Universidad de
San Andres
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

Un Modelo de diferenciación de productos con poder de mercado

Germán Coloma (Department of Economics, UCLA)

CICLO DE SEMINARIOS 1996
Día: Martes 10 de Diciembre
9:00 hs.

Un modelo de diferenciación de productos con poder de mercado

por Germán Coloma

Se dice que un producto está diferenciado si sus variedades comparten algunas características comunes, pero cada una de ellas es distinta de las demás disponibles en el mercado. La diferenciación de productos, por lo tanto, puede relacionarse con la existencia de distintos niveles de calidad en la provisión de un cierto bien, con distancias en un espacio geográfico o de preferencias de los consumidores, o simplemente con la presencia de componentes idiosincráticos que cada variedad posee y que la hacen diferente del resto de las marcas. Normalmente, este último tipo de diferenciación de productos implica que todas las variedades están igualmente distantes unas de las otras, y se lo conoce con el nombre de diferenciación simétrica o "sin domicilios".

La existencia de diferenciación simétrica en mercados con libre entrada y un número relativamente grande de empresas suele asociarse con la idea de la competencia monopolística. Esta puede definirse como una estructura de mercado en la que cada empresa actúa como un monopolista en su propia variedad pero ignora el impacto de sus decisiones sobre el mercado como un todo. Una alternativa a esta estructura es el oligopolio, en el cual cada empresa se comporta estratégicamente respecto de las demás y por lo tanto toma en cuenta el efecto de las acciones de las otras empresas sobre las suyas propias.

El propósito de este trabajo es formular un modelo en el cual la competencia monopolística y el oligopolio puedan ser vistos como diferentes hipótesis de comportamiento en un mercado con diferenciación de productos. La manera de lograr esto es suponer que los consumidores (que actúan como tomadores de precios) perciben las distintas variedades disponibles como bienes que tienen tanto un "valor homogéneo" (dado por las características intrínsecas que los definen como un solo producto) como un "valor diferenciado" (dado por los elementos idiosincráticos de cada variedad). Definiremos por lo tanto al comportamiento de competencia monopolística como aquél en el cual cada empresa actúa como si no pudiera influir al primero de tales valores, pero teniendo en cuenta su capacidad de manipular el segundo. Este supuesto es distinto de las hipótesis de Bertrand y Cournot usadas para resolver modelos de oligopolio con diferenciación de productos, en las que las empresas aún poseen algún grado de poder monopólico sobre el mercado como un todo[1].

Nuestro trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera. En la primera sección analizamos la historia del problema y revisamos parte de la literatura moderna referida al mismo. En la segunda, desarrollamos el modelo básico para una economía con un consumidor representativo y un número finito de empresas potenciales, y definimos distintos conceptos de equilibrio a través del empleo de diferentes supuestos acerca del comportamiento de las empresas. Este modelo nos sirve también para estudiar algunos aspectos referidos al fenómeno de la colusión, y para derivar resultados normativos sobre la eficiencia de los distintos equilibrios. La tercera sección, finalmente, extiende nuestras conclusiones a un entorno de infinitas dimensiones, en el cual las soluciones oligopólicas confluyen con las de competencia pura o monopolística.

1. Historia y reseña de la literatura

La mayoría de la literatura económica sobre diferenciación de productos reconoce sus orígenes en dos contribuciones liminares de la primera mitad del siglo XX: Hotelling (1929) y Chamberlin (1933). El primero de tales trabajos origina la literatura sobre diferenciación espacial (enfoque "con domicilios"), en tanto que el segundo es la fuente de

[1] Otros enfoques distintos al nuestro no comparten esta distinción. Véase Benassy (1991) para una reseña de modelos en la cual la competencia monopolística está definida como un oligopolio de Bertand con libre entrada.

la mayoría de los modelos sobre diferenciación simétrica (enfoque "sin domicilios")[2]. La tensión entre estas dos maneras de ver la diferenciación de productos es casi tan vieja como las ideas que le dieron origen, y tuvo un papel prominente en los primeros debates acerca de la obra de Chamberlin. Robinson (1934), por ejemplo, sostuvo que el poder de mercado originado en la diferenciación simétrica tiende a desaparecer cuando los mercados crecen, porque la introducción de nuevas variedades ("entre medio" de las existentes) necesariamente incrementa la sustituibilidad entre los bienes[3].

Los modelos con y sin domicilios difieren también en el sentido de que los primeros suelen suponer la existencia de interacción estratégica entre variedades que se encuentran próximas, en tanto que los últimos pretenden hallarse libres de dicha interacción apelando al concepto de competencia monopolística. Esta diferencia es clara si comparamos los modelos formales de ambos tipos de diferenciación de productos, como el oligopolio espacial con libre entrada de Salop (1979) y el enfoque del consumidor representativo de Dixit y Stiglitz (1977). La diferenciación simétrica, sin embargo, suele hacer desaparecer la interacción estratégica sólo cuando el número de variedades introducidas tiende a infinito. Su mayor diferencia con los modelos espaciales, por lo tanto, no es la ausencia de interacción estratégica sino el hecho de que, en el límite, el equilibrio alcanza un nivel irreducible de imperfección de mercado que no existe cuando las variedades se vuelven cada vez más cercanas entre ellas. Esto explica porqué parte del trabajo subsiguiente sobre el tema se concentró en el análisis de mercados con infinitas variedades, sean éstas contables -vgr, Hart (1985)- o continuas -vgr, Páscoa (1993)-. Estos péiperes eliminan también el supuesto de un consumidor representativo, y usan las diferencias en gustos de los consumidores como una explicación de la existencia de una preferencia social por la variedad.

La diferenciación de productos ha sido vista también como la fuente del comercio

[2] Esta clasificación entre enfoques con y sin domicilios aparece en Eaton y Lipsey (1989).

[3] La literatura moderna sobre el tema ha mostrado que esta conjetura se aplica a algunos casos y no a otros. Para un estudio de este problema en un contexto de diferenciación de productos infinita, véase Ostroy y Zame (1994).

internacional intra-industrial -vgr, Krugman (1979)- y del crecimiento originado en la especialización -vgr, Romer (1987)-. Estas áreas de la literatura económica suelen utilizar modelos sin domicilios, ya que un factor clave para ellos es la existencia de un conflicto entre los objetivos sociales de demanda por variedad y de aprovechamiento de economías de escala (que indirectamente favorece la uniformidad). Esta característica de este tipo de modelos había sido ya señalada por Kaldor (1935), cuya crítica de la competencia monopolística se basaba en que ésta requería algún tipo de rendimiento creciente a escala. La relación entre estos conceptos fue también la fuente de un largo debate sobre la existencia de "capacidad excedente" bajo competencia monopolística -véase, por ejemplo, Archibald (1961) o Demsetz (1964)-, el cual quedó finalmente cerrado cuando modelos económicos más formales mostraron que el nivel de producción de equilibrio podía ser mayor o menor que el óptimo (dependiendo de las características de las funciones de utilidad y de costos involucradas).

2. Modelo básico

Imaginemos una economía con un único consumidor representativo cuyas preferencias estén dadas por la siguiente función de utilidad:

$$U = V(q_1, q_2, \ldots, q_n) + m = V_Q\left(\sum_{i=1}^{n} q_i\right) + \sum_{i=1}^{n} V_i(q_i) + m \quad ;$$

donde "m" es un bien monetario con utilidad marginal constante, "q_i" es la cantidad de la iésima variedad del único bien no monetario que el consumidor demanda y "n" es el número total de variedades, que coincide con el total de empresas potenciales. "V_Q" y "V_i" son funciones de valuación crecientes, continuamente diferenciables y estrictamente cóncavas, para las cuales se da que "$V_Q(0) = 0$" y "$V_i(0) = 0$".

Debido a la naturaleza cuasilineal de estas preferencias, el problema de maximización de la utilidad sujeto a una restricción presupuestaria se vuelve equivalente a un problema de maximización del excedente del consumidor. Este problema puede escribirse así:

$$S(\max_{\{q_i\}}) = V_Q\left(\sum_{i=1}^{n} q_i\right) + \sum_{i=1}^{n} V_i(q_i) - \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot q_i \qquad ;$$

y sus condiciones de primer orden nos dan directamente las siguientes funciones de demanda:

$$\frac{\partial S}{\partial q_i} = \frac{\partial V_Q}{\partial(\Sigma q_i)} + \frac{\partial V_i}{\partial q_i} - p_i = 0 \qquad \Rightarrow \qquad p_i = v_Q(\Sigma q_i) + v_i(q_i) \qquad ;$$

donde "p_i" es el precio de la iésima variedad, "v_Q" es la valuación marginal (decreciente) del componente homogéneo del producto -que es igual para todas las variedades- y "v_i" es la valuación marginal (decreciente) del componente idiosincrático.

2.1. Análisis de equilibrio

El mercado de nuestro producto diferenciado puede exhibir diferentes tipos de equilibrio bajo distintos supuestos acerca del comportamiento de las empresas que participan en él. Tres posibles alternativas son:

a) Competencia pura: Cada empresa toma "p_i" como dado.

b) Competencia monopolística: Cada empresa toma "v_Q" como dado pero percibe que "v_i" es una función de "q_i".

c) Oligopolio de Cournot: Cada empresa percibe que tanto "v_Q" como "v_i" son funciones de "q_i", pero toma todas las otras "$q_j \neq q_i$" como dadas.

Supongamos ahora que cada empresa tiene una cierta función de costo total "$TC_i(q_i)$" que depende de la cantidad producida por esa empresa pero no de las cantidades producidas por las demás firmas. Supongamos también que esas funciones tienen la siguiente forma:

$$TC_i(q_i) = FC_i + VC_i(q_i) \qquad (\text{si } q_i > 0) \quad ;$$

$= 0 \qquad\qquad\qquad\qquad (\text{si } q_i = 0) \quad ;$

donde "$FC_i > 0$" y "$VC_i(q_i)$" es creciente, continuamente diferenciable y estrictamente cóncava en "q_i".

Para que una empresa esté dispuesta a producir un cierto nivel de "q_i", deben darse dos condiciones básicas: su costo marginal tiene que ser igual al ingreso marginal percibido por la empresa (cuya definición varía según el supuesto de comportamiento que utilicemos), y sus beneficios no deben ser negativos (o, lo que es lo mismo, su precio debe ser mayor o igual que su costo medio). Esto hace que los tres posibles equilibrios ocurran cuando:

$p_i = v_Q + v_i = MC_i \geq AC_i$ (Competencia pura) ;

$p_i = v_Q + v_i = MC_i - v_{ii}.q_i \geq AC_i$ (Competencia monopolística) ;

$p_i = v_Q + v_i = MC_i - (v_{QQ} + v_{ii}).q_i \geq AC_i$ (Oligopolio de Cournot) ;

donde "MC_i" es el costo marginal, "AC_i" es el costo medio, "v_{ii}" es la derivada de "v_i" con respecto a "q_i" y "v_{QQ}" es la derivada de "v_Q" con respecto a "Σq_i"[4].

Como la concavidad estricta de "V_Q" y "V_i" nos garantiza que los signos de "v_{QQ}" y "v_{ii}" son los dos negativos, la comparación entre nuestros tres tipos de equilibrio implica un apartamiento creciente de la regla de fijación de precios al costo marginal conforme nos movemos de un supuesto de comportamiento al otro. Más aún, la manera en la que estos apartamientos están definidos nos da un procedimiento para identificar la causa de la capacidad de las distintas empresas de cobrar precios por encima de sus costos marginales. En la competencia monopolística, esta causa está dada exclusivamente por la provisión de un producto diferenciado que es valorado por los consumidores (poder de mercado local).

[4] Estos tres tipos de equilibrio, que hemos definido aquí a través de supuestos de comportamiento acerca de nuestras empresas, pueden también justificarse apelando a conceptos basados en la teoría de los juegos. En tal sentido, véase el apéndice 2 sobre la fundamentación del concepto de competencia monopolística.

Bajo condiciones de oligopolio de Cournot, en cambio, existe una causa adicional de poder de mercado (global), que viene de la posibilidad de restringir la producción total como un modo de incrementar los precios y los beneficios.

La inclusión de una condición de beneficios no negativos (expresada como una relación entre precios y costos medios) incorpora un requisito adicional, que trae aparejado distintos grados de flexibilidad para producir cantidades menores que la que minimiza los costos medios. Dicha flexibilidad está dada por las siguientes expresiones:

$AC_i - MC_i \leq p_i - MC_i = 0$ (Competencia pura) ;

$AC_i - MC_i \leq p_i - MC_i = -v_{ii}.q_i$ (Competencia monopolística) ;

$AC_i - MC_i \leq p_i - MC_i = -(v_{QQ} + v_{ii}).q_i$ (Oligopolio de Cournot) ;

para las cuales las desigualdades se cumplen como igualdades en los casos de "empresas marginales" (es decir, las que obtienen beneficios nulos).

Las condiciones enunciadas pueden traducirse a un diagrama de costos medios y marginales para la empresa marginal individual. Las mismas nos dicen que, bajo un régimen de competencia pura, la empresa opera en el punto donde "$AC_i = MC_i$", y por lo tanto su costo medio resulta mínimo. Cuando nos movemos hacia otros tipos de equilibrio, la mínima escala rentable de producción se va reduciendo progresivamente, permitiéndonos incrementar la brecha entre el costo medio y el costo marginal. Este fenómeno nos sugiere la existencia de precios de equilibrio más altos, así como la presencia de un número mayor de empresas en actividad.

Para el caso particular en el cual todas las empresas son idénticas y todas las variedades son valuadas de manera equivalente por el consumidor, las relaciones entre los precios, las cantidades y el número de empresas bajo los distintos equilibrios puede enunciarse y probarse por medio de las siguientes proposiciones:

Proposición 1: Si todas las empresas y variedades son equivalentes (i.e, $V_i = V(q_i)$ y $TC_i = TC(q_i)$ para todo "i"), entonces la cantidad de equilibrio producida por cada empresa es *mayor bajo competencia pura y menor bajo oligopolio de Cournot que la cantidad producida bajo competencia monopolística (i.e, $q_{PT} > q_{MC} > q_{OL}$).*

Prueba:

Si todas las empresas y variedades son equivalentes, entonces el equilibrio puede definirse a través de las siguientes condiciones de beneficio nulo:

$(AC - MC)_{PT} = 0$ (Competencia pura) ;

$(AC - MC)_{MC} = -v_{ii}(q_{MC}).q_{MC} > 0$ (Competencia monopolística) ;

$(AC - MC)_{OL} = -[v_{QQ}(q_{OL}) + v_{ii}(q_{OL})].q_{OL} > 0$ (Oligopolio de Cournot) ;

donde las desigualdades provienen del supuesto de concavidad estricta de "V_Q" y "V_i". Si ahora diferenciamos estas expresiones con respecto a "q" obtenemos:

$$\frac{\partial(AC-MC)}{\partial q} = -\frac{AC(q)-MC(q)}{q} - \frac{\partial MC}{\partial q} < 0 \qquad (\forall q \ / \ AC(q)\text{-}MC(q) \geq 0) \quad ;$$

donde la desigualdad proviene del supuesto de convexidad estricta de "TC". Mas aún, la concavidad de "V_Q" nos dice que:

$-[v_{QQ}(q) + v_{ii}(q)].q > -v_{ii}(q).q \qquad (\forall q > 0)$.

Combinando todos estos resultados, se da que:

$(AC - MC)_{PT} < (AC - MC)_{MC} < (AC - MC)_{OL} \Rightarrow q_{PT} > q_{MC} > q_{OL}$ c.q.d.

Proposición 2: Si todas las empresas y variedades son equivalentes (i.e, $V_i = V(q_i)$ y $TC_i = TC(q_i)$ para todo "i"), entonces el precio de equilibrio para cada variedad es menor bajo competencia pura y mayor bajo oligopolio de Cournot que el precio bajo competencia monopolística (i.e, $p_{PT} < p_{MC} < q_{OL}$).

Prueba:

Si todas las empresas y variedades son equivalentes, la condición de beneficio nulo nos dice que:

$p_{PT} = AC(q_{PT})$; $p_{MC} = AC(q_{MC})$; $p_{OL} = AC(q_{OL})$.

Si diferenciamos "AC" con respecto a "q", se da que:

$$\frac{\partial AC}{\partial q} = -\frac{AC(q)-MC(q)}{q} < 0 \qquad (\forall q \ / \ AC(q)\text{-}MC(q) > 0) \quad .$$

Y combinando estos resultados con la proposición 1, llegamos a que:

$q_{PT} > q_{MC} > q_{OL} \Rightarrow AC(q_{PT}) < AC(q_{MC}) < AC(q_{OL}) \Rightarrow p_{PT} < p_{MC} < p_{OL}$ c.q.d.

Proposición 3: Si todas las empresas y variedades son equivalentes (i.e, $V_i = V(q_i)$ y $TC_i = TC(q_i)$ para todo "i"), entonces el número de empresas activas en equilibrio es menor bajo competencia pura y mayor bajo oligopolio de Cournot que dicho número bajo competencia monopolística (i.e, $N_{PT} < N_{MC} < N_{OL}$).

Prueba:

Si todas las empresas y variedades son equivalentes, entonces para cualquier "N" se da que:

$$\Pi_i = [v_Q(N.q) + v_i(q)].q - TC(q) \quad ; \quad \frac{\partial \Pi_i}{\partial q} = v_Q + v_i - MC + v_{ii} \cdot q + v_{QQ} \cdot N \cdot q \quad .$$

Sustituyendo las condiciones de optimización de la empresa individual bajo competencia pura, competencia monopolística y oligopolio de Cournot en esta última expresión, obtenemos que:

$$\left.\frac{\partial \Pi_i}{\partial q}\right|_{PT} = (v_{ii} + v_{QQ} \cdot N_{PT}) \cdot q_{PT} < 0 \quad ; \quad \left.\frac{\partial \Pi_i}{\partial q}\right|_{MC} = v_{QQ} \cdot N_{MC} \cdot q_{MC} < 0 \quad ;$$

$$\left.\frac{\partial \Pi_i}{\partial q}\right|_{OL} = v_{QQ} \cdot (N_{OL} - 1) \cdot q_{OL} < 0 \quad ;$$

donde las desigualdades provienen del supuesto de concavidad estricta de "V_Q" y "V_i". Si los tres valores de "N" fueran iguales, entonces la proposición 1 nos diría que:

$$N_{PT} = N_{MC} = N_{OL} \quad \Rightarrow \quad \left.\frac{\partial \Pi_i}{\partial q}\right|_{PT} < \left.\frac{\partial \Pi_i}{\partial q}\right|_{MC} < \left.\frac{\partial \Pi_i}{\partial q}\right|_{OL} < 0 \quad .$$

Sin embargo, por concavidad "Π" con respecto a "q", esto implica que:

$$q_{PT} > q_{MC} > q_{OL} \quad y \quad N_{PT} = N_{MC} = N_{OL} \quad \Rightarrow \quad \Pi_{PT} < \Pi_{MC} < \Pi_{OL} \quad ;$$

lo cual contradice la hipótesis de beneficios nulos. Pero como sabemos que:

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial N} = v_{QQ} \cdot q^2 < 0 \qquad (\forall q > 0) \quad ;$$

podemos entonces deducir que si los beneficios son nulos debe darse que:

$$q_{PT} > q_{MC} > q_{OL} \quad y \quad \Pi_{PT} = \Pi_{MC} = \Pi_{OL} \quad \Rightarrow \quad N_{PT} < N_{MC} < N_{OL} \qquad \text{c.q.d.}$$

2.3. Colusión

El análisis de la colusión en un modelo de diferenciación de productos puede realizarse de distintas maneras. Como nuestro propósito no es evaluar la probabilidad de que exista colusión en un entorno como éste, sin embargo, solamente caracterizaremos el resultado colusivo de una forma que resulte comparable con los distintos equilibrios que vimos en la sección anterior. La clase de colusión en la que nos concentraremos, por lo tanto, será la que corresponde al caso más extremo. La definiremos como una situación en la cual el conjunto de todas las empresas decide simultáneamente los niveles de producción de cada variedad individual, teniendo en cuenta todo el impacto que los mismos tienen sobre la demanda del consumidor y apuntando a la maximización de los beneficios agregados.

Definamos entonces la función objetivo del conjunto de todas las empresas a través de la siguiente expresión:

$$\Pi = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot q_i - \sum_{i=1}^{n} TC_i(q_i) = v_Q\left(\sum_{i=1}^{n} q_i\right) \cdot \sum_{i=1}^{n} q_i + \sum_{i=1}^{n} v_i(q_i) \cdot q_i - \sum_{i=1}^{n} TC_i(q_i) \quad .$$

Para maximizar esta función, deben cumplirse dos requisitos básicos:

a) "$\partial\Pi/\partial q_i$" debe ser cero para toda "$q_i > 0$" y no positiva para toda "$q_i = 0$";

b) la contribución de cada firma al beneficio agregado debe ser no negativa para toda empresa para la cual "$q_i > 0$" y cero para las que producen "$q_i = 0$".

Estas dos condiciones pueden interpretarse como dos caras de la misma moneda. La primera de ellas opera sobre el "margen intensivo" de análisis y está relacionada con la elección óptima una variable unidimensional continua (cantidad). La segunda actúa sobre un "margen extensivo", y sirve para definir la elección óptima de una variable multidimensional discreta (empresas). Nótese que, en nuestro marco de análisis, las empresa pueden ser distintas unas de las otras, tanto desde el punto de vista de sus costos (ya que las funciones "TC_i" pueden diferir) como desde el punto de vista de la valuación del consumidor (ya que las funciones "v_i" pueden ser distintas). El único requisito de similitud que hemos impuesto, por lo tanto, está dado por el hecho de que las unidades que usamos para medir las cantidades resulten conmensurables, de modo que la idea de una "cantidad total producida por la industria" tenga algún significado tangible (y sea homogéneamente valorada por el consumidor a través de la función "V_Q").

Cuando operamos sobre el margen intensivo de las cantidades, la maximización del beneficio agregado requiere cumplir con las siguientes condiciones de primer orden[5]:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = v_Q + v_{QQ} \cdot \Sigma q_i + v_i + v_{ii} \cdot q_i - MC_i = 0 \qquad (\text{si } q_i > 0) \quad ;$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = v_Q + v_{QQ} \cdot \Sigma q_i + v_i + v_{ii} \cdot q_i - MC_i < 0 \qquad (\text{sólo si } q_i = 0) \quad .$$

Si consideramos el margen extensivo de las empresas, en cambio, las condiciones relevantes son:

$$M\Pi_i = \Pi(\max) - \Pi_{-i}(\max) > 0 \qquad (\text{sólo si } q_i > 0) \quad ;$$

$$M\Pi_i = \Pi(\max) - \Pi_{-i}(\max) = 0 \qquad (\text{si } q_i = 0) \quad ;$$

donde "Π_{-i}" es el beneficio agregado cuando sustraemos a la iésima empresa del mercado, y "$M\Pi_i$" es el "beneficio marginal de la iésima empresa" (definido como la diferencia entre el máximo beneficio agregado con y sin ella).

El cómputo del beneficio marginal de las empresas no es una tarea sencilla en esta economía, básicamente porque los valores de las distintas "$q_j \neq q_i$" generalmente cambian cuando la iésima empresa esta fuera del mercado. Sin embargo, si suponemos que el impacto de ese cambio es relativamente pequeño (es decir, que "$q_j \approx q_j(-i)$"), resulta posible aproximar la siguiente expresión de "$M\Pi_i$":

$$M\Pi_i \approx \left[v_Q\left(q_i + \sum_{j \neq i} q_j\right) - v_Q\left(\sum_{j \neq i} q_j\right) \right] \cdot \sum_{j \neq i} q_j + \left[v_Q\left(q_i + \sum_{j \neq i} q_j\right) + v_i(q_i) \right] \cdot q_i - TC_i(q_i) \quad ;$$

[5] Nótese que como la función de beneficios agregados no es necesariamente cóncava (ya que las funciones de costos "TC_i" no son convexas para valores pequeños de "q_i") estas condiciones de Kuhn-Tucker -aunque necesarias- no son suficientes para la existencia de un máximo global.

donde el primer término de la sumatoria es negativo (ya que "V_Q" es cóncava) y representa una externalidad negativa que la iésima empresa le crea a los beneficios del resto de la industria[6]. Como la suma de los restantes términos es igual al beneficio de la iésima empresa, podemos entonces concluir que el beneficio marginal de una empresa en actividad es menor que el beneficio que realmente percibe.

Si combinamos las condiciones de Kuhn-Tucker con las de beneficio marginal, el resultado de la colusión para este mercado puede caracterizarse a través de la siguiente expresión:

$$p_i = v_Q + v_i = MC_i - v_{QQ}.\Sigma q_i - v_{ii}.q_i \geq AC_i - \Delta v_Q.\Sigma q_j/q_i \quad ;$$

donde "$\Delta v_Q.\Sigma q_j/q_i$" es un número negativo. Todas las empresas activas, por lo tanto, terminan ganando un beneficio positivo. Esto es incompatible con la existencia de libre entrada y requiere que empresas que podrían obtener un beneficio positivo permanezcan inactivas, en tanto y en cuanto su contribución marginal al conjunto de empresas como un todo sea negativo. Este fenómeno, por supuesto, no está relacionado con la diferenciación de productos sino con la existencia de un componente homogéneo en cada variedad diferenciada. La dificultad que esto crea para sostener la colusión, sin embargo, puede resultar aquí mayor que en el caso de un bien completamente homogéneo. La razón es que cada empresa tiene la posibilidad de crear un nuevo segmento en el mercado para su variedad idiosincrática, y tiene por lo tanto que resignar una fuente adicional de beneficios positivos a fin de maximizar las ganancias agregadas de las otras empresas.

Si consideramos el caso en el que todas las firmas y variedades son equivalentes, la relación entre beneficios totales y beneficios marginales puede probarse más rigurosamente a través de la siguiente proposición:

Proposición 4: Si todas las empresas y variedades son equivalentes (i.e, $V_i = V(q_i)$ y $TC_i = TC(q_i)$ para todo "i") entonces, para el nivel de producción que maximiza los beneficios

[6] En rigor, esta externalidad pecuniara también afecta al consumidor, a través de cambios en sus precios de reserva por el resto de las variedades disponibles en el mercado. Makowski y Ostroy (1995) definen este fenómeno como una "externalidad sobre los precios de reserva" (*reservation price externality*).

agregados, el beneficio marginal de cada empresa es menor que su beneficio total (i.e, $M\Pi_i < \Pi_i$).

Prueba:

Si todas las empresas y variedades son equivalentes, la maximización de los beneficios agregados implica que:

$$M\Pi_i = \frac{\partial \Pi}{\partial N} = v_Q \cdot q + v_i \cdot q - TC_i + v_{QQ} \cdot N \cdot q^2 = 0 \quad .$$

Combinando esta definición con la de beneficio total, llegamos a que:

$$\Pi_i = v_Q \cdot q + v_i \cdot q - TC_i = M\Pi_i - v_{QQ} \cdot N \cdot q^2 > 0 \quad ;$$

donde la desigualdad proviene del supuesto de concavidad estricta de "V_Q". Por lo tanto:

$q = \operatorname{argmax} \Pi \quad \Rightarrow \quad M\Pi_i < \Pi_i$ c.q.d.

2.3. Análisis de eficiencia

El supuesto de preferencias cuasilineales del consumidor tiene la ventaja de que nos permite estudiar todos los temas relacionados con la eficiencia y la distribución del ingreso usando el concepto de "ganancias del comercio". Estas ganancias se representan a través de la siguiente función:

$$G = V_Q\left(\sum_{i=1}^{n} q_i\right) + \sum_{i=1}^{n} V_i(q_i) - \sum_{i=1}^{n} TC_i(q_i) \quad .$$

Para obtener una asignación eficiente, debemos elegir un conjunto de cantidades "q_i" que maximicen esta función de ganancias del comercio. Los requisitos para esto son similares a los vistos para el caso de maximización de los beneficios agregados, es decir:

a) "$\partial G/\partial q_i$" debe ser cero para toda "$q_i > 0$" y no positiva para toda "$q_i = 0$";

b) las contribuciones a las ganancias del comercio deben ser no negativas para todas las empresas que produzcan "$q_i > 0$", y cero para todas las que produzcan "$q_i = 0$".

Una vez más, la primera condición opera sobre el margen intensivo de cantidades y la segunda lo hace sobre el margen extensivo de empresas. Las condiciones de Kuhn-

Tucker son por lo tanto las siguientes:

$$\frac{\partial G}{\partial q_i} = v_Q(\Sigma q_i) + v_i(q_i) - MC_i = 0 \qquad \text{(si } q_i > 0) \quad ;$$

$$\frac{\partial G}{\partial q_i} = v_Q(\Sigma q_i) + v_i(q_i) - MC_i < 0 \qquad \text{(sólo si } q_i = 0) \quad ;$$

en tanto que las condiciones "extensivas" de optimización pueden escribirse como:

$$MP_i = G(max) - G_{-i}(max) > 0 \qquad \text{(sólo si } q_i > 0) \quad ;$$

$$MP_i = G(max) - G_{-i}(max) = 0 \qquad \text{(si } q_i = 0) \quad ;$$

donde "G_{-i}" es la función de ganancias del comercio cuando restamos a la iésima empresa del mercado, y "MP_i" es el "producto marginal de la iésima empresa" (definido como la diferencia entre las ganancias del comercio máximas con y sin ella).

Nótese que la idea del "producto marginal de una empresa", tomada de la literatura sobre equilibrio general[7], tiene una fuerte conexión con la definición de "beneficio marginal" que vimos en la sección anterior. Allí nuestro objetivo era medir el impacto que las decisiones de una empresa tenían sobre los beneficios del resto de la industria. Aquí extendemos dicho concepto para captar también el efecto sobre el excedente del consumidor, y medir así la influencia total que la empresa tiene sobre el excedente total generado por la economía. La analogía con el producto marginal de un recurso viene de considerar a cada firma como un "factor de producción" en el proceso de creación de ganancias del comercio.

Para hallar una expresión del producto marginal de una empresa, seguiremos el mismo procedimiento utilizado en la sección anterior con el beneficio marginal. Así, si suponemos que cuando la iésima empresa está fuera del mercado todas las otras cantidades permanecen aproximadamente constantes (i.e, que "$q_j \approx q_j(-i)$"), podemos escribir que:

[7] Véase, por ejemplo, Makowski y Ostroy (1995) u Ostroy y Zame (1994).

$$MP_i \approx \left[V_Q\left(q_i + \sum_{j \neq i} q_j\right) - V_Q\left(\sum_{j \neq i} q_j\right)\right] + V_i(q_i) - TC_i(q_i) \quad .$$

Si, más aún, estamos en una situación en la cual la escala de producción de la iésima empresa es pequeña respecto del mercado total, entonces el valor de "v_Q" no cambia demasiado sin la iésima empresa. Por ello, la valuación marginal del componente homogéneo puede aproximarse a través del producto de "v_Q" y "q_i", dándose que:

$$\lim_{\left\{\frac{q_i}{\Sigma q_i} \to 0\right\}} MP_i = v_Q \cdot q_i + V_i(q_i) - TC_i(q_i) \quad .$$

Con la ayuda de las condiciones de Kuhn-Tucker y de los productos marginales que hemos derivado, es posible evaluar la eficiencia relativa de los cuatro tipos de equilibrio descritos en las secciones anteriores. La observación más sencilla que podemos hacer es que la condición de Kuhn-Tucker para las empresas en actividad se asemeja a la condición de equilibrio bajo competencia pura, y es claramente distinta de las halladas para la competencia monopolística, el oligopolio de Cournot y la colusión. Esto no implica, sin embargo, que un equilibrio de competencia pura sea en este caso eficiente, ya que las empresas que producen bajo este tipo de equilibrio no son necesariamente las mismas que lo elegiría un maximizador de las ganancias del comercio. Para ver esto basta comparar el "filtro" que el mercado usa para determinar cuáles empresas producen (i.e, beneficios no negativos) con el que garantiza la eficiencia (i.e, productos marginales no negativos). Si, por ejemplo, tomamos la expresión derivada para "MP_i" cuando "q_i" es pequeño respecto del mercado como un todo, la comparación entre beneficios y productos marginales nos dice que:

$$MP_i - \Pi_i \approx V_i(q_i) - v_i \cdot q_i > 0 \quad ;$$

donde el signo positivo proviene del supuesto de concavidad estricta de "V_i".

Esta desigualdad entre beneficios y productos marginales implica que en un equilibrio de competencia pura existen empresas que no están produciendo pero podrían sin embargo contribuir a incrementar las ganancias del comercio si lo hicieran. Esta falla del mercado puede interpretarse de distintas maneras. Una explicación posible es que nuestro equilibrio de competencia pura no es verdaderamente "walrasiano", en el sentido de que el consumidor sólo ve los precios de las variedades que se producen realmente (y no el vector completo de los precios de todas las variedades). Otra interpretación tiene que ver con la existencia del problema de externalidad ya mencionado, debido al hecho de que en esta economía la presencia o ausencia de una variedad adicional afecta directamente los beneficios de las restantes empresas y la valuación de las otras variedades por parte del consumidor. Un tercer enfoque, finalmente, está relacionado con la idea de apropiabilidad: la estructura industrial óptima no puede surgir de un equilibrio de competencia pura ya que las empresas no están apropiándose de toda su contribución a las ganancias del comercio (producto marginal), y por lo tanto se ven inducidas a abandonar el mercado aun en casos en los que su presencia sería valiosa.

Para evaluar la eficiencia de los otros tipos de equilibrio, es necesario considerar conjuntamente las condiciones de Kuhn-Tucker y las de los productos marginales derivadas al maximizar las ganancias del comercio. Estas nos dicen que, para cualquier empresa que produce la cantidad socialmente óptima de su variedad diferenciada, debe darse que:

$$v_Q + v_i = MC_i \quad ; \quad v_Q + AV_i \geq AC_i \quad \Rightarrow \quad AC_i - MC_i \leq AV_i - v_i \quad ;$$

donde "AV_i" es la valuación promedio del componente idiosincrático de "q_i". Esta condición de eficiencia (que se cumple como igualdad para la empresa marginal) puede ser comparada con las condiciones equivalentes que hemos derivado para nuestros distintos tipos de equilibrios de mercado. El resultado es en cierto aspecto ambiguo, ya que la "brecha marginal óptima" entre costos medios y marginales definida aquí puede ser mayor o menor que la que se obtiene bajo competencia monopolística, oligopolio de Cournot o colusión. Para distintos casos particulares, sin embargo, esta medida puede resultar una herramienta interesante en la evaluación de la eficiencia relativa de las distintas estructuras de mercado, y para analizar la conveniencia o inconveniencia de ciertos tipos de intervención pública.

Para concluir nuestro análisis, volvamos al caso en el que todas las empresas y variedades son equivalentes para mostrar la relación entre beneficios y productos marginales. La misma puede enunciarse y probarse a través de la siguiente proposición:

Proposición 5: Si todas las empresas y variedades son equivalentes (i.e, $V_i = V(q_i)$ y $TC_i = TC(q_i)$ para todo "i") entonces, en el nivel de producción que maximiza las ganancias del comercio, el producto marginal de cada empresa es mayor que su beneficio total (i.e, $MP_i > \Pi_i$).

Prueba:

Si todas las empresas y variedades son equivalentes, la maximización de las ganancias del comercio implica que:

$$MP_i = \frac{\partial G}{\partial N} = v_Q \cdot q + V_i(q) - TC_i = 0$$

Combinando esta definición con la de beneficio total, llegamos a que:

$$\Pi_i = v_Q \cdot q + v_i \cdot q - TC_i = MP_i + v_i \cdot q - V_i(q) < 0 \quad ;$$

donde la desigualdad proviene del supuesto de concavidad estricta de "V_i". Por lo tanto:

$$q = \text{argmax } G \quad \Rightarrow \quad MP_i > \Pi_i \qquad \text{c.q.d.}$$

3. Extensiones en infinitas dimensiones

3.1. Un continuo de agentes con un número finito de tipos

El modelo finito que utilizamos en las secciones anteriores consideraba un solo consumidor representativo y un número finito de empresas diferenciadas. En esta sección extenderemos su alcance a un contexto de un continuo de agentes, pero mantendremos el mismo número de tipos de empresas y consumidores. Esto implica que ahora nuestro único consumidor representativo se convertirá en un continuo de idénticos consumidores infinitesimales con masa igual a uno, y que nuestras "n" firmas pasarán a ser un conjunto de "n" variedades, cada una de ellas con un continuo de empresas infinitesimales.

Definamos ahora un vector "$r = (r_1, r_2, ..., r_n)$" de masas de empresas para cada posible variedad del producto diferenciado. Las máximas ganancias del comercio para la economía se definen entonces de la siguiente manera:

$$G(r) = G\underset{\{q_t\}}{(\max)} = V_Q\left(\sum_{t=1}^{n} q_t \cdot r_t\right) + \sum_{t=1}^{n} V_t(q_t \cdot r_t) - \sum_{t=1}^{n} TC_t(q_t) \cdot r_t \qquad ;$$

donde "q_t" es la producción de una masa unitaria de empresas de la variedad "t", y "TC_t" es la función de costo total medida al nivel de dicha masa. La condición de Kuhn-Tucker para la maximización de las ganancias del comercio puede por lo tanto expresarse como:

$$\frac{\partial G}{\partial q_t} = [v_Q + v_t - MC_t] \cdot r_t = 0 \qquad (\text{si } q_t > 0) \quad ;$$

$$\frac{\partial G}{\partial q_t} = [v_Q + v_t - MC_t] \cdot r_t < 0 \qquad (\text{sólo si } q_t = 0) \quad .$$

Para cualquier tipo de empresa con masa positiva, esta condición es esencialmente la misma que hallamos en el modelo finito. El supuesto de un continuo de empresas, sin embargo, tiene un impacto sobre la condición de productos marginales, ya que ahora el número de empresas (i.e, su masa) ha pasado a ser una variable continua para cada posible variedad. Esto nos permite utilizar una definición "intensiva" del producto marginal de una empresa infinitesimal de la variedad "t", basada en la aplicación del teorema de la envolvente. Esto puede escribirse así:

$$MP_t = \frac{\partial G(r)}{\partial r_t} = v_Q \cdot q_t + v_t \cdot q_t - TC_t(q_t) \qquad ;$$

donde todas las "q_t" están valuadas al nivel que maximiza "G".

Como vemos, esta expresión es ahora exacta en vez de aproximada, ya que la propia idea del continuo implica que la escala de cada empresa individual es infinitesimal con respecto al mercado como un todo. Más aún, el efecto de una empresa sobre la valuación idiosincrática que los consumidores tienen de dicha variedad se ha vuelto también despreciable, y por lo tanto el término que captura dicho impacto en la definición del producto marginal pasa a ser igual a "$v_t.q_t$" en vez de "V_t". Lo que sí se mantiene igual es el criterio que determina cuáles son las variedades óptimas que deben operar en el mercado, el cual prescribe que los productos marginales deben ser no negativos para todas las empresas que producen una cantidad positiva, y cero para todas las que no producen nada.

El marco conceptual utilizado hasta aquí para mostrar la extensión del modelo finito a una situación con un continuo de agentes tiene la ventaja de ser relativamente simple, pero descansa sobre dos supuestos implícitos cuya validez no es universal (aunque en este caso resultan aplicables, como veremos luego). El primer supuesto es que todas las empresas de la misma variedad producen la misma cantidad (igualdad de tratamiento). El segundo es que el costo total de las empresas infinitesimales puede ser agregado dentro de cada variedad, y expresado con una función de "q_t". Si dejamos de lado estos supuestos, debemos incrementar el nivel de la matemática utilizada en nuestro problema. Este cambio resulta de todos modos necesario para proceder con otras extensiones adicionales, así que primero lo introduciremos para replicar los resultados obtenidos en los párrafos anteriores.

Definamos las ganancias del comercio del siguiente modo:

$$G(r) = \underset{\{q_{ti}\}}{G(\max)} = V_Q\left(\sum_{t=1}^{n}\int_{i\in t} q_{ti}d\mu\right) + \sum_{t=1}^{n} V_t\left(\int_{i\in t} q_{ti}d\mu\right) - \sum_{t=1}^{n}\int_{i\in t} TC_t(q_{ti})d\mu \quad ;$$

donde "q_{ti}" es la densidad de la cantidad producida por la iésima empresa de la variedad "t", "$TC_t(q_{ti})$" es el costo total de dicha empresa, y "μ" es una medida de Lebesgue. Esta medida se relaciona con el concepto de masa que vimos anteriormente, y se define como:

$$\int_{i\in t} d\mu = \mu(t) = r_t > 0 \qquad \text{y} \qquad \mu(ti) = 0 \qquad \text{(para toda "t" y toda "i")} \quad ;$$

lo cual implica que cada empresa individual es infinitesimal (i.e, su medida es cero) pero la medida de cada variedad es positiva.

Las condiciones de Kuhn-Tucker necesarias para un nivel óptimo de producción no cambian demasiado respecto de las que vimos previamente:

$$\frac{\partial G}{\partial q_{ti}} = v_Q + v_t - MC_t(q_{ti}) = 0 \qquad (\text{si } q_{ti} > 0) \quad ;$$

$$\frac{\partial G}{\partial q_{ti}} = v_Q + v_t - MC_t(q_{ti}) < 0 \qquad (\text{sólo si } q_{ti} = 0) \quad ;$$

excepto por el hecho de que ahora el costo marginal relevante está definido al nivel de cada empresa individual.

Como la función de ganancias del comercio máximas "G(r)" es ahora la suma de varias integrales de Lebesgue, podemos pensar en ella como en una función absolutamente continua, contable y aditiva. Esto nos permite definir al producto marginal de cada empresa infinitesimal de la variedad "t" como la derivada de Radon-Nikodym de la función de ganancias del comercio máximas evaluada en "t"[8], lo cual nos dice que:

$$MP_t = \frac{\partial G(r)}{\partial \mu}(t) = v_Q \cdot q_{ti} + v_t \cdot q_{ti} - TC_t(q_{ti}) > 0 \qquad (\text{sólo si } q_{ti} > 0) \quad ;$$

$$MP_t = \frac{\partial G(r)}{\partial \mu}(t) = v_Q \cdot q_{ti} + v_t \cdot q_{ti} - TC_t(q_{ti}) = 0 \qquad (\text{si } q_{ti} = 0) \quad .$$

Como vemos, el aumento en el nivel de generalidad que nuestra nueva notación implica no cambia los resultados obtenidos anteriormente. Su utilidad, sin embargo, se vuelve evidente cuando analizamos el problema de los consumidores para derivar sus funciones de demanda. Esas funciones provienen de la maximización del siguiente excedente agregado:

$$S = V_Q\left(\sum_{t=1}^{n} \int_{i \in t} q_{ti} d\mu\right) + \sum_{t=1}^{n} V_t\left(\int_{i \in t} q_{ti} d\mu\right) - \sum_{t=1}^{n} \int_{i \in t} p_{ti} q_{ti} d\mu \qquad ;$$

lo cual implica que:

---

[8] Esta aplicación del teorema de Radon-Nikodym sigue el espíritu de la definición de Shilov y Gurevich (1966), capítulo 9. Una manera alternativa de calcular los productos marginales sería utilizar el concepto de derivada direccional de "G(r)" en la dirección del tipo "t". Véase Gretsky, Ostroy y Zame (1995).

$$\frac{\partial S}{\partial q_{ti}} = v_Q\left(\sum_{t=1}^{n}\int_{i\in t} q_{ti}d\mu\right) + v_t\left(\int_{i\in t} q_{ti}d\mu\right) - p_{ti} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad p_{ti} = p_t = v_Q + v_t \quad .$$

Como vemos, esto nos dice que las funciones de precio de demanda de los consumidores son las mismas para todas las empresas de la misma variedad, ya que los argumentos de los que dependen dichas funciones son la cantidad total suministrada en el mercado y la cantidad total de cada variedad (y no las cantidades ofrecidas por las empresas individuales).

El problema de la empresa individual, en cambio, implica maximizar la siguiente función de beneficios:

$$\Pi_{ti} = p_t \cdot q_{ti} - TC_t(q_{ti}) = \left[v_Q\left(\sum_{t=1}^{n}\int_{i\in t} q_{ti}d\mu\right) + v_t\left(\int_{i\in t} q_{ti}d\mu\right)\right] \cdot q_{ti} - TC_t(q_{ti}) \qquad .$$

Si cada empresa elige "q_{ti}" tomando como dadas todas las otras cantidades (oligopolio de Cournot), la correspondiente condición de optimización es:

$$p_t = v_Q + v_t = MC_{ti} - (v_{QQ} + v_{tt}).q_{ti}.\mu(ti) \geq AC_{ti} \qquad .$$

Pero, como se da que "$\mu(ti) = 0$" para todas las empresas individuales, esta condición colapsa con la regla de optimización de un competidor puro que iguala precio con costo marginal. El mismo resultado aparecería si supusiéramos que las empresas actúan como competidores monopolísticos, ya que en este caso simplemente omitiríamos el término nulo igual a "$v_{QQ}.q_{ti}.\mu(ti)$". Cuando hay un continuo de empresas pero un número finito de variedades, por lo tanto, los supuestos de comportamiento del oligopolio de Cournot, la competencia monopolística y la competencia pura nos llevan al mismo equilibrio.

Este equilibrio, además, resulta ser también eficiente. Esto puede verse si comparamos simultáneamente las condiciones de Kuhn-Tucker que maximizan "G" y "Π_{ti}", y el beneficio de cada empresa con su producto marginal. Como ambos pares de expresiones son iguales, esto implica que las decisiones privadas acerca de producir o no se toman usando los mismos criterios que garantizan la maximización de las ganancias del comercio. De hecho, la equivalencia entre equilibrio y óptimo es tan fuerte en esta versión de nuestro modelo que puede extenderse también a casos de colusión entre un número finito de empresas. El argumento detrás de esto tiene que ver con el hecho de que, si la medida de cada empresa individual es cero, entonces la masa total de cualquier posible coalición de un número finito de firmas también es cero. La maximización de los beneficios conjuntos no brinda entonces ninguna ventaja adicional a ningún conjunto finito de empresas que pueda formarse, ya que de cualquier modo su capacidad de influir sobre los precios de mercado resulta nula.

3.2. Un continuo de tipos de empresas

Consideremos ahora otra versión continua de nuestro modelo básico, en el cual el número de tipos de empresas también es infinito. Los consumidores siguen siendo un continuo de agentes de un único tipo cuya masa es igual a uno, pero las empresas son elementos de un conjunto compacto "$I = [0, n]$", en el cual a cada número real le corresponde un tipo diferente. En este caso, el carácter compacto quiere decir que existe efectivamente una empresa para cada elemento "$i \in I$" y que, para toda secuencia "i^m" que converge a "i", la función "TC_i^m" converge a "TC_i".

En dicho contexto, las máximas ganancias del comercio son:

$$G(r) = G(\max_{\{q_i\}}) = V_Q(\int_I q_i d\mu) + \int_I V_i(q_i)d\mu - \int_I TC_i(q_i)d\mu \quad ;$$

donde "μ" se define de modo que:

$$\int_I d\mu = r > 0 \qquad \text{y} \qquad \mu(i) = 0 \qquad \text{(para toda "i")} \; .$$

Las condiciones de Kuhn-Tucker para maximizar las ganancias del comercio son:

$$\frac{\partial G}{\partial q_i} = v_Q + v_i - MC_i = 0 \qquad \text{(si } q_i > 0\text{)} \quad ;$$

$$\frac{\partial G}{\partial q_i} = v_Q + v_i - MC_i < 0 \qquad \text{(sólo si } q_i = 0\text{)} \quad ;$$

en tanto que el producto marginal de la íesima empresa se define como:

$$MP_i = \frac{\partial G(r)}{\partial \mu}(i) = v_Q\left(\int_I q_i d\mu\right) \cdot q_i + V_i(q_i) - TC_i(q_i) \quad .$$

Nótese que en esta definición suponemos implícitamente que la demanda de cada consumidor es infinitesimal para cada empresa, y que la oferta de cada empresa es infinitesimal para cada consumidor. Esto nos permite definir el excedente agregado de los consumidores como:

$$S = V_Q\left(\int_I q_i d\mu\right) + \int_I V_i(q_i) d\mu - \int_I [p_i \cdot q_i] d\mu \quad ;$$

cuya maximización implica que:

$$\frac{\partial S}{\partial q_i} = v_Q\left(\int_I q_i d\mu\right) + v_i(q_i) - p_i = 0 \quad \Rightarrow \quad p_i = v_Q\left(\int_I q_i d\mu\right) + v_i(q_i) \quad .$$

Siguiendo estas definiciones, el problema de maximización de beneficios de la iésima empresa puede expresarse del siguiente modo:

$$\Pi_i(\max_{\{q_i\}}) = p_i \cdot q_i - TC_i = \left[v_Q\left(\int_I q_i d\mu\right) + v_i(q_i)\right] \cdot q_i - TC_i(q_i) \quad ;$$

lo cual nos da las siguientes condiciones de optimización para nuestros cuatro supuestos de comportamiento:

$$p_i = v_Q + v_i = MC_i \geq AC_i \qquad \text{(Competencia pura)} \quad ;$$

$p_i = v_Q + v_i = MC_i - v_{ii}.q_i \geq AC_i$ (Competencia monopolística) ;

$p_i = v_Q + v_i = MC_i - v_{ii}.q_i + v_{QQ}.q_i.\mu(i) \geq AC_i$ (Oligopolio de Cournot) ;

$p_i = v_Q + v_i = MC_i - v_{ii}.q_i + v_{QQ}.\Sigma q_i.\mu(i) \geq AC_i$ (Colusión "finita") .

Como vemos, el hecho de que "$\mu(i) = 0$" implica que la solución de competencia monopolística coincide con la del oligopolio de Cournot y la de colusión finita, pero no es la misma que la de competencia pura. Esto sucede porque ahora cada empresa produce una variedad distinta y, aunque el número de empresas sea infinito, el poder de mercado local surgido de la diferenciación de productos no desaparece.

Usando la lógica de la apropiación, resulta posible obtener una conclusión adicional: en este caso la brecha entre los beneficios y los productos marginales de las empresas aún existe. Dicha brecha queda definida por la siguiente desigualdad:

$$MP_i = v_Q \cdot q_i + V_i(q_i) - TC_i(q_i) > v_Q \cdot q_i + v_i \cdot q_i - TC_i(q_i) = \Pi_i$$

Este es un resultado acerca de la inapropiabilidad de las ganancias del comercio en un entorno de competencia monopolística, el cual resulta independiente del número de consumidores y empresas. El mismo se relaciona directamente con el supuesto de concavidad estricta de la función "V_i", el cual hace que "$V_i - v_i.q_i > 0$"[9].

1.4. Conclusiones

Las conclusiones básicas de nuestro trabajo pueden resumirse del siguiente modo:

a) La diferenciación de productos puede modelarse como una situación en la cual los

[9] Si las funciones "V_i" fueran lineales, sin embargo, el entorno sería perfectamente competitivo. Este fenómeno es similar al que ocurre en el "modelo de asignación contínuo" (*continuous assignment model*), en el cual cada consumidor termina consumiendo sólo una variedad pero en el agregado existe perfecta sustituibilidad entre las distintas marcas. En equilibrio, por lo tanto, cada empersa puede cobrar un precio diferente, pero su función de demanda es perfectamente elástica. Véase Gretsky, Ostroy y Zame (1995).

consumidores valoran separadamente los componentes homogéneos e idiosincráticos de los bienes.

b) Esto nos permite distinguir el poder de mercado local que las empresas poseen debido a su posición monopólica dentro de su propia variedad del poder de mercado global proveniente de la existencia de interacción estratégica o conductas colusivas.

c) Esta distinción nos da la posibilidad de evaluar las características de eficiencia y apropiabilidad de distintos tipos de equilibrio, basados en cuatro supuestos de comportamiento (competencia pura, competencia monopolística, oligopolio de Cournot y colusión).

d) Esta evaluación nos dice que ninguno de dichos equilibrios maximiza las ganancias del comercio, y que esta ineficiencia está directamente relacionada con la brecha que existe entre los beneficios totales, los beneficios marginales y los productos marginales de las empresas.

e) Cuando extendemos nuestro modelo al caso de un continuo de agentes, el poder de mercado global siempre desaparece, pero el poder de mercado local puede sobrevivir si el número de variedades se vuelve infinito.

f) Si ambos tipos de pode de mercado desaparecen, entonces todos los equilibrios convergen hacia una solución de competencia pura que resulta eficiente.

g) Si, en cambio, el poder de mercado local aún subsiste, entonces aparecen los mismos resultados de ineficiencia e inapropiabilidad que se hallan en el modelo finito.

Apéndice 1. Consumidores representativos y elección discreta

La utilización de un consumidor representativo para derivar las funciones de demanda es una herramienta útil para encarar simultáneamente los temas de equilibrio y eficiencia sin introducir complicaciones relacionadas con preferencias individuales ni consideraciones distributivas. El papel que este artilugio cumple en un modelo de diferenciación de productos es por lo tanto doble: por un lado genera las demandas de las distintas variedades, y por otro nos da una caracterización directa de la función de ganancias del comercio.

Una crítica importante de la idea de un consumidor representativo, sin embargo, proviene de la manera en la cual se introduce la preferencia por la diversidad, ya que el modelo supone que dicho consumidor demanda cantidades positivas de todas las variedades que se producen. Esto resulta incompatible con el modo en el cual muchos mercados funcionan en la realidad, donde los individuos típicamente consumen sólo unas pocas variedades y la demanda por diversidad es el resultado de la existencia de un gran número de consumidores heterogéneos.

El caso más extremo de demandas agregadas para múltiples variedades generadas por individuos que consumen sólo un subconjunto limitado del espacio de productos está dado por los modelos de elección discreta (*discrete choice models*), en los que cada consumidor sólo compra una unidad de una variedad. La primera aplicación de este tipo de modelos a la diferenciación de productos simétrica fue probablemente el trabajo de Perloff y Salop (1985). Más recientemente, Anderson, de Palma y Thisse (1992) mostraron que este enfoque podía no ser incompatible con la idea de un consumidor representativo, y hallaron varios ejemplos de consumidores representativos cuyas funciones de utilidad podían obtenerse a partir de modelos de elección discreta. Usando su metodología, mostraremos cómo un modelo logístico multinomial de elección discreta aplicado a un continuo de individuos es capaz de generar las preferencias de un caso particular de consumidor representativo como el que supusimos en nuestro modelo básico.

Definamos al excedente del hacheésimo consumidor como el máximo excedente que el mismo puede obtener cuando consume una unidad de una única variedad[10]. Esto implica que:

$$S_h = \max_i \{S_{ih}\} \qquad ; \qquad S_{ih} = a + b_i + \varepsilon_{ih} - p_i \qquad ;$$

donde "a" y "b_i" son parámetros comunes para todos los consumidores "ε_{ih}" es idiosincrático del hacheésimo individuo. Dado esto, el excedente agregado de los consumidores puede definirse del siguiente modo:

$$S = \int_H S_h d\mu_h \qquad ;$$

donde "H" es el conjunto de todos los consumidores y "μ_h" es una medida de Lebesgue definida sobre dicho conjunto.

Como nuestros individuos están limitados a comprar sólo una unidad, la probabilidad de que el hacheésimo consumidor elija la iésima variedad y la demanda de dicha variedad en el mercado pueden escribirse de esta forma:

$$P_{ih} = \Pr[S_{ih} = S_i] \qquad ; \qquad q_i = \int_H P_{ih} d\mu_h \qquad .$$

[10] El modelo puede también extenderse a casos en los que los consumidores tienen la opción de elegir no comprar ninguna unidad.

En el modelo logístico multinomial, "ε_{ih}" es una variable aleatoria distribuida de acuerdo con una función específica (doble exponencial), y por lo tanto todas las "P_{ih}" son equivalentes para todos los consumidores. Esto nos permite escribir que:

$$F(\varepsilon_{ih}) = \exp\left[\exp\left(-\frac{\varepsilon_{ih}}{\varphi} - \gamma\right)\right] \quad ; \qquad P_{ih} = P_i = \frac{\exp\left[\dfrac{a + b_i - p_i}{\varphi}\right]}{\sum_{j=1}^{n} \exp\left[\dfrac{a + b_j - p_j}{\varphi}\right]} = \frac{q_i}{\sum_{j=1}^{n} q_j} \quad ;$$

donde "φ" es un parámetro que mide la diversidad de las preferencias de los consumidores, y "$\gamma \approx 0.5772$" es la llamada "constante de Euler".

Si sustituimos estas fórmulas en el excedente agregado de los consumidores, obtenemos lo siguiente:

$$S = \int_H \max_i \left[a + b_i + \varepsilon_{ih} - p_i\right] dF(\varepsilon_{ih}) = \varphi \cdot \sum_{j=1}^{n} q_j \cdot \ln\left[\sum_{j=1}^{n} \exp\left(\frac{a + b_j - p_j}{\varphi}\right)\right] \quad ;$$

que no es otra cosa que la función de utilidad indirecta del consumidor representativo. La correspondiente utilidad directa, a su vez, puede definirse como:

$$S = a \cdot \sum_{i=1}^{n} q_i + \sum_{i=1}^{n} b_i \cdot q_i - \varphi \cdot \sum_{i=1}^{n} q_i \cdot \ln\left(q_i / \Sigma q_i\right) - \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot q_i \quad .$$

Bajo el supuesto de que cada consumidor compra una unidad de una variedad (y que por lo tanto la cantidad total demandada permanece fija), la demanda de la iésima variedad puede escribirse de la siguiente manera:

$$p_i = \left[a + \varphi \cdot \left(\ln(\Sigma q_i) - \Sigma q_i\right)\right] + \left[b_i - \varphi \cdot \ln(q_i)\right] \quad ;$$

donde el primer corchete representa la valuación marginal del componente homogéneo del bien (v_Q) y el segundo corresponde al componente idiosincrático (v_i).

Apéndice 2. Teoría de los juegos y competencia monopolística

En muchos modelos de diferenciación de productos, las soluciones de oligopolio de Cournot y competencia monopolística coinciden cuando el número de variedades es infinito. Esta característica se utiliza frecuentemente para dar una explicación del supuesto de competencia monopolística basada en la teoría de los juegos. La competencia monopolística, por lo tanto, puede considerarse como el resultado aproximado de la interacción de un gran número de empresas que juegan un juego de mercado en un contexto de diferenciación simétrica de productos en el que las estrategias son las cantidades producidas.

En nuestro modelo, en cambio, la competencia monopolística puede tener una fundamentación basada en la teoría de los juegos aun para casos con muy pocas empresas. La clave de este resultado proviene de la existencia de un componente homogéneo en la función de excedente del consumidor. Para poder utilizarlo, sin embargo, necesitamos primero definir un espacio de estrategias no convencional, como lo es el de "combinaciones factibles de precio y cantidad". Si pensamos que las empresas deciden su "(p_i, q_i)" factible teniendo en cuenta sus funciones de demanda y tomando las decisiones de las otras empresas como dadas, entonces puede verse a la solución de competencia monopolística como el equilibrio de Nash correspondiente a ese juego.

Recordemos que, en nuestro modelo básico, las funciones de demanda para dos variedades cualesquiera "q_i" y "q_j" pueden escribirse como:

$$p_i = v_Q(\Sigma q_i) + v_i(q_i) \quad ; \qquad p_j = v_Q(\Sigma q_i) + v_j(q_j) \quad ;$$

y que por lo tanto el consumidor sólo compra ambos bienes si:

$$v_Q(\Sigma q_i) = p_i - v_i(q_i) = p_j - v_j(q_j) \quad .$$

Esta condición nos permite escribir las funciones de demanda percibidas por nuestras dos empresas como[11]:

$$p_i = p_j - v_j(q_j) + v_i(q_i) \quad ; \qquad p_j = p_i - v_i(q_i) + v_j(q_j) \quad .$$

Dado esto, la maximización de beneficios para cualquier empresa que "p_i" y "q_i" (tomando "p_j" y "q_j" como dados) implica:

$$\Pi_i(\max_{\{p_i, q_i\}}) = p_i . q_i - TC_i(q_i) \quad ; \qquad \text{s.a. } p_i = p_j - v_j(q_j) + v_i(q_i) \quad ;$$

con lo cual su estrategia óptima puede escribirse como:

$$p_i = p_j - v_j + v_i = v_Q + v_i = MC_i - v_{ii} . q_i \geq AC_i \quad .$$

Esto no es otra cosa que la condición de equilibrio para un mercado de competencia monopolística que definimos en la sección 2.1, como resultado del supuesto de que las empresas tomaban "v_Q" como dado pero percibían "v_i" dependía de "q_i".

Apéndice 3. Un ejemplo numérico lineal

En este apéndice, ilustraremos los resultados de nuestro modelo por medio de un ejemplo. Supongamos que el excedente del consumidor representativo sigue esta función

[11] Esta forma de ver el juego, sin embargo, no resulta compatible con un equilibrio del consumidor en todos los puntos de su espacio de estrategias. De hecho, el consumidor sólo está aquí en equilibrio cuando las empresas también lo están.

cuadrática:

$$S=\left[a\cdot Q-\frac{b}{2}\cdot Q^2\right]+\sum_i\left[c\cdot q_i-\frac{d}{2}\cdot q_i^{\,2}\right]-\sum_i p_i\cdot q_i \qquad ;$$

donde todos los parámetros son positivos y "Q" es la suma de las distintas "q_i's". Supongamos también que el costo total de cada empresa que produce su propia variedad diferenciada está dado por esta única función:

$$TC_i = F + e.q_i^2 \qquad ;$$

donde tanto "F" como "e" son positivos. Estos supuestos generan las siguientes demandas lineales, y las siguientes funciones de costo medio y marginal:

$$p_i = (a - b.Q) + (c - d.q_i) \quad ; \qquad AC_i=\frac{F}{q_i}+e\cdot q_i \quad ; \qquad MC_i = 2.e.q_i \quad .$$

Si combinamos estas definiciones con las condiciones de optimización y equilibrio derivadas de la versión general de nuestro modelo, es posible calcular los niveles de equilibrio de "q_i" bajo las hipótesis alternativas de competencia pura, competencia monopolística y oligopolio de Cournot. Tales son:

Competencia pura: $\dfrac{F}{q_{PT}}=e\cdot q_{PT} \quad\Rightarrow\quad q_{PT}=\sqrt{\dfrac{F}{e}}$;

Competencia monopolística: $\dfrac{F}{q_{MC}}=(e+d)\cdot q_{MC} \quad\Rightarrow\quad q_{MC}=\sqrt{\dfrac{F}{e+d}}$;

Oligopolio de Cournot: $\dfrac{F}{q_{OL}}=(e+d+b)\cdot q_{OL} \quad\Rightarrow\quad q_{OL}=\sqrt{\dfrac{F}{e+d+b}}$.

Estos resultados nos muestran claramente "$q_{PT} > q_{MC} > q_{OL}$". Sustituyendo estas expresiones en las funciones de costo medio, surge directamente que "$p_{PT} < p_{MC} < p_{OL}$", tal como lo muestran las siguientes igualdades:

$$p_{PT}=\frac{2e\cdot\sqrt{F}}{\sqrt{e}} \quad ; \qquad p_{MC}=\frac{(2e+d)\cdot\sqrt{F}}{\sqrt{e+d}} \quad ; \qquad p_{OL}=\frac{(2e+d+b)\cdot\sqrt{F}}{\sqrt{e+d+b}} \quad .$$

Cuando el mercado está en un equilibrio de largo plazo bajo cada una de estas hipótesis de comportamiento, estos precios de beneficio cero se igualan con las correspondientes funciones de precio de demanda. Dichas igualdades implican que:

$$\frac{2e\cdot\sqrt{F}}{\sqrt{e}}=a+c-(d+b\cdot N_{PT})\cdot\sqrt{\frac{F}{e}} \quad\Rightarrow\quad N_{PT}=\frac{a+c}{b}\sqrt{\frac{e}{F}}-\frac{2e+d}{b} \qquad ;$$

$$\frac{(2e+d)\cdot\sqrt{F}}{\sqrt{e+d}} = a+c-(d+b\cdot N_{MC})\cdot\sqrt{\frac{F}{e+d}} \quad\Rightarrow\quad N_{MC} = \frac{a+c}{b}\sqrt{\frac{e+d}{F}} - \frac{2e}{b} \qquad ;$$

$$\frac{(2e+d+b)\cdot\sqrt{F}}{\sqrt{e+d+b}} = a+c-(d+b\cdot N_{OL})\cdot\sqrt{\frac{F}{e+d+b}} \quad\Rightarrow\quad N_{OL} = \frac{a+c}{b}\sqrt{\frac{e+d+b}{F}} - \frac{2e}{b}+1 \quad ;$$

dándose por lo tanto que "$N_{PT} < N_{MC} < N_{OL}$".

Para hallar la solución de colusión, lo que debemos hacer es maximizar la siguiente función de beneficios agregados con respecto a "q" y "N":

$$\Pi = N\cdot\left\{\left[a\cdot q - b\cdot N\cdot q^2\right]+\left[c\cdot q - d\cdot q^2\right]-\left[F+e\cdot q^2\right]\right\} \quad .$$

Esta maximización nos dice que:

$$a+c = 2\cdot(e+d+b\cdot N_{CL})\cdot q_{CL} = \frac{F}{q_{CL}} + (e+d+2b\cdot N_{CL})\cdot q_{CL} \quad .$$

Resolviendo esta doble igualdad, obtenemos estos valores para "q_{CL}" y "N_{CL}":

$$q_{CL} = \sqrt{\frac{F}{e+d}} \qquad ; \qquad N_{CL} = \frac{a+c}{2b}\sqrt{\frac{e+d}{F}} - \frac{e+d}{b} \qquad ;$$

y sustituyendo en la función de demanda, hallamos que:

$$p_{CL} = \frac{a+c}{2} + \frac{e\cdot\sqrt{F}}{\sqrt{e+d}} \quad .$$

Aunque estas expresiones no pueden compararse fácilmente con las que se derivan de nuestros tres tipos de equilibrio con beneficio cero, sí podemos observar que "q_{CL}" resulta ser igual que "q_{MC}", en tanto "N_{CL}" es menor que "N_{MC}" y "p_{CL}" es mayor que "p_{MC}".

Por último, la solución eficiente (i.e, la que maximiza las ganancias del comercio) surge de resolver el siguiente problema:

$$G(\max_{\{q,N\}}) = N\cdot\left\{\left[a\cdot q - \frac{b}{2}\cdot N\cdot q^2\right]+\left[c\cdot q - \frac{d}{2}\cdot N\cdot q^2\right]-\left[F+e\cdot q^2\right]\right\} \qquad ;$$

cuyas condiciones de optimización implican que:

$$a+c = (2e+d+b\cdot N_{EF})\cdot q_{EF} = \frac{F}{q_{EF}} + \left(e+\frac{d}{2}+b\cdot N_{EF}\right)\cdot q_{EF} \quad .$$

Estas ecuaciones se satisfacen simultáneamente cuando:

$$q_{EF} = \sqrt{\frac{2F}{2e+d}} \qquad ; \qquad N_{EF} = \frac{a+c}{b}\sqrt{\frac{2e+d}{2F}} - \frac{2e+d}{b} \qquad ;$$

lo cual nos permite hallar el siguiente precio implícito:

$$p_{EF} = \frac{2e \cdot \sqrt{F}}{\sqrt{2e+d}}$$

Estos resultados nos dicen que "q_{EF}" se encuentra entre "q_{PT}" y "q_{MC}", que "p_{EF}" es aún menor que "p_{PT}", y que "N_{EF}" es mayor que "N_{PT}".

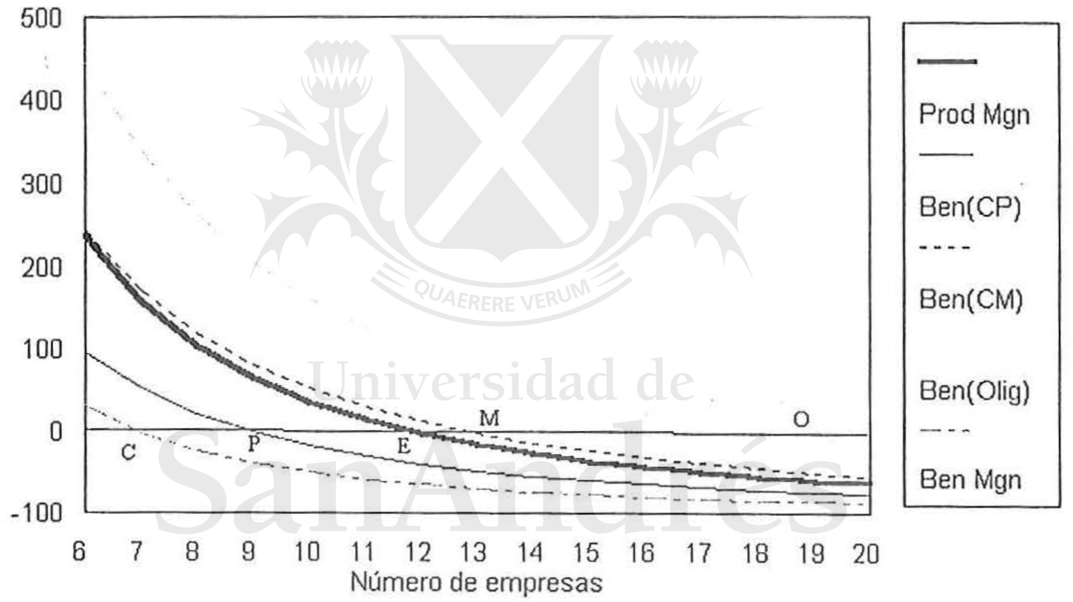
Consideremos ahora algunos valores específicos para nuestros parámetros, como una manera de ilustrar las soluciones obtenidas. Digamos, por ejemplo, que "a = 180", "b = 2", "c = 30", "d = 1", "e = 1" y "F = 100". Dichos valores nos dan los siguientes resultados:

Variable	Comp pura	Comp Monop	Olig Cournot	Colusión	Eficiencia
q_i	10	7.5	5	7.5	7.8
N	9	12	18	6	11
Q	90	90	90	45	86
p_i	20	22.5	25	112.5	15.6
Π_i	0	12.5	0	687.5	-29.5
G	8550	8588	8325	6319	8602

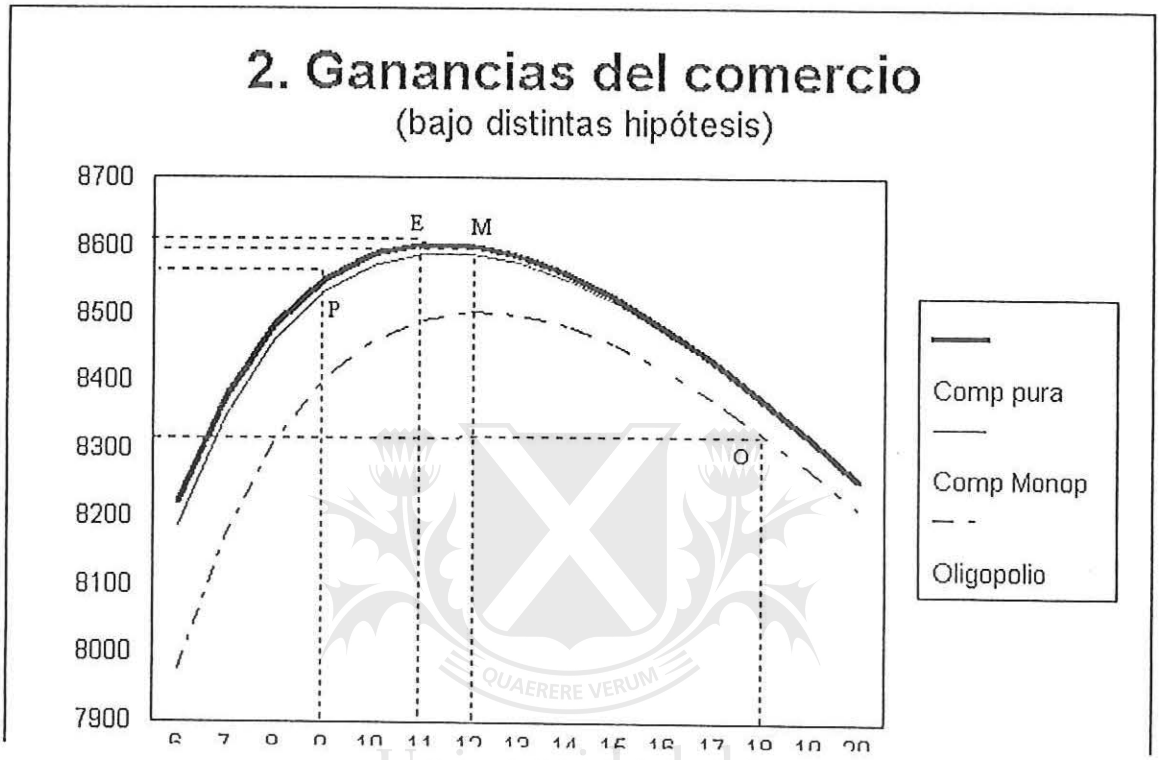
Como vemos, la solución eficiente no coincide con ninguno de los cuatro tipos de equilibrio descritos. Si comparamos sus ganancias del comercio, sin embargo, hallamos que para este ejemplo la solución de competencia monopolística es la que más se le aproxima.

1. Beneficios y productos marginales

(bajo distintas hipótesis)



El gráfico 1 nos da una explicación de algunos de los números del cuadro anterior. En él hemos dibujado cinco curvas, que representan las magnitudes que definen las distintas soluciones. Tres de ellas representan los beneficios que cada empresa obtiene bajo competencia pura, competencia monopolística y oligopolio de Cournot, para distintos números de empresas en el mercado. En estos casos, el equilibrio queda determinado por el número de empresas para el cual el beneficio individual es el menor número no negativo (P, M y O). Para determinar la solución de colusión, la línea graficada es una expresión de los beneficios marginales del conjunto de empresas como un todo, y el correspondiente número de firmas (C) se halla en el punto en el que dichos beneficios marginales son nulos. Finalmente, la solución que maximiza las ganancias del comercio (E) es la que corresponde a un producto marginal que tiende a cero.



El gráfico 2, en cambio, nos muestra las ganancias del comercio bajo distintas hipótesis de comportamiento. En él vemos que, aunque la curva correspondiente a la competencia pura está siempre por encima de las de competencia monopolística y oligopolio de Cournot (y también por encima de la de colusión, que no aparece en el gráfico), el punto que resulta elegido en un equilibrio de competencia pura (P) está en este ejemplo por debajo del elegido bajo competencia monopolística (M). Ambos puntos están por debajo del que maximiza las ganancias del comercio (E) y por encima del que corresponde a una solución de oligopolio de Cournot (O).

Referencias bibliográficas

Anderson, Simon; de Palma, André y Thisse, Jacques. *Discrete Choice Theory of Product Differentiation*. Cambridge (Mass), MIT Press, 1992.

Archibald, G. C. "Chamberlin versus Chicago"; *Review of Economic Studies*, vol 29, pgs 2-28, 1961.

Benassy, Jean Pascal. "Monopolistic Competition"; en Hildenbrand, W. y Sonnenschein, H: *Handbook of Mathematical Economics*, vol 4, pgs 1997-2045. Amsterdam, North Holland, 1991.

Chamberlin, Edward. *The Theory of Monopolistic Competition*. Cambridge (Mass), Harvard University Press, 1933.

Demsetz, Harold. "Welfare and Empirical Implications of Monopolistic Competition"; *Economic Journal*, vol 74, 1964.

Dixit, Avinash y Stiglitz, Joseph. "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity"; *American Economic Review*, vol 67, pgs 297-308, 1977.

Eaton, B. C. y Lipsey, Richard. "Product differentiation"; en Schmalensee, R. y Willig, R: *Handbook of Industrial Organization*, vol 1, pgs 723-768. Amsterdam, North Holland, 1989.

Gretsky, Neil; Ostroy, Joseph y Zame, William. "Competition and Manipulation in the Continuous Assignment Model"; UCLA Working Paper, 1995.

Hart, Oliver. "Monopolistic Competition in the Spirit of Chamberlin: A General Model"; *Review of Economic Studies*, vol 52, pgs 529-546, 1985.

Hotelling, Harold. "Stability in Competition"; *Economic Journal*, vol 39, pgs 41-57, 1929.

Kaldor, Nicholas. "Market Imperfection and Excess Capacity"; *Economica*, vol 2, pgs 33-50, 1935.

Krugman, Paul. "Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade"; *Journal of International Economics*, vol 9, pgs 469-479, 1979.

Makowski, Louis y Ostroy, Joseph. "Appropriation and Efficiency: A Revision of the First Theorem of Welfare Economics"; *American Economic Review*, vol 85, pgs 808-827, 1995.

Ostroy, Joseph y Zame, William. "Nonatomic Economies and the Boundaries of Perfect Competition"; *Econometrica*, vol 62, pgs 593-635, 1994.

Páscoa, Mário. "Noncooperative Equilibrium and Chamberlinian Monopolistic Competition"; *Journal of Economic Theory*, vol 60, pgs 335-353, 1993.

Perloff, Jeffrey y Salop, Steven. "Equilibrium with Product Differentiation"; *Review of Economic Studies*, vol 52, pgs 107-120, 1985.

Robinson, Joan. "What is Perfect Competition?"; *Quarterly Journal of Economics*, vol 49, pgs 104-120, 1934.

Romer, Paul. "Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization"; *American Economic Review*, vol 77, pgs 56-62, 1987.

Salop, Steven. "Monopolistic Competition with Outside Goods"; *Bell Journal of Economics*, vol 10, pgs 141-156, 1979.

Shilov, G. E. y Gurevich, B. L. *Integral, Measure and Derivative: A Unified Approach.* Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1966.