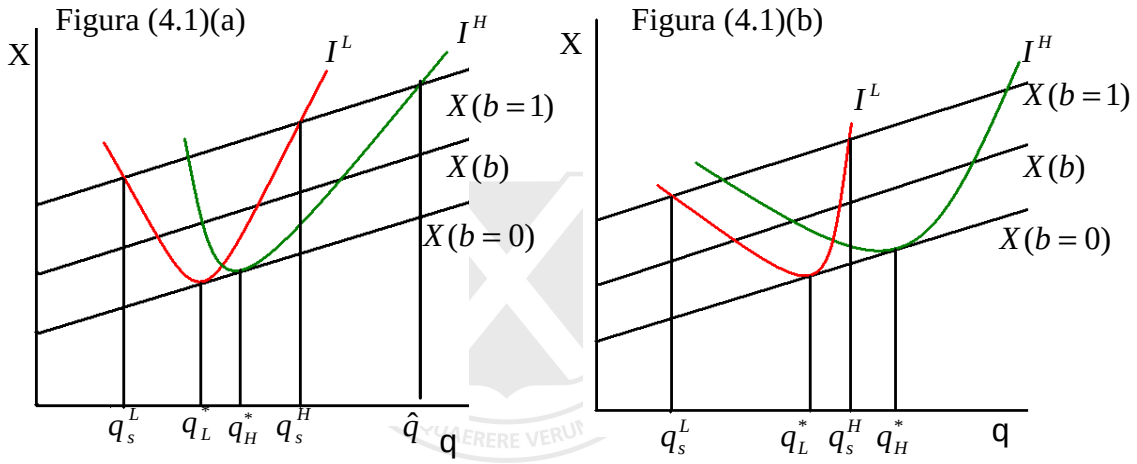
En síntesis, lo que implica este resultado es que cuando $N > A$ el único equilibrio separador será $qs = \max(q_H *, q_s^H)$

---

[12] Consultar apéndice, sección 6.4

[13] $g(\frac{N}{A}) = \frac{N}{A} + 1 > 1 \ \forall N, A$

La intuición es la siguiente: dadas las estrategias de seguridad que eligen las empresas (H elige $s_H$ y L $s_L$) y dado que la diferencia entre costos por accidente que enfrentan las distintas aerolíneas es pequeña, la firma de costo alto tiene mayor margen por venta que la firma L. Entonces, un gasto superior en calidad brinda mayores ingresos a H que a L. Dado que la estructura de costos por unidad de calidad es la misma para ambas firmas, H tiene mayor libertad para distorsionar su calidad sin comprometer sus beneficios, y por ende tiene incentivo a fijar valores que no son atractivos para L. Para una mejor intuición ver figuras (4.1) (a) y (4.1) (b).




La figura (4.1) (a) muestra el caso en el cual la firma H se ve forzada a distorsionar su calidad. Como se puede apreciar, la curva de indiferencia de L se cruza con $X(b=1)$ en un valor de calidad mayor al que optimiza la función objetivo de H. Entonces, para valores que se encuentren entre $q_s^H$ y $\hat{q}$, la firma H tendrá incentivos a distorsionar su calidad mientras que L no. Empero, la preposición 1 elimina $q \in (q_s^H, \hat{q}]$ dejando como único equilibrio que satisface el criterio intuitivo a $q_s^H$. En el gráfico también se manifiesta que H no tiene incentivos a elegir una calidad baja, pues la pérdida de ventas a causa de una disminución de la calidad será más nociva para la firma que invierte en seguridad alta que para la que invierte en seguridad baja. Esto es así porque la última tiene un menor margen por venta.

Por otro lado, en la figura (4.1) (b) se considera el caso en el cual la diferencia de márgenes es tan grande que la firma H no debe incurrir en ningún esfuerzo para señalizar su calidad. Uno puede observar que $q_s^H < q_H^*$, con lo

cual los beneficios de L de invertir en una señal serían menores a los de no hacerlo.

Hasta aquí he mostrado la existencia de un equilibrio para el caso en el cual $D^H - D^L$ es pequeño, tomando como dados los incentivos de H a gastar mucho en seguridad y lo de L a gastar poco. En la siguiente sección mostraré que estos incentivos existen.

### 4.1.1 Incentivos a invertir en seguridad

En esta sección se estudiarán los incentivos de la firma H a invertir en $s_H$ y los de L a invertir en $s_L$ para el caso en el cual $D^H - D^L$ es pequeño.

La primera condición que planteo es que los beneficios de H de invertir en $s_H$ deben ser mayores a los de invertir en $s_L$, esto es:

$$(4.6)\, p_H^H(qs, b=1) \geq p_L^H(qs, b=1)$$

Lo cual requiere como condición necesaria para su cumplimiento que:

$$(4.7)\, \frac{D^H X(qs, b=1)}{s_L} \geq s_H$$

Esta condición implica que el daño esperado de vender $X(qs, b=1)$ pasajes, invirtiendo en seguridad baja, debe ser mayor al costo de la inversión alta, lo cual es intuitivo.

Como supuse que cuando existe información completa las firmas tienen que invertir en seguridad alta con el fin de sobrevivir, la condición (4.6) siempre se satisface. Esto es así, porque la ecuación (2.3) se cumple independientemente de la cantidad demandada. En consecuencia, la firma H siempre invierte mucho en seguridad, porque en caso de no hacerlo obtiene beneficios negativos, lo cual no ocurre si elige $s_H$.

Para mostrar que la firma L no tiene incentivos a elegir $s_H$, en términos matemáticos debe satisfacerse la siguiente condición:

$$(3.8)\; p_H^L(qs, b=0) \leq p_L^L(qs, b=0)$$

Lo cual requiere como condición necesaria para su cumplimiento que:

$$(3.9)\, \frac{D^L X(q_L{}^*, b=0)}{s_L} \leq s_H$$

La intuición es la siguiente: para que L no tenga incentivos a invertir en seguridad alta, el daño esperado de vender $X(q_L{}^*, b=0)$ pasajes debe ser lo

suficientemente pequeño como para que el gasto de seguridad alto no sea atractivo.

Si bien el modelo permite casos en los cuales L tiene incentivos a invertir en seguridad alta, esto es, existen valores de $D_L$ para los cuales esto se da, se considera aquí que son los de menor interés, pues si eso ocurriese no existirían ni problemas de información, ni problemas de eficiencia, y por ende no habría que resolver ningún problema. Es por esto que supondré que, en caso de existir, los valores de $D^L$ son tales que L invierte en $s_L$.

Lo único que falta mostrar es que esos valores existen y por ende los supuestos realizados son consistentes. Las condiciones (3.7) y (3.9) implican lo siguiente:

$$\frac{D^H X(qs, b=1)}{s_H s_L} \geq 1 \quad \text{y} \quad \frac{D^L X(q_L*, b=0)}{s_H s_L} \leq 1$$

Basta con mostrar que se cumple siempre: $\frac{D^H X(qs, b=1)}{s_H s_L} \geq \frac{D^L X(q_L*, b=0)}{s_H s_L}$, para poder afirmar que estos valores existen. Pero esto siempre se cumple pues $D^H > D^L$ y $X(qs, b=1) > X(q_L*, b=0)$.

Finalmente se ha probado que el un único equilibrio separador que verifica el criterio intuitivo, para el caso en que $D^H - D^L$ es pequeño, existe. En este equilibrio, la firma utiliza calidad alta como señal.

Es este equilibrio el que diferencia este trabajo de muchos otros que han estudiado señales para la calidad no observable (en este trabajo la seguridad aérea). En general, quienes han utilizado el precio como instrumento de señalización, han encontrado que las firmas distorsionan sus precios para arriba, cuyo análogo para la calidad es la distorsión para abajo (resultado que mostraré en la próxima sección). Por otro lado, Clements (2006) que utiliza la calidad en conjunción con el precio, encuentra que en equilibrio la firma reduce su calidad para lograr una señal efectiva.

En gran parte, la aparición de este resultado que obtengo es consecuencia de permitir que la empresa, y no la naturaleza, elija la seguridad.

En la próxima sección se analiza el caso en el cual $D^H - D^L$ es lo suficientemente grande como para que la firma H invierta en seguridad alta y

aún así obtenga un margen menor que el que obtiene la firma L sin invertir. Esto es, $A < N$.

## 4.2 $D^H - D^L$ es suficientemente grande.

En esta sección se estudiará el caso en el cual L no tiene incentivos a invertir en seguridad alta pero H sí, siendo que estas estrategias generan un margen por venta mayor para la primera.

El resultado que se obtiene en esta sección es el análogo al encontrado por Bagwell y Riordan (1991), quienes a diferencia de este trabajo utilizan el precio como instrumento para señalizar. Es decir, la intuición del resultado será la misma, aunque el dispositivo con el cual la firma señaliza no es el mismo. Además, la construcción del modelo, y las variables del mismo difieren al que presento aquí. No obstante, será de utilidad tomar en cuenta el argumento que Bagwell-Riordan utilizan.

Otro autor que encuentra un resultado similar es Matthew Clements (2006), quien siguiendo el modelo de Bagwell-Riordan utiliza la calidad observable como dispositivo de señal para atenuar el efecto de distorsión en los precios. Empero, los supuestos utilizados por el autor se diferencian significativamente a los que se introdujeron aquí. En primer lugar, aquí el precio está dado y por ende no puede ser utilizado por la firma como señal, mientras que Clements permite que la empresa lo emplee como el principal instrumento para diferenciarse. En segundo lugar, la calidad observable es una variable binaria y no continua como la que se introdujo aquí, lo cual limita los resultados. En tercer lugar, en el modelo de Clements la calidad no tiene ningún costo, supuesto que sería muy poco adecuado para el mercado de las aerolíneas.

Se presenta a continuación el segundo resultado de este trabajo:

**Resultado 2:**

*$q_s^L$ Constituye un equilibrio separador que cumple con el criterio intuitivo de Cho-Kreps (dado los incentivos de H a invertir en $s_H$ y de L a invertir en $s_L$).*

$\Leftrightarrow N < A \quad y \quad 0 < q_s^L < q_H *$

La prueba de este resultado se encuentra en la sección 3.2 del apéndice[14].

[14] Consultar apéndice, sección 6.5

En síntesis, lo que implica este resultado es que cuando $A > N$ el único equilibrio separador será $qs = \min(q_H*, q_s^L)$.

La intuición de este resultado se resume a continuación: Ante una reducción de calidad, la pérdida de ventas es más nociva para la firma L que para la H pues, condicional a las estrategias de inversión en seguridad ($H$ elige $s_H$ y L $s_L$), la firma poco segura obtiene un mayor margen por venta. Es por esto que H siempre tendrá mayores incentivos a reducir su calidad con el fin de convencer al consumidor acerca de su seguridad.

En el modelo de Bagwell-Riordan (1991) se mostraba que la firma de calidad alta aumentaba el precio hasta un punto en el cual la de calidad baja no tenía estímulos a seguirla. El análogo a una calidad baja es un precio alto, pues con ambas estrategias las firmas pierden cantidad demandada, y por ende se verán más perjudicadas aquellas que tengan mayores márgenes por venta. Para una mejor intuición ver figuras (4.2) (a) y (4.2) (b).

En la primera figura se observa el caso en el cual la firma H se ve forzada a elegir una calidad menor a la que maximiza sus beneficios ($q_s^L < q_H^*$). Se puede apreciar que para valores entre $\hat{q}$ y $q_s^L$ H tiene estímulos a señalizar. Empero, la preposición dos nos elimina $q \in [\hat{q}, q_s^L)$, dejando como único potencial equilibrio que satisface el criterio intuitivo a $q_s^L$. Por otro lado, en la figura (4.2) (b) se considera el caso en el cual la diferencia de márgenes es tan grande que la firma H no debe incurrir en ningún esfuerzo para señalizar su calidad.

Figura (3.2) (a)

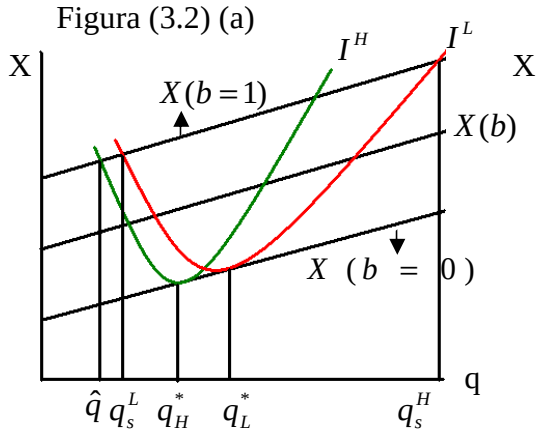
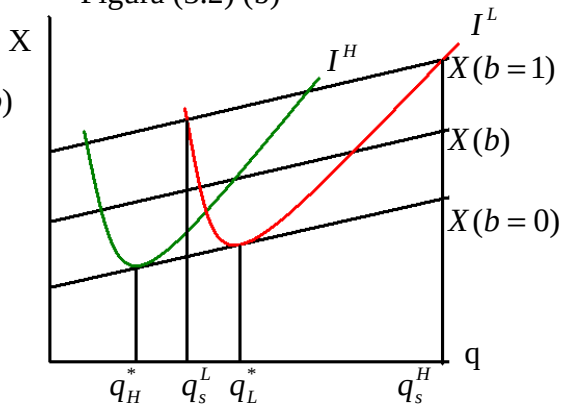



Figura (3.2) (b)




Uno puede observar que $q_s^L > q_H^*$, con lo cual los beneficios de L de invertir en una señal serían menores a los de no hacerlo.

Debe tenerse en cuenta que, a diferencia del resultado 1, en este nuevo resultado, como la distorsión es para abajo, es necesario suponer $q_s^L > 0$. La condición de equilibrio implica que $b > (\frac{d^H - d^L}{A})^{\frac{1}{2}} + cte$ , no obstante la positividad de $q_s^L$ sólo se garantiza con $b > 2(\frac{d^H - d^L}{A})^{\frac{1}{2}}$. No existe forma de mostrar que $cte > (\frac{d^H - d^L}{A})^{\frac{1}{2}}$[15]. Esto implica que potencialmente pueden existir casos en los cuales la calidad no sea muy valorada y que por ende el equilibrio encontrado en esta sección pueda no existir. Si bien estos casos merecen una atención particular, en este trabajo no se tomarán en cuenta. Primero, porque el intervalo de casos posibles es pequeño y constante $((\frac{d^H - d^L}{A})^{\frac{1}{2}} - cte)$ y segundo, porque el interés de este trabajo esta puesto en casos en los cuales la valoración por calidad es lo suficientemente alta.

Se ha encontrado para este caso, un único potencial equilibrio separador que satisface el criterio intuitivo, cuya existencia probaremos en la siguiente sección.

### 4.2.1 Incentivos a invertir en seguridad

En esta sección se estudiarán los incentivos de la firma H a invertir en $s_H$ y los de L a invertir en $s_L$ para el caso en cual $D^H - D^L$ es lo suficientemente grande.

Por la misma razón que en la sección 4.1.1, H siempre tiene incentivos a invertir en seguridad alta. Esto es así, porque si no elige $s_H$ obtiene beneficios negativos. Además, supondré nuevamente parámetros tales que, si existen, garantizan que L elige seguridad baja. Realizo este supuesto porque no interesan en este trabajo casos en los cuales los parámetros son tales que ambas firmas tienen incentivos a invertir en seguridad, dado que bajo esas circunstancias no existiría ningún problema a resolver

---

[15] $cte = b^2 \frac{(A-N)}{[A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}}}$ con $N < A$, por lo cual, $cte > 0$

Lo único que falta mostrar es que estos parámetros existen y por ende los supuestos realizados son consistentes. Utilizando el mismo procedimiento que en la sección 3.1.1 se obtienen las siguientes condiciones:

$$(4.10)\ \frac{D^H X(q_s^L, b=1)}{s_H s_L} \geq 1 \quad \text{y} \quad (4.11)\ \frac{D^L X(q_L^*, b=0)}{s_H s_L} \leq 1$$

Basta con mostrar que $\frac{D^H X(q_s^L, b=1)}{s_H s_L} > \frac{D^L X(q_L^*, b=0)}{s_H s_L}$ para probar que los valores de los parámetros supuestos existen. A diferencia del caso estudiado en la sección 4.1.1, esto no siempre se cumple, pues si bien $D^H > D^L$, se puede mostrar que para $q_s^L > 0$, $X(q_s^L, b=1) < X(q_L^*, b=0)$. Alguien podría argumentar, en base a este punto, que el rango de valores que existen para los cuales este equilibrio se cumple es menor al rango de valores que existen para el cumplimiento del equilibrio obtenido en la sección 4.1. Sin embargo, esto no es tan obvio, pues al mismo tiempo, estamos estudiando el caso en el cual la diferencia $D^H - D^L$ es bastante grande. En consecuencia, uno puede pensar que al ser esta diferencia mayor que en la sección 4.1, el efecto se compensa, es decir $D^H - D^L$ es grande como para compensar que $X(q_s^L, b=1) < X(q_L^*, b=0)$. Este punto requiere un análisis más exhaustivo, empero en este trabajo nos limitamos a esta intuición.

No obstante lo anterior, supondré que el diferencial $D^H - D^L$ es lo suficientemente grande como para que las condiciones (4.10) y (4.11) se cumplan. Dados estos valores, es posible afirmar que ambas firmas tienen incentivos a invertir de forma tal que el equilibrio separador encontrado, existe. En este equilibrio, la firma utiliza calidad baja como señal

El caso en el cual los costos son tales que $N = A$ es estudiado en el apéndice. Dado que bajo estas circunstancias ambas firmas tienen el mismo margen, los dos equilibrios separadores son factibles[16].

En la siguiente sección se ilustrarán todos los equilibrios agrupadores que existen en este modelo, y luego mostraré que ninguno cumple con el criterio intuitivo. Se supondrá que en los mismos H elige $s_H$ y L $s_L$

[16] Ver apéndice sección 7.4

## 5 Equilibrios Agrupadores

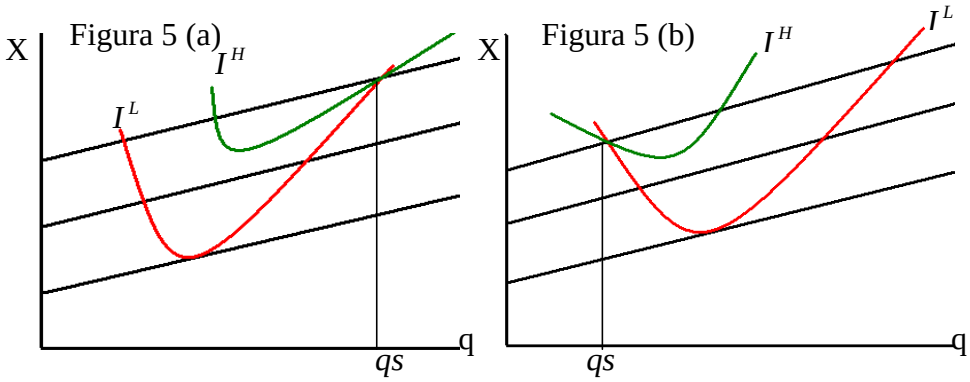
En este modelo se pueden caracterizar infinitos equilibrios agrupadores, sin embargo, mostraré que ninguno de ellos satisface el criterio intuitivo de Cho-Kreps (1987). Se estudiarán a continuación los diferentes casos que pueden existir y se irán eliminando los equilibrios utilizando el criterio intuitivo.

El primer caso que se presenta es aquel en el cual la firma H está mejor señalizando su seguridad que en cualquier posible equilibrio agrupador, esto es:

$$(5.1)\, p_H^H(qs, b=1) > p_H^H(q,b)\ \forall q,b$$

Con $qs = \max(q_s^H, q_H^*)$ si $N > A$ y $qs = \min(q_s^L, q_H^*)$ si $N < A$

Cuando esta es la situación, la firma H siempre tiene incentivos a jugar $qs$ pues la misma domina estrictamente a cualquier otro $q$, dado que L no tiene nunca incentivos a jugar $qs$. Entonces, aquellas creencias que satisfagan el criterio intuitivo, deben asignar $m(qs/s_H)=1$. Esto es válido para cualquier relación que exista entre $A$ y $N$. En las figuras 5 (a) y 5 (b) se muestra esta situación gráficamente. En la figura 5 (a) se desarrolla el caso $N > A$ y en la 5 (b) el caso $N < A$. Se puede ver que en ambos la curva de indiferencia de la firma H cuando elige $qs$, nunca se intersecta con la demanda que depende de una creencia de equilibrio $b$. Esto quiere decir que H siempre prefiere elegir $qs$ logrando $b=1$ a elegir cualquier otro $q$.




El segundo caso a estudiar es el más interesante. En éste, existen equilibrios agrupadores en los cuales la firma H se encuentra mejor que señalizando. Matemáticamente este caso puede expresarse:

$$(5.1)\, \exists q,b \text{ tal que } p_H^H(qs, b=1) < p_H^H(q,b)$$

Con $qs = \max(q_s^H, q_H^*)$ si $N > A$ y $qs = \min(q_s^L, q_H^*)$ si $N < A$

Gráficamente presento las figuras 5.1 (a) ($N > A$) y 5.1 (b) ($N < A$). En ambas, el área gris representa los infinitos equilibrios agrupadores que se eliminan con el criterio intuitivo.

Figura 4.1 (a)

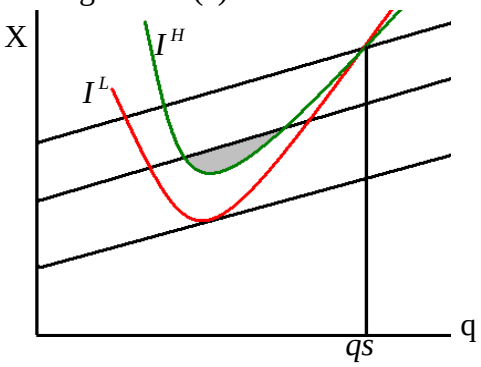
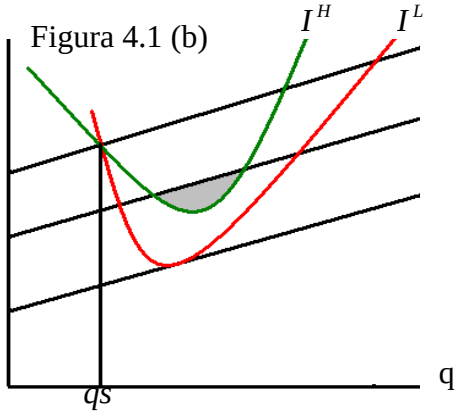



Figura 4.1 (b)




Veamos como se eliminan a través de las preposiciones 3 y 4:

**Preposición 3:** *No existe ningún equilibrio agrupador que satisface el criterio intuitivo para N>A*

***Prueba***:

*Una condición suficiente para demostrar esta preposición es mostrar que para todo equilibrio agrupador* $q'$ *podemos encontrar un* $q'' > q'$ *tal que si* $p_L^L(q',b) = p_L^L(q'',b=1) \Rightarrow p_H^H(q',b) < p_H^H(q'',b=1)$, *siendo que* $p^L$ *es decreciente en* $q''$. *Si* $p_L^L(q',b) = p_L^L(q'',b=1) \Rightarrow \frac{q''^2 - q'^2}{A} = b(q''-q') + (1-b)(d^H - d^L) = t$ . *Supongo* $p_H^H(q',b) > p_H^H(q'',b=1) \Rightarrow t < \frac{q''^2 - q'^2}{N} \Rightarrow \frac{q''^2 - q'^2}{A} < \frac{q''^2 - q'^2}{N} \Rightarrow$ N<A. *Sin embargo, se supuso* $N > A$. *Por ende* $p_H^H(q',b) < p_H^H(q'',b=1)$. *Falta mostrar que* $p^L$ *es decreciente en* $q''$. *Para ello es necesario mostrar que* $p_L^L(q'',b=1) > p_L^L(q''+e,b=1)$. *Si* $q'' > q_L^* \Rightarrow$ $p^L$ *es siempre decreciente en* $q''$. *Veamos entonces que* $q''$ *nunca es menor que* $q_L^*$. *Tenemos que* $q' < q'' < q_L^*$. *Como* $p^L$ *es creciente para valores menores a* $q_L^* \Rightarrow p_L^L(q',b) < p_L^L(q'',b) < p_L^L(q'',b=1)$. *No obstante, supusimos* $p_L^L(q',b) = p_L^L(q'',b=1)$. *Por lo cual se muestra que* $p^L$ *es decreciente en* $q''$.

**Preposición 4:** *No existe ningún equilibrio agrupador que satisface el criterio intuitivo para N<A*

La prueba de esta preposición es análoga a la de la preposición 3 y se encuentra en la sección 4 del apéndice[17].

Finalmente, podemos afirmar que el modelo planteado aquí permite la existencia de dos único equilibrio (uno para cada caso) que satisface el criterio de Cho-Kreps.

## 6 Conclusiones

Se han encontrado aquí dos equilibrios separadores, que son los únicos que sobreviven a los refinamientos de creencias tradicionales. Se ha mostrado que la existencia de cada uno de ellos implica la necesaria exclusión del otro. Además, el equilibrio que efectivamente no pueda ser eliminado estará determinado en función de los márgenes que enfrenten las firmas, que a la vez estarán determinados por los costos que las mismas afronten ante un accidente. Cuando las empresas seguras alcancen un margen mayor, el equilibrio en el cual se sobre-provee calidad no será eliminado. Contrariamente, cuando el mayor margen lo obtenga la firma poco segura, el único equilibrio que sobrevivirá será aquel en el cual la empresa subprovee calidad. En síntesis, se ha mostrado que la calidad es un elemento muy efectivo para las firmas cuando estas quieren enviar una señal.

La principal conclusión de mi modelo, es que un pasajero estaría volando seguro, o bien cuando la calidad es muy baja, o bien cuando es muy alta.

Si bien los resultados encontrados son interesantes, aun quedan, para los trabajos futuros, muchas extensiones posibles a realizar. El primer paso a seguir, es introducir cuestiones de dinámica de manera tal que puedan observarse qué tan robustos son los resultados encontrados aquí, poniendo especial atención en los nuevos equilibrios potenciales que puedan aparecer. Un segundo paso, relacionado con el primero, podría ser la endogeinización de los costos que enfrentan las firmas ante un accidente, los cuales pueden ser pensados como castigos impuestos por una serie de períodos por los

[17] Ver sección 4 apéndice

Universidad de San Andrés

consumidores del modelo. Otro paso, sería la complejización de la estructura de mercado, utilizando sobre todo modelos de competencia imperfecta.

Una de las ventajas de construir el modelo permitiendo que las firmas elijan su calidad no observable, es que se pueden estudiar casos, en los cuales, tanto las firmas que enfrentan costos altos como las que enfrentan costos bajos, invierten poco en seguridad. En este trabajo impuse supuestos para que esto no sucediera nunca. No obstante, puede ser de gran interés levantar estos supuestos y observar bajo que condiciones el mercado no funciona eficientemente.

Otro aspecto a tener en cuenta para estudios futuros es el análisis de la robustez de los equilibrios encontrados. Para este fin, será también necesario imponer supuestos menos restrictivos sobre los incentivos a invertir que los utilizados aquí.

Por otro lado, las correlaciones encontradas aquí pueden ser utilizadas para la investigación empírica. No obstante, la dificultad más importante que uno enfrentará para cumplir con este propósito reside probablemente en un cálculo de los costos que enfrentan las aerolíneas. Sin embargo, una posible *proxy* pueden ser las diferencias en demandas que enfrentan las aerolíneas ante un accidente.

# 7 Apéndice

## 7.1 Propiedades de la demanda cuando la información es completa.

La condición de primer orden que surge del problema de maximización (2.2) es la siguiente: $u'(x) = \frac{T}{[v(q)+d^i]} \Rightarrow x^*(q_j, s_i, T) = u'^{-1}\{\frac{T}{[v(q)+d^i]}\}$.

La condición de segundo orden verifica que $x*$ maximiza la utilidad:

- $[v(q_j)+d^i]u''(x) < 0$ Dado que $u''(x) < 0$

Se define $z = u'^{-1}$. Como $u$ es una función estrictamente cóncava, $u'$ es decreciente. Dado que la inversa de una función decreciente es siempre decreciente, se tiene que $z$ es decreciente en el argumento $\frac{T}{[v(q_j)+d^i]}$.

A continuación se caracterizan las derivadas de esta demanda con respecto a cada variable. Para todos los casos se utiliza el teorema de la derivada de la función inversa:

- $\frac{\partial z}{\partial q} = \frac{1}{u'(x)z'}[\frac{(-T)v'(q_j)}{(v(q_j)+d^i)^2}]$ >o dado que $v'(.), u'(.) > o$ y $z' < 0$.
- $\frac{\partial z}{\partial T} = \frac{1}{(v(q_j)+d^i)u'(x)z'} < 0$ dado que $u'(.) > o$ y $z' < 0$.
- Dado que $z$ es decreciente en $\frac{T}{[v(q_j)+d^i]}$, $z$ es creciente en $d^i$ y por ende en $s_i \Rightarrow x^*(.,d^H,.) > x^*(.,d^L,.)$

## 7.2 Propiedades de la demanda cuando la información es incompleta.

La condición de primer orden que surge del problema de maximización (3.2) es la siguiente:

$$u'(x) = \frac{T}{[v(q)+d^H]b(s_H/q)+[v(q)+d^L](1-b(s_H/q))}$$

$$\Rightarrow x^*(q,s_j,T) = u'^{-1}\{\frac{T}{[v(q)+d^H]b(s_H/q)+[v(q)+d^L](1-b(s_H/q))}\}$$

La condición de segundo orden verifica que $x*$ maximiza la utilidad: $u''(x)\{[v(q)+d^H]b(s_H/q)+[v(q)+d^L](1-b(s_H/q))\} < 0$ Dado que $u''(x) < 0$

Se define $z = u'^{-1}$. Como $u$ es una función estrictamente cóncava, $u'$ es decreciente. Dado que la inversa de una función decreciente es siempre decreciente, se tiene que $z$ es decreciente en el argumento $\frac{T}{[v(q)+d^H]b(s_H/q)+[v(q)+d^L](1-b(s_H/q))}$.

Defino $L = v(q)+d^H]b(s_H/q)+[v(q)+d^L](1-b(s_H/q)) > 0$. Entonces, las propiedades de la demanda se caracterizan a continuación.

- $\frac{\partial z}{\partial b} = \frac{1}{u'(x)z'}[\frac{-(d^H-d^L)}{(L)^2}] > 0$ Dado que $u'(.) > 0$ y $z' < 0$.
- $\frac{\partial z}{\partial T} = \frac{1}{Lu'(x)z'} < 0$ dado que $u'(.) > 0$ y $z' < 0$.
- $\frac{\partial x}{\partial q} = \frac{1}{u'(x)z'}[\frac{dx}{dq}+\frac{\partial x}{\partial b}\frac{db}{dq}]$ Dado que $\frac{db}{dq}$ no esta determinada el signo de esta derivado no puede ser encontrado.

## 7.3 Prueba de la preposición 2

*Sea $qs = min\ (q_s^L, q_H*)$, tenemos que mostrar que para cualquier $\tilde{q} > qs$ se cumple que $p_H^H(qs, b=1) > p_H^H(\tilde{q}, b=1)$, lo cual implicaría que las creencias fuera del sendero de equilibrio que satisfacen el criterio intuitivo, no pueden asignar probabilidad positiva a $\tilde{q}$, es decir $m(s_H/\tilde{q}) = 0$. De esta forma $\tilde{q} = qs - e\ \ \forall e > 0$ nunca satisface el criterio intuitivo.*

*Los beneficios de la firma H cuando invierte en seguridad alta son los siguientes:*

$p_H^H = N(bq + bd^H + (1-b)d^L) - q^2 - s_H$ *Siendo* $N = (\frac{1}{T})(T - \frac{D^H}{s_H})$. *La derivada de estos beneficios, dado que* $b$ *está fijo, es:*

$\frac{\partial p_H^H}{\partial q} = Nb - 2q$. *Es inmediato que* $q_H* = \frac{Nb}{2}$ *es el cero de esta derivada* $\Rightarrow \forall q < q_H*$

*Se tiene que:* $\frac{\partial p_H^H}{\partial q}(q) > 0$. *Esto significa que* $p_H^H$ *es creciente a partir de* $q_H*$. $\Rightarrow \forall \tilde{q}$ *tq* $\tilde{q} < qs$ *y* $b$ *dado se obtiene que* $p_H^H(qs,b) > p_H^H(\tilde{q},b)$. *Particularmente esto es cierto para* $b = 1$.

## 7.4 Condiciones suficientes para los equilibrios separadores

Se plantea la condición $\{q / p_H^H(q_s^i, b=1) \geq p_H^H(q_L*, b=0)\}$.

$\Leftrightarrow N(bq_s^j + d^H) - q_s^j - s_H > N(bq_H* + d^L) - q_H* - s_H$ Reemplazando por los valores de $q_s^j$ y $q_H*$ y desarrollando algebraicamente se obtienen las siguientes condiciones:

- Si $N = A$ $q_s^L$ y $q_s^H$ son equilibrios separadores sin ningún condicionamiento.
- Si $N > A$ $q_s^L$ es equilibrio si $(d^H - d^L) \geq \frac{b^2}{4}(N-A) + b[A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}}$, y $q_s^H$ es equilibrio si $(d^H - d^L) + b[A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}} \geq b^2 \frac{(N-A)}{4}$
- Si $N < A$ $q_s^L$ es equilibrio si $(d^H - d^L) \leq \frac{b^2}{4}(N-A) + b[A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}}$, y $q_s^H$ nunca es un equilibrio

Debe plantearse una restricción adicional:

$q_s^L > 0 \Leftrightarrow b > 2(\frac{d^H - d^L}{A})^{\frac{1}{2}}$ Como $(d^H - d^L) \geq \frac{b^2}{4}(N-A) + b[A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow$

$b < 2(\frac{d^H - d^L}{A})^{\frac{1}{2}}$ Cuando $N > A \Rightarrow$ $q_s^L$ nunca es equilibrio bajo esta condición

## 7.5 Prueba del resultado 2

*De la condición (4.5) se obtiene que* $q_s^L$ *será un equilibrio separador si* $(d^H - d^L) \leq \frac{b^2}{4}(N-A) + b[A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}}$ *cuando* $N < A$.

*Parto de que se cumple lo siguiente: (1)* $N < A$, *(2)* $0 < q_s^L < q_H*$. *Dado que las calidades son positivas podemos elevar ambos lados de la inecuación (2) al cuadrado*

$\Rightarrow (q_s^L)^2 < (q_H*)^2 \Rightarrow [\frac{Ab}{2} - [A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}}]^2 < [\frac{Nb}{2}]^2$ *. Distribuyendo obtenemos:*

$b[A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}} \geq b^2 \frac{(A-N)}{4} g(\frac{N}{A}) + (d^H - d^L)$ *Con* $g(\frac{N}{A}) > 1$

$\forall N, A$[18]. $b[A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}} \geq b^2 \frac{(A-N)}{4} g(\frac{N}{A}) + (d^H - d^L) > b^2 \frac{(A-N)}{4} + (d^H - d^L)$

*Y por ende se cumple la condición de equilibrio.*

*Veamos que si* $N < A \Rightarrow q_s^H$ *nunca puede ser un equilibrio. Nuevamente de la ecuación (4.5) se obtiene que para que* $q_S^H$ *sea un equilibrio separador debe cumplirse que* $b^2(N-A)^2 + (A-N)(d^H - d^L) + b[A(d^H - d^L)](A-N) \leq 0$ *cuando* $A > N$. *No obstante, esto nunca puede suceder dado que* $d^H > d^L, A > N, b > 0$.

*Veamos que si* $q_s^L > q_H * \Rightarrow q_s^L$ *no puede nunca ser un equilibrio separador que cumple con el criterio intuitivo. En este caso la firma H no tiene incentivos a distorsionar su calidad dado que jugando su estrategia óptima de información completa, para una creencia dada, evita que la firma L tenga incentivos a engañar al consumidor.*

*Lo único que falta mostrar es que* $q_s^L$ *no puede ser un equilibrio si* $N > A$. *De la condición (4.5) se obtiene que* $q_s^L$ *será un equilibrio separador si* $(d^H - d^L) \geq \frac{b^2}{4}(N-A) + b[A(d^H - d^L)]^{\frac{1}{2}}$ *cuando* $N > A$ . *Sin embargo esta condición implica que* $b < 2(\frac{d^H - d^L}{A})^2$ *lo cual a la vez implica que* $q_s^L < 0$, *lo cual no tiene sentido económico.*

## 6.6 Prueba de la preposición 4

*Una condición suficiente para demostrar esta preposición es mostrar que para todo equilibrio agrupador* $q'$ *podemos encontrar un* $q'' < q'$ *tal que si* $p_L^L(q',b) = p_L^L(q'',b=1) \Rightarrow p_H^H(q',b) < p_H^H(q'',b=1)$, *siendo que* $p^L$ *es creciente en* $q''$. *Si* $p_L^L(q',b) = p_L^L(q'',b=1) \Rightarrow \frac{q'^2 - q''^2}{A} = b(q' - q'') - (1-b)(d^H - d^L) = t$ . *Supongo* $p_H^H(q',b) > p_H^H(q'',b=1) \Rightarrow t < \frac{q'^2 - q''^2}{N} \Rightarrow \frac{q'^2 - q''^2}{N} < \frac{q'^2 - q''^2}{A} \Rightarrow$ *N>A. Sin embargo, se supuso* $N < A$. *Por ende* $p_H^H(q',b) < p_H^H(q'',b=1)$. *Falta mostrar que* $p^L$ *es creciente en* $q''$. *Para ello es necesario mostrar que* $p_L^L(q'',b=1) > p_L^L(q''-e,b=1)$. *Si* $q'' < q_L * \Rightarrow p^L$ *es siempre creciente en* $q''$. *Veamos entonces que* $q''$ *nunca es mayor que* $q_L *$. *Tenemos que* $q' > q'' > q_L *$. *Como* $p^L$ *es decreciente para valores mayores a* $q_L * \Rightarrow p_L^L(q',b) < p_L^L(q'',b) < p_L^L(q'',b=1)$. *No obstante, supusimos* $p_L^L(q',b) = p_L^L(q'',b=1)$. *Por lo cual se muestra que* $p^L$ *es creciente en* $q''$

---

[18] $g(\frac{N}{A}) = \frac{N}{A} + 1 > 1 \; \forall N, A$

## REFERENCIAS


[1] Bagwell K, Riordan M. 1991. High and Declining Prices Signal Product Quality. *The American Economic Review* **81(1)**: 224-239

[2] Borenstein S, Zimmerman M. 1988. Market incentives for safe Commercial Airline Operation. *The American Economic Review*, **78(5)**: 913-935

[3] Clements M. 2006. Low Quality as a Signal of High Quality. *Working Paper Series*

[4] Cho I.K, Kreps D. 1987: Signaling Games and Stable Equilibria. *Quarterly Journal of Economics,* 102, 179-221.

[5] Daughety A.F., Reinganum J.F. 1995. Product Safety: Liability, R&D, and Signaling. *The American Economic Review* **85(5):** 1187-1206

[6] Daughety A.F., Reinganum J.F. 2008. Imperfect Competition and Quality Signalling. *The Rand Journal of economics* **39**: 163-183

[7] Gibbons R. 1992. Game Theory for Applied Economists. *Princeton University Press*

[8] Golbe DL. 1986, Safety and profits in the airline industry. *The journal of Industrial Economics* **34(3)**: 305-318

[9] Jensen M, Meckling W. 1976, Theory of the firm: Managerial behaviour, agency costs and ownership structure. *Journal of Financial Economics* **3**: 305-360

[10] Kennet D. M. 1994. A Structural Model of Aircraft Engine Maintenance. *Journal of Applied Econometrics* **9(4):** 351-368

[11] Klein B, Leffler K.B. 1981. The role of market forces in assuring contractual performance. *Journal of political economy* **89**: 615-641


Universidad de SanAndrés

[12] Marette S, Bureau J.C, Gozlan E. 2000 Product Safety Provision and Consumers Information. *Australian Economic Papers* **39(4)**: 426-441

[13] Noronha G, Singal V. 2004. Financial Health and Airline Safety. *Managerial and Decision Economics* **25**: 1-16

[14] Rose N. 1990, Profitability and product quality: Economic Determinants of Airline Safety Performance. *The Journal of Political Economy* **98(5)**: 944-964

[15] Spence, A.M. 1973. Job Market Signaling. *Quarterly Journal of Economics*, 87, 355-74.

QUAERERE VERUM
Universidad de
SanAndrés