Universidad de San Andrés

Escuela de Administración y Negocios

Magister en Finanzas

Estimación de la estructura a término de tasas de interés en Argentina mediante el modelo de Nelson y Siegel dinámico con factores macroeconómicos

Autor: Karem Meier

DNI: 34.247.360

Director del Trabajo Final de Graduación: Marcelo Zincenko

Buenos Aires, Octubre 2019

Resumen

La base de este trabajo es construir una estructura a término de tasas de interés para Argentina en moneda local. Los métodos utilizados hasta el momento se basan en moneda extranjera y activos financieros que implican, para su uso, una serie de restricciones y supuestos que atentan contra una correcta estimación. Para poder construir esta estructura se utilizará el modelo de Nelson y Siegel dinámico en donde se asumirá en una primera instancia que los parámetros del modelo siguen un modelo autorregresivo y luego se incorporarán factores macroeconómicos para explicar el movimiento de los parámetros a través del tiempo. Se compararán ambas estimaciones dentro de una muestra para obtener la que mejor predice la proyección de la estructura a término argentina.

Índice general

Capítulo 1

Introducción

Disponer del valor futuro de las tasas de interés a diversos plazos es fundamental para la valuación de activos, carteras o proyectos de inversión. La relación entre esta tasa de interés y las fechas futuras en el tiempo es conocido como estructura temporal de tasas de interés. La estimación de la estructura temporal de tasas de interés proporciona información macroeconómica y de riesgo financiero crucial y de gran utilidad, siendo necesaria, por ejemplo, para el cálculo del llamado "value at risk" de las carteras de renta fija. No obstante su importancia, la construcción de la curva de rendimientos no se encuentra exenta de grandes y costosas complicaciones, debido a que se construye utilizando una serie de precios o tasas de instrumentos financieros discontinuos en el tiempo que, por lo general, están lejos de ser una curva suave. Es así que aquello a lo que se denomina curva es, en honor a la verdad, una nube de puntos que relaciona plazos por un lado, con tasas de interés por el otro. Al intentar graficar esta curva obtendremos, en realidad, una clara figura discontinua. Sin embargo los contratos a futuro, así como las transacciones económicas, no se realizan de forma estandarizada. Es poco probable que una empresa o agente necesite o esté dispuesto a prestar capital a plazos equivalentes a los del gobierno nacional, por lo que se requieren instrumentos matemáticos para estimar curvas suaves que proyecten las tasas de interés en diferentes momentos del tiempo, brindando información crucial para la planificación y la toma de decisiones del sector privado.

Aunque los bonos gubernamentales de cada país pueden proporcionar precios de referencia, existen otros campos en los que es necesario disponer de métodos matemáticos precisos que ajusten a través de una curva las tasas de interés con relación al tiempo. Gran parte de los bancos centrales del mundo utiliza el modelo de Nelson y Siegel (1987) [7] para estimar sus estructuras de tasas de interés. Nelson y Siegel fueron los primeros autores que buscaron representar la estructura de tasas de interés con un conjunto reducido de parámetros. El método ajusta una función exponencial que genera curvas parsimoniosas, con montes o valles, y con forma de S. El modelo de Nelson y Siegel es un modelo estático y sirve para ajustar la estructura a plazo de tasas de interés sólo para un instante de tiempo dado, estableciendo así un modelo que se compone de 3 factores: nivel, pendiente y curvatura. Partiendo de este modelo de Nelson y Siegel es que Diebold y Li (2006) [3] proporcionan una versión dinámica del mismo. Sin embargo, el modelo fue originalmente propuesto como una herramienta de ajuste de curva, obtenido desde un marco teórico que no contempla el arbitraje. Luego Christensen (2009) [2] demuestra que el modelo dinámico efectivamente cumple la hipótesis de no arbitraje, proporcionándole el soporte teórico que le faltaba. Diebold y Li proponen un modelo autorregresivo para los factores latentes, nivel pendiente y curvatura. Diebold, Rudebusch y Aruoba [4] proponen otra versión en donde incorporan factores económicos en el modelo autorregresivo de los parámetros.

En este trabajo nos abocaremos a construir la estructura a término de tasas de interés de Argentina. Debido a la gran inestabilidad macroeconómica y las altas tasas de inflación, lo usual es proyectar los flujos de fondos en dólares y descontarlos con la estructura a término construida con bonos soberanos en dólares. Esto implica una cantidad importante de supuestos y elementos que tomamos como dados. Sin embargo, consideramos que en la actualidad tenemos los elementos necesarios para poder construir las curvas de rendimiento en pesos argentinos, obteniendo así información más pertinente y precisa. En la escasa bibliografía existente sobre la aplicación a Argentina podemos mencionar el trabajo de González-Pérez titulado "Simulación de la estructura temporal de tasas de interés: una aplicación al cálculo de riesgo de tasas de interés"donde se centran en la primera parte de la curva utilizando las tasas Badlar y futuros sobre esta tasa" [6] aplicando Nelson y Siegel estático. Una extensión es presentada por Casparri, Cosentino y García quienes construyen la estructura a término utilizando el modelo de Nelson, Siegel y Svensson [1]. En el trabajo de Uriburu [9] utilizan Nelson y Siegel dinámico pero construyen la estructura a término utilizando solo Letras emitidas por el Tesoro de la República Argentina.

Construiremos la estructura a término en pesos basándonos en el modelo de Diebold Li y luego construiremos el modelo propuesto por Rudebusch y Aruoba donde incorporaremos 3 factores: el riesgo país, la tasa de pases como tasa de referencia y la inflación. Agregaremos restricciones adicionales a estos modelos para adecuarlos a la economía de un país emergente como Argentina. Originalmente desarrollado para curvas normales, es decir, con pendiente positiva, los modelos de Nelson y Siegel dinámicos requieren ciertas restricciones para poder lograr un mejor ajuste de la curva en estudio y una mejor proyección de la misma, puesto que, entre otras cosas, la curva cupón cero Argentina es una curva invertida (es decir, el rendimiento a corto plazo es mayor que el rendimiento a largo plazo). Finalmente, compararemos los resultados obtenidos en el caso del modelo de Nelson y Siegel dinámico puro y con factores macroeconómicos y analizaremos cuál de ellos genera una mejor proyección de la estructura a término en Argentina.

Capítulo 2

Renta Fija y Valoración de Bonos

En este capítulo introduciremos los activos de renta fija, concentrándonos en particular en los bonos. Luego de haber explicado algunas generalidades relativas a los bonos, se analizará la valoración de los mismos en función del valor presente de los futuros flujos de dinero.

2.1. Definición de activos de Renta Fija

Considerando la definición propuesta por Petitt, Pinto y Pirie (2015)[8] los activos de renta fija, usualmente denominados títulos de deuda o bonos, son instrumentos financieros que permiten a gobiernos, corporaciones u otros emisores obtener recursos monetarios de los inversores en el mercado.

En general, los activos de renta fija representan una obligación contractual y legal del emisor a los tenedores, quienes perciben los derechos de reclamar sobre los ingresos y activos del emisor. Al pedir dinero prestado a los inversionistas, el emisor debe los pagos de la tasa de interés sobre la suma prestada así como los reembolsos de los préstamos al vencimiento a los tenedores de los bonos.

En las siguientes secciones describiremos brevemente las generalidades sobre los títulos de deuda.

2.2. Bonos

Un bono es una forma de préstamo, generalmente a largo plazo, donde el tenedor de bonos tiene derecho a un pago en efectivo regular en forma de pago de intereses por parte del emisor. El emisor de bonos se compromete a pagar la cantidad prestada al vencimiento de la obligación de deuda. Los elementos presentes en los bonos son: el emisor, el vencimiento o madurez del bono, la tasa cupón y el precio del bono. A continuación describiremos brevemente cada componente.

2.2.1. Emisor

El emisor de un bono, también llamado prestatario, representa a la entidad que recauda dinero en el mercado y se compromete a pagar cantidades específicas de dinero en fechas futuras previamente acordadas. Los bonos difieren mucho en la naturaleza del emisor, no sólo las corporaciones sino también las instituciones públicas pueden emitir deuda. El tipo de emisor afecta otras características y propiedades de los títulos de deuda. La naturaleza del prestatario y su solvencia crediticia pueden determinar el rendimiento o la denominación de los valores de renta fija. De hecho generalmente se asume que los bonos soberanos en moneda local son más seguros que los bonos privados o corporativos debido al riesgo mucho más bajo de incumplimiento del emisor. La solvencia crediticia de los emisores y la seguridad de la renta fija se puede juzgar a partir de las calificaciones publicadas por agencias calificadoras internacionales como Moody's o Standard & Poor's.

2.2.2. Vencimiento

El vencimiento o madurez de un bono refiere al punto específico en el tiempo en el cual el emisor devuelve el valor nominal prestado y la deuda finaliza. En consecuencia el tiempo al vencimiento indica el número de años restantes antes de que el préstamo sea repagado.

2.2.3. Cupón, Tasa Cupón y Principal

El valor principal corresponde al monto que el emisor debe a los tenedores de bonos al vencimiento del mismo.

El pago de cupón o simplemente el cupón representa el pago de intereses durante la vigencia del activo. El cupón se determina multiplicando la llamada tasa cupón, previamente acordada, y el valor principal del bono. Al vencimiento el tenedor del bono recibe el principal y el último pago de cupón. La frecuencia de pago de cupones está previamente establecida en el contrato.

Existen también productos llamados bonos cupón cero, es decir, no pagan ningún cupón. Se emiten al descuento, es decir, se venden por un precio inferior al de su valor nominal.

2.2.4. Precio del bono

Los bonos son valorados diariamente en el mercado de capitales siguiendo la dinámica de la oferta y demanda. Los bonos pueden ser comercializados a la par, a descuento o a premio, siendo los títulos comercializados a la par aquellos donde el precio actual coincide con el valor nominal, en tanto a descuento son aquellos donde el precio está por debajo de su valor nominal y a premio cuando el precio es mayor al valor nominal.

2.3. Valuación de Bonos

Como regla general en finanzas, el valor de cualquier activo financiero es igual al valor presente de los flujos de dinero futuros esperados. Como es sugerido por Fabbozzi (2007) [5] se puede valorar un bono siguiendo tres pasos:

- Estimación de los flujos futuros de fondos.
- Determinación de una apropiada tasa de interés que se utilizará para descontar los flujos de fondos.
- Cálculo del valor presente de los flujos de fondos estimados en el primer ítem aplicando la tasa de descuento establecida en el segundo ítem.

2.3.1. Estimación de los flujos de fondos

Nos centraremos sólo en el estudio de los bonos libres de opciones. Para determinar el flujo de fondos necesitamos información sobre el vencimiento, la tasa cupón, el valor nominal y la frecuencia de pago de cupones. Los cupones son calculados de la siguiente manera

$$C_t = c\,F \tag{2.1}$$

donde c es la tasa cupón y F su valor nominal.

El bono paga periódicamente el cupón C_t y al vencimiento paga el nominal más el último cupón como se muestra en la siguiente tabla

Períodos	1	2	3	4	...	T
Flujo de fondos	C_1	C_2	C_3	C_4	...	$C_T + F$

Usualmente la frecuencia de pago de cupones es semestral pero puede ser trimestral.

2.3.2. Determinación de la tasa de interés

La tasa de descuento utlizada para valorar los bonos también se conoce como costo de oportunidad del capital o rendimiento y corresponde a la tasa de interés que los inversionistas requieren para invertir en valores de renta fija. La tasa de descuento, en consecuencia, es igual al rendimiento ofrecido por valores comparables en el mercado, en nuestro caso, por bonos sin opciones a tasa fija con el mismo vencimiento y la misma calidad crediticia. En la práctica se adoptan dos metodologías diferentes. Por un lado, se puede considerar una tasa de descuento única para descontar todos los flujos de efectivo. Sin embargo, podría no ser correcto usar la misma tasa de interés para descontar todos los flujos de efectivo. Por otro lado, el enfoque libre de arbitraje es el que mejor se adapta al escenario argentino, sugiriendo descontar cada flujo de efectivo a una tasa de interés específica que refleje los riesgos asociados con el período de tiempo en el que se pagará la cantidad correspondiente.

Siguiendo el enfoque libre de arbitraje, la elección de la tasa de descuento adecuada se basa en la idea de que, dado que cualquier título a tasa fija se puede ver como un conjunto de flujos de efectivo separados y únicos, los bonos no son más que paquetes de instrumentos cero cupón, donde la tasa de interés está implícita en la diferencia entre el valor nominal al vencimiento y el precio de mercado. Por lo tanto, cada cuota de pago puede considerarse como el vencimiento de un solo valor de cupón cero.

Las tasas de interés en instrumentos cupón cero libres de riesgo representan las tasas de referencia utilizadas para el descuento.

2.3.3. Cálculo del precio del bono

Una vez que se han identificado las tasas de descuento apropiadas, el valor de un título de renta fija se extrapola al calcular el valor presente de todos los flujos de efectivo relacionados con los bonos hasta el vencimiento. Matemáticamente, esto significa:

$$P = \frac{C}{(1+r_1)} + \frac{C}{(1+r_2)^2} + ... + \frac{C+F}{(1+r_T)^T} = \sum_{t=1}^{T} \frac{C}{(1+r_t)^t} + \frac{F}{(1+r_T)^T} \tag{2.2}$$

Notar que hemos eliminado el subíndice t de C_t ya que nos concentramos sólo en instrumentos de tasa fija, por lo que el interés es el mismo a lo largo del tiempo.

2.4. Retornos en instrumentos de Renta Fija

Los precios y los cupones no son los únicos elementos en los que los inversores están interesados.

Los inversores de renta fija se centran en el rendimiento ofrecido por los bonos en el mercado. Por consiguiente debemos definir algunas medidas para determinar y evaluar el desempeño financiero de los títulos de deuda.

Las medidas más útilizadas para el desempeño de un bono son las siguientes:

- Tasa Interna de Retorno (TIR), conocida también como Yield to Maturity (YTM), esta medida informa a los inversores qué rendimiento promedio obtendrían si compraran el bono y lo mantuvieran hasta el vencimiento. La TIR es la tasa de interés que hace que el precio del bono sea igual al valor presente de todos los flujos de efectivo relacionados al bono.

- Rendimiento Actual, más conocido como Current Yield, expresa el rendimiento inmediato y actual del bono. Se calcula dividiendo el cupón por el precio del bono.

2.5. Duration y convexidad de un bono

El precio de los activos de renta fija cambia tan pronto como los rendimientos ofrecidos en el mercado se modifican. Sin embargo, varios bonos podrían reaccionar de manera diferente al mismo cambio de tasas de interés, dependiendo de la sensibilidad específica que posea cada activo. La duration y la convexidad son ambas medidas relativas de riesgo de exposicón a cambios impredecibles en el rendimiento de los bonos.

2.5.1. Duration

Esta medida se refiere a la sensibilidad del precio del bono a los cambios absolutos en los rendimientos. Este valor se puede derivar matemáticamente de la derivada de primer orden del valor del bono respecto de la tasa de interés.

Macaulay Duration

La llamada Macaulay Duration, derivada por Frederick Macaulay en 1938, se define de la siguiente manera:

$$D_{Mac} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t}}{P_0} \tag{2.3}$$

donde P_0 es el precio inicial del bono.

Esta medida expresa específicamente el número de períodos que el inversor debe esperar en promedio para recibir todos los flujos de fondo relacionados al bono.

Modified Duration

Esta medida se deriva de la anterior ya que es igual a la Macaulay Duration dividida por la tasa de interés, esto es:

$$D_{Mod} = \frac{1}{1+r} D_{Mac} = \frac{1}{1+r} \frac{\sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t}}{P_0} \tag{2.4}$$

La D_{Mod} mide el porcentaje de cambio del precio del bono como resultado de un cambio en un 1 % en la tasa del bono.

2.5.2. Convexidad

El problema relacionado con la duration de un bono es que sólo proporciona una aproximación lineal de la evolución del precio del bono y la relación entre el precio y el rendimiento de un bono no es lineal. La aproximación lineal se comporta mal cuando los cambios en las tasas de interés aumentan en magnitud, sobreestimando la disminución de P cuando el rendimiento cae y subestimando el aumento de valor del bono a medida que r disminuye.

Para corregir estos errores de estimación es necesario considerar la forma no lineal de la relación precio-rendimiento, usualmente llamada convexidad.

La convexidad K de un bono es expresada mediante la derivada de segundo orden de P en función de r, dividida el valor inicial del bono, es decir:

$$K = \frac{\partial^2 P}{\partial^2 r}\frac{1}{P_0} = \frac{1}{P_0(1+r)^2}\sum_{t=1}^{T}\frac{t(t+1)C_t}{(1+r)^t} \tag{2.5}$$

Tomando K en consideración la Duration puede ser ajustada adoptando la aproximación de Taylor de segundo orden de la siguiente forma:

$$\frac{\Delta P}{P_0} = -D_{Mod}\Delta r + \frac{1}{2}K(\Delta r)^2 \tag{2.6}$$

En este capítulo hemos analizado las principales características de los bonos. Ahora es el momento de introducir el tema relevante de la estructura temporal de las tasas de interés al profundizar aún más la relación entre rendimiento y vencimiento.

Capítulo 3

Estructura a Término de Tasas de Interés

Como hemos señalado en el capítulo anterior las tasas de interés y los rendimientos no son constantes a lo largo del tiempo. La relación entre el rendimiento y el plazo hasta el vencimiento de los activos de renta fija se describe mediante la estructura temporal de tasas de interés a través de la llamada curva de rendimiento.

En este capítulo proporcionaremos una visión teórica general sobre las curvas de rendimiento detallando primero sus generalidades y luego avanzando para analizar tipos especiales de estructuras de tasas de interés.

3.1. Curvas de rendimientos

Las curvas de rendimiento generalmente se definen como la representación gráfica de la relación entre el rendimiento de bonos de la misma calidad crediticia pero con diferentes vencimientos. En consecuencia, las curvas de rendimientos deben construirse sobre la base de bonos que tengan las mismas propiedades, exceptuando el tiempo al vencimiento, es decir, que no sólo ofrezcan la misma calidad crediticia, sino también la misma periodicidad de pagos de cupones y estado fiscal; además deben estar denominados en la misma moneda.

Las curvas de rendimiento pueden construirse para cualquier activo de renta fija, sin embargo los inversores usualmente prestan más atención a las estructuras a plazo y precios de los bonos soberanos más que otros instrumentos de renta fija. Se pueden identificar tres razones principales para esta tendencia, en primer lugar los rendimientos de los bonos soberanos sirven como tasas de referencia en el mercado para la valoración de cualquier otro activo. En segundo lugar, estos bonos están a priori libres de riesgo de crédito y en consecuencia, no afectados por las primas de riesgo; el rendimiento de los bonos soberanos representa la tasa mínima aceptada por los inversores en el mercado. Finalmente, ya que es el más activo de todos los mercados de renta fija, los bonos soberanos ofrecen menor riesgo de liquidez.

Formas de la curvas de rendimiento

Las curvas de rendimiento pueden presentar formas diversas, tener pendiente positiva o negativa, ser jorobadas o simplemente planas, dependiendo de la relación existente entre las tasas de corto y largo plazo.

- Curvas de rendimiento con pendiente positiva: Usualmente llamadas curvas normales de rendimientos, ya que es la relación más común entre las tasas de corto plazo y las de largo, en el que los inversores que poseen títulos con vencimientos más largos son recompensados con un mayor rendimiento, fenómeno que generalmente se denomina prima temporal.
- Curvas de rendimiento con pendiente negativa: También es conocida como curva de rendimiento invertida. Este caso es el que observaremos en el mercado argentino.
- Curvas de rendimiento planas: Describe la situación donde las tasas de interés son constantes a lo largo del tiempo.
- Curvas de rendimiento jorobadas: Este tipo de curvas se da cuando las tasas de interés son crecientes hasta un determinado tiempo y luego son decrecientes.

3.2. Curva Spot

Las tasas spot las definimos como las tasas de rendimiento ofrecidas por los bonos cupón cero. Más especificamente las tasas spot de bonos soberanos usualmente representan tasas de referencia en el mercado. Sin embargo los bonos cupón cero no son los activos de renta fija más comunes, es por esto que debemos descomponer los bonos con cupones en bonos cupón cero.

El proceso llamado Bootstrapping permite obtener los rendimientos de los instrumentos con cupón cero a partir del precio y los rendimientos ofrecidos en otros títulos líquidos emitidos, en la mayoría de los casos, por el gobierno. Sin embargo aún es necesario identificar los valores apropiados a partir de los cuales extrapolar la tasa spot. Fabozzi (2007)[5] propone utilizar todos los títulos de deuda existentes y no los de la última emisión con el fin de tener más información a la hora de construir la curva.

3.3. Curva Forward

Las tasas forward se definen comúnmente como las tasas de interés a lo largo de un período de tiempo que comienza en el futuro y se liquidan hoy, en otras palabras, se corresponden con las tasas vigentes hoy en el mercado durante un intervalo de tiempo determinado que comienza en el futuro. Las tasas a plazo se extrapolan de las tasas spot de los bonos, es por esto que usualmente también son llamadas tasas forward implícitas.

3.4. Relación entre rendimientos, tasas Spot y tasas Forward

Definimos en el capítulo anterior la TIR (YTM) como la tasa de interés que hace que el valor presente de todos los flujos de efectivo relacionados con los bonos sea igual al precio de la deuda subyacente. Por esta razón decimos que la TIR es el rendimiento promedio que los inversores deberían lograr si mantienen el bono hasta el vencimiento. Sin embargo, todos los flujos de efectivo relacionados con los bonos se asume que son reinvertidos a la tasa spot correspondiente a ese tiempo. Por lo tanto, la TIR puede verse como un promedio de las tasas spot a lo largo del tiempo.

Por otro lado, las tasas spot son promedios geométricos de las tasas forward dentro del intervalo de tiempo considerado.

Capítulo 4

Modelos para la Estructura a Término

Con el tiempo se han desarrollado numerosos modelos para describir la curva de rendimientos y, de hecho, modelar la estructura a término de tasas de interés es un tema muy relevante tanto en la literatura teórica como en la práctica. En este capítulo se introducirá el modelo de Nelson y Siegel y su variante dinámica, asi como también la versión que incluye factores macroeconómicos para la proyección de los factores.

4.1. Razones para modelar la curva de rendimientos

Un modelo de tasas de interés podría definirse como una descripción probabilística de la evolución futura de las tasas de interés que caracteriza la incertidumbre que rodea a las tasas de interés futuras basadas en la información de hoy. En los últimos 30 años se ha puesto gran énfasis en modelar la dinámica de la estructura a término produciendo importantes avances tanto en modelos teóricos de curvas de rendimientos como en su estimación econométrica.

Como lo explica Fabozzi, "La valoración de los activos de renta fija y los derivados de tasas de interés, desde las estructuras más simples hasta las estructuras más complejas que se encuentran en los mercados depende de los modelos de tasas de interés y los modelos de estructura a plazos utilizados por los inversionistas".

Las tasas de interés y el pronóstico de la curva de rendimientos también cobran relevancia para la gestión de carteras de bonos ya que permiten tasar los instrumentos. Desde el punto de vista macroeconómico modelar la curva de rendimientos permite a instituciones gubernamentales extraer información fundamental sobre importantes variables como las tasas de interés futura, la inflación esperada y el producto bruto interno.

4.2. Razones para utilizar el modelo de Nelson y Siegel

En este trabajo nos centraremos en el modelo de Nelson y Siegel, NS, ya que representa un modelo simple y parsimonioso lo suficientemente flexible como para representar el rango de formas generalmente asociado con las curvas de rendimiento.

Debido a su practicidad matemática y facilidad de uso, el modelo de NS se ha convertido en uno de los métodos de estimación de la estructura a término más populares y ampliamente aplicado tanto por participantes del mercado como por instituciones gubernamentales.

Los bancos centrales de numerosos países, entre ellos Suiza, Alemania, Italia, Bélgica y Finlandia reportan sus estimaciones de la estructura a término utilizando el modelo de Nelson y Siegel o su versión extendida de Nelson, Siegel y Svensson.

La popularidad del modelo de Nelson y Siegel y sus variantes se basa en la simplicidad y la sencillez que rodean su calibración y cálculo. Finalmente Diebold y Rudebusch destacan la parsimonia del modelo (que es esencial para evitar exceso de especificaciones) y la flexibilidad (que es crucial para el modelado y la previsión) como las principales razones de la adopción mundial del modelo.

Además del método de ajuste de curvas desarrollado por Nelson y Siegel, que ha sido revisado y modificado por muchos otros autores a lo largo del tiempo (los investigadores usualmente se refieren a una clase o familia de modelos de Nelson y Siegel) también analizaremos el modelo de Nelson y Siegel Dinámico desarrollado por Diebold y Rudebusch (2006)[3]. El modelo Nelson y Siegel Dinámico, NSD, será el modelo que utilizaremos para ajustar las tasas de interés argentinas.

4.3. Modelo de Nelson y Siegel

El modelo original de Nelson y Siegel es un modelo en tiempo continuo donde la estructura de la tasa forward instantánea es modelada. Los autores obtienen la llamada curva de rendimiento, la cual depende de los parámetros de la tasa forward. Luego, con datos efectivos de rendimiento de bonos, es que se estiman los parámetros. Las tasas de descuento, por otro lado, dependen de la madurez del instrumento.

Como mencionamos en la sección anterior este modelo posee numerosas ventajas. Es un modelo parsimonioso, es decir, requiere de un número pequeño de parámetros para caracterizar completamente la curva de rendimiento, además de flexible, lo que permite obtener una gran variedad de formas de curvas. La motivación original del modelo es una estructura lineal con el parámetro no lineal calibrado. En aplicaciones empíricas típicamente se estima este parámetro en conjunto con los lineales.

La estructura paramétrica asociada a este modelo permite analizar el comportamiento a corto plazo y largo plazo de las tasas de interés. La expresión paramétrica que describe las tasas forward observada en t presenta la siguiente forma funcional:

$$f(t) = \beta_1 + \beta_2 \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + \beta_3 \frac{t}{\tau} \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \tag{4.1}$$

donde β_1, β_2, β_3, τ son los parámetros a ser estimados.

Cada uno de los términos del modelo que definen la curva forward aporta una particularidad distinta a la forma de la curva. El primer término β_0 es una constante y determina el nivel de la curva. El segundo es un término exponencial, $\beta_1 \exp(-t/\tau)$, que es monótono creciente con el vencimiento si β_1 es negativo y monótono decreciente si β_1 es positivo. El tercer término proporciona a la curva un punto estacionario.

Una particularidad que tiene este modelo es que a partir de la curva de tasas forward es posible obtener la curva de tasas de interés o curva cupón cero.

$$y(t) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \tag{4.2}$$

Por lo tanto calculando la integral obtenemos que la curva cupón cero en el modelo de Nelson y Siegel está dada por:

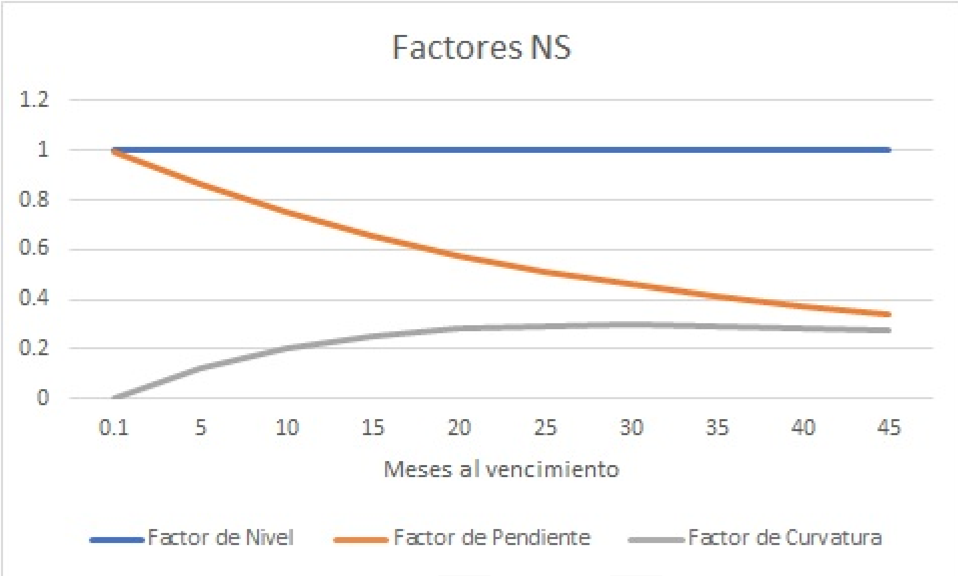
$$y(t) = \beta_1 + (\beta_2 + \beta_3) \frac{1 - \exp^{-t/\tau}}{t/\tau} - \beta_3 \exp^{-t/\tau} \tag{4.3}$$

4.3.1. Interpretación de los parámetros del modelo

Los parámetros de Nelson y Siegel tienen un significado definido dentro del contexto de tasas de interés a diferencia de otros modelos.

- El parámetro β_1 refleja la tasa de interés a largo plazo ya que $\lim_{T \to \infty} y(t) = \beta_1$.
- La suma de los parámetros $(\beta_1 + \beta_2)$ indican la tasa de interés a corto plazo, debido a que $\lim_{T \to 0} y(t) = \beta_1 + \beta_2$.
- El tercer y cuarto parámetro son más difíciles de interpretar. Tienen relación con la curvatura de la función y aparecen sólo en vencimientos medios.

La siguiente figura muestra el gráfico de los tres factores. Notar que el cálculo se realizó considerando un valor fijo para $\lambda = 0{,}0609$, discutiremos en la próxima sección como especificar el nivel de λ.



4.3.2. Calibración de λ

El parámetro λ es el que gobierna el decaimiento exponencial de los factores, de hecho, mientras que los valores pequeños de λ producen una caída más lenta, los grandes valores conducen a una velocidad más rápida de decaimiento.

Un valor grande de λ causaría que se alcance el máximo de la curva a un vencimiento temprano, llevando a un decaimiento más pronunciado para vencimientos posteriores.

Para calibrar el parámetro λ se tienen en consideración las propiedades de la curva. Siguiendo lo propuesto por Diebold y Rudebusch, la idea es elegir un valor razonable de τ para el cual el factor que acompaña a β_3 alcance el máximo. Usualmente en los mercados desarrollados esto se produce en un rango de dos a tres años, en el caso particular de Argentina donde se presenta una curva invertida asumiremos un $\tau = 0{,}25$, es decir tres meses. Luego realizamos la primera derivada del factor que acompaña a β_3 respecto de τ, igualarla a cero, reemplazar τ por el valor elegido y despejar λ.

4.4. Modelo de Diebold y Li

Los autores Diebold y Li introducen la dependencia del tiempo en los parámetros del modelo propuesto por Nelson y Siegel y los interpretan como factores de nivel, pendiente y curvatura de la estructura a término de tasas de interés. Estos autores elaboran una reparametrización de esta función y consideran los parámetros en forma dinámica quedando expresada la curva de la siguiente manera:

$$f_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \exp^{-\tau\lambda_t} + \beta_{3t}\lambda_t\tau \exp^{-\tau\lambda_t}$$

Donde si tomamos $\lambda = \frac{1}{\tau}$ y $\tau = t$ tenemos la equivalencia con el modelo de Nelson y Siegel.

Como vimos anteriormente luego de conocer la curva de tasas forward se puede determinar la tasa spot o tasa de rendimiento para un bono cupón cero con vencimiento en τ como el promedio ponderado de las tasas forward. Además en la práctica las curvas de rendimiento, de descuento y las forward no son observables sino que son estimadas a partir de precios de bonos observados.

$$y_t(\tau) = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau f_t(m)dm$$

Cuya solución está dada por :

$$\begin{aligned}
y_t(\tau) &= \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \beta_{1t} + \beta_{2t}\exp^{-\lambda_t m} + \beta_{3t}\lambda_t m \exp^{-\lambda_t m} dm \\
&= \frac{1}{\tau}(\beta_{1t}\tau + \beta_{2t}\frac{1-\exp(-\lambda_t \tau)}{\lambda_t} + \beta_{3t}\int_0^\tau \lambda_t m \exp(-\lambda_t m)dm) \\
&= \frac{1}{\tau}(\beta_{1t}\tau + \beta_{2t}\frac{1-\exp(-\lambda_t \tau)}{\lambda_t} + \beta_{3t}(-\exp(-\lambda_t \tau) + \frac{1-\exp(-\lambda_t \tau)}{\lambda_t})) \\
&= \beta_{1t} + \beta_{2t}\frac{1-\exp(-\lambda_t \tau)}{\lambda_t \tau} + \beta_{3t}(\frac{1-\exp(-\lambda_t \tau)}{\lambda_t \tau} - \exp(-\lambda_t \tau))
\end{aligned}$$

Por lo tanto tenemos que la curva de rendimientos está dada por

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t}\frac{1-\exp(-\lambda_t \tau)}{\lambda_t \tau} + \beta_{3t}(\frac{1-\exp(-\lambda_t \tau)}{\lambda_t \tau} - \exp(-\lambda_t \tau)) \tag{4.4}$$

donde β_{1t} se asocia al nivel de la estructura. En el segundo término el segundo factor $\frac{1-\exp(-\lambda_t \tau)}{\lambda_t \tau}$ arranca en 1 y converge monótonamente a cero, se lo conoce como factor de corto plazo y β_{2t} se lo interpreta como la pendiente. En el tercer término el factor $(\frac{1-\exp(-\lambda_t \tau)}{\lambda_t \tau} - \exp(-\lambda_t \tau))$ es una función cóncava que comienza en cero y converge monótonamente a cero cuando el tiempo tiende a infinito. Se lo asocia a las tasas de interés de mediano plazo y al coeficiente β_{3t} se lo conoce como la curvatura de la estructura de tasas de interés. Los betas son los llamados factores latentes. Podemos expresar la ecuación (4.4) en forma matricial de la siguiente manera:

$$y_t = \Gamma(\lambda)\beta_t + \epsilon_t \tag{4.5}$$

donde

$$\mathrm{y}_t = \begin{pmatrix} y_t(\tau_1) \\ \dots \\ \dots \\ y_t(\tau_N) \end{pmatrix} \qquad \beta_t = \begin{pmatrix} \beta_{1t} \\ \beta_{2t} \\ \beta_{3t} \end{pmatrix} \qquad \epsilon_t = \begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \dots \\ \dots \\ \epsilon_{Nt} \end{pmatrix}$$

$$
\Gamma(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}-\lambda\tau_1 e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} \\ ... & ... & ... \\ ... & ... & ... \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_N}-\lambda\tau_N e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} \end{pmatrix}
$$

El vector ϵ_t se asume que sigue una distribución normal idénticamente distribuido con media cero y matriz de varianzas Σ_ϵ. Se asume que Σ_ϵ es diagonal, lo que implica que el error de las tasas a diferentes vencimientos no están correlacionados dado un tiempo t. Esta hipótesis es considerada usualmente debido a la tratabilidad computacional que proporciona durante la estimación de los parámetros dados potencialmente un número grande de tasas observadas.

A partir de bonos observados se construye una serie de $y_t(\tau_i)$ para un conjunto de N vencimientos $\tau_1 < ... < \tau_N$ y se estiman los parámetros $\theta_t = \{\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t}, \lambda_t\}$ que mejor ajusten a la serie de rendimientos observada.

Con el fin de obtener una proyección de la curva cupón cero, los autores plantean modelar los parámetros $\theta_t = \{\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t}, \lambda_t\}$ con un autorregresivo de primer orden. Describiremos brevemente los modelos autorregresivos en la siguiente sección.

4.5. Modelos autorregresivos

Dentro del conjunto de modelos lineales, un proceso cuyo valor pasado inmediato, es decir, el primer retardo x_{t-1} es estadísticamente significativo en la predicción de x_t suele ser expresado como

$$
x_t = \phi_0 + \phi_1 x_{t-1} + \epsilon_t \tag{4.6}
$$

donde se asume que $\{\epsilon_t\}$ es un ruido blanco de media cero y varianza σ^2, es decir,

$$
\mathbf{E}(\epsilon_t) = 0, \quad \mathbf{V}ar(\epsilon_t) = \sigma^2 < \infty \tag{4.7}
$$

$$
\mathbf{C}ov(\epsilon_t, \epsilon_{t-k}) = 0 \quad \forall k \neq 0 \tag{4.8}
$$

El proceso (4.6) representa uno de los modelos más utilizados en la literatura del análisis de series de tiempo y es conocido con el nombre de autorregresivo de primer orden denotado por AR(1).

Podemos pensar en el proceso AR(1) como una suma de dos componentes, uno de las cuales se puede determinar a partir de la información del pasado y el otro componente un término aleatorio con una estructura a precisar, por ejemplo un ruido blanco.

Generalizando este concepto, un modelo autorregresivo de orden p, comúnmente denotado por AR(p), se escribe como:

$$
x_t = \phi_0 + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + ... + \phi_p x_{t-p} + \epsilon_t \tag{4.9}
$$

donde p es un entero positivo y $\{\epsilon_t\}$ un proceso ruido blanco. Este modelo supone que los p valores del pasado x_{t-i} $(i = 1, ..., p)$ determinan de manera conjunta la esperanza condicional de x_t condicionados por los datos del pasado. El modelo AR(p) puede ser visto como un modelo de regresión lineal múltiple en los que los p retardos representan las variables explicativas.

4.5.1. Modelos VAR

Los modelos autorregresivos (AR) pueden describirse, de una forma general, como aquellos en los que una variable se explica, al menos en parte, en función de sus valores pasados. Por su parte, los modelos de vectores autorregresivos (VAR) pueden plantearse como una generalización de los modelos AR al caso de un vector de n variables y_t.

Los modelos VAR son modelos que relacionan entre sí varias variables y en los que el valor que toma cada una de ellas en un período de tiempo se relaciona con los valores que toma esa misma variable y todas las demás variables en períodos anteriores. El modelo VAR(1) para dos variables está dado por

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + \epsilon_t \tag{4.10}$$

donde A_1 es matriz 2x2 y A_0 y ϵ_t son vectores de dimensión 2.

4.6. Modelo de Diebold, Rudebusch y Aruoba

Estos autores buscan modelar la curva de tasas utilizanzo los factores latentes, específicamente nivel, pendiente y curvatura y también incluyen variables macroeconómicas observables. Buscan caracterizar las interacciones dinámicas entre la macroeconomía y la curva de tasas. Para ello utilizan tres variables observables: la capacidad manufacturera, la tasa de interés de refencia y la inflación. Estas tres variables representan, respectivamente, el nivel de actividad económica real relativa a la potencial, un instrumento de política monetaria, y la tasa de inflación existente, el cual es el conjunto mínimo de variables fundamentales que se considera necesario para capturar la dinámica macroeconómica básica.

Este modelo asume que los parámetros β_t y λ_t siguen un modelo autorregresivo pero le incorporan los factores macroeconómicos quedando la ecuación de la siguiente manera

$$\hat{\theta}_t = \hat{\mu} + \hat{\phi}\hat{\theta_{t-1}} + \eta_t \tag{4.11}$$

donde $\hat{\theta}_t = \{\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t}, \lambda_t, CU_t, TR_t, INF_t\}$, $\hat{\phi}$ es una matriz 6x6 y $\hat{\mu}$ y η son vectores de dimensión 6.

El siguiente sistema conforma el modelo de Nelson y Siegel con factores macroeconómicos

$$y_t = \Gamma(\lambda)\beta_t + \epsilon_t \tag{4.12}$$

donde

$$\mathrm{y}_t = \begin{pmatrix} y_t(\tau_1) \\ ... \\ ... \\ y_t(\tau_N) \end{pmatrix} \quad \beta_t = \begin{pmatrix} \beta_{1t} \\ \beta_{2t} \\ \beta_{3t} \\ CM_t \\ TR_t \\ INF \end{pmatrix} \quad \epsilon_t = \begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ ... \\ ... \\ \epsilon_{Nt} \end{pmatrix}$$

$$\Gamma(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}-\lambda\tau_1 e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} & 0 & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_N}-\lambda\tau_N e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Los ceros que contiene la matriz Γ nos indican que la curva de tasas sigue dependiendo sólo de los factores latentes, y son estos los que incorporan la información macroeconómica.

En este trabajo compararemos el modelo dinámico de Nelson y Siegel propuesto por Diebold y Li con el propuesto por Diebold, Rudesbusch y Aruoba donde se incorporan factores macroeconómicos para el modelado de los factores latentes, con el fin de observar cuál predice mejor las curvas cupón cero en Argentina.

Capítulo 5

Método de estimación

5.1. Construcción de la curva forward de Nelson y Siegel dinámico

Para construir la curva forward consideraremos las variaciones en el tiempo con frecuencia diaria. Estimaremos los parámetros β_1, β_2, β_3, λ_t usando minímos cuadrados no lineales ponderados por duration.

El objetivo de minimizar una función de errores de precios ponderados es mejorar el ajuste de los rendimientos de la muestra, fundamentalmente del tramo corto de la curva de rendimiento. Ello es así debido a que errores grandes en los rendimientos de corto plazo no afectan significativamente los precios de los bonos en dicho tramo (y por tanto sus errores), por lo que una minimización de errores en precios genera un sobre ajuste de los rendimientos de largo plazo (en tanto pequeños errores de éstos generan errores grandes en precios) y un pobre ajuste en los rendimientos de corto plazo (cuyos errores afectan menos los errores de la función objetivo de precios). En ese sentido, las ponderaciones propuestas para la función objetivo de precios buscan corregir los errores o residuos de estimación usando como ponderador de los precios la inversa de su duración modificada.

Por lo tanto la función objetivo para estimar los parámetros del modelo de Nelson y Siegel dinámico es la siguiente:

$$\min_{\beta_1,\beta_2,\beta_3,\lambda} \sum_{i=1}^{k} \frac{\epsilon_i^2}{MD_i} = \min_{\beta_1,\beta_2,\beta_3,\lambda} \sum_{i=1}^{k} \frac{(P_i - \hat{P}_i)^2}{MD_i} \tag{5.1}$$

Donde P_i es el precio del bono en el tiempo i, $\hat{P}_i$ es el precio teórico del bono en el modelo de Nelson y Siegel y MD_i es la duración modificada del respectivo bono dada por

$$MD = -\frac{1}{1+TIR} \frac{\sum \frac{tC_t}{(1+TIR)^t}}{P} \tag{5.2}$$

donde C_t es el cupón del bono en el período t, TIR la tasa interna de retorno y P el precio del bono.

Realizamos la minimización con las siguientes restricciones: $\beta_1 > 0$, $-\infty < \beta_2 < 0$, $\lambda > 0$ y $\beta_1 + \beta_2 > 0$. Luego realizamos la minimización sólo con la restricción $\beta_1 > 0$ y por último la minimización sin restricciones. Consideramos dos puntos iniciales diferentes en cada restricción. Luego de obtener las minimizaciones con las diferentes restricciones y los diferentes puntos iniciales nos quedamos con aquella que tenga la menor distancia con respecto a la solución anterior.

5.2. Aproximación en dos pasos

Con el procedimiento anterior obtenemos los valores de los parámetros para cada t. Tenemos ahora una serie temporal para cada uno de los parámetros. Mediante el test de Dickey Fuller comprobamos si las series son o no estacionarias.

Asumimos que cada parámetro sigue un proceso autoregresivo por lo que en el siguiente paso sólo resta determinar el orden del modelo y estimar los parámetros del autorregresivo propuesto.

5.3. Identificar el modelo VAR en la práctica

En las aplicaciones, el orden p del autorregresivo en series temporales no es conocido. Debe ser especificado empíricamente. Este tema ha sido extensamente estudiado en la literatura y hay varios enfoques disponibles. En este trabajo consideraremos el enfoque de la función de autocorrelación parcial.

La función de autocorrelación parcial (PACF) en las series temporales es una función de las autocorrelaciones y es una herramienta útil para determinar el orden p del modelo autorregresivo. Una manera simple de introducir la PACF es considerar los siguientes modelos AR en orden consecutivo:

$$
\begin{aligned}
r_t =& \phi_{0,1} + \phi_{1,1} r_{t-1} + e_{1t} \\
r_t =& \phi_{0,2} + \phi_{1,2} r_{t-1} + \phi_{2,2} r_{t-2} + e_{2t} \\
r_t =& \phi_{0,3} + \phi_{1,3} r_{t-1} + \phi_{2,3} r_{t-2} + \phi_{3,3} r_{t-3} + e_{3t} \\
& \quad .... \\
& \quad .... \\
& \quad ....
\end{aligned}
$$

donde $\phi_{0,j}$, $\phi_{i,j}$ y $\{e_{jt}\}$ son, respectivamente el término constante, el coeficiente de r_{t-i}, y el término de error en el modelo AR(j). Estos modelos tienen la forma de una regresión lineal múltiple y se pueden estimar mediante el método de mínimos cuadrados. Como cuestión de hecho, están dispuestos en un orden secuencial que nos permite aplicar la idea de Prueba F en análisis de regresión lineal múltiple. El estimador $\hat{\phi}_{1,1}$ de la primera ecuación es llamado lag-1 de la PACF de r_t . El estimador $\hat{\phi}_{2,2}$ de la segunda ecuación es llamado lag-2 de la PACF de r_t . El estimador $\hat{\phi}_{3,3}$ de la tercera ecuación es llamado lag-3 de la PACF de r_t . Y así siguiendo.

Por definición, el lag-2 de la PACF, $\hat{\phi}_{2,2}$, muestra la contribución adicional de r_{t-2} a r_t sobre el modelo AR(1). El lag-3 de la PACF muestra la contribución adicional de r_{t-3} a r_t sobre el modelo AR(2) y así siguiendo. Por lo tanto en un modelo AR(p) el lag-p no debe ser cero ya que en ese caso basta con quedarnos con un modelo de un orden menor. Pero los estimadores $\hat{\phi}_{j,j}$ deben ser cero o cercanos a cero para $j > p$ y así asegurarnos de estar captando toda la información con nuestro modelo. Haremos uso de estas propiedades para determinar el valor de p observando la función de autocorrelación parcial.

En el caso de los autorregresivos vectoriales el criterio de información bayesiano, BIC, es un criterio para la selección de modelos entre un conjunto finito de modelos. Es una medida de bondad de ajuste de un modelo estadístico. Se basa en la función de probabilidad logarítmica, introduce un término de penalización para el número de parámetros en el modelo. En general el BIC, bajo la hipótesis de que los errores del modelo son independientes e idénticamente distribuidos según una distribución normal, se define de la siguiente manera

$$BIC = n\ln(\hat{\sigma_\epsilon^2}) + k\ln(n) \tag{5.3}$$

donde $\hat{\sigma_\epsilon^2}$ es la varianza del error, n es el número de datos y k el número de parámetros libres a ser estimados.

Dados dos modelos estimados, el modelo con el menor valor de BIC es el que se prefiere.

Capítulo 6

Modelando la Estructura a Término de tasas de interés Argentina

6.1. Datos

Uno de los principales problemas del mercado argentino es la carencia de liquidez tanto de los activos financieros como de las tasas de interés, en especial cuando se trata del largo plazo.

La información necesaria para construir la base de datos utilizada en este trabajo ha sido obtenida a partir de la cotización pública del Banco Central de la República Argentina (BCRA), el Instituto Nacional de Estadística y Censos de la República Argentina (INDEC) y de páginas de valuación como Thomson Reuters.

Para realizar la estimación de los parámetros consideramos datos diarios en el período de tiempo comprendido entre el 04/01/2017 y el 09/08/2019.

Consideramos todas las Letras emitidas por el BCRA vigentes en el período de estudio con plazo de liquidación a un día. Las Letras del BCRA conocidas como LEBAC son un activo de renta fija con un único pago al vencimiento y cotizan a descuento, de manera que el precio convalida la tasa a utilizar. A partir de la cotización del precio de cada letra en el mercado se puede obtener la tasa de interés implícita. Las Letras que se utilizaron fueron las que se encuentran listadas en el Cuadro (6.1).

Las LETES son las letras emitidas por el Tesoro Nacional, las cuales consideraremos en éste trabajo, las letras en pesos que se muestran en el Cuadro (6.2).

Para los plazos más largos utilizaremos los bonos soberanos en pesos listados y descriptos en el Cuadro (6.3).

Como factores macroeconóomicos observables utilizamos el riesgo país, la tasa de pase y el coeficiente de estabilización de referencia.

El riesgo país es un indicador elaborado por JP Morgan y mide la diferencia que pagan

Letra	Fecha Emisión	Fecha Vencimiento
I03Y7	24/08/2016	03/05/2017
I07J7	28/09/2016	07/06/2017
I10Y7	31/08/2016	10/05/2017
I12A7	03/08/2016	12/04/2017
I15G8	15/11/2017	15/08/2018
I15N7	25/01/2017	15/11/2017
I16G7	02/11/2016	16/08/2017
I16Y8	16/08/2017	16/05/2018
I17E8	19/04/2017	17/01/2018
I17O8	17/01/2018	17/10/2018
I17Y7	07/09/2016	17/05/2017
I18A8	19/07/2017	18/04/2018
I18L8	18/10/2017	18/07/2018
I18O7	04/01/2017	18/10/2017
I19A7	10/08/2016	19/04/2017
I19D8	21/03/2018	19/12/2018
I19L7	05/10/2016	19/07/2017
I19S8	20/12/2017	19/09/2018
I20D7	15/03/2017	20/12/2017
I20S7	07/12/2016	20/09/2017
I21F8	17/05/2017	21/02/2018
I21J7	02/11/2016	21/06/2017
I21J8	20/09/2017	21/06/2018
I21M8	21/06/2017	21/03/2018
I21N8	21/02/2018	21/11/2018
I24Y7	14/09/2016	24/05/2017
I26A7	17/08/2016	26/04/2017
I31Y7	21/06/2016	31/05/2017

Cuadro 6.1: LEBAC

Letra	Fecha Emisión	Fecha Vencimiento
LTPM8	15/12/2017	16/03/2018
LTPA8	15/12/2017	13/04/2018
LTPJ8	15/12/2017	15/06/2018
LTPS8	15/12/2017	14/09/2018
L2PS8	16/03/2018	14/09/2018
LTPO8	13/04/2018	12/10/2018
LTPD8	14/09/2018	28/12/2018
LTPM9	17/08/2018	29/03/2019
LTPN8	17/08/2018	03/12/2018
LTPE9	21/09/2018	31/01/2019
LTPS9	21/09/2018	30/09/2019
LTPF9	21/09/2018	28/02/2019
LTPY9	30/10/2018	31/05/2019
LTPA0	30/10/2018	30/04/2020
LTPA9	19/10/2018	30/04/2019
LTPO9	19/10/2018	31/10/2019
L2PF9	23/11/2018	22/02/2019
L2PA9	28/12/2018	12/04/2019
LTPJ9	28/12/2018	28/06/2019
LTPL0	31/01/2019	31/07/2020
S28F0	22/02/2019	28/02/2020
S10Y9	28/02/2019	10/05/2019
S31L9	12/04/2019	31/07/2019
S19L9	30/04/2019	19/07/2019
S30G9	31/05/2019	30/08/2019

Cuadro 6.2: LETES

Bono	Emisión	Vencimiento	Moneda	Amortización	Frecuencia	Tasa Cupón
TM18P	5/09/2016	05/03/2018	Pesos	Al vencimiento	Semestral	22,75 %
TS18P	19/09/2016	19/09/2018	Pesos	Al vencimiento	Semestral	21,20 %
TO21P	03/10/2016	03/10/2021	Pesos	Al vencimiento	Semestral	18,20 %
TO23P	17/10/2016	17/10/2023	Pesos	Al vencimiento	Semestral	16,00 %
TO26P	17/10/2016	17/10/2026	Pesos	Al vencimiento	Semestral	15.50 %

Cuadro 6.3: Bonos Soberanos

los bonos del Tesoro de Estados Unidos contra las del resto de los países. Este cálculo lo realiza por intermedio de su índice EMBI, siendo específico para cada nación. El índice mide la sobretasa que debe pagar un bono, en nuestro caso argentino, frente al rendimiento de los títulos a 10 años que emite el Tesoro de Estados Unidos.

La tasa de referencia de la política monetaria es habitualmente el centro del corredor de pases en pesos a siete días de plazo y es publicada por el Banco Central de la República Argentina (BCRA).

El coeficiente de estabilización de referencia (CER), es un índice de ajuste diario, el cual es elaborado por el Banco Central de la República Argentina (BCRA). Este indicador refleja la evolución de la inflación, para lo cual se toma como base de cálculo la variación registrada en el índice de Precios al Consumidor (IPC), el cual es elaborado por el Instituto Nacional de Estadística y Censos (INDEC).

6.1.1. Calibración del parámetro λ

Como mencionamos anteriormente calibraremos el parámetro λ. En el caso de las curvas de rendimiento argentinas al presentar una forma de curva invertida no es apropiado utilizar el $\lambda = 0{,}0609$ propuesto por Diebold y Li. Con el fin de lograr un buen ajuste del modelo a nuestros datos proponemos elegir $\tau = 0{,}25$, es decir tres meses. Calculamos la derivada del tercer factor, igualamos a cero, reemplazamos el valor de τ y despejamos λ obteniendo un valor de $\lambda = 2{,}654$

6.1.2. Restricciones adicionales

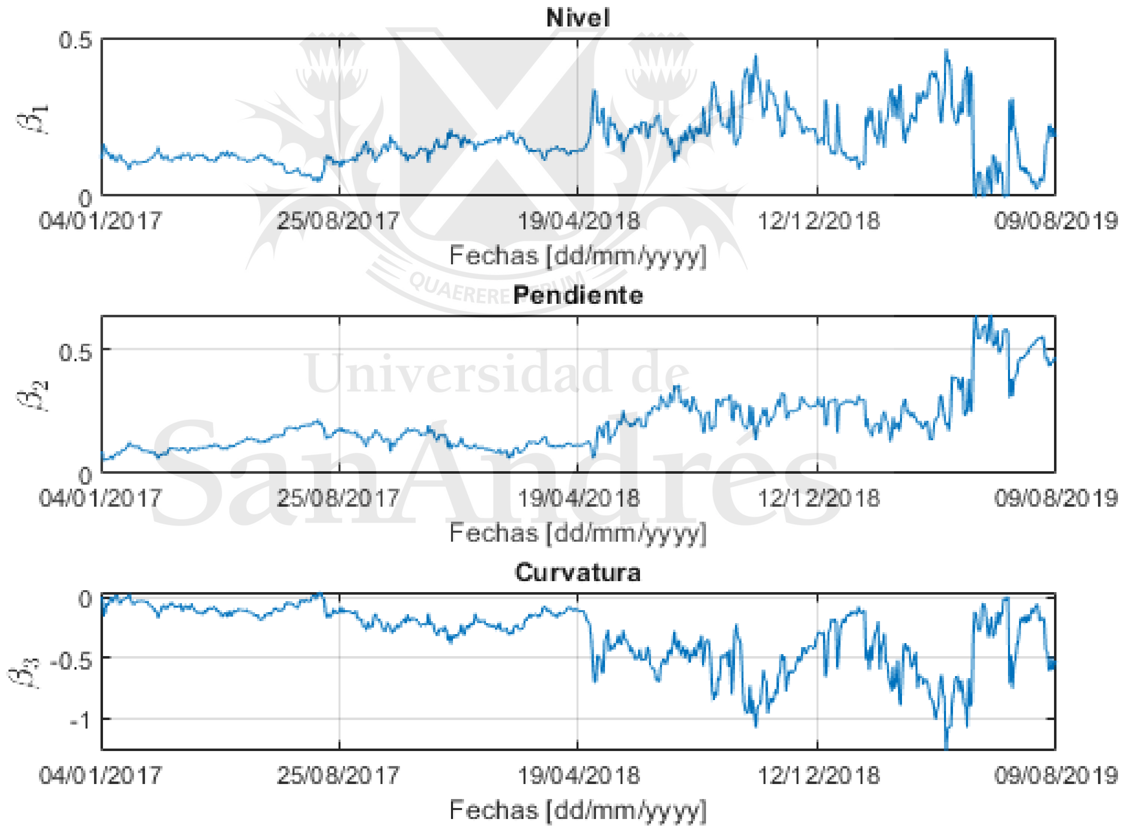
El mercado argentino presenta una curva de tasas invertida en el período 2017-2019 además de una liquidez considerablemente menor que los activos que se utilizan en países desarrollados para armar la curva cupón cero con el modelo de Nelson y Siegel. Debido a estas características y con el fin de mejorear las proyecciones es que adicionamos algunas restricciones extras al modelo. Las modificaciones fueron las siguientes:

- Si los activos no tienen precio de mercado consideraremos el precio provisto por el modelo del día anterior.

- No se consideran las letras con menos de 10 días para el vencimiento.
- Se colocará precio a todas las letras que tengan entre 10 y 120 días al vencimiento de igual manera que el primer item.

6.2. Estimación de los factores de Nivel, Pendiente y Curvatura

Calculamos los coeficientes del modelo de NSD utilizando Matlab. La siguiente figura muestra los resultados de las series de tiempo obtenidas para los tres parámetros del modelo NSD.



Estos tres parámetros gobiernan la forma de la curva de rendimientos. Observando este gráfico se puede deducir que estamos en presencia de una curva invertida ya que β_1 y β_2 son positivos mientras que β_3 es negativo. Las tasas de interés a corto plazo deben ser más altas que los rendimientos a largo plazo.

Para obtener los β_{it} consideramos seis puntos iniciales con diferentes restricciones como se muestra a continuación

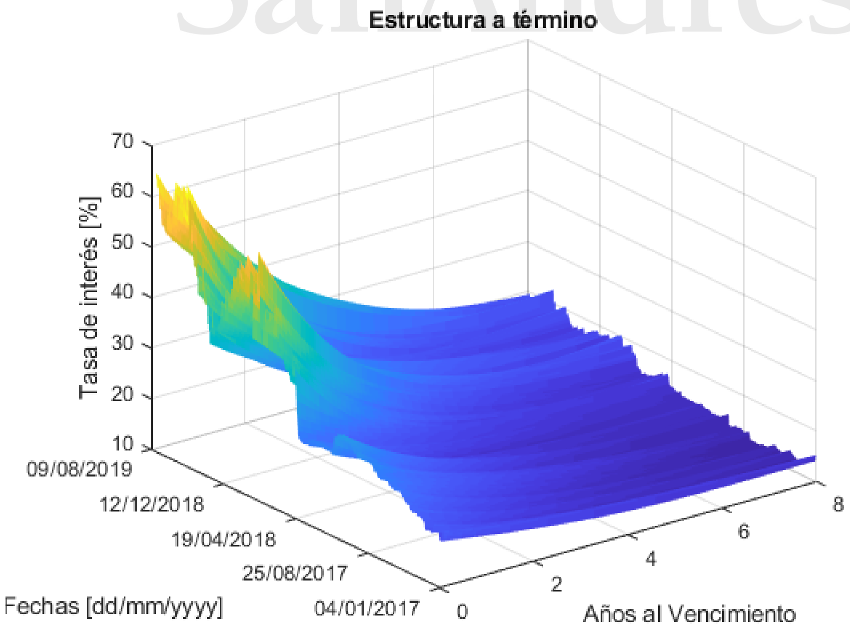
- Restricciones: $\beta_1 > 0$, $-\infty < \beta_2 < 0$, $\lambda > 0$, $\beta_1 + \beta_2 > 0$.
  Puntos iniciales: $SP1 = [0{,}13 \;\; 0{,}1 \;\; 0]$ y $SP2 = [0{,}1 \;\; 0{,}2 \;\; -0{,}1]$
- Restricción: $\beta_1 > 0$
  Puntos iniciales: $SP3 = [0{,}12 \;\; 0{,}3 \;\; -0{,}05]$ y $SP4 = [0{,}13 \;\; 0{,}35 \;\; -0{,}05]$
- Sin restricciones.
  Puntos iniciales: $SP5 = [0{,}11 \;\; 0{,}18 \;\; -0{,}05]$ y $SP6 = [0{,}12 \;\; 0{,}15 \;\; -0{,}05]$

Optimizamos para cada caso y nos quedamos con la solución que tenga la menor distancia respecto a la solución anterior como mencionamos en el Capítulo 5. De esta manera obtenemos los valores de la serie temporal de los parámetros que utilizaremos para calibrar los parámetros del VAR(p).

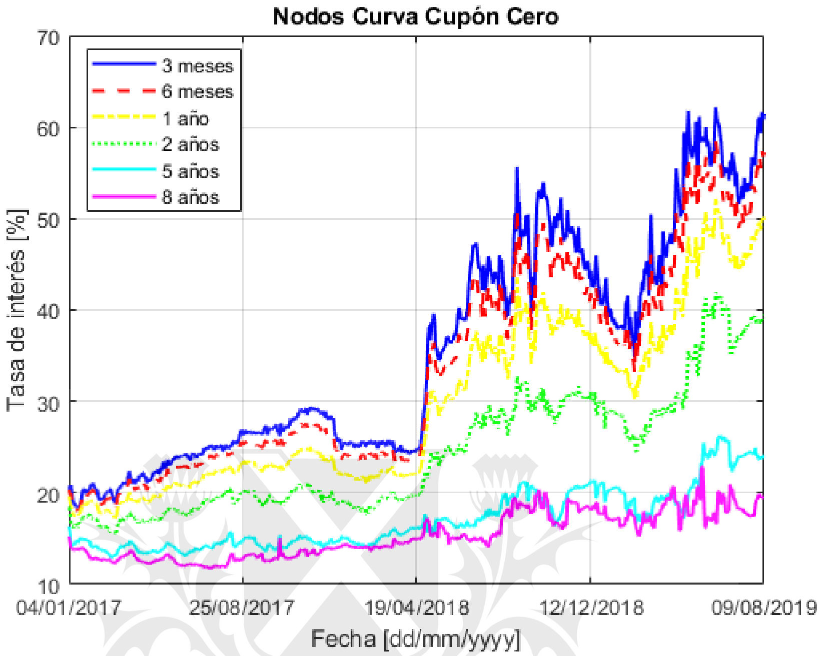
Realizamos el test estadístico de Dickey Fuller para cada uno de los parámetros en Matlab. Este test tiene como hipótesis nula que la serie posee una raíz unitaria, con lo cual queremos comprobar si rechazamos la hipótesis nula con el fin de obtener una serie estacionaria. Como resultado del test obtuvimos que rechazamos la hipótesis nula con lo cual las series de β_1, β_2 y β_3 son estacionarias.

6.3. Estructura a Término Argentina

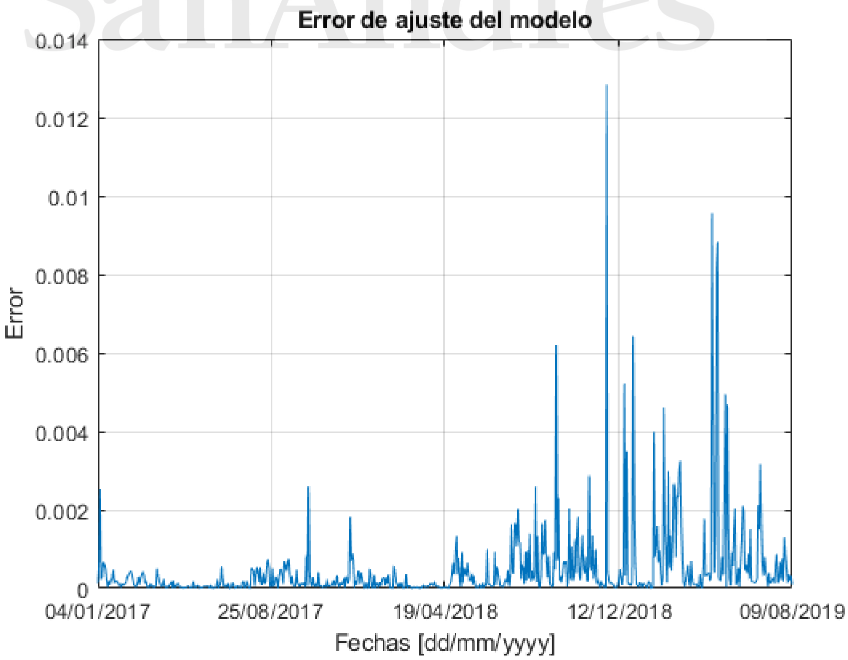
Habiendo estimado los factores de nivel, pendiente y curvatura para cada uno de los puntos, estamos listos para calcular las curvas de rendimientos. En la siguiente figura se muestra la estructura a término Argentina.



A continuación presentamos la evolución de los nodos de la curva cupón cero argentina, estableciendo los nodos en 3 y 6 meses y luego en 1, 2, 5 y 10 años.



El siguiente gráfico muestra el error del modelo respecto a los precios observados de los bonos, utilizando para calcularlo la norma 2 como medida de distancia entre curvas, considerando las tasas de los bonos observados y los estimados por el modelo en los nodos presentados anteriormente.



Capítulo 7

Proyección de la Estructura a Término de tasas de interés Argentina

En este capítulo final mostraremos los resultados del segundo paso de la estimación del modelo de Nelson y Siegel dinámico, es decir, los resultados de la proyección después de haber especificado las dinámicas de transición para los factores de nivel, pendiente y curvatura, considerando en primer lugar que los factores siguen un modelo VAR y en la segunda sección de este capítulo considerando los factores macroeconómicos. Realizaremos 100000 simulaciones y calcularemos la varianza del error de la curva proyectada y la que se observó para diferentes períodos con el fin de comparar el modelo VAR y el modelo con factores macroeconómicos. Consideraremos que el mejor modelo que predice la curva cupón cero es aquel cuyo error tiene menor varianza.

7.1. Modelo sin factores macroeconómicos

Decidimos modelar la serie de nivel, pendiente y curvatura $\{\hat{l}_t, \hat{s}_t, \hat{c}_t\}$ con un autorregresivo vectorial de orden 1, VAR(1), para poder realizar la proyección de los parámetros y con ellos la proyección de la estructura a término argentina.

Como explicamos en la sección 4.5.1 usar el modelo VAR(1) implica asumir la siguiente dinámica para los tres parámetros:

$$\begin{aligned} l_t &= \gamma_l + a_{11}l_{t-1} + a_{12}s_{t-1} + a_{13}c_{t-1} + \eta_t^l \\ s_t &= \gamma_s + a_{21}l_{t-1} + a_{22}s_{t-1} + a_{23}c_{t-1} + \eta_t^s \\ c_t &= \gamma_c + a_{31}l_{t-1} + a_{32}s_{t-1} + a_{33}c_{t-1} + \eta_t^c \end{aligned}$$

A continuación lo expresamos en forma matricial:

$$\phi_t = \gamma + A\phi_{t-1} + \eta_t \tag{7.1}$$

Implementamos el modelo en Matlab y obtuvimos los siguientes resultados:

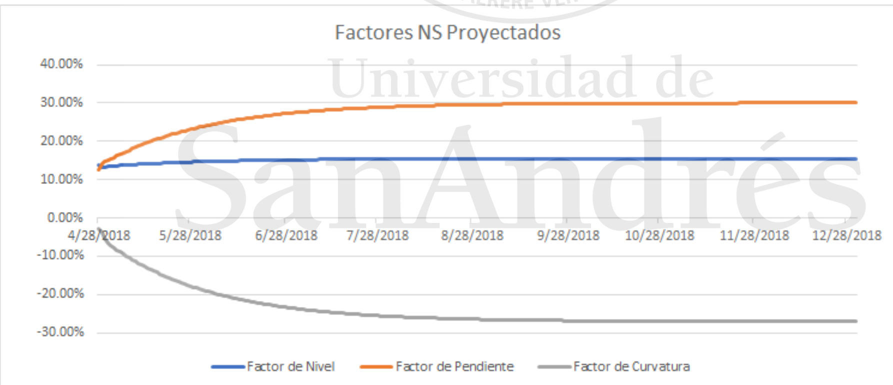
$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0{,}95974 & 0{,}0458 & 0{,}0217 \\ 0{,}18878 & 0{,}9824 & 0{,}0304 \\ -0{,}32706 & -0{,}1752 & 0{,}8119 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\gamma} = \begin{pmatrix} 0{,}00489 \\ -0{,}019334 \\ 0{,}031574 \end{pmatrix}.$$

Siguiendo el modelo autorregresivo de orden 1 los parámetros de Nelson y Siegel dinámico presentan el siguiente comportamiento:

$$\begin{aligned} l_{t+1|t} &= 0{,}00489 + 0{,}95974\hat{l}_t + 0{,}0458\hat{s}_t + 0{,}0217\hat{c}_t \\ s_{t+1|t} &= -0{,}019334 + 0{,}18878\hat{l}_t + 0{,}9824\hat{s}_t + 0{,}0304\hat{c}_t \\ c_{t+1|t} &= 0{,}031574 - 0{,}32706\hat{l}_t - 0{,}1752\hat{s}_t + 0{,}8119\hat{c}_t \end{aligned}$$

Utilizando estas relaciones, estamos en condiciones de proyectar los factores de nivel, pendiente y curvatura para 2018. A continuación graficamos la dinámica de cada factor.



Esta gráfico nos ayuda a tener una primera noción de la forma de la curva proyectada. En nuestro caso podemos observar que el factor de curvatura es negativo mientras que el factor de nivel y pendiente son positivos, indicándonos que la curva proyectada es una curva invertida.

7.1.1. Proyección de la curva cupón cero argentina

Una vez realizada la proyección de los factores de nivel, pendiente y curvatura estamos en condiciones de armar la curva cupón cero. A continuación damos un ejemplo de una de las curvas obtenidas en una iteración de la proyección comparándola con la curva que se observó en el mercado ese día. El día 29/03/2019 proyectamos la curva a un día, el 01/04/2019, a siete días al 10/04/2019 y a 19 días al 30/04/2019 y las comparamos con las curvas que se observaron esos días.

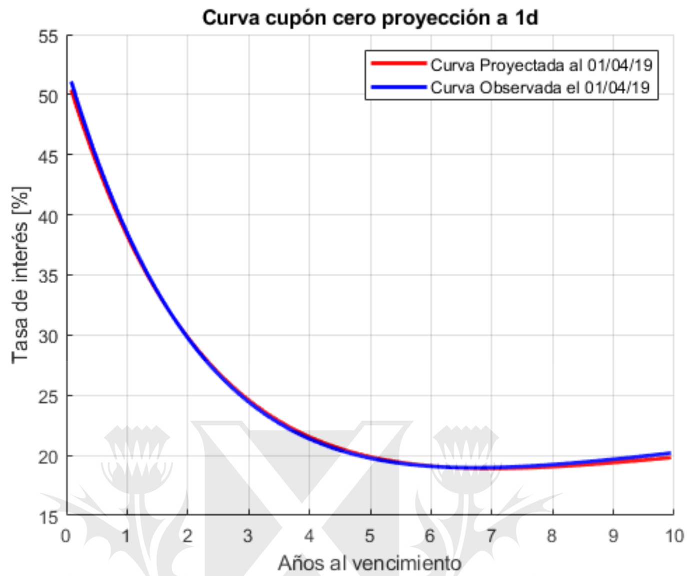


Figura 7.1: Curvas cupón cero 01/04/2019

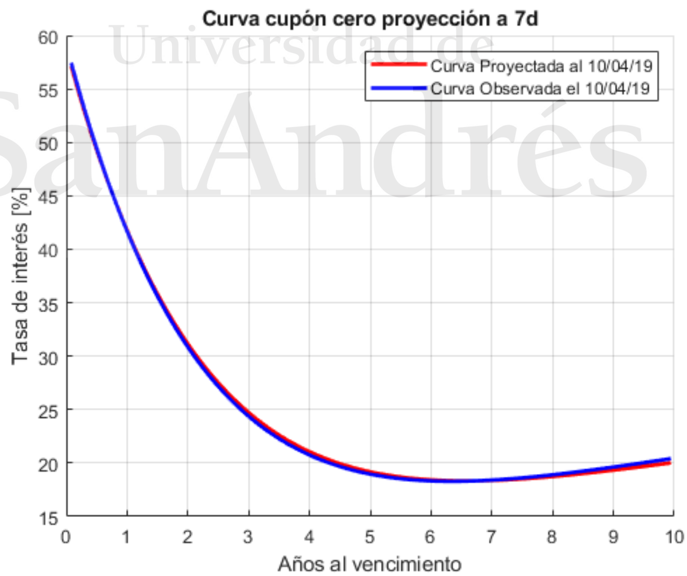


Figura 7.2: Curvas cupón cero 10/04/2019

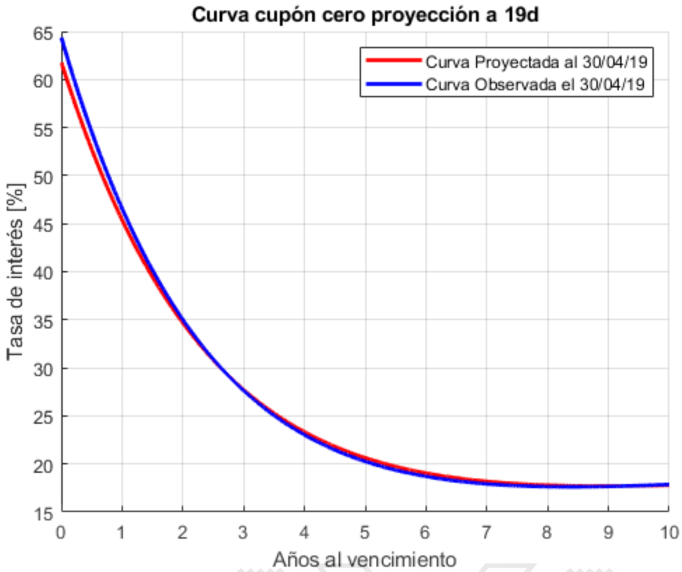


Figura 7.3: Curvas cupón cero 30/04/2019

Realizando las 100000 iteraciones y calculando la varianza de la norma dos del error entre la curva proyectada y la observada para estos períodos obtuvimos los siguientes resultados:

Modelo sin factores macro	1 día	7 días	19 días
Varianza	3.9911×10^{-31}	3.8112×10^{-25}	4.4382×10^{-25}

Realizando este mismo procedimiento, moviendo la ventana temporal de a 1 día entre el 01/04/2019 y el 10/07/2019 y calculando un promedio de las varianzas de los errores obtenidos obtuvimos la siguiente tabla:

Modelo sin factores macro	1 día	7 días	19 días
Varianza	2.9013×10^{-30}	8.2931×10^{-26}	6.3115×10^{-26}

7.2. Modelo con factores macroeconómicos

Como mencionamos en el Capítulo 4 el modelo con factores macroeconómicos propone que los factores de nivel, pendiente y curvatura del modelo de Nelson y Siegel sigan la siguiente dinámica:

$$
\begin{aligned}
l_t = &\quad \gamma_l + a_{11}l_{t-1} + a_{12}s_{t-1} + a_{13}c_{t-1} + a_{14}RP_t + a_{15}TR_t + a_{16}CER_t + \eta_t^l \\
s_t = &\quad \gamma_s + a_{21}l_{t-1} + a_{22}s_{t-1} + a_{23}c_{t-1} + a_{14}RP_t + a_{15}TR_t + a_{16}CER_t + \eta_t^s \\
c_t = &\quad \gamma_c + a_{31}l_{t-1} + a_{32}s_{t-1} + a_{33}c_{t-1} + a_{14}RP_t + a_{15}TR_t + a_{16}CER_t + \eta_t^c
\end{aligned}
$$

donde llamamos RP al riesgo país, TR la tasa de referencia y CER al coeficiente de estabilización de referencia.

Al igual que en el modelo sin factores macroeconómicos, utilizamos Matlab para obtener la estimación de los coeficientes del modelo.

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1{,}0458 & 0{,}0985 & 0{,}0696 & -0{,}0042 & 0{,}0821 & 0{,}0010 \\ 0{,}0368 & 0{,}9035 & -0{,}0306 & 0{,}0025 & -0{,}0490 & -0{,}0001 \\ -0{,}4378 & -0{,}2654 & 0{,}7283 & 0{,}0110 & -0{,}2173 & -0{,}0023 \\ 0{,}2663 & 0{,}4002 & 0{,}1451 & 0{,}9636 & 0{,}3819 & 0{,}0002 \\ 0{,}1061 & 0{,}0445 & 0{,}0216 & 0{,}00000 & 0{,}9506 & 0{,}00081 \\ 0{,}0143 & 0{,}0048 & 0{,}0013 & -0{,}0007 & 0{,}0530 & 1{,}0009 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\gamma} = \begin{pmatrix} -0{,}018306 \\ 0{,}005404 \\ 0{,}075086 \\ -0{,}011083 \\ -0{,}010496 \\ -0{,}012458 \end{pmatrix}.$$

Utilizando estas relaciones, estamos en condiciones de proyectar los factores de nivel, pendiente y curvatura.

7.2.1. Proyección de la curva cupón cero argentina

Una vez realizada la proyección de los factores de nivel, pendiente y curvatura estamos en condiciones de armar la curva cupón cero proyectada para Argentina para los distintos períodos. En la siguiente figura se muestra el resultado obtenido para una simulación en particular:

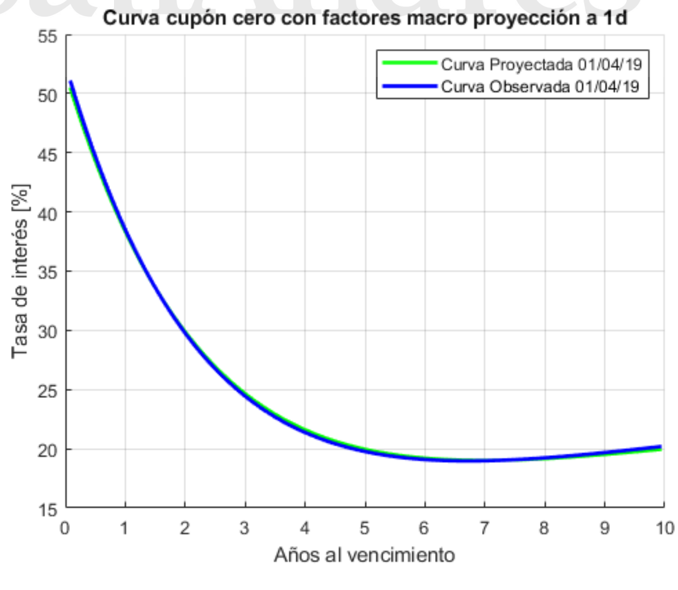


Figura 7.4: Curvas cupón cero 01/04/2019

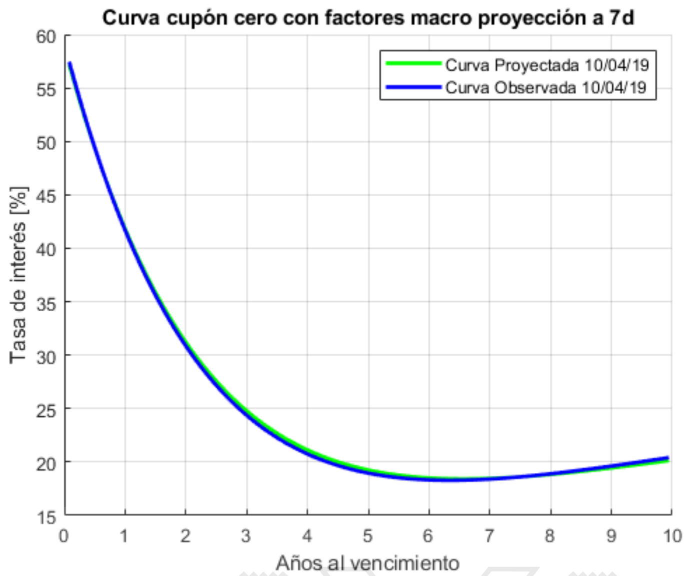


Figura 7.5: Curvas cupón cero 10/04/2019

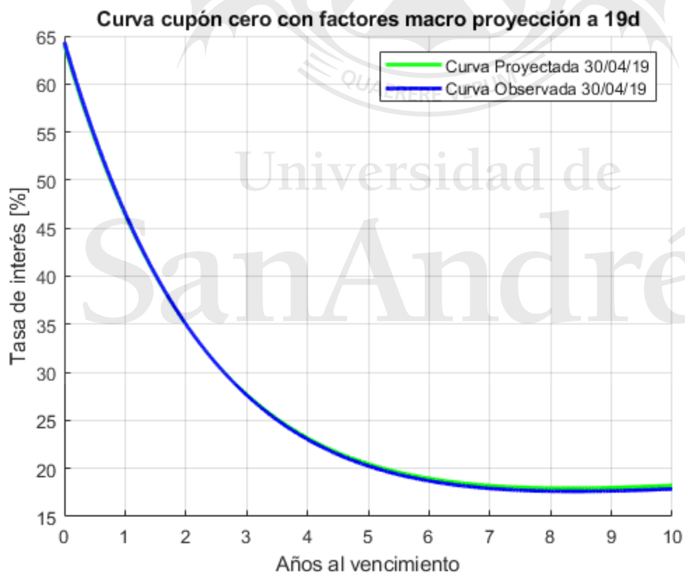


Figura 7.6: Curvas cupón cero 30/04/2019

Luego de realizar 100000 iteraciones y de calcular la varianza de la norma dos del error cometido entre las curvas proyectadas y las observadas para diferentes períodos obtuvimos los siguientes resultados:

Modelo con factores macro	1 día	7 días	19 días
Varianza	1.3032×10^{-31}	1.8141×10^{-25}	2.9359×10^{-27}

Realizando este mismo procedimiento, moviendo la ventana temporal de a 1 día entre el 01/04/2019 y el 10/07/2019 y calculando un promedio de las varianzas de los errores obtenidos obtuvimos la siguiente tabla:

Modelo con factores macro	1 día	7 días	19 días
Varianza	2.0159×10^{-30}	1.6388×10^{-26}	1.2363×10^{-26}

Capítulo 8

Conclusiones

El mercado argentino presenta características especiales que atentan contra la adopción de métodos ampliamente utilizados en mercados maduros y más desarrollados. Particularidades como una escasa liquidez y un limitado número de activos disponibles en el mercado provocan que los métodos de estimación de estructuras a término no se adecuen a nuestro mercado, entregando resultados y estimaciones alejadas de la realidad.

Luego de una revisión del marco teórico, en éste trabajo aplicamos, en primer lugar, el método de Nelson y Siegel dinámico introducido por Diebold y Li [3] y posteriormente el modelo de Nelson y Siegel dinámico con factores macroeconómicos propuesto por Diebold, Rudebusch y Aruoba [4]. Presentamos la definición de los modelos aplicados junto a una presentación de los datos tomados para el desarrollo de los mismos.

Tras éste pasaje tradicional, con sus claras inconveniencias, pasamos a la incorporación de restricciones al modelo original de Nelson y Siegel, restricciones acordes al mercado argentino con la esperanza de mejorar la estimación del modelo.

Luego, incorporamos al modelo de los factores latentes los factores macroeconómicos, el riesgo país, la tasa de pases a siete días y el coeficiente de estabilización de referencia.

El modelo con factores macroeconómicos es el que mejor captura la interpolación de tasas a lo largo de la curva ya que es el que presenta menor varianza de la norma dos de la diferencia entre la curva proyectada y la observada.

En conclusión, el modelo de Nelson y Siegel dinámico con factores macroeconómicos propuesto por Diebold, Rudebusch y Aruoba [4] aplicado a la construcción y proyección de la curva cupón cero argentina brinda una mejor proyección de los parámetros comparado con el modelo de Nelson y Siegel dinámico propuesto por Diebold y Li [3].

Bibliografía

[1] M.T. Casparri, D. Cosentino y G. García. "Calibración de Modelos de Estructura de Tasas de Interés". En: *Universidad Nacional de Buenos Aires* (2013). `http://bibliotecadigital.econ.uba.ar/download/rimf/rimf_v2_n1_08.pdf`.

[2] J. Christensen y F.X. Diebold. "An arbitrage-free generalized Nelson-Siegel term structure model". En: *The Econometrics journal* 12 (2009), págs. C33-C64. DOI: `10.1111/j.1368-423X.2008.00267.x`.

[3] F.X. Diebold y C. Li. "Forecasting the term structure of government bond yields". En: *Journal of Econometrics* 130.2 (2005), págs. 337-364. DOI: `10.1016/j.jeconom.2005.03.005`.

[4] F.X. Diebold, G.D. Rudebusch y S.B. Aruoba. "The macroeconomy and the yield curve: a dynamic latent factor approach". En: *Journal of Econometrics* 131 (2005), págs. 309-338. DOI: `10.1016/j.jeconom.2005.01.011`.

[5] F Fabozzi. *Fixed Income Securities*. CFA Institute, 2007.

[6] M. González y M.C. Pérez. "Simulación de la estructura temporal de tasas de interés: una aplicación al cálculo de riesgo de tasas de interés". En: *ESTUDIOS BCRA, Documentos de trabajo* (2015). `http://www.bcra.gob.ar/Pdfs/Investigaciones/WP_70_2015e.pdf`.

[7] C. Nelson y A. Siegel. "Parsimonious modeling of yield curves". En: *The Journal of Business* 60.4 (1998). `http://www.jstor.org/stable/2352957`, págs. 473-489.

[8] Pirie Pettit Pinto. *Fixed Income Analysis*. CFA Institute, 2015.

[9] F. Uriburu. "Estimación de la Estructura Temporal de Tasas de Interés: Un enfoque en el corto plazo utilizando Letras Emitidas por el Banco Central de la República Argentina". En: *Universidad de San Andrés* (2015). `http://repositorio.udesa.edu.ar/jspui/bitstream/10908/11818/1.pdf`.