Universidad de San Andrés

Departamento de Economía

Maestría en Economía

Adopción de tecnologías en contextos de incertidumbre y competencia imperfecta

Eliana Uesu

38.625.826

Mentor: Walter Cont

Buenos Aires

18 de diciembre de 2020

Tesis de Maestría en Economía de

Eliana Uesu

"Adopción de tecnologías en contextos de incertidumbre y competencia imperfecta"

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo poder evaluar cómo se ve afectada la decisión de inversión en una innovación cuando hay incertidumbre sobre la aparición de una nueva tecnología y en un contexto de competencia imperfecta. A través de un juego en dos etapas para un duopolio, se muestra que existen configuraciones de parámetros para las cuales las firmas postergan su inversión en una nueva tecnología a la espera de una mejor, aún relegando ciertas ventajas de mercado. Sin embargo, cuanto más incierta es la posibilidad de que aparezca una nueva tecnología, es más probable que las firmas decidan invertir tempranamente.

Palabras claves: Adopción de tecnologías; Decisiones de inversión; Incertidumbre tecnológica; Teoría de las Juegos.

"Technology adoption in contexts of uncertainty and imperfect competition"

Abstract

This thesis studies how the investment decision in an innovation is affected when there is uncertainty about the appearance of a new technology and in a context of imperfect competition. Through a dynamic theoric-game in two stages for a duopoly, it is shown that there are parametric configurations for which firms postpone their investment in a new technology, waiting for a better one, even relegating certain market advantages. Nevertheless, the more uncertain the possibility of the appearance of a new technology, the more likely firms will invest early.

Keywords: Technology adoption; Investment decisions; Technological uncertainity; Game Theory.

Códigos JEL: D25, D43, D80, O33

1. Introducción

Desde los comienzos de la humanidad, los avances tecnológicos han marcado el ritmo de desarrollo de las socidades. Son innumerables las nuevas tecnologías que el ser humano fue descubriendo hasta alcanzar el nivel de desarrollo actual, y la lista de estas innovaciones crece cada día y con más velocidad. Si bien no todas tienen los mismos impactos económicos o sociales, todas ellas afectan el contexto en el que la sociedad se desenvuelve. Asimismo, los mercados son cada vez más dinámicos y los efectos de las nuevas tecnologías son cada vez más relevantes. Por esto, las empresas día a día se enfrentan a decisiones sobre qué tecnologías adoptar, sobre cuáles invertir y cuál es el momento indicado para hacerlo.

Más allá de los procesos a través del cual se generan estas innovaciones, es importante analizar cómo estas nuevas tecnologías se difunden y son adoptadas por distintos sectores o empresas. La difusión tecnológica es el proceso mediante el cual las innovaciones (nuevos productos, nuevos procesos o nuevos métodos) se propagan dentro y entre economías (Stoneman, 1985). En la realidad es posible observar que si bien aparecen constantemente nuevas tecnologías, no todas las firmas las adoptan al mismo tiempo.

La difusión tecnológica y la demora en la adopción son tópicos analizados por distintos autores, a lo largo de la historia, desde distintas perspectivas (histórica, empírica o con modelos teóricos) y con distintos enfoques (a nivel país/región, a nivel empresas y a nivel individuos).

Este trabajo se concentrará en realizar un modelo teórico a nivel empresa que considere los siguientes dos elementos adicionales que afectan a la decisión de las firmas sobre la adopción de una nueva tecnología: (1) la incertidumbre sobre la evolución del sector y (2) la interacción estratégica con otras firmas. Ambos elementos son reconocidos en la literatura como relevantes para esta decisión (Hoppe, 2002).

La incertidumbre en estos problemas afecta las ganancias esperadas de las nuevas tecnologías y puede darse sobre variables de: mercado (demanda), procesos productivos (costos) o procesos de innovaciones tecnológicas (valor de la nueva tecnología y/o su tiempo de desarrollo). Las expectativas sobre el curso futuro de las innovaciones tecnológicas es un determinante relevante sobre las decisiones de adopción de tecnologías (Rosenberg, 1976). Particularmente, en el modelo propuesto en este trabajo, se analiza este último tipo de incertidumbre donde la decisión de la firma sobre adoptar una nueva tecnología se ve influenciada por la posibilidad de que aparezca una nueva versión superior.

Fellner (1951) presentaba esta posibilidad bajo el nombre de *anticipatory retardation*. El autor sostenía que, en el caso en donde las empresas esperan un flujo de innovaciones, la aparición de una nueva tecnología es percibida como un eslabón hacia otra nueva. Esto genera que, incluso aquellas innovaciones que son económicamente rentables, no sean adoptadas por las empresas a la espera de una mejor versión. Asimismo, Rosenberg (1976) sostiene que las expectativas de mejora continua de una nueva tecnología pueden llevar al aplazamiento de una innovación, a una ralentización de la velocidad de su difusión o a una adopción parcial/distinta de ella para permitir una mayor flexibilidad futura. Inclusive, es posible que se retrasen mejoras en un producto existente debido a la expectativa de que pronto se desarrolle un nuevo producto superior.

Por otro lado, muchas veces la decisión de adoptar una nueva tecnología se analiza como una estrategia competitiva. Las empresas, a veces, invierten en nuevas tecnologías con la esperanza de obtener una ventaja sobre sus competidores (Clemons, 1991). En una industria oligopólica, la decisión de una firma sobre adoptar una tecnología puede afectar las estrategias de equilibrio y la estructura del mercado (Zhu y Weyant, 2003).

El modelo propuesto en este trabajo tiene como objetivo poder evaluar la relevancia de estos factores en la decisión de adopción de tecnologías de las firmas, es decir, ver cómo se ve afectada la decisión de inversión en una innovación cuando hay incertidumbre sobre la aparición de una nueva tecnología y en un contexto de competencia imperfecta. Específicamente, se busca conocer si el efecto documentado por Fellner (1951) y Rosenberg (1976) también sucede en un contexto de incertidumbre y competencia oligopólica.

Para cumplir con este obejtivo, se plantea un juego donde dos empresas compiten en dos etapas: (1°) la etapa de adopción y (2°) la de producción. En este modelo, existe un proceso exógeno de innovaciones tecnológicas que, en el caso base, será determinístico y, posteriormente, será estocástico.

En el modelo, la innovación tecnológica hace referencia al desarrollo de una nueva tecnología que es necesaria para que la firma pueda competir en un determinado mercado. Las firmas son idénticas y en el momento t_0 saben que en t_1 tendrán la posibilidad de invertir en una nueva tecnología (θ_1) con un costo de I_1. Invertir en esta tecnología le permitirá a la firma ingresar a un nuevo mercado. Sin embargo, las firmas conocen (con certeza en el caso base y, luego, con incertidumbre) que en t_2 surgirá otra nueva tecnología (θ_2) que le permitirá a las firmas competir en el mismo mercado que invirtiendo en θ_1, pero con un producto diferenciado que implicaría mayores beneficios para la firma que con θ_1. Por lo tanto, demorar la inversión le permitirá a la firma acceder a una mejor tecnología, pero esto tiene una desventaja. En este modelo, aquella firma que invierta primero se transforma en la líder del mercado y competirá de forma secuencial cuando la otra empresa ingrese (caso Stackelberg). Si las firmas invierten en el mismo período competirán en cantidades de forma simultánea. El *trade-off* entre estos dos factores (mejor tecnología y ventajas de *early-mover*) definirá cuál es el momento indicado para invertir, con y sin incertidumbre.

El trabajo se estructura de la siguiente manera: en la sección 2, se realiza una breve revisión bibliográfica sobre este tema; en la sección 3 y 4, se presenta el modelo base y su extensión con incertidumbre, respectivamente; la sección 5, expone un caso de estudio basado en la innovación del *e-commerce*; y, finalmente, la sección 6, resume los principales aportes y contribuciones de este trabajo.

2. Revisión de la literatura

Desde la primera revolución industrial han surgido discusiones y estudios que intentaban explicar la difusión y adopción de nuevas tecnologías. Para ello, a lo largo de los años, se han desarrollado modelos teóricos que sistematizaban estas discusiones y buscaban explicaciones para la existencia de distintas tasas de adopción de tecnologías entre regiones, países, a nivel firma o consumidor.

Los modelos teóricos sobre la adopción de tecnologías pueden clasificarse conforme a los enfoques utilizados para llevar a cabo el análisis. Existen trabajos que estudian la difusión de tecnologías desde una perspectiva macroeconómica (Nelson y Phelps, 1966; y Conte, 2006), desde la elección del consumidor (Katz y Shapiro, 1986; Katz y Shapiro 1992; y Farrell y Saloner, 1986) y desde la decisión de la firma de adoptar una determinada tecnología (Reinganum, 1981; Balcer y Lippman, 1984; Fudenberg y Tirole, 1985; Farzin et al., 1998; Weiss, 1994; Zhu y Weyant, 2003; Huisman y Kort, 2004; Milliou y Petrakis, 2011; Hagspiel et al., 2020).

Los estudios que desarrollan modelos teóricos a nivel de la firma se pueden clasificar conforme a los factores que se consideran relevantes para la decisión de la empresa sobre qué tecnología adoptar o cuándo hacerlo. Particularmente, siguiendo la clasificación de Hoppe (2002), se pueden definir dos categorías en base a: si el modelo considera incertidumbre (sobre la tecnología o su impacto sobre el mercado) y/o si incluye interacción estratégica entre empresas.

En base a esta clasificación, existen modelos que no consideran ninguna de las dos variantes presentadas y focalizan su estudio en analizar el tiempo óptimo de adopción de tecnologías, considerando como relevante las interacciones entre la demanda y la oferta (Stoneman y Ireland, 1983; Farrell y Saloner, 1985; Ireland y Stoneman, 1986; Jovanovic y Lach, 1989; Chari y Hopenhayn, 1991; y Götz, 1999). En estos modelos, postergar la adopción de una tecnología puede tener como objetivo esperar posibles cambios por el lado de la oferta (en costos de producción, inversión necesaria) o por el lado de la demanda (externalidades de red en el consumo).

Por otro lado, existen trabajos que analizan la incertidumbre sobre las nuevas tecnologías como un factor relevante para el comportamiento de la empresa (Jensen, 1982; Balcer y Lippman, 1984; Farzin et al., 1998; Guan y Chen, 2016). Esta incertidumbre puede ser sobre el valor futuro de las innovaciones o el momento en el que se descubrirán. En presencia de incertidumbre, la utilidad esperada que puede generar la tecnología y, por lo tanto, la decisión de adopción, depende de las expectativas de las empresas. La definición del tiempo óptimo para adoptar nuevas tecnologías considera la posibilidad de que, con el pasar de los períodos, se revele información útil para la firma. Jensen (1982) presenta un modelo teórico de decisión de la firma donde, frente a la existencia de una nueva tecnología, la empresa debe decidir cuándo adoptarla. Sin embargo, la firma no es capaz de estimar con certeza el valor que genera la nueva tecnología y podrá obtener información a través del tiempo. A partir de este modelo, surgieron varios otros con algunas variantes, pero donde la incertidumbre es el principal factor de análisis (Mc Cardle, 1985; Battacharya et al., 1986; Thijssen et al., 2000).

Balcer y Lippman (1984), a través de un proceso exógeno de descubrimientos, introducen incertidumbre sobre la posibilidad de que se desarrolle una nueva versión de la tecnología y Weiss (1994) asume que, tanto el valor como la fecha de descubrimiento, son inciertos para la empresa. Por su parte, Farzin et al. (1998) utiliza el método de opciones reales para resolver este mismo problema de adopción de tecnologías bajo incertidumbre. En este caso, la empresa desconoce el valor de la nueva tecnología y su fecha de desarrollo. Con el paso del tiempo, la firma obtiene información e invierte cuando el valor de la tecnología excede un determinado valor umbral.

Continuando con la clasificación planteada, existen modelos que consideran que la decisión de adoptar una nueva tecnología se basa en un comportamiento estratégico de la firma frente a empresas competidoras. En mercados oligopólicos, los beneficios de la adopción de una nueva tecnología dependen del número de competidores que incorporen, también, esta innovación. Estos modelos, que utilizan el enfoque de teoría de los juegos, pueden llegar a distintos resultados dependiendo de si analizan *early-mover advantages* (Reinganum, 1981; Fudenberg y Tirole, 1985; Riordan, 1992; Dutta et al., 1995) o *later-mover advantages* (Hoppe and Lehmann-Grube, 2001; y Smirnov y Wait, 2020). En el primer caso, anticiparse a los competidores para invertir puede tener ciertos beneficios como apropiación de mercado, imagen y prestigio, entre otros. Sin embargo, ser un *later-mover* le permite a la firma esperar por mejoras en la calidad de la tecnología.

Zhu y Weyant (2003), en un contexto de duopolio, estudian como afecta la presencia de información asimétrica entre las firmas a la adopción de tecnología, donde la decisión de inversión depende de la posibilidad de que el competidor revele información útil para la empresa. Por su parte, Milliou y Petrakis (2011) concluyen que las firmas invierten antes cuando compiten a la Cournot que en competencia a la Bertrand. También la adopción se da más temprano en mercados de bienes que no tienen sustitutos cercanos.

Por último, se encuentran aquellos modelos teóricos que consideran ambos factores: incertidumbre e interacción estratégica. Dada las características del modelo presentado en este trabajo, los modelos presentes en esta categoría son los más relevantes para analizar y presentar en esta revisión. Stenbacka y Tombak (1994) extienden el modelo de Reinganum (1981) e introducen incertidumbre sobre el tiempo que debe pasar para que una tecnología resulte exitosa. A partir de este modelo, en un contexto de competencia duopólica, los autores obtienen funciones de repuesta continuas y de pendiente negativa. Adicionalmente, demuestran que la introducción de incertidumbre genera una mayor dispersión entre los momentos óptimos de adopción de la nueva tecnología y, aún más dispersos, si la empresa líder considera la reacción del seguidor. Sin embargo, si los roles de las firmas (líder y seguidora) se vuelven endógenos en el modelo, encuentran que, si existen incentivos a ser seguidor, los tiempos óptimos de adopción están menos dispersos. Además, evalúan cambios en el bienestar social frente a estas situaciones y demuestran que es posible mejorar el bienestar a través de una colusión entre firmas sobre el tiempo de adopción.

Bergemann y Välimäki (1997) plantean un modelo de competencia imperfecta (duopolio) donde hay incertidumbre sobre el valor de la nueva tecnología. A diferencia de otros modelos, estos autores asumen que en el momento inicial una de las dos firmas ya ha adoptado la nueva tecnología e investigan el proceso de fijación de precios. Así, llegan a la conclusión de que, en una primera instancia, la firma tiene incentivos para establecer un precio bajo para acelerar la adopción por parte de los consumidores y obtener más información.

Por su parte, Hoppe (2000) introduce incertidumbre sobre el valor de la nueva tecnología, y una vez que una firma invierte, la información es revelada y conocida por todos. De esta manera, los autores modelan las ventajas de *second-mover*, debido a los efectos derrame de la información. Por otro lado, Ghorban (2018) analiza estos factores (incertidumbre y competencia estratégica) en un contexto de *network markets*. Mediante un juego en dos etapas, la autora estudia el comportamiento estratégico de las empresas, que compiten en distintos *network markets*, que deben decidir si adoptar o no una nueva tecnología, de la cual desconocen información relevante. La incertidumbre del mercado sobre la nueva tecnología induce a retrasar la adopción hasta que reciban más información al respecto; sin embargo, adoptar una nueva tecnología les permitiría alcanzar un nuevo segmento de mercado.

En línea con estos trabajos, existen aquellos que utilizan un enfoque de opciones reales para abordar estos temas (Boyer et al., 1998; Huisman y Kort, 2004; Fan et al., 2019; Hagspiel et al., 2020). Por ejemplo, Huisman y Kort (2004) estudian el caso de un duopolio donde ambas firmas compiten en la adopción de nuevas tecnologías, las cuales surgen de un proceso estocástico de innovaciones que es exógeno a las empresas. En este modelo, además de la tecnología inicial, se propone la aparición de una segunda tecnología y, a partir de esta inclusión, los autores demuestran que cuanto mayor es la probabilidad de que surja una nueva tecnología más probable es que la firma demore su decisión de inversión. A diferencia de lo presentado por Huisman y Kort (2004), este trabajo propone un enfoque más detallado sobre el impacto de las nuevas tecnologías (en vez de suponer cómo son los beneficios con cada tecnología), donde la tecnología elegida determina el tamaño de mercado que enfrentará la empresa. Esta diferencia permite que en este trabajo sea posible analizar la interacción entre la incertidumbre y los parámetros relevantes de mercado.

Hagspiel et al. (2020) estudian el momento óptimo para invertir en una nueva tecnología en mercados declinantes y la empresa tiene dos opciones: agregar un producto nuevo a la cartera o reemplazar el producto existente. Estos autores concluyen que es óptimo para las firmas invertir, no solo por la mejora tecnológica significativa sino también por la saturación de la demanda sobre el producto existente.

Al revisar la literatura existente es posible afirmar que este trabajo busca llevar el análisis del problema de la adopción de tecnologías de las firmas a un nivel más profundo y detallado. El modelo propuesto forma parte de aquellos que combinan incertidumbre e interacción estratégica entre firmas, pero aporta nuevos enfoques, ideas e interacciones entre ellos. Primero, la incertidumbre propuesta (sobre el momento en el que surge una nueva tecnología) no suele ser analizada en un esquema de duopolio con un enfoque basado en teoría de los juegos. En segundo lugar, los beneficios de las nuevas tecnologías tienen una forma específica para la firma: invertir en la tecnología 1 (θ_1) le permite a la empresa alcanzar un nuevo mercado o segmento; y, por su parte, la tecnología 2 (θ_2), que también posibilita que la firma ingrese a este nuevo mercado, es más deseable por los consumidores lo cual se refleja en un mercado más grande. Este tipo de interacción entre tecnologías es novedosa respecto de los trabajos presentados en esta revisión. Tercero, la definición de los roles de líder y seguidor es endógena, donde las ventajas de ser líder en el mercado son relevantes para la etapa de producción.

3. Modelo: caso con certidumbre

En esta sección, se presenta el modelo base. A partir de éste, en la próxima sección, será introducida la incertidumbre. Este modelo se basa en un juego entre dos empresas idénticas (representadas por el conjunto $J = \{A, B\}$) y, en dos etapas, donde la primera será llamada la etapa de adopción (las firmas decidirán si invertir o no) y la segunda será la de producción (las empresas decidirán cuánto producir).

El proceso de innovaciones tecnológicas, en este caso, es determinístico y exógeno para las firmas con la siguiente estructura:

- En t_0, ambas empresas operan con una tecnología (θ_0) y conforman un duopolio en el mercado de q_0
- En t_1 estará disponible una nueva tecnología (θ_1) que les permite operar en un nuevo mercado/segmento (distinto de q_0). Tiene un costo de inversión I_1.
- En t_2, estará disponible otra nueva tecnología (θ_2) que les permite operar en el mismo mercado que con θ_1. Tiene un costo de inversión I_2.

Si bien ambas tecnologías permiten a las empresas operar en nuevos mercados, los bienes producidos con cada tecnología serán diferenciados y sustitutos. Adner y Snow (2010) muestran que una de las formas en las que coexisten dos tecnologías es en un mismo mercado como productos diferenciados. Siguiendo el modelo de Dixit (1979), las funciones de demanda para productos diferenciados son:

$$p_1 = \alpha - \beta_1\,(q_{i1} + q_{j1}) - \gamma\,(q_{i2} + q_{j2}), \quad i, j \in J,\; i \neq j$$

$$p_2 = \alpha - \beta_2\,(q_{i2} + q_{j2}) - \gamma\,(q_{i1} + q_{j1}), \quad i, j \in J,\; i \neq j$$

donde $p_1(q_{A1}, q_{B1}, q_{A2}, q_{B2})$ es la función de demanda inversa correspondiente al producto q_1, que es producido si alguna de las dos empresas (o ambas) invierten en la tecnología

θ_1. Asimismo, $p_2(q_{A1}, q_{B1}, q_{A2}, q_{B2})$ es la función de demanda inversa correspondiente al producto q_2, que se produce si alguna de las dos empresas (o ambas) invierten en la tecnología θ_2. El parámetro γ representa el efecto de precios cruzados y, en este caso, los bienes se suponen como sustitutos por lo que $\gamma > 0$. En ambos casos, el parámetro β_h con $h \in \{1, 2\}$, representa la pendiente de las funciones y debe ser positivo. Este parámetro establece el valor diferencial entre las tecnologías, de forma tal que $\pi(\theta_1) < \pi(\theta_2)$ en igualdad de condiciones. Para que esto sea así, es necesario que $\beta_1 > \beta_2$, es decir, que el mercado 2 sea más grande que el primero. También, debe cumplirse que $\gamma^2 \leq \beta_1\beta_2$ (que surge del modelo de Dixit para asegurar la concavidad de las funciones de utilidad) y una condición más estricta es que el efecto precio-cruzado sea menor o igual al efecto precio-directo, es decir, $\gamma \leq \beta_h \forall h$.

Los costos de inversión de cada tecnología están dados por los parámetros I_1 e I_2, y deben ser realizados en t_1 y t_2, respectivamente. Para ambos costos, el valor presente de la inversión en t_1 es igual a I de forma tal que [1]:

$$I = I_1 = \frac{I_2}{1 + r}$$

Una vez realizada la inversión, los costos marginales de producción serán nulos para ambos productos. La comparación de los pagos del juego no se verán alterados si el costo marginal es lineal en q_h e igual para ambos productos.

Entonces, el juego en dos etapas será de la siguiente forma: en la primera etapa, la de adopción o inversión, las empresas tienen dos opciones: *Invertir* (I) en t_1 para producir q_1 (con la tecnología θ_1) o *Diferir* (D) la inversión a t_2 para invertir en θ_2 y producir q_2 (la opción de *Diferir* implica invertir en t_2). En caso de invertir en θ_1, la empresa no podrá posteriormente invertir en la otra tecnología. Es el caso de inversión irreversible, supuesto común en estos modelos (McDonald y Siegel, 1986; Dixit et al., 1994; Huisman y Kort, 2004). Esta etapa dura como máximo dos períodos y finaliza luego de t_2 o en t_1 si ambas empresas invierten en la tecnología θ_1. En este modelo, no se analiza la posibilidad de que las firmas decidan nunca invertir, suponiendo que la inversión para ambas tecnologías es rentable realizarla.

La segunda etapa (la de producción), conforme al desarrollo de la primera etapa, se puede ir a un esquema de producción simultáneo (Cournot) o secuencial (Stackelberg). Si las dos empresas invierten en el mismo período y en la misma tecnología (como resolución a la primera etapa del juego), en la segunda etapa competirán a la Cournot y la función de demanda será:

$$p_h = \alpha - \beta_h \, (q_{ih} + q_{jh}), \quad i, j \in J, \; i \neq j$$

donde h dependerá si ambas inviertieron en θ_1 o en θ_2. Caso contrario, si la firma i invierte en θ_1, mientras que la otra prefiere diferir la inversión y esperar a θ_2, en la etapa de producción, la empresa i será la líder en un esquema de competencia a la Stackelberg (antes disfrutará de

[1] Un *waiting effect* interesante de analizar podría ser si en t_2 los costos de inversión son menores en términos reales. Para este caso, ver Reinganum (1981). En el modelo propuesto en este trabajo, este efecto sería a favor de diferir la inversión.

beneficios monopólicos hasta que invierta la empresa j) y las funciones de demanda serán:

$$p_1 = \alpha - \beta_1 \, q_{i1} - \gamma \, q_{j2}$$

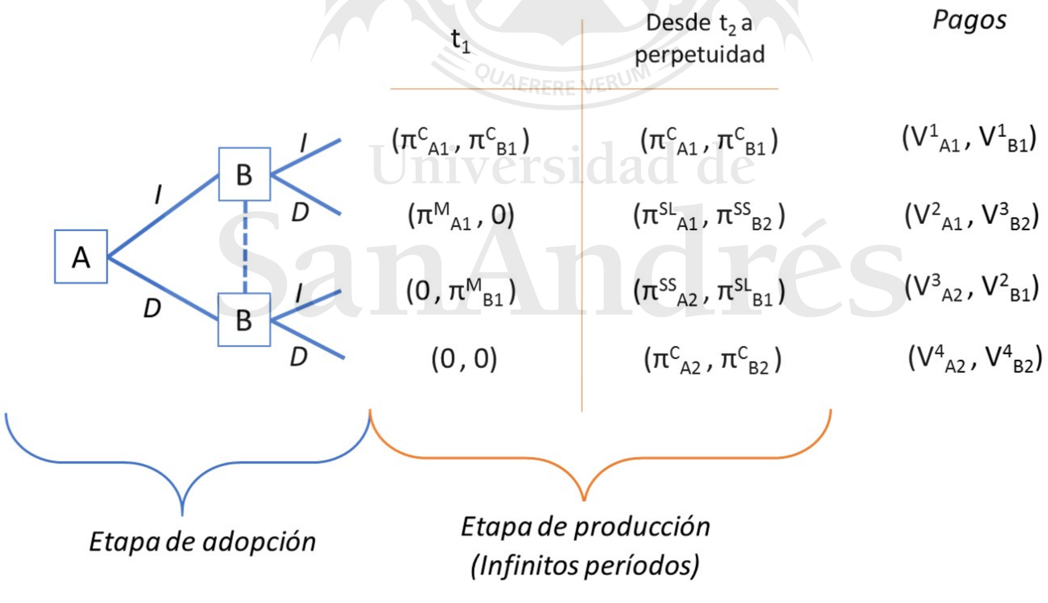
$$p_2 = \alpha - \beta_2 \, q_{j2} - \gamma \, q_{i1}$$

Una vez instalada la nueva tecnología (sea θ_1 o θ_2), continua generando beneficios para la firma a perpetuidad en la etapa de producción, es decir, que esta etapa dura infinitos períodos.

De esta forma, se evidencia un claro *trade-off* sobre la decisión de qué tecnología adoptar: invertir primero tiene la ventaja de volverse líder en el mercado (caso de ventajas de *early-movers*), pero, los beneficios de diferir la inverión y esparar a la otra tecnología, son mejores (el beneficio de esperar es el de abastecer a un mercado más grande -$\beta_1 > \beta_2$-).

Para resolver este juego, las empresas aplicarán inducción hacia atrás y resolverán primero la segunda etapa del juego para, luego, decidir si *Invertir* o *Diferir*. Por lo tanto, la sección 3.1 derivará el equilibrio en subjuegos de la etapa de producción y se estimarán los pagos correspondientes a cada decisión de producción. En base a esos resultados, la sección 3.2 mostrará la solución de la primera etapa y del juego en su totalidad. La Figura 1 esquematiza el juego propuesto en este modelo.

Figura 1: Esquema del juego en dos etapas



Los subíndices de los beneficios (π) representan a qué firma corresponden (A y B) y con qué tecnología está operando (1: θ_1; 2: θ_2). Los supraíndices representan el esquema de competencia que se adopta en la etapa de producción (C: Cournot; SL: Stackelberg Líder; SS: Stackelberg Seguidor; M: Monopolio).

3.1. Producción: segunda etapa del juego

Existen dos posibles esquemas de producción en esta etapa: simultáneo o secuencial. Para ambos casos, se procederá a definir las cantidades óptimas de producción para cada situación. En el Apéndice A, se detallan los resultados presentados en esta subsección.

3.1.1. Producción simultánea

Si se da este esquema de producción es porque ambas empresas invierten al mismo tiempo (en t_1 o en t_2) y, por lo tanto, operan con la misma tecnología. En el caso de que esta tecnología sea θ_1, las cantidades óptimas de producción son:

$$\begin{cases} q^*_{A1} & = & \frac{1}{3\beta_1}\,\alpha \\ q^*_{B1} & = & \frac{1}{3\beta_1}\,\alpha \end{cases}$$

A partir de estas cantidades óptimas, los beneficios de las firmas serán:

$$\begin{cases} \pi^C_{A1} & = & \frac{1}{9\beta_1}\,\alpha^2 \\ \pi^C_{B1} & = & \frac{1}{9\beta_1}\,\alpha^2 \end{cases}$$

En el caso de que la tecnología sea θ_2, las cantidades y beneficios tendrán la misma forma, pero con β_2 en lugar de β_1.

3.1.2. Producción secuencial

Si se da este esquema de producción es porque las empresas invirtieron en distintos tiempos y, por lo tanto, operan con distintas tecnologías. En el caso de que la firma A invierta en t_1, esta firma será la líder y operará con una tecnología θ_1 y B será la firma seguidora con tecnología θ_2. Para este caso, las cantidades óptimas con competencia secuencial y productos diferenciados serán:

$$\begin{cases} q^*_{A1} & = & \frac{2\beta_2-\gamma}{2(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)}\,\alpha \\ q^*_{B2} & = & \frac{4\beta_1\beta_2-\gamma^2-2\beta_2\gamma}{4\beta_2(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)}\,\alpha \end{cases}$$

A partir de estas cantidades óptimas, los beneficios de las firmas serán:

$$\begin{cases} \pi^{SL}_{A1} & = & \frac{(2\beta_2-\gamma)^2}{8\beta_2(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)}\,\alpha^2 \\ \pi^{SS}_{B2} & = & \frac{(4\beta_1\beta_2-\gamma^2-2\beta_2\gamma)^2}{16\beta_2(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)^2}\,\alpha^2 \end{cases}$$

En el caso de que la firma B invierta primero, las cantidades y beneficios serán al revés.

3.2. Adopción: primera etapa del juego

En esta subsección se analiza cómo son los pagos para cada estrategia posible para la firma A. Los pagos son simétricos para las firmas, por lo que analizar las decisiones de la empresa A serán suficientes para encontrar el equilibrio de este juego. El Apéndice B, muestra el desarrollo de las condiciones necesarias para que las empresas decidan invertir.

3.2.1. Firma A: Estrategias y pagos

En t_1, los pagos para la firma A en las distintas combinaciones de estrategias son:

- En el caso de que A invierta si B invierte, los pagos para la firma A serán iguales a los beneficios de producción simultánea en el mercado de q_1 a perpetuidad (π^C_{A1})

descontados a una tasa $\frac{1}{1+r}$ (para pagos a perpetuidad el factor es $\frac{1+r}{r}$), donde r (>0) representa la tasa de interés, menos el costo de inversión (I).

$$V_A^1(A\ inv|B\ inv) = \pi_{A1}^C\ \frac{1+r}{r} - I = \frac{1+r}{r}\frac{1}{9\beta_1}\alpha^2 - I$$

- En el caso de que A difiera la inversión si B invierte, los pagos corresponderán a los beneficios de producción secuencial (π_{A2}^{SS}) a perpetuidad, pero a partir de t_2 (por lo que se descuenta un período más para obtener el pago valuado en t_1), siendo A la firma seguidora, menos los costos de inversión.

$$V_A^2(A\ dif|B\ inv) = \pi_{A2}^{SS}\frac{1}{r} - I = \frac{1}{r}\frac{(4\beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\beta_2\gamma)^2}{16\beta_2(2\beta_1\beta_2 - \gamma^2)^2}\alpha^2 - I$$

- En el caso de que A invierta si B difiere, la firma A gozará de los beneficios monopólicos en el mercado de q_1 (π_{A1}^M) hasta que la empresa B invierta en t_2 (sólo por un período). Una vez ingresada la empresa seguidora al mercado, los beneficios de A serán los de producción secuencial para la empresa líder (π_{A1}^{SS}) a perpetuidad a partir de t_2. A estos beneficios es necesario restarle el costo de inversión.

$$V_A^3(A\ inv|B\ dif) = \pi_{A1}^M + \pi_{A1}^{SL}\frac{1}{r} - I = \frac{\alpha^2}{4\beta_1} + \frac{1}{r}\frac{(2\beta_2 - \gamma)^2}{8\beta_2(2\beta_1\beta_2 - \gamma^2)}\alpha^2 - I$$

- En el caso de que A difiera si B difiere, los pagos para la firma A serán iguales a los beneficios de producción simultánea en mercado q_2 a perpetuidad (π_{A2}^C) descontados, menos la inversión.

$$V_A^4(A\ dif|B\ dif) = \pi_{A2}^C\frac{1}{r} - I = \frac{1}{r9\beta_2}\alpha^2 - I$$

Para poder identificar la estrategia que elegirá la firma A es necesario comparar los pagos (V_A^1 vs. V_A^2 y V_A^3 vs. V_A^4). Si $V_A^1 - V_A^2 > 0$, a la firma A le conviene invertir si B invierte.

$$V_A^1 - V_A^2 = \left(\frac{1+r}{r9\beta_1}\alpha^2 - I\right) - \left(\frac{1}{r}\frac{(4\beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\beta_2\gamma)^2}{16\beta_2(2\beta_1\beta_2 - \gamma^2)^2}\alpha^2 - I\right) > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}\sqrt{1+r}\sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}}\ \frac{2\beta_1\beta_2 - \gamma^2}{4\beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\beta_2\gamma} > 1 \qquad (1)$$

A partir de la inecuación (1) se pueden descomponer los distintos efectos que hacen a que una firma decida invertir o diferir:

- Efecto temporal de esperar: $\sqrt{1+r} > 1 \Rightarrow a\ favor\ de\ invertir$
- Efecto de Cournot vs. seguidor: $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} > 1 \Rightarrow a\ favor\ de\ invertir$
- Efecto de mercado más grande de tecnología θ_2: $\sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} < 1 \Rightarrow a\ favor\ de\ diferir$
- Efecto heterogeneidad de productos: dado que $\gamma < \beta_1$, $\frac{2\beta_1\beta_2-\gamma^2}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2-2\beta_2\gamma} < 1 \Rightarrow a\ favor\ de\ diferir$[2]

[2] Ver demostración en el Apéndice B

La condición general para que la firma A decida invertir en caso de que B invierta en θ_1 es:

$$V_A^1 - V_A^2 > 0 \Leftrightarrow 1 > \frac{3}{4}\frac{1}{\sqrt{1+r}}\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}\left(\frac{4\beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\beta_2\gamma}{2\beta_1\beta_2 - \gamma^2}\right) \equiv f(\beta_1, \beta_2, \gamma, r) \tag{2}$$

Si $V_A^3 - V_A^4 > 0$, a la firma A le conviene invertir si B difiere su inversión.

$$V_A^3 - V_A^4 = \left(\frac{\alpha^2}{4\beta_1} + \frac{1}{r}\frac{(2\beta_2 - \gamma)^2}{8\beta_2(2\beta_1\beta_2 - \gamma^2)}\alpha^2 - I\right) - \left(\frac{1}{r9\beta_2}\alpha^2 - I\right) > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4\beta_1} > \frac{1}{r\beta_2}\left(\frac{1}{9} - \frac{(2\beta_2 - \gamma)^2}{8(2\beta_1\beta_2 - \gamma^2)}\right) \tag{3}$$

El miembro izquierdo de la inecuación (3) representa el valor del "efecto monopolio", el cual es *a favor de invertir*. El miembro a la derecha compara los pagos que la firma recibirá a perpetuidad en cada una de las decisiones y, al compararlos, también, es posible descomponer los distintos efectos que hacen a que una firma decida invertir o diferir:

- Efecto líder vs. Cournot: $\frac{1}{9} - \frac{1}{8} < 0 \Rightarrow a\ favor\ de\ invertir$
- Efecto heterogeneidad de los productos: $1 - \frac{(2\beta_2-\gamma)^2}{2\beta_1\beta_2-\gamma^2} > 0 \Rightarrow a\ favor\ de\ diferir\ si\ \beta_1$ $es\ lo\ suficientemente\ mayor\ que\ \beta_2$[3]

La condición general para que la firma A decida invertir, en caso de que B difiera, es:

$$V_A^3 - V_A^4 > 0 \Leftrightarrow 1 > 4\frac{1}{r}\frac{\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{8}\frac{(2\beta_2 - \gamma)^2}{2\beta_1\beta_2 - \gamma^2}\right) \equiv g(\beta_1, \beta_2, \gamma, r) \tag{4}$$

Las condiciones generales para que la firma A opte como estrategia *Invertir*, presentadas en las inecuaciones (2) y (4), pueden ser analizadas con el fin de poder definir para qué valores de parámetros se cumplen y, por lo tanto, la firma decidirá invertir. Cabe resaltar que, los pagos para las firmas, son simétricos y, entonces, si invertir es la estrategia dominante de A, también lo será de B.

Al analizar las condiciones (2) y (4) es posible ver si alguna de ellas es más estricta que la otra para determinados valores de parámetros. Particularmente, en el Apéndice C se demuestra que existe un r^* para el cual ambas condiciones son iguales entre sí, y para $r < r^*$ la condición (4) es más estricta que la (2) y viceversa para valores de $r > r^*$. Esto implica que las decisiones de las empresas pueden variar conforme al valor de r y, de esa forma, quedan definidas cuatro posibles situaciones de equilibrios.

En primer lugar, para el caso donde $r < r^*$ si se cumple la condición (4) se cumple también la (2) y, por lo tanto, el equilibrio de este juego será el de (*Invertir*, *Invertir*). En segundo lugar, caso contrario, si la condición (2) no se cumple tampoco lo hará la (4) y, por lo tanto, el equilibrio de este juego será el de (*Diferir*, *Diferir*). Este mismo análisis se replica para valores de $r > r^*$, solo que cambia la condición más estricta que se debe cumplir para alcanzar cada equilibrio.

[3] Por ejemplo, si $\beta_2 = \gamma$, se cumple $\forall \beta_1 > \beta_2$. Caso contrario, existe un $\underline{\beta_2}$ tal que la condición se cumple para $\beta_1 > \underline{\beta_2}$. Ver detalles en Apéndice B.

Sin embargo, para cada valor de r es posible que se den valores de parámetros que hagan que una de las condiciones se cumpla, pero la otra no. En tercer lugar, si $r < r^*$ y la condición (2) se cumple pero la (4) no, es decir, $g(\beta_1, \beta_2, \gamma, r) > 1 > f(\beta_1, \beta_2, \gamma, r)$, en este caso, se darán los siguientes equilibrios de Nash: (*Invertir*, *Invertir*) o (*Diferir*, *Diferir*). Por último, la cuarta situación posible, se da para valores de $r > r^*$ y, en caso de que se cumpla la condición (4) pero no la (2), es decir, si $g(\beta_1, \beta_2, \gamma, r) < 1 < f(\beta_1, \beta_2, \gamma, r)$. En este caso, se darán los siguientes equilibrios de Nash: (*Invertir*, *Invertir*) o (*Diferir*, *Diferir*).

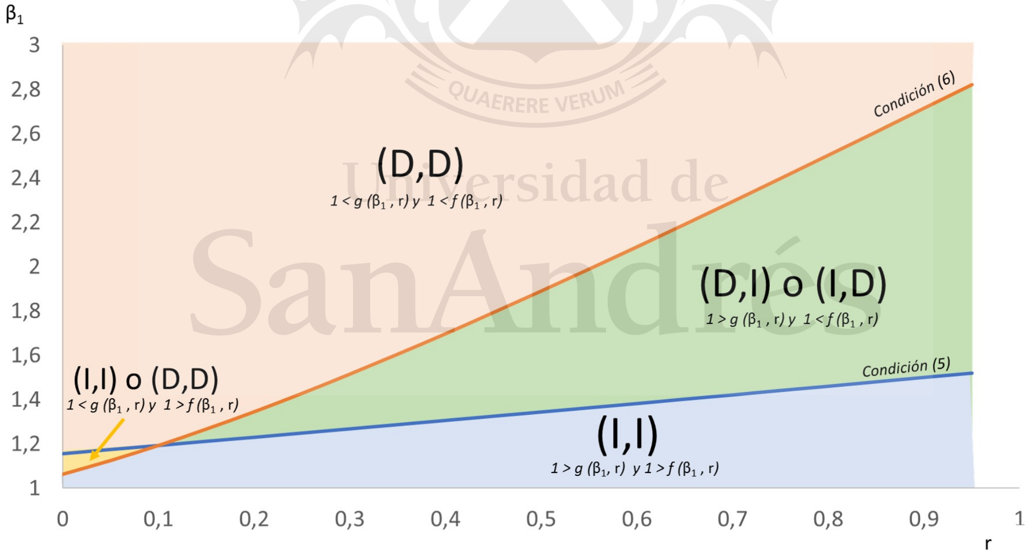
A modo de ejemplo, se presenta el caso donde $\gamma = \beta_2 = 1$ para simplificar las funciones $f(.)$ y $g(.)$.

$$V_A^1 - V_A^2 > 0 \Leftrightarrow 1 > \frac{3}{4}\frac{1}{\sqrt{1+r}}\sqrt{\beta_1}\left(\frac{4\beta_1 - 3}{2\beta_1 - 1}\right) = f(\beta_1, r) \tag{5}$$

$$V_A^3 - V_A^4 > 0 \Leftrightarrow 1 > 4\,\frac{1}{r}\,\beta_1\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{8}\frac{1}{2\beta_1 - 1}\right) = g(\beta_1, r) \tag{6}$$

Ambas condiciones son funciones crecientes en β_1 y es posible hallar valores umbrales de este parámetro (β_1^*) para cada condición, tal que si $\beta_1 < \beta_1^*$ las condiciones se cumplen y si $\beta_1 > \beta_1^*$ éstas no se cumplen. La Figura 2 muestra estos valores umbrales para distintos valores de r y la determinación de las 4 situaciones posibles de equilibrios[4].

Figura 2: Equilibrios del juego (caso con certidumbre)



Al cruzarse estas condiciones, estos cuatro escenarios se dan siempre, como se mencionó previamente. El primer escenario posible es cuándo β_1 es lo suficientemente chico para que ambas condiciones se cumplan y, por lo tanto, para las dos empresas la estrategia dominante es *Invertir*. Esto permite alcanzar un único equilibrio donde ambas firmas decidirán invertir en t_1, dejando de lado la tecnología superior θ_2. Estos valores de parámetros llevan el modelo a una situación donde el juego se resume a un caso de apropiación de mercado (*preemption*

[4]Se consideran valores de r entre 0 y 1 para alcanzar factores de descuento entre 1 y 0,5. Igualmente $r \in (0, +\infty)$.

games) como los que se analizan en los trabajos de Reinganum (1981) o Funderberg y Tirole (1985).

El segundo escenario posible es que β_1 sea lo suficientemente grande para que ninguna de las dos condiciones se cumplan. Entonces, para ambas firmas la estrategia dominante sería *Diferir* y el equilibrio de este juego sería aquel donde las dos firmas esperan para invertir en θ_2. Esta situación captura el efecto documentado por Fellner (1951) y Rosenberg (1976).

Los otros dos escenarios son equilibrios de Nash con dos resultados posibles en estrategias puras. Por un lado, un equilibrio posible para este juego es el de (*Invertir*, *Invertir*) o (*Diferir*, *Diferir*). Esta situación es el clásico resultado de los *coordination games*. Por otro lado, también es posible el equilibrio (*Invertir*, *Diferir*) o (*Diferir*, *Invertir*). En este caso, invertir en t_1 y ser líder del mercado conviene, pero si ambas invierten (y se van a la situación de competencia simultánea) les hubiese convenido esperar a la nueva tecnología. Esta situación es un caso de *anti-coordination games*. En estas dos situaciones, el problema es que no existe un único equilirbio. No obstante, esto se podría solucionar si las empresas pudieran coordinar las decisiones o si se estableciera un esquema secuencial para que las firmas decidan su estrategia (la segunda empresa sabría la decisión de la primera). De esta forma se llegaría a uno de los dos equilibrios posibles en cada caso.

4. Modelo: caso con incertidumbre

El caso con incertidumbre supone que las empresas no conocen con exactitud en qué período estará disponible la tecnología θ_2 para invertir y producir q_2. Las firmas, que se suponen como neutrales al riesgo, saben que con probabilidad z la tecnología θ_2 estará disponible en t_2 y con probabilidad $1 - z$ la tecnología estará disponible en t_3. En otras palabras, la incertidumbre, en este caso, asume una distribución binomial sobre la disponibilidad de θ_2 y los pagos cambiarán en base a esta nueva situación.

La segunda etapa, la de producción, no varía en cuanto a las cantidades óptimas y a los beneficios de cada empresa. Lo único que cambia es cuándo se hace efectiva esa ganancia para cada firma, dado que la primera etapa ahora dura como máximo tres períodos, en caso de que θ_2 no este disponible en t_2 sino en t_3. Por su parte, el costo de la inversión de ser en t_3 sigue teniendo un valor presente igual a I.

Estos cambios en los pagos de las firmas se muestran en la próxima subsección. Es importante aclarar que cuando $z = 1$ este modelo es exactamente igual al caso base. El Apéndice B muestra el desarrollo de las condiciones necesarias para que las empresas decidan invertir en el caso con incertidumbre.

4.1. Fima A: Estrategias y pagos con incertidumbre

En t_1, los pagos esperados para la firma A en las distintas combinaciones de estrategias con incertidumbre son:

- En el caso de que A invierta si B invierte, los pagos esperados para la firma A serán iguales que los pagos del caso sin incertidumbre ($V_A^1(A\ inv|B\ inv)$).

$$V_A^{1I}(A\ inv|B\ inv) = \pi_{A1}^C\ \frac{1+r}{r} - I$$

- En el caso de que A difiera la inversión si B invierte, los pagos esperados corresponderán a los beneficios de producción secuencial (π_{A2}^{SS}) a perpetuidad pero con probabilidad z a partir de t_2 y con probabilidad $1-z$ a partir de t_3, siendo A la firma seguidora, menos los costos de inversión.

$$V_A^{2I}(A\ dif|B\ inv) = z\ \pi_{A2}^{SS}\frac{1}{r} + (1-z)\ \pi_{A2}^{SS}\frac{1}{r(1+r)} = \frac{1}{r}\pi_{A2}^{SS}\left(z + \frac{1-z}{1+r}\right) - I$$

- En el caso de que A invierta si B difiere, la firma A gozará de los beneficios monopólicos en el mercado de q_1 (π_{A1}^M) hasta que la empresa B invierta en t_2 con probabilidad z o en t_3 con probabilidad $1-z$ (como máximo dos períodos). Una vez ingresada la empresa seguidora al mercado, los beneficios de A serán los de producción secuencial para la empresa líder (π_{A1}^{SS}) a perpetuidad a partir de t_2 (con probabilidad z) o de t_3 (con probabilidad $1-z$). A estos beneficios, es necesario restarle el costo de inversión. En este caso, los pagos esperados de la empresa A serán:

$$V_A^{3I}(A\ inv|B\ dif) = z\left(\pi_{A1}^M + \pi_{A1}^{SL}\frac{1}{r}\right) + (1-z)\left(\pi_{A1}^M + \pi_{A1}^M\frac{1}{1+r} + \pi_{A1}^{SL}\frac{1}{r(1+r)}\right) - I$$

$$V_A^{3I}(A\ inv|B\ dif) = \pi_{A1}^M\left(1 + \frac{1-z}{1+r}\right) + \pi_{A1}^{SL}\frac{1}{r}\left(z + \frac{1-z}{1+r}\right) - I$$

- En el caso de que A difiera si B difiere, los pagos esperados para la firma A serán iguales a los beneficios de producción simultánea en el mercado de q_2 a perpetuidad (π_{A2}^C) descontados a partir de t_2 con probabilidad z o a partir de t_3 con probabilidad $1-z$, menos la inversión.

$$V_A^{4I}(A\ dif|B\ dif) = z\ \pi_{A2}^C\frac{1}{r} + (1-z)\ \pi_{A2}^C\frac{1}{r(1+r)} - I = \pi_{A2}^C\frac{1}{r}\left(z + \frac{1-z}{1+r}\right) - I$$

Nuevamente, para poder identificar la estrategia que elegirá la firma A es necesario comparar los pagos (V_A^{1I} vs. V_A^{2I} y V_A^{I3} vs. V_A^{4I}). Si $V_A^{1I} - V_A^{2I} > 0$, a la firma A le conviene invertir si B invierte.

$$V_A^{1I} - V_A^{2I} = \left(\pi_{A1}^C\ \frac{1+r}{r} - I\right) - \left(\frac{1}{r}\pi_{A2}^{SS}\left(z + \frac{1-z}{1+r}\right) - I\right) > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}\frac{1+r}{\sqrt{1+zr}}\sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}}\ \frac{2\beta_1\beta_2 - \gamma^2}{4\beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\beta_2\gamma} > 1 \tag{7}$$

Al comparar la inecuación (7) con la (1), se puede observar que el único cambio se da en lo que se llamó "efecto temporal de esperar" en el caso anterior:

- Efecto temporal de esperar:

$$\frac{1+r}{\sqrt{1+zr}} \geq \sqrt{1+r} > 1\ \forall\ z \in [0,\ 1] \Rightarrow aumenta\ el\ efecto\ a\ favor\ de\ invertir$$

La condición general para que la firma A decida invertir en caso de que B invierta en θ_1 es:

$$V_A^{1I} - V_A^{2I} > 0 \Leftrightarrow 1 > \frac{3}{4}\frac{\sqrt{1+zr}}{1+r}\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}\left(\frac{4\beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\beta_2\gamma}{2\beta_1\beta_2 - \gamma^2}\right) = f'(\beta_1, \beta_2, \gamma, r, z) \quad (8)$$

$$f'(\beta_1, \beta_2, \gamma, r, z) = \sqrt{\frac{1+zr}{1+r}} f(\beta_1, \beta_2, \gamma, r)$$

siendo $f'(\beta_1, \beta_2, \gamma, r, z) \leq f(\beta_1, \beta_2, \gamma, r)$, por lo que la condición con certidumbre es más estricta que la del caso con incertidumbre.

La otra comparación relevante es V_A^{3I} *vs.* V_A^{4I}. Si $V_A^{3I} - V_A^{4I} > 0$, a la firma A le conviene invertir si B difiere la decisión de invertir.

$$V_A^{3I} - V_A^{4I} = \left[\pi_{A1}^M\left(1 + \frac{1-z}{1+r}\right) + \pi_{A1}^{SL}\frac{1}{r}\left(z + \frac{1-z}{1+r}\right) - I\right] - \left[\pi_{A2}^C\frac{1}{r}\left(z + \frac{1-z}{1+r}\right) - I\right] > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4\beta_1}(2 + r - z) > \left[\frac{1}{9} - \frac{(2\beta_2 - \gamma)^2}{8(2\beta_1\beta_2 - \gamma^2)}\right]\left(\frac{1+zr}{r\beta_2}\right) \quad (9)$$

Si se compara la inecuación (9) con la (3), la condición es la misma sólo que multiplicando cada miembro por dos factores distintos: a la derecha se multiplica por $(2 + r - z)$ y a la izquierda por $(1 + zr)$. Al comparar estos factores, se llega a la conclusión que $(2 + r - z) > (1 + zr)$ para todo $z \in [0,\ 1]$. Por lo tanto, en este caso, la incertidumbre aumenta el efecto a favor de *Invertir*.

La condición general para que la firma A decida invertir en caso de que B difiera es:

$$V_A^{3I} - V_A^{4I} > 0 \Leftrightarrow 1 > 4\frac{1}{r}\frac{\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{8}\frac{(2\beta_2 - \gamma)^2}{2\beta_1\beta_2 - \gamma^2}\right)\frac{1+zr}{2+r-z} = g'(\beta_1, \beta_2, \gamma, r, z) \quad (10)$$

$$g'(\beta_1, \beta_2, \gamma, r, z) = g(\beta_1, \beta_2, \gamma, r)\frac{1+zr}{2+r-z}$$

siendo $g'(\beta_1, \beta_2, \gamma, r, z) \leq g(\beta_1, \beta_2, \gamma, r)$, por lo que la condición con certidumbre es más estricta que la del caso con incertidumbre. Por lo tanto, en ambas comparaciones de pagos es posible observar que es más probable que las firmas inviertan cuando la disponibilidad de una nueva tecnología (θ_2) es incierta. Cuanto más bajo es el valor de z, más probable es que las firmas inviertan y, el efecto de esperar por una mejora tecnológica, se ve atenuado.

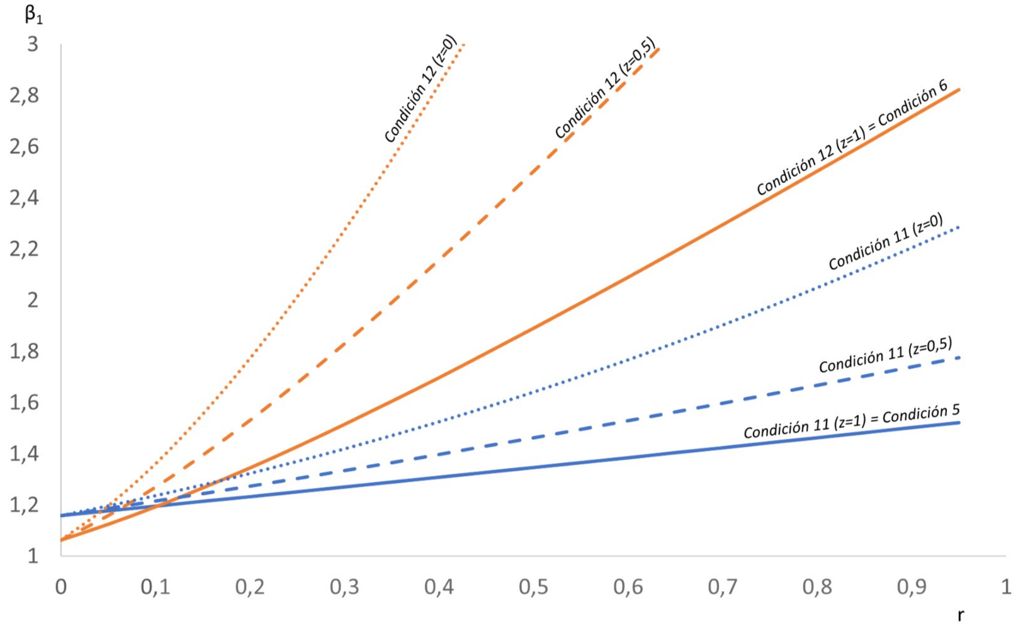
De esta manera, como en el caso con certidumbre, a partir del ejemplo numérico donde $\gamma = \beta_2 = 1$, se pueden evidenciar distintos equilibrios posibles. Para este caso, se puede llevar a cabo el mismo análisis para distintos valores de z. Las condiciones serán:

$$V_A^1 - V_A^2 > 0 \Leftrightarrow 1 > \frac{3}{4}\frac{\sqrt{1+zr}}{1+r}\sqrt{\beta_1}\left(\frac{4\beta_1 - 3}{2\beta_1 - 1}\right) = f'(\beta_1, r, z) \quad (11)$$

$$V_A^3 - V_A^4 > 0 \Leftrightarrow 1 > 4\,\frac{1}{r}\,\frac{1+zr}{2+r-z}\,\beta_1\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{8}\frac{1}{2\beta_1 - 1}\right) = g'(\beta_1, r, z) \quad (12)$$

Nuevamente ambas condiciones son crecientes en β_1 y es posible hallar valores umbrales de este parámetro (β_1^*) para cada condición tal que si $\beta_1 < \beta_1^*$ las condiciones se cumplen y caso contrario, no se cumplen. Por lo tanto, la Figura 3 muestra los β_1^* para distintos valores de r y en tres escenarios posibles de valores de z ($z = 1$, $z = 0{,}5$ y $z = 0$).

Figura 3: Equilibrios del juego a distintos valores de z



Al comparar esta figura con la Figura 2 (o con el caso de $z = 1$), es posible observar que la incertidumbre afecta a los valores de β_1^* y, por lo tanto, cambia la probabilidad de ocurrencia de las 4 posibles situaciones de equilibrio planteadas para el caso base. Si bien para ambas condiciones valores de z más bajos implican valores de β_1^* más altos, la condición (12) parece ser más sensible a los cambios en z que la condición (11).

Por lo tanto, las 4 áreas detalladas en la Figura 2 cambian al variar z. La situación donde (*Invertir*, *Invertir*) es equilibrio se vuelve más probable a medida que z disminuye. Caso contrario, el área donde (*Diferir*, *Diferir*) es equilibrio se reduce al disminuir el párametro de incertidumbre. Esto significa que cuanto más probable es que la otra tecnología se demore en aparecer (menores valores de z), mayor es el incentivo que las firmas tienen para invertir en θ_1.

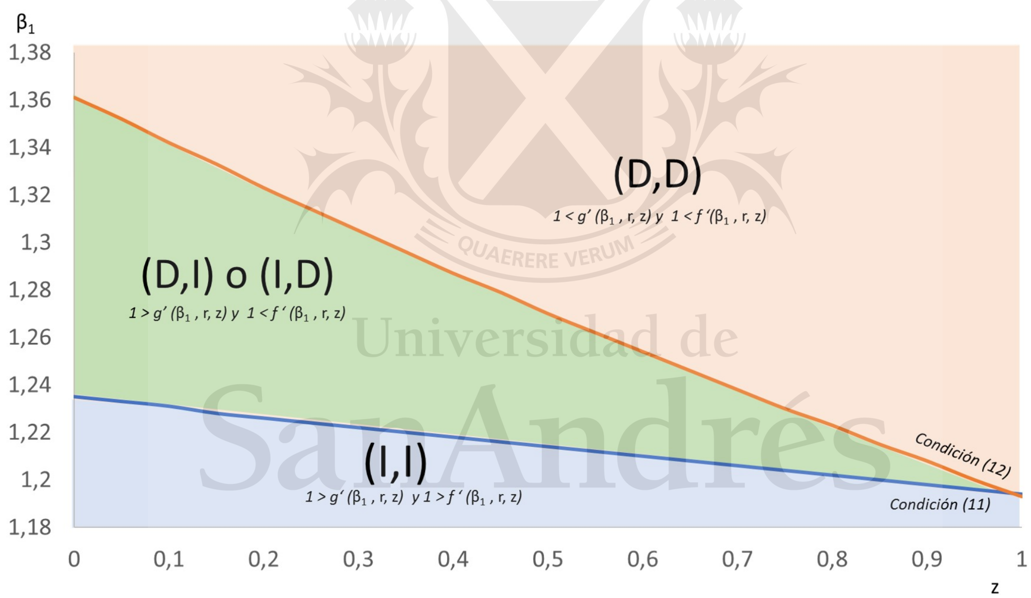
En cuanto a las otras dos situaciones de equilibrio, dado que una condición es más sensible que la otra, disminuciones en el parámetro z hacen que la situación del *coordination game*, donde los equilibrios posibles eran (*Invertir*, *Invertir*) o (*Diferir*, *Diferir*), sea más improbable. Caso contrario para el equilibrio de *anti-coordination game*. Cabe resaltar que en este caso los valores de r^* son cada vez más bajos a medida que z disminuye (aunque los valores de β_1 donde ambas condiciones se igualan parece no cambiar demasiado).

Otra conclusión interesante que se puede obtener al observar esta figura es que si se compara la situación de $z = 1$ con la de $z = 0$, se puede analizar cómo cambian los resultados de este modelo en situaciones donde el proceso exógeno de innovaciones es más lento (caso donde $z = 0$ implica que la otra tecnología recién estaría disponible en t_3) que el propuesto en el caso base (donde θ_2 estaría disponible en t_2). La conclusión es que en mercados menos dinámicos, donde el tiempo entre el desarrollo de una y otra tecnología es mayor, las empresas tendrán menos incentivos en diferir su inversión.

Adicionalmente, otra forma de observar cómo cambian las condiciones al variar z es estimando los β_1^* a medida que cambia el parámetro de incertidumbre. Para ello, es necesario fijar un valor de r, el cual se fijo de forma tal que $r = r^*$ del caso base (con el fin de evitar las múltiples áreas producto de la variación de r y poder concentrarse en los resultados dependientes de z). Este r^* es el punto de intersección de las condiciones en la Figura 2 ($r^* \approx 0{,}10$). En este caso, también, se buscaron los valores umbrales de β_1^* para distintos valores de z. La Figura 4, muestra esta situación.

El caso donde $z = 1$ es el punto exacto en el que la Figura 2 las condiciones se intersecan. A partir de su comparación con ese caso, se observa que el área de (*Invertir*, *Invertir*) aumenta al disminuir z y lo opuesto sucede con el área (*Diferir*, *Diferir*). Esto respalda el resultado alcanzado en esta sección: a mayor incertidumbre sobre la aparación de una nueva tecnología más probable que las firmas inviertan tempranamente.

Figura 4: Equilibrios del juego (caso con incertidumbre)



En la literatura existente, los autores optan por otras formas de distribución de probabilidades para modelar el proceso incierto de innovación tecnológica. Por ejemplo, Grenadier y Weiss (1997) asumen que sigue un proceso de movimiento browiano. Otros autores optan por una distribución Poisson para este proceso (Farzin et al., 1998; y Huisman y Kort, 2004). En vista de los resultados obtenidos por Huisman y Kort (2004) es de esperar que en este trabajo los resultados no varíen sustancialmente si se considera una distribución a la Poisson en lugar de binomial. El parámetro λ de la distribución Poisson, es decir, la tasa esperada de innovaciones en un período de tiempo t se comportará del mismo modo que el parámetro z de la distribución binomial. En otras palabras, conforme al valor del parámetro λ se definirán las zonas donde se dan las cuatro posibles situaciones de equilibrio.

5. Caso de estudio: *e-commerce*

A lo largo de los años, han existido distintos avances tecnológicos que han marcado el desarrollo de las sociedades y, con el auge de la era digital, la aparición de estos avances ha crecido exponencialmente y sus efectos son cada vez más variados. Particularmente, cada vez son más los avances diseñados especialmente para que las empresas puedan aumentar su potencial. Un ejemplo que encaja con el tipo de tecnología planteada en el modelo es el comercio electrónico, o *e-commerce*.

El *e-commerce* hace referencia a las transacciones de compra y venta de productos o servicios que se llevan a cabo a través de Internet, en lugar de ser de forma presencial. La venta por catálogo, la aparición de las tarjetas de crédito y, finalmente, el Internet han ido formando el comercio electrónico como es conocido hoy en día. Desde la década de 1970, cuando aparecieron las primeras relaciones comerciales que utilizaban una computadora para transmitir datos, hasta la actualidad, el *e-commerce* ha tomado diversas formas y no todas las empresas han optado por este medio desde su primera aparición (a pesar de que con los años se hizo masiva su implementación) sino solamente algunas pocas han decidido implementar este canal de ventas. Por eso, el *e-commerce* es un avance tecnológico útil para contextualizar el modelo teórico presentado en este trabajo.

Bonaccorsi y Rossi-Lamastra (2003) presentan un estudio empírico donde se analizan cuáles son las variables que influyen en las decisiones de la empresa de adoptar o no el *e-commerce*. Para esto, primero, los autores destacan ciertas características de esta forma de comercio que transforma este avance tecnológico en un caso interesante de estudio. Para esta tecnología, un factor relevante es el tamaño de mercado, es decir, la utilidad de adoptar el *e-commerce* aumenta con el crecimiento de la proporción de ventas que se realizan vía Internet. Este primer efecto el modelo lo considera con el cambio propuesto en el valor de β_h gracias a la evolución de la tecnología θ_h.

Otro aspecto relevante para la adopción del *e-commerce*, que también señalan Bonaccorsi y Rossi-Lamastra (2003), es el comportamiento de los competidores de las firmas. El comercio electrónico permite alcanzar otros segmentos del mercado y, en definitiva, brinda un producto con distintas características. Por esto, el modelo propone que la nueva tecnología (en este caso, el *e-commerce*) permite a las empresas abastecer a un nuevo mercado. Además, el modelo considera la importancia del comportamiento estratégico en la adopción de una nueva tecnología.

En el trabajo de Bonaccorsi y Rossi-Lamastra (2003), se estudian encuestas a empresas donde se incluyen preguntas sobre las expectativas/creencias de ellas sobre el *e-commerce*. Se consideran variables: estructurales (estructura y tamaño de la firma, y medidas de mercado), de percepción de obstáculos en la adopción (switching costs, seguridad legal, etc.), sobre las expectativas de la evolución de la tecnología (mejoras en seguridad de datos, mejoras en la facilidad de uso, etc.) y sobre las creencias de adopción de otros agentes (porcentaje esperado de competidores que adopten, porcentaje esperado de consumidores que utilicen *e-commerce*, etc.). A partir de este estudio, surge un resultado interesante a los fines de este trabajo: aquellas empresas que no han adoptado el *e-commerce* presentaban expectativas más optimistas sobre la evolución de la tecnología. Esto parece representar el fenómeno que Rosenberg (1976) detalló: expectativas de mejora en la tecnología ralentizan los procesos de difusión de tecnologías generando una relación negativa entre las mejoras esperadas y la probabilidad de adoptar.

Si bien, desde el estudio de Bonaccorsi y Rossi-Lamastra (2003) hasta la actualidad, la tecnología de *e-commerce* evolucionó en gran medida, aún quedan ciertos cambios esperados por las empresas. Una de las grandes barreras al desarrollo de las compras online sigue siendo la inseguridad.[5] Para esto serán importantes las mejoras que se realizan sobre los medios de pago. Se ha avanzado en esta dirección con el desarrollo de plataformas como PayPal o Mercado Pago que facilitan las transacciones y brindan mayor seguridad a ambas partes, pero, todavía, se esperan cambios más importantes sobre el pago electrónico. Otro tema que frena la implementación del *e-commerce*, es la logística del envío del producto.[6] Las firmas aún esperan avances en este tema y ya existen algunas empresas que aparecen como una solución a este problema (Rappi, Glovo, etc.). Estas empresas conocidas como *last-millers* facilitan el proceso de entrega y suponen un nuevo tipo de *e-commerce*. La espera de estas mejoras por parte de las empresas puede desalentar la adopción temprana de la tecnología de *e-commerce*, como se muestra en el modelo de este trabajo.

Sin embargo, en el 2020 el comercio electrónico ha experimentado un aumento exponencial producto del COVID-19 y las políticas de asilamiento social.[7] El coronavirus aceleró la adopción del *e-commerce* y permitió que las ventas por este medio alcancen valores que se esperaban para dentro de 4 a 6 años. Este efecto puede ser explicado en el modelo como un *shock* exógeno en t_1 que genera un cambio en las demandas de los productos comercializados electrónicamente (más deseables). Este *shock* puede afectar el valor de los parámetros relevantes para la decisión de la firma. Particularmente, se puede dar una disminución en el valor de β_1 (mayor mercado, productos más deseables), volviendo más probable la decisión de invertir tempranamente, como se muestra en la Figura 2 (a menor valor de β_1 es más probable que las firmas inviertan). Además, producto de la pandemia, el canal electrónico fue, en la mayoría de los casos, el único medio disponible para que las empresas puedan operar, por lo que, los costos de esperar un período adicional para invertir, se volvieron insostenibles (ya que las empresas no percibirían ganancias por otro medio). Frente a este panorama, muchas firmas, que aún no se animaban a esta nueva tecnología, han decidido invertir en el desarrollo de ventas electrónicas. Es de esperar que este *shock* tenga efectos permanentes[8] en las

[5] Ver artículo en https://startupxplore.com/es/blog/el-futuro-del-e-commerce/.

[6] Ver artículo en https://www.forbes.com/sites/forbestechcouncil/2019/03/01/e-commerce-shipping-still-leaves-a-lot-to-be-desired/4318139be826.

[7] Ver artículo en https://www.forbes.com/sites/johnkoetsier/2020/06/12/covid-19-accelerated-e-commerce-growth-4-to-6-years/3f81ab9600fa.

[8] Ver artículo en https://www.forbes.com/sites/louiscolumbus/2020/04/28/how-covid-19-is-transforming-

características de las transacciones disminuyendo a perpetuidad el valor de β_1 y aumentando los incentivos de las firmas por invertir en θ_1.

6. Conclusión

En la actualidad, las firmas se desenvuelven en contextos cada vez más dinámicos, donde las innovaciones se desarrollan rápidamente y las empresas enfrentan constantemente la decisión de qué tecnología es la indicada para invertir. Por esto, este trabajo busca sistematizar un problema común en el ámbito empresarial: cuándo y en qué tecnología invertir cuando existe incertidumbre sobre la aparición de una tecnología superior y en un contexto de interacción estratégica con otras firmas (en este caso un duopolio).

Este trabajo es de utilidad para profundizar analíticamente una problemática ya discutida por la literatura. Con este fin, se presenta un nuevo enfoque para analizar el *trade-off* entre la innovación en tecnología (y su utilidad en base al tamaño de mercado) y la decisión estratégica de liderazgo. A través de un modelo base, donde el proceso de innovaciones es exógeno y determinístico, se pueden identificar 4 efectos que son relevantes para las firmas a la hora de tomar la decisión de inversión: el efecto temporal de esperar, el efecto de ser *first-mover* (incluye el efecto monopolio), el efecto de enfrentar un mercado más grande (una mejor tecnología) y el efecto de heterogeneidad de productos. Los dos primeros generan incentivos a invertir mientras que los dos últimos a diferir.

El resultado de este modelo muestra que, para determinada configuración de parámetros, es posible que las firmas difieran su inversión a la espera de una tecnología mejor (*anticipatory retardation* en términos de Fellner, 1951). En otras palabras, las empresas deciden postergar la inversión en una nueva tecnología porque esperan la llegada de otra tecnología superior a ésta (es decir, que les genere un mayor beneficio), aún cuando el esperar signifique perder la posibilidad de ser líder en el mercado (la ventaja del *first-mover*). La explicación que provee este modelo es que cuando θ_2 supone una mejora considerable respecto de θ_1 (comparando los valores de β_h, es decir, β_1 es lo suficientemente grande respecto de β_2) a las firmas les conviene esperar hasta que se desarrolle θ_2 aunque esto implique ser seguidor en el mercado. Por lo tanto, el modelo propuesto forma parte de aquellos que combinan incertidumbre e interacción estratégica entre firmas, pero profundiza el análisis considerando un efecto particular de las tecnologías y evaluando la decisión de adopción en base a los parámetros de mercado (β_1, β_2 y γ).

Por otro lado, al comparar el modelo base vis a vis el caso con incertidumbre, se puede evidenciar que el conocimiento incierto sobre el surgimiento de una nueva tecnología vuelve más probable que las empresas decidan invertir, limitando el efecto documentado por Rosenberg (1976) de postergar inversiones a la espera de mejoras en las tecnologías. Los efectos relevantes en esta decisión son los mismos; la única diferencia es que z modifica el valor

e-commerce/29cabf6c3544.

esperado de las tecnologías y, por lo tanto, varía el efecto temporal de esperar. En este caso, la incertidumbre hace que se valore más (relativamente) los beneficios de ingresar primero al mercado que las potenciales ganancias incrementales de esperar una nueva tecnología. Este resultado concuerda con las conclusiones que alcanzan otros autores (por ejemplo, Huisman y Kort, 2004) y permite profundizarlo evaluando la interacción del parámetro de incertidumbre (z) con el resto de parámetros relevantes para la decisión (como β_1 y r).

Más allá de los resultados hallados en este trabajo, la problemática es más amplia y aún quedan interrogantes interesantes por analizar. Es de esperar que, con el dinamismo creciente de los sectores productivos, esta literatura vuelva a tomar relevancia. Es por esto que el modelo puede ser considerado como un análisis introductorio sobre la interacción entre la adopción de una tecnología, el comportamiento estratégico de competencia imperfecta y la incertidumbre sobre estas tecnologías. A partir de este marco, es posible pensar en algunas extensiones interesantes para la discusión. Por ejemplo, se puede agregar incertidumbre sobre alguna otra variable relevante, como pueden ser los parámetros γ, β_1 o β_2. También, se puede pensar en un modelo donde las tecnologías tengan otros efectos, como por ejemplo, que permitan reducir los costos de producción de las empresas y ver si los resultados se mantienen cuando los beneficios de las tecnologías adoptan otra forma.

Otra extensión interesante de analizar es qué sucede si existe asimetría de información entre las empresas, donde una de ellas, por ejemplo la Firma A, conoce el valor del parámetro relevante en la distribución (z) y la otra lo desconoce. Zhu y Weyant (2003) afirman que la inclusión de información asimétrica conduce a diferentes incentivos y comportamientos estratégicos en el juego de la adopción de tecnología. En el caso propuesto en este trabajo, las estrategias de equilibrio de la Firma B dependerán del valor esperados del parámetro z, es decir, de las expectativas ex-ante de la probabilidad de que aparezca la tecnología θ_2 en el período t_2. Dependiendo de la estructura informativa del modelo y de estas expectativas, se pueden generar dinámicas de *screening* o *signaling* dependiendo de qué firma invierte primero. Inclusive, muchos de estos problemas pueden ser analizados con la técnica de opciones reales para valuación de inversiones irreversibles. En ese caso, este modelo contribuye con elementos fundamentales del mercado (por ejemplo, la heterogeneidad de productos), que permitirían dar forma a los determinantes de invertir o esperar en la lógica de opciones reales.

Referencias

[1] Adner, R., y Snow, D. (2010). Old technology responses to new technology threats: demand heterogeneity and technology retreats. *Industrial and Corporate Change*, 19(5), 1655-1675.

[2] Balcer, Y., y Lippman, S. A. (1984). Technological expectations and adoption of improved technology. *Journal of Economic Theory*, 34(2), 292-318.

[3] Bergemann, D., y Välimäki, J. (1997). Market diffusion with two-sided learning. *The RAND Journal of Economics*, 773-795.

[4] Bhattacharya, S., Chatterjee, K., y Samuelson, L. (1986). Sequential research and the adoption of innovations. *Oxford Economic Papers*, 38, 219-243.

[5] Bonaccorsi, A., y Rossi-Lamastra, C. (2002). The adoption of business to business e-commerce: Heterogeneity and network externality effects. *SSRN Electronic Journal*. 10.2139/ssrn.365882.

[6] Boyer, M., Lasserre, P., Mariotti, T., y Moreaux, M. (1998). Industry development under alternative market structures (No. 98.497).

[7] Chari, V. V., y Hopenhayn, H. (1991). Vintage human capital, growth, and the diffusion of new technology. *Journal of political Economy*, 99(6), 1142-1165.

[8] Clemons, E. K. (1991). Evaluation of strategic investments in information technology. *Communications of the ACM*, 34(1), 22-36.

[9] Conte, A. (2006). The evolution of the literature on technological change over time: a survey (No. 0107). *Papers on Entrepreneurship, Growth and Public Policy.*

[10] Dixit, A. (1979). A model of duopoly suggesting a theory of entry barriers. *The Bell Journal of Economics*, 20-32.

[11] Dixit, A. K., Dixit, R. K., y Pindyck, R. S. (1994). Investment under uncertainty. *Princeton university press.*

[12] Dutta, P. K., Lach, S., y Rustichini, A. (1995). Better late than early: Vertical differentiation in the adoption of a new technology. *Journal of Economics & Management Strategy*, 4(4), 563-589.

[13] Fan, Y., Sarkar, S., y Zhang, C. (2019). The investment decision with technological and market uncertainties. *The European Journal of Finance*, 25(2), 116-138.

[14] Farrell, J., y Saloner, G. (1985). Standardization, compatibility, and innovation. *The RAND Journal of Economics*, 70-83.

[15] Farrell, J., y Saloner, G. (1986). Installed base and compatibility: Innovation, product preannouncements, and predation. *The American economic review*, 940-955.

[16] Farzin, Y. H., Huisman, K. J., y Kort, P. M. (1998). Optimal timing of technology adoption. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 22(5), 779-799.

[17] Fellner, W. (1951). The influence of market structure on technological progress. *The Quarterly Journal of Economics*, 65(4), 556-577.

[18] Fudenberg, D., y Tirole, J. (1985). Preemption and rent equalization in the adoption of new technology. *The Review of Economic Studies*, 52(3), 383-401.

[19] Ghorban, S. H. (2018, November). Strategic Technology Adoption in Networked Markets. In Proceedings of the Future Technologies Conference (pp. 1158-1175). Springer, Cham.

[20] Götz, G. (1999). Monopolistic competition and the diffusion of new technology. *The RAND journal of economics*, 679-693.

[21] Grenadier, S. R., Weiss, A. M. (1997). Investment in technological innovations: An option pricing approach. *Journal of financial Economics*, 44(3), 397-416.

[22] Guan, X., y Chen, Y. J. (2016). Timing of information acquisition in a competitive environment. *Naval Research Logistics* (NRL), 63(1), 3-22.

[23] Hagspiel, V., Huisman, K. J., Kort, P. M., Lavrutich, M. N., Nunes, C., y Pimentel, R. (2020). Technology adoption in a declining market. *European Journal of Operational Research*.

[24] Hoppe, H. C. (2000). Second-mover advantages in the strategic adoption of new technology under uncertainty. *International journal of industrial organization*, 18(2), 315-338.

[25] Hoppe, H. C., y Lehmann-Grube, U. (2001). Second-mover advantages in dynamic quality competition. *Journal of Economics Management Strategy*, 10(3), 419-433.

[26] Hoppe, H. C. (2002). The timing of new technology adoption: theoretical models and empirical evidence. *The Manchester School*, 70(1), 56-76.

[27] Huisman, K. J., y Kort, P. M. (2004). Strategic technology adoption taking into account future technological improvements: A real options approach. *European Journal of Operational Research*, 159(3), 705-728.

[28] Ireland, N., y Stoneman, P. (1986). Technological diffusion, expectations and welfare. *Oxford Economic Papers*, 38(2), 283-304.

[29] Jensen, R. (1982). Adoption and Diffusion of an Innovation of Uncertain Profitability. *Journal of economic theory*, 27(1), 182-193.

[30] Jovanovic, B., y Lach, S. (1989). Entry, exit, and diffusion with learning by doing. *The American Economic Review*, 690-699.

[31] Katz, M. L., y Shapiro, C. (1986). Technology adoption in the presence of network externalities. *Journal of political economy*, 94(4), 822-841.

[32] Katz, M. L., y Shapiro, C. (1992). Product introduction with network externalities. *The journal of industrial economics*, 55-83.

[33] McCardle, K. F. (1985). Information acquisition and the adoption of new technology. *Management science*, 31(11), 1372-1389.

[34] McDonald, R., y Siegel, D. (1986). The value of waiting to invest. *The quarterly journal of economics*, 101(4), 707-727.

[35] Milliou, C., y Petrakis, E. (2011). Timing of technology adoption and product market competition. *International Journal of Industrial Organization*, 29(5), 513-523.

[36] Nelson, R. R., y Phelps, E. S. (1966). Investment in humans, technological diffusion, and economic growth. *The American economic review*, 56(1/2), 69-75.

[37] Reinganum, J. F. (1981). On the diffusion of new technology: A game theoretic approach. *The Review of Economic Studies*, 48(3), 395-405.

[38] Riordan, M. H. (1992). Regulation and preemptive technology adoption. *The RAND Journal of Economics*, 334-349.

[39] Rosenberg, N. (1976). On technological expectations. *The Economic Journal*, 86(343), 523-535.

[40] Smirnov, V., y Wait, A. (2020). Preemption with a Second-Mover Advantage (No. 2020-06).

[41] Stenbacka, R., y Tombak, M. M. (1994). Strategic timing of adoption of new technologies under uncertainty. *International Journal of Industrial Organization*, 12(3), 387-411.

[42] Stoneman, P. L. (1985). Technological diffusion: the viewpoint of economic theory (No. 2068-2018-1225).

[43] Stoneman, P., y Ireland, N. J. (1983). The role of supply factors in the diffusion of new process technology. *The Economic Journal*, 93, 66-78.

[44] Thijssen, J. J., Van Damme, E. E., Huisman, K. J., y Kort, P. M. (2001). Investment under vanishing uncertainty due to information arriving over time (Vol. 14). *Center for Economic Research*.

[45] Weiss, A. M. (1994). The effects of expectations on technology adoption: some empirical evidence. *The Journal of Industrial Economics*, 341-360.

[46] Zhu, K., y Weyant, J. P. (2003). Strategic decisions of new technology adoption under asymmetric information: a game-theoretic model. *Decision sciences*, 34(4), 643-675.

Apéndice A: Equilibrios en producción y beneficios

Decisión de producción simultánea

Cuando las firmas eligen cantidades de forma simultánea, están en un esquema de competencia a la Cournot. Esta situación se da si ambas firmas invierten en el mismo t. Si lo hacen en t_1, producirán q_1 y si lo hacen en t_2, producirán q_2. A continución se resuelve el caso para q_1 (para el otro producto es igual), comenzando por el problema de la firma A:

$$\max_{q_{A1}} \; \pi^C_{A1}(q_{A1}, q_{B1}) = [\alpha - \beta_1 \; (q_{A1} + q_{B1})] \; q_{A1}$$

$$\frac{\partial \; \pi^C_{A1}}{\partial \; q_{A1}} = \alpha - \beta_1 \; q_{B1} - 2 \; \beta_1 \; q_{A1} = 0$$

Dado que las firmas son simétricas, las cantidades óptimas para ambas firmas serán iguales.

$$q^*_{A1} = q^*_{B1} = \frac{\alpha}{3 \; \beta_1}$$

Los beneficios para ambas firmas serán:

$$\pi^C_{A1} = \pi^C_{B1} = \left[\alpha - \beta_1 \; (2 \; \frac{\alpha}{3 \; \beta_1})\right] \; \frac{\alpha}{3 \; \beta_1} = \alpha^2 \frac{1}{9\beta_1}$$

Decisión de producción secuencial

Este esquema de compentencia a la Stackelberg se alcanzará en el caso de que las firmas inviertan en distintas tecnologías. La firma líder será aquella que ingresó primera al mercado, es decir, inviertió en t_1 y producirá q_1. A continuación, se resuleve el caso considerando que la firma A es la líder. Primero se resuelve el problema de la empresa seguidora (en este caso B), que producirá q_2 por haber adoptado la tecnología θ_2. Recordemos que en esta situación los productos de cada empresa son diferenciados.

$$\max_{q_{B2}} \; \pi^{SS}_{B2}(q_{A1}, q_{B2}) = (\alpha - \beta_2 \; q_{B2} - \gamma \; q_{A1}) \; q_{B2}$$

$$\frac{\partial \; \pi^{SS}_{B2}}{\partial \; q_{B2}} = \alpha - 2\beta_2 \; q_{B2} - \gamma \; q_{A1} = 0$$

$$q_{B2} = \frac{\alpha - \gamma \; q_{A1}}{2 \; \beta_2} \tag{13}$$

La ecuación (13) le permite conocer a la firma líder las cantidades que producirá la empresa B una vez que elijan las propias cantidades. A partir de estas cantidades, el problema de la firma A es:

$$\max_{q_{A1}} \; \pi^{SL}_{A1}(q_{A1}, q_{B2}) = (\alpha - \beta_1 \; q_{A1} - \gamma \; q_{B2}) \; q_{A1}$$

$$\max_{q_{A1}} \; \pi^{SL}_{A1}(q_{A1}, q_{B2}) = \left(\alpha - \beta_1 \; q_{A1} - \gamma \; \frac{\alpha - \gamma \; q_{A1}}{2 \; \beta_2}\right) \; q_{A1}$$

$$\frac{\partial \; \pi^{SL}_{A1}}{\partial \; q_{A1}} = \alpha - 2\beta_1 \; q_{A1} - \frac{\gamma \; \alpha}{2 \; \beta_2} + \frac{\gamma^2 \; q_{A1}}{\beta_2} = 0$$

$$\alpha \left(1 - \frac{\gamma}{2 \; \beta_2}\right) = q_{A1} \left(2 \; \beta_1 - \frac{\gamma^2}{\beta_2}\right)$$

$$q^*_{A1} = \alpha \left(\frac{2\ \beta_2 - \gamma}{4\ \beta_1\ \beta_2 - 2\ \gamma^2} \right)$$

Reemplazamos estas cantidades en la ecuación (13) y obtenemos las cantidades óptimas para la firma B.

$$q_{B2} = \frac{\alpha}{2\ \beta_2} - \frac{\gamma}{2\ \beta_2}\alpha \left(\frac{2\ \beta_2 - \gamma}{4\ \beta_1\ \beta_2 - 2\ \gamma^2} \right) = \frac{\alpha}{2\ \beta_2} \left(1 - \frac{2\ \beta_2\gamma - \gamma^2}{4\ \beta_1\ \beta_2 - 2\ \gamma^2} \right)$$

$$q^*_{B2} = \frac{\alpha}{2\ \beta_2} \left(\frac{4\ \beta_1\beta_2 - 2\ \gamma^2 - 2\ \beta_2\gamma + \gamma^2}{2(2\ \beta_1\beta_2 - \gamma^2)} \right) = \frac{\alpha(4\ \beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\ \beta_2\gamma)}{4\ \beta_2(2\ \beta_1\beta_2 - \gamma^2)}$$

Los beneficios para la firma líder serán:

$$\pi^{SL}_{A1} = (\alpha - \beta_1\ q^*_{A1} - \gamma\ q^*_{B2})\, q^*_{A1}$$

$$\pi^{SL}_{A1} = \left[\alpha - \beta_1\ \alpha \left(\frac{2\ \beta_2 - \gamma}{4\ \beta_1\ \beta_2 - 2\ \gamma^2} \right) - \gamma\ \alpha \left(\frac{4\ \beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\ \beta_2\gamma}{4\ \beta_2(2\ \beta_1\beta_2 - \gamma^2)} \right) \right] \left[\alpha \left(\frac{2\ \beta_2 - \gamma}{4\ \beta_1\ \beta_2 - 2\ \gamma^2} \right) \right]$$

$$\pi^{SL}_{A1} = \frac{\alpha^2(2\ \beta_2 - \gamma)^2}{8\ \beta_2\ (2\ \beta_1\beta_2 - \gamma^2)}$$

Los beneficios para la firma seguidora serán:

$$\pi^{SS}_{B2} = (\alpha - \beta_2\ q^*_{B2} - \gamma\ q^*_{A1})\, q^*_{B2}$$

$$\pi^{SL}_{A1} = \left[\alpha - \beta_2\ \alpha \left(\frac{4\ \beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\ \beta_2\gamma}{4\ \beta_2(2\ \beta_1\beta_2 - \gamma^2)} \right) - \gamma\ \alpha \left(\frac{2\ \beta_2 - \gamma}{4\ \beta_1\ \beta_2 - 2\ \gamma^2} \right) \right] \left[\alpha \left(\frac{4\ \beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\ \beta_2\gamma}{4\ \beta_2(2\ \beta_1\beta_2 - \gamma^2)} \right) \right]$$

$$\pi^{SL}_{A1} = \frac{\alpha^2(4\ \beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\ \beta_2\gamma)^2}{16\ \beta_2(2\ \beta_1\beta_2 - \gamma^2)^2}$$

Producción y beneficios de monopolio

La firma que invierta primero recibirá por un período (o dos como máximo en el caso con incertidumbre) los beneficios monopólicos hasta que invierta la otra empresa. Supongamos que la firma A invierte en t_1 y B lo hace en t_2, para ese primer período el problema de la firma A será:

$$\max_{q_{A1}}\ \pi^M_{A1}(q_{A1}) = (\alpha - \beta_1\ q_{A1})\ q_{A1}$$

$$\frac{\partial\ \pi^M_{A1}}{\partial\ q_{A1}} = \alpha - 2\ \beta_1\ q_{A1} = 0$$

$$q^*_{A1} = \frac{\alpha}{2\ \beta_1}$$

En este caso los beneficios monopólicos serán:

$$\pi^M_{A1} = \left(\alpha - \beta_1\ \frac{\alpha}{2\ \beta_1} \right) \frac{\alpha}{2\ \beta_1} = \frac{\alpha^2}{4\ \beta_1}$$

Apéndice B: Comparación de pagos (caso firma A)

Caso base

V^1_A vs. V^2_A

Para que la firma A decida invertir si B invierte se tiene que cumplir que:

$$V^1_A - V^2_A = \left(\frac{1+r}{r9\beta_1}\alpha^2 - I \right) - \left(\frac{1}{r} \frac{(4\beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\beta_2\gamma)^2}{16\beta_2(2\beta_1\beta_2 - \gamma^2)^2}\alpha^2 - I \right) > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1+r}{9\,\beta_1} > \frac{(4\beta_1\beta_2-\gamma^2-2\beta_2\gamma)^2}{16\beta_2(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)^2} \Leftrightarrow \frac{16}{9} > \frac{1}{1+r}\,\frac{\beta_1}{\beta_2}\,\frac{(4\beta_1\beta_2-\gamma^2-2\beta_2\gamma)^2}{(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 > \frac{3}{4}\frac{1}{\sqrt{1+r}}\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}\,\frac{4\beta_1\beta_2-\gamma^2-2\beta_2\gamma}{2\beta_1\beta_2-\gamma^2} \equiv f(\beta_1,\beta_2,\gamma,r)$$

Adicionalmente se demuestra que el efecto de heterogenedidad de productos en este caso es a favor de diferir la inversión.

$$\frac{2\beta_1\beta_2-\gamma^2}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2-2\beta_2\gamma} < 1 \Rightarrow a\ favor\ de\ diferir$$

$$2\beta_1\beta_2-\gamma^2 < 4\beta_1\beta_2-\gamma^2-2\beta_2\gamma$$

$$2\beta_2\gamma < 2\beta_1\beta_2 \Rightarrow \gamma < \beta_1$$

$$Si\ \gamma < \beta_1 => \frac{(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)^2}{(4\beta_1\beta_2-\gamma^2-2\beta_2\gamma)^2} < 1 \Rightarrow a\ favor\ de\ diferir$$

V_A^3 vs. V_A^4

Para que la firma A decida invertir si B difiere se tiene que cumplir que:

$$V_A^3 - V_A^4 = \left(\frac{\alpha^2}{4\beta_1} + \frac{1}{r}\frac{(2\beta_2-\gamma)^2}{8\beta_2(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)}\alpha^2 - I\right) - \left(\frac{1}{r9\beta_2}\alpha^2 - I\right) > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4\beta_1} > \frac{1}{r9\beta_2} - \frac{1}{r}\frac{(2\beta_2-\gamma)^2}{8\beta_2(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)} \Leftrightarrow 1 > 4\frac{1}{r}\frac{\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{8}\frac{(2\beta_2-\gamma)^2}{2\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right) \equiv g(\beta_1,\beta_2,\gamma,r)$$

Adicionalmente se demuestra que el efecto de heterogenedidad de productos en este caso es a favor de diferir la inversión, por ejemplo si $\gamma = \beta_2$.

$$1 - \frac{(2\beta_2-\gamma)^2}{2\beta_1\beta_2-\gamma^2} > 0 \Rightarrow a\ favor\ de\ diferir$$

$$\frac{(2\beta_2-\gamma)^2}{2\beta_1\beta_2-\gamma^2} = \frac{\beta_2^2}{\beta_2(2\beta_1-\beta_2)} < 1$$

$$2\beta_2 < 2\beta_1$$

$$\beta_2 < \beta_1$$

Caso contrario, existe un $\underline{\beta_2}$ tal que la condición se cumple para $\beta_1 > \underline{\beta_2}$, es decir, que β_1 tiene que ser lo suficientemente grande para que se cumpla que el efecto de heterogeneidad de productos sea a favor de diferir.

$$1 - \frac{(2\beta_2-\gamma)^2}{2\beta_1\beta_2-\gamma^2} > 0 \Rightarrow a\ favor\ de\ diferir$$

$$\frac{(2\beta_2-\gamma)^2}{2\beta_1\beta_2-\gamma^2} < 1$$

$$(2\beta_2-\gamma)^2 < 2\beta_1\beta_2-\gamma^2$$

$$\underline{\beta_2} \equiv \frac{(2\beta_2-\gamma)^2+\gamma^2}{2\beta_2} < \beta_1$$

Por su parte, $\beta_2 \le \underline{\beta_2}$

$$\beta_2 \le \underline{\beta_2} = \frac{(2\beta_2-\gamma)^2+\gamma^2}{2\beta_2} < \beta_1$$

$$2\beta_2^2 \le 4\beta_2^2 - 4\gamma\beta_2 + 2\gamma^2$$

$$0 \le \beta_2^2 - 2\gamma\beta_2 + \gamma^2$$

$$0 \le (\beta_2-\gamma)^2$$

Caso con incertidumbre

V_A^{1I} **vs.** V_A^{2I}

$$V_A^{1I} - V_A^{2I} = \left(\pi_{A1}^C \frac{1+r}{r} - I\right) - \left(\frac{1}{r}\pi_{A2}^{SS}\left(z + \frac{1-z}{1+r}\right) - I\right) > 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{r}\left[\pi_{A1}^C - \frac{\pi_{A2}^{SS}}{1+r}\left(z + \frac{1-z}{1+r}\right)\right] > 0 \Leftrightarrow \pi_{A1}^C - \frac{\pi_{A2}^{SS}}{1+r}\left(\frac{1+zr}{1+r}\right) > 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{\alpha^2}{9\,\beta_1} - \frac{1+zr}{(1+r)^2}\frac{\alpha^2(4\,\beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\,\beta_2\gamma)^2}{16\,\beta_2(2\,\beta_1\beta_2 - \gamma^2)^2} > 0 \Leftrightarrow \frac{16}{9}\frac{\beta_2}{\beta_1} > \frac{1+zr}{(1+r)^2}\frac{(4\,\beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\,\beta_2\gamma)^2}{(2\,\beta_1\beta_2 - \gamma^2)^2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}\frac{1+r}{\sqrt{1+zr}}\sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}}\ \frac{2\beta_1\beta_2 - \gamma^2}{4\beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\beta_2\gamma} > 1$$

V_A^{3I} **vs.** V_A^{4I}

$$V_A^{3I} - V_A^{4I} = \left[\pi_{A1}^M\left(1 + \frac{1-z}{1+r}\right) + \pi_{A1}^{SL}\frac{1}{r}\left(z + \frac{1-z}{1+r}\right) - I\right] - \left[\pi_{A2}^C\frac{1}{r}\left(z + \frac{1-z}{1+r}\right) - I\right] > 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \pi_{A1}^M\left(1 + \frac{1-z}{1+r}\right) + \frac{\pi_{A1}^{SL} - \pi_{A2}^C}{r}\left(z + \frac{1-z}{1+r}\right) > 0 \Leftrightarrow \pi_{A1}^M\left(\frac{2+r-z}{1+r}\right) > \frac{\pi_{A1}^{SL} - \pi_{A2}^C}{r}\left(\frac{1+zr}{1+r}\right) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{4\beta_1}(2+r-z) > \left[\frac{1}{9\beta_2} - \frac{(2\beta_2 - \gamma)^2}{8\beta_2(2\beta_1\beta_2 - \gamma^2)}\right]\left(\frac{1+zr}{r}\right)$$

Apéndice C: Identificación de equilibrios

Las condiciones que deben cumplirse para que la firma A invierta son:

$$V_A^1 - V_A^2 > 0 \Leftrightarrow 1 > f(\beta_1, \beta_2, \gamma, r) \tag{14}$$

$$V_A^3 - V_A^4 > 0 \Leftrightarrow 1 > g(\beta_1, \beta_2, \gamma, r) \tag{15}$$

Si se cumplen ambas, *Invertir* es una estrategia dominante. Caso contrario, si las dos no se cumplen, *Diferir* es la estrategia dominante para las dos empresas.

Al analizar estas condiciones es posible ver si alguna de las dos condiciones es más estricta que la otra para determinados valores de parámetros. A continuación, se demuestra que existe un r^* para el cuál $f(\beta_1, \beta_2, \gamma, r) = g(\beta_1, \beta_2, \gamma, r)$, y, por lo tanto, para $r < r^*$ la condición (15) es más estricta que la (14) y caso contrario para valores de $r > r^*$.

Para esto, consideremos la siguiente función:

$$k(\beta_1, \beta_2, \gamma, r) = g(\beta_1, \beta_2, \gamma, r) - f(\beta_1, \beta_2, \gamma, r)$$

$$k(\beta_1, \beta_2, \gamma, r) = 4\ \frac{1}{r}\frac{\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{8}\frac{(2\beta_2 - \gamma)^2}{2\beta_1\beta_2 - \gamma^2}\right) - \frac{3}{4}\ \frac{1}{\sqrt{1+r}}\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}\left(\frac{4\beta_1\beta_2 - \gamma^2 - 2\beta_2\gamma}{2\beta_1\beta_2 - \gamma^2}\right)$$

Haciendo uso del teorema de Bolzano para la variable r, siendo $k(r)$ una función continua en un intervalo $[0,\ 3]$ si $[k(r=0)k(r=3)] < 0$, existe un $r^* \in [0,\ 3]$ tal que $k(r^*) = 0$.

Para $r \to 0$, $g(r) \to \infty$ y $f(r) \to$ *constante*. Por lo tanto, $k(r) > 0$ para todo $\beta_1, \beta_2, \gamma > 0$.

A continuación, se demuestra que $k(3) < 0$.

$$k(r=1) = \frac{4}{3}\,\frac{\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{8}\frac{(2\beta_2-\gamma)^2}{2\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right) - \frac{3}{4}\,\frac{1}{\sqrt{4}}\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}\left(\frac{4\beta_1\beta_2-\gamma^2-2\beta_2\gamma}{2\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right) < 0$$

$$\frac{4}{3}\,\frac{\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{16\,\beta_1\beta_2 - 36\,\beta_2^2 + 36\,\beta_2\gamma + \gamma^2}{72\,(2\,\beta_1\beta_2 - \gamma^2)}\right) < \frac{3}{4}\,\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}\left(\frac{4\beta_1\beta_2-\gamma^2-2\beta_2\gamma}{2\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right)$$

$$\left(\frac{16\,\beta_1\beta_2 - 36\,\beta_2^2 + 36\,\beta_2\gamma + \gamma^2}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2-2\beta_2\gamma}\right) < \frac{9}{16}\,36\,\sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}}$$

$$\frac{\beta_1^2}{\beta_1^2}\left(\frac{16\,\beta_1\beta_2 - 36\,\beta_2^2 + 36\,\beta_2\gamma + \gamma^2}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2-2\beta_2\gamma}\right) < \frac{81}{4}\,\sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} \tag{16}$$

Sea $\sigma = \frac{\beta_2}{\beta_1}$ y $\omega = \frac{\gamma}{\beta_1}$, la ecuación (18) puede reescribirse a partir de estos parámetros:

$$\left(\frac{16\,\sigma - 36\,\sigma^2 + 36\,\sigma\omega + \omega^2}{4\sigma - \omega^2 - 2\sigma\omega}\right) - \frac{81}{4}\,\sqrt{\sigma} < 0$$

Mediante un *solver* se evaluaron distintos valores posibles de σ y ω tal que $\sigma \geq \omega$ ya que $\beta_2 \geq \gamma$. Para distintos valores de parámetros, $k(r=3) < 0$ (exceptuando el caso si $\sigma = \omega \approx$ 0,04185, valor que se considera poco probable por la relación entre los parámetros).

Esto implica que existe un r^* donde las condiciones para invertir son iguales. Por lo tanto, las decisiones de las empresas pueden variar conforme al valor de r y de esa forma quedan definidas 4 posibles situaciones de equilibrios.

En primer lugar, para el caso donde $r < r^*$ si se cumple la condición (17) se cumple también la (16) y por lo tanto, el equilibrio de este juego será el de (*Invertir*, *Invertir*). En segundo lugar, caso contrario, si la condición (16) no se cumple tampoco lo hará la (17) y por lo tanto, el equilibrio de este juego será el de (*Diferir*, *Diferir*). Este mismo análisis se replica para valores de $r > r^*$, solo que cambia la condición más estricta que debe cumplir para alcanzar cada equilibrio.

Sin embargo, para cada valor de r es posible que se den valores de parámetros que hagan que una de las condiciones se cumpla pero la otra no. En tercer lugar, si $r < r^*$ y la condición (16) se cumple pero la (17) no, es decir, $4\,g(\beta_1,\beta_2,\gamma,r) > 1 > \frac{3}{4}\,f(\beta_1,\beta_2,\gamma,r)$. En este caso, se darán los siguientes equilibrios de Nash: (*Invertir*, *Invertir*) o (*Diferir*, *Diferir*).Por último, la cuarta situación posible se da para valores de $r > r*$ y en caso de que se cumpla la condición (17) pero no la (16), es decir, si $4\,g(\beta_1,\beta_2,\gamma,r) < 1 < \frac{3}{4}\,f(\beta_1,\beta_2,\gamma,r)$. En este caso, se darán los siguientes equilibrios de Nash: (*Invertir*, *Diferir*) o (*Diferir*, *Invertir*).