



Universidad de
San Andrés

Universidad de San Andrés

Escuela de Negocios

Magister en Finanzas

Cobertura de compañías petroleras en
mercados regulados

Autor: Agustín Liserra

Director del trabajo final de graduación: Dra. Elsa Cortina

Buenos Aires, Noviembre 2019

Cobertura de compañías petroleras en mercados regulados

Trabajo de graduación de maestría en Finanzas

Autor

Agustín Liserra

Director del trabajo final de graduación

Dra. Elsa Cortina

Universidad de

San Andrés
Versión Final

Universidad de San Andrés

Escuela de Negocios

Magister en Finanzas

Buenos Aires, Noviembre 2019

Agradecimientos

Antes de comenzar con el desarrollo de la tesis de mi graduación como magíster en Finanzas, no quiero dejar de retribuirles, con unas pocas líneas, a todos aquellos que me acompañaron durante el camino recorrido.

En primer lugar quiero agradecer al Dr. Gabriel Basaluzzo, por su dedicación a la hora de transmitir conocimiento, siempre ser una fuente de consulta, pero por sobre todo por contagiar la pasión por las finanzas y la excelencia académica.

A la Dra. Elsa Cortina por acompañarme con gran paciencia en el recorrido de este trabajo.

A todos los profesores que me marcaron a lo largo de mi formación.

A toda la gente que tuve la suerte de conocer en la maestría, ya que sin duda he aprendido algo de cada uno de ellos.

A mis tres hermanas por el cariño incondicional y por compartir todos mis logros y fracasos.

A mi mamá por el apoyo constante y convencerme de que ninguna meta es imposible.

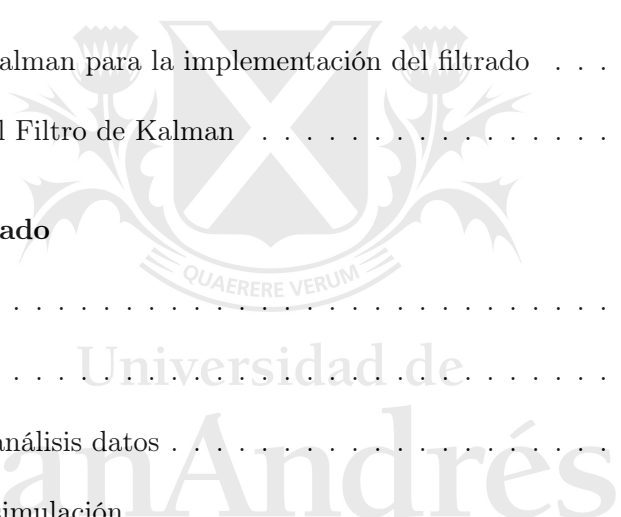
A Cecilia, por acompañarme y soportar tantos días de cursadas y estudio.

Índice

Agradecimientos	v
Resumen	xv
Lista de Acrónimos	xvii
1. Introducción	1
I Conceptos generales y teóricos	5
2. Compañías Petroleras	7
2.1. Revisión histórica	7
2.2. Contexto actual	9
3. Análisis de los factores de riesgo	11
3.1. Brent	11
3.2. Tipo de cambio	12
3.3. Riesgo gobierno y estructura de costos de la compañía a analizar	13
4. Herramientas	15
4.1. CFaR	15
4.2. El filtro de Kalman	18

4.2.1.	El modelo oculto de Markov	20
4.2.2.	Algoritmo del filtro de Kalman	21
4.3.	El método de Monte Carlo	22
5.	Modelado del petróleo crudo Brent	23
5.1.	Dinámica petróleo crudo	23
5.2.	Modelo de 2 factores de Schwartz-Smith	25
5.3.	Estimación del modelo de Schwartz-Smith mediante el filtro de Kalman	28
5.3.1.	El modelo de Schwartz-Smith en el espacio de estados	28
5.3.2.	Estimación de las variables de estado y parámetros del modelo	29
II	Caso de estudio	33
6.	Compañía a analizar	35
6.1.	Ingresos	36
6.2.	Egresos	39
6.2.1.	Compras y regalías	39
6.2.2.	Opex y capex	39
6.3.	Caja completa	40
7.	Generación de métricas de riesgo	43
7.1.	Estimación de la dinámica de Brent para el período de análisis	44
7.2.	Estimación de las métricas de riesgo	45
8.	Propuestas de cobertura	51
8.1.	Cobertura Brent en pesos argentinos	51
8.2.	Cobertura Brent put	52

8.3. Cobertura USDARS Forward	53
8.4. Cobertura Brent call	53
9. Conclusiones	57
III Apéndices	59
A. Apéndice	61
A.1. Estimación de mínima varianza para distribuciones Gaussianas	61
A.1.1. Estimador BAMVE	64
A.2. Proceso de Innovación	67
A.3. Estrategia de Kalman para la implementación del filtrado	70
A.4. Complemento al Filtro de Kalman	74
B. Código implementado	77
B.1. Código Matlab	77
B.2. Código Python	88
B.2.1. Código análisis datos	88
B.2.2. Código simulación	93
Bibliografía	109



Índice de figuras

2.2.1.Producción petróleo crudo	10
2.2.2.Precios de nafta grado 2 en USDARS	10
4.1.1.Ejemplo Value at Risk.	16
4.2.1.Modelo Oculto de Markov	20
5.3.1.Estimación del modelo Schwartz-Smith mediante el filtro de Kalman	30
5.3.2.Estimación del modelo de Movimiento Browniano Geométrico mediante el filtro de Kalman	31
5.3.3.Estimación del modelo de Orstein Uhlenbeck mediante el filtro de Kalman	31
6.1.1.Relación de los ingresos con el precio del Brent ante distintos escenarios de Traslado máximo.	38
6.1.2.Relación de los ingresos con el precio del USD ante distintos escenarios de Traslado máximo.	39
6.2.1.Exposición de las compras a factores de riesgo.	39
6.2.2.Exposición de las regalías a factores de riesgo.	40
6.2.3.Exposición del opex a factores de riesgo.	40
6.3.1.Exposición de la caja a factores de riesgo.	41
6.3.2.Exposición de los flujos de caja a factores de riesgo.	42
7.1.1.Precios petróleo crudo Brent	44

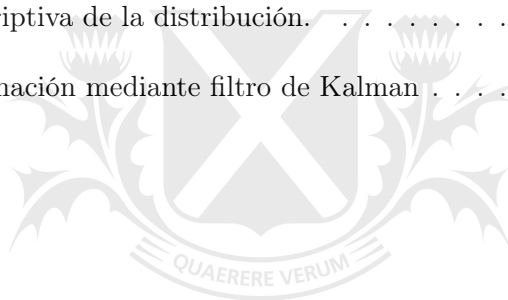
7.1.2.Retornos logarítmicos semanales petróleo crudo Brent	45
7.1.3.Generación dinámica del crudo Brent en el horizonte de interés.	46
7.2.1.Métricas de riesgo sobre la caja de la compañía.	48
7.2.2.Densidad de probabilidad de la caja de fondos.	49
8.1.1.Ejemplo de estrategia Strangle.	52
8.1.2.Métricas de riesgo sobre la caja de la compañía con cobertura strangle.	54
8.2.1.Métricas de riesgo sobre la caja de la compañía con put Brent.	55
8.4.1.Métricas de riesgo sobre la caja de la compañía con call Brent.	56
A.3.1Sistema a analizar.	73



Universidad de
San Andrés

Índice de Tablas

5.3.1.Estimación mediante filtro de Kalman	32
6.0.1.Exposición Compañía	36
7.1.1.Estadística descriptiva de la distribución.	45
7.1.2.Resultados Estimación mediante filtro de Kalman	46



Universidad de
San Andrés

Resumen

En este trabajo se propone un marco de análisis para la mitigación del riesgo de mercado en compañías petroleras en mercados donde existe regulación de precios de parte del Estado. En particular, se analiza el caso de la República Argentina, donde a lo largo de los últimos años el mercado de combustibles se vió influenciado por importantes cambios de régimen debido a políticas estatales. Se proponen métricas utilizadas en instituciones financieras, el *Cash Flow at Risk* y el *Expected Shortfall* para la cuatificación del riesgo al que se encuentra expuesta una compañía integrada del sector. Estas métricas se aplican sobre los flujos de fondos, de relevancia para la planificación financiera de una corporación. Para el cálculo de las métricas se utiliza el método de Monte Carlo simulando la dinámica del petróleo crudo Brent según el modelo estocástico propuesto en (Schwartz y Smith, 2000). Para la estimación de los parámetros de este modelo se utilizaron contratos de crudo Brent. Por último se proponen distintas estrategias de cobertura para la reducción del riesgo de mercado. Se muestra el efecto de coberturas con los instrumentos financieros que reflejan la exposición de la compañía. Además, dado que en la Argentina no existe un mercado maduro de derivados sobre *commodities* y tipo de cambio se verifica el efecto al utilizar los instrumentos financieros disponibles en el mercado.

Lista de Acrónimos

AR	Auto regresivo
ARCH	Autoregresivo condicionalmente heterocedástico
ARMA	Auto regresivo de media móvil
BAMVE	Mejor estimador afín de mínima varianza
CAPM	Modelo de precios de activos de capital
CFaR	Cash Flow at Risk
CFES	Cash Flow Expected Shortfall
EKF	Filtro de Kalman Extendido
ES	Expected Shortfall
FX	Foreign Exchange
GARCH	Proceso autoregresivo generalizado condicionalmente heterocedástico
GPS	Sistema de posicionamiento global
HMM	Modelo oculto de Markov
ICE	Intercontinental Exchange
i.i.d	Independientes, e idénticamente distribuidos
IND-GARCH	Proceso autoregresivo generalizado condicionalmente heterocedástico con ruidos independientes
IS	Muestreo de Importancia
ISF	Función de muestreo de importancia
MA	Media móvil

MAP	Máximo a posteriori
MLE	Estimador de máxima verosimilitud
MSE	Error cuadrático medio
MSP	Predictibilidad en media cuadrática
MULC	Mercado Único y Libre de Cambios
NYMEX	New York Mercantile Exchange
OTC	Over the Counter
OTM	Out of the money
pdf	Función de densidad de probabilidad
P&L	Profit and Loss
SMC	Métodos secuenciales Monte Carlo
UKF	Filtro de Kalman Unscented
VaR	Value at Risk
YPF	Yacimientos Petrolíferos Fiscales



Capítulo 1

Introducción

A lo largo de los últimos años el mercado internacional de precios de petróleo ha evolucionado al alza recuperándose de los mínimos vistos en 2015 y 2016, y alcanzando en 2018, precios máximos de alrededor de 82 USD/BBL. Es por este motivo que resulta de vital importancia el análisis de la dinámica de precios minorista de combustibles en este tipo de mercados donde la generación de precios no se rige exclusivamente por oferta y demanda, para realizar las proyecciones de resultados de las compañías del sector y elaborar una estrategia de cobertura de sus flujos de fondos.

Numerosos son los mercados domésticos de combustible en donde el estado ejerce un control de precios. Algunos ejemplos de mercados regulados son Venezuela (2018), Argentina (2012) y Colombia (2011). Este tipo de prácticas afecta sobre todo a compañías integradas que presentan altos costos operativos y encuentran grandes dificultades a la hora de adaptarse a las condiciones cambiantes de este tipo de mercados, que suelen ser regulados a través de la acción de compañías controladas por el estado. Es debido a esto último que el problema a analizar reviste gran complejidad, ya que existe un factor de riesgo inherente a la actividad al no haber reglas explícitas de valuación de largo plazo.

Debido a los altos costos operativos que acarrearán, las compañías integradas de petróleo y gas precisan elaborar un esquema de coberturas de riesgos financieros que les permitan concretar los proyectos de inversión planificados sin poner en riesgo la salud financiera de la organización.

En un mundo de Modigliani-Miller de mercados perfectos el manejo corporativo activo de los riesgos sería irrelevante, ya que un inversor que posea títulos de cualquier compañía podría, a igual costo que la corporación, realizar la cobertura al nivel de volatilidad deseado. Sin embargo al no cumplirse en los mercados reales los supuestos de Modigliani-Miller surge el interrogante sobre la utilidad del uso de estrategias de coberturas en las empresa. La

Asociación Internacional de Swaps y Derivados (ISDA) informa que virtualmente todas las grandes corporaciones utilizan derivados para cubrir sus riesgos financieros. Existen diversos estudios en el ámbito de las finanzas corporativas acerca del impacto de la implementación de políticas de cobertura frente a riesgos de mercado. Particularmente dos de ellos (Nance et al., 1993) (Ross et al., 1998) analizan la utilización de coberturas concluyendo que las firmas que llevan adelante programas de reducción de volatilidad de flujos de fondos perciben un incremento en la cantidad óptima de deuda, mayores beneficios impositivos por la transformación de la estructura de capital y reducción de los costos de deuda. En contraposición a estos beneficios el trabajo de Jin, Yanbo y Jorion (Jin y Jorion, 2006) muestra que no hay evidencia de un incremento del valor de mercado de compañías que neutralizan sus exposiciones en la industria de petróleo y gas, aunque sí comprueba la reducción de la volatilidad de los flujos de fondos permitiendo una estructura de capital beneficiosa. Por último, los trabajos de Haushalter (Haushalter, 2000), también orientado a la industria de interés, y de Campello y Murillo (Campello et al., 2011) muestran una alta correlación entre la proporción de cobertura utilizada por las compañías del sector, su nivel de endeudamiento y sus erogaciones en inversiones. Es debido a esta conclusión que se considera de vital importancia diseñar estrategias de cobertura que permitan reducir las métricas de riesgo de interés. Si bien no es extensa la literatura que analiza la proporción óptima de coberturas de flujos de fondos corporativo, el trabajo de Chowdhry, Bhagwan y Schwartz (Chowdhry y Schwartz, 2012) muestra que debido a la incertidumbre que se presenta en la efectiva realización de los flujos de fondos de distintas compañías, llevar a cabo una estrategia de cobertura por la totalidad de los flujos de fondos esperados puede, contrariamente a lo deseado, incrementar la exposición a los riesgos sistemáticos y generar resultados realmente adversos para las finanzas de la corporación en cuestión. Es en esta línea de pensamiento que en la presente tesis se evalúan distintas proporciones de cobertura estimando su potencial impacto en los resultados de la empresa analizada.

En esta tesis se diseña un esquema de cobertura para las compañías integradas del sector de petróleo y gas que permite reducir el *Cash Flow at Risk* y el *Expected Shortfall* en distintos escenarios de mercado. Para conseguir tal objetivo se elabora un modelo de flujos de fondos de una compañía hipotética que opere en el mercado Argentino siguiendo la estructura de producción y costos de YPF SA. Este modelo está afectado por dos factores de riesgo de mercado: la cotización del petróleo crudo Brent y el tipo de cambio USD/ARS. Estos factores de riesgo son de utilidad para generar los modelos de paridad de importación utilizados en la obtención de precios minorista en múltiples mercados. También se modelan los costos de operación y de inversión de la compañía en cuestión, la cual se considera dentro del marco del presente trabajo radicada en la República Argentina. Además, se introduce en el trabajo un factor de riesgo adicional, denominado por el autor *riesgo gobierno*, que representa la regulación del mercado a través de medidas de fijación de aumentos máximos del precio de combustibles. Este factor de riesgo introducido en el presente trabajo resulta

de importancia crítica en la afectación de los flujos de fondos de la compañía analizada y debido a la imposibilidad de modelarlo se utiliza un enfoque de análisis de escenarios. El cálculo de las métricas de riesgo mencionadas se realiza a través de simulación Monte Carlo. Por último se proponen distintas estrategias de cobertura.

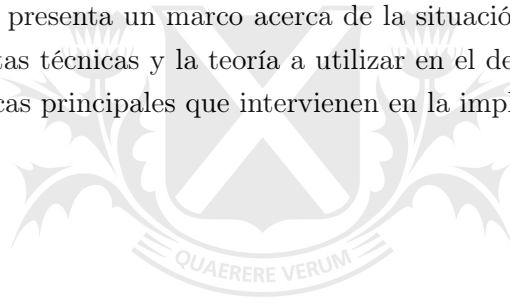
Este trabajo está estructurado de la siguiente manera:

- En el capítulo 2 se realiza una revisión de la situación histórica y actual del mercado de combustibles.
- En el capítulo 3 se analizan los factores de riesgo y los datos para trabajar con los mismo.
- En el capítulo 4 se detallan los conceptos técnicos utilizados a lo largo de esta tesis.
- En el capítulo 5 se modela la variable de riesgo Brent.
- En el capítulo 6 se analiza la exposición a los distintos factores de riesgo de la compañía a considerar en este trabajo.
- En el capítulo 7 se calculan las métricas de riesgo de relevancia.
- En el capítulo 8 se proponen distintas estrategias de cobertura.
- En el capítulo 9 se exponen las conclusiones del presente trabajo y propuestas de investigación para trabajos futuros.

Parte I

Conceptos generales y teóricos

En esta primera parte se presenta un marco acerca de la situación general de la industria, se analizan las herramientas técnicas y la teoría a utilizar en el desarrollo de esta tesis y se describen las características principales que intervienen en la implementación desarrollada.



Universidad de
San Andrés

Capítulo 2

Compañías Petroleras

2.1. Revisión histórica

El mercado de combustibles líquidos tiene un impacto directo en la estructura de costos de cualquier economía debido a que el transporte representa una porción significativa del precio final de los productos comercializados. Este fenómeno se ve acrecentado en los países donde otros medios de locomoción, como el ferrocarril, no se presentan como una alternativa viable de reemplazo de los motores alimentados por derivados del petróleo crudo.

El caso particular de la Argentina reviste un interés adicional dado que históricamente han existido cambios significativos en las reglas de formación de precios que modificaron sustancialmente la estructura propia del mercado y la dinámica subyacente de precios.

Con la creación de YPF, en 1922 y su primera refinería en la ciudad de La Plata comenzó la comercialización de combustibles fósiles de producción nacional en el mercado doméstico de forma masiva. Luego de concluida la segunda guerra mundial, y debido a la motorización de tareas agrícolas y la expansión del parque automotor, la producción y consumo de combustibles livianos tuvo un significativo aumento, incentivando la construcción, en la década de 1960 de la mayoría de las refinerías que aún hoy funcionan. Paralelamente continuaron desarrollándose las actividades de exploración y extracción de petróleo crudo y de gas. De esta manera, hacia 1980 el país alcanzaba el autoabastecimiento de crudo. Esta situación, sin embargo, se vio modificada hacia fines del siglo pasado. La disminución de la oferta de gas producto de la desinversión provocó presiones sobre el mercado de combustibles pesados, debiendo comenzar a importarse para llegar a cubrir las necesidades energéticas. En línea con este problema, el cierre de las líneas de ferrocarriles tuvo como contracara un crecimiento muy grande del parque automotor, lo cual impulsó la demanda de naftas livianas, provocando dificultad en el abastecimiento normal de estos productos. En el año 1989 el gobierno

argentino, a través del decreto N° 1055/1989, establece como objetivo primordial en materia energética reemplazar la intervención del estado en la fijación de los precios, márgenes de bonificaciones, cuotas, cupos, etc., por los mismos mecanismos de asignación del mercado y el libre juego de la oferta y la demanda, para que la competencia entre las empresas repercutiera en una mayor producción de hidrocarburos. Consiguientemente, a través de los decretos 1212/89 y 1589/89 se dispuso:

- La reconversión los contratos de locación de obra y servicios suscritos entre los privados e YPF en contratos de concesión o de asociación.
- Que los precios de los hidrocarburos de origen nacional reflejasen los precios internacionales.
- La eliminación de cuotas de crudo.
- Que aquéllos que poseían contratos de concesión. preexistentes pudieran adherir al régimen de libre disponibilidad del crudo.
- Que el petróleo producido por los nuevos concesionarios sería de libre disponibilidad.
- La libre importación y exportación de crudo.
- La instalación de capacidad adicional de refinación y la instalación de nuevas bocas de estipendio serían libres de intervenciones.

En enero del año 1999, el Poder Ejecutivo Nacional mediante el decreto N°31/1999 autorizó la venta de 52.914.700 acciones de clase A de YPF, las cuales fueron compradas por la empresa petrolera española *Repsol*. En abril y mayo del mismo año, *Repsol* compró el 82,47% de las acciones de YPF, pasando a tener el control de la compañía con el 97.46% de las acciones. Así la denominación de la empresa pasó a ser Repsol-YPF SA.

Durante los primeros años del siglo XXI se detuvieron, prácticamente por completo, las actividades de exploración y explotación de nuevas cuencas. Este fue uno de los argumentos principales utilizados por el Estado argentino a la hora de oficializar la expropiación del 51% del paquete accionario de la compañía mediante la Ley N° 26.741 en el año 2012. Tal es así que en el año 2011 se registró el primer déficit de la balanza comercial de combustibles en mucho tiempo.

Con la expropiación del 51% de las acciones de YPF, el Estado Argentino ha integrado dos formas de política energética:

1. Regulación establecida en la década de 1990.

2. Implementación de políticas energéticas a través de YPF (como lo hizo en gran parte de la historia del sector)

Mediante esto último el Estado Argentino pudo influir sobre la competencia en el mercado (controlando precios y/o cantidades) a través de la regulación y/o del comportamiento de la empresa que posee un gran poder de mercado (Kozulj, 2002).

La fijación de precios del mercado hasta el año 2017 estuvo basado en el concepto del "barril criollo" mediante el cual se fijaba un precio para el crudo doméstico. De esta manera los precios de los combustibles carecían de correlación con el precio de los marcadores internacionales y el factor de riesgo más relevante en la conformación de precios era el Tipo de cambio USDARS, como es posible observar en la gráfica 2.2.2.

2.2. Contexto actual

En el año 2017 se implementó una nueva metodología de mercado que comenzó a regir partir del 1 de enero de 2018 y actualmente vigente, según la cual el precio de combustibles en surtidor seguiría la paridad de importación. De esta manera la conformación del precio final en surtidor pasa a depender fuertemente de dos factores de riesgo:

- Precio petróleo crudo **Brent**
- Tipo de cambio **USDARS**

En la figura 2.2.1 se muestra la producción de petróleo crudo en la Argentina. Es posible observar que mientras la producción de YPF se ha mantenido prácticamente constante desde el año 2009 a la actualidad, existe una clara tendencia a la baja en la producción de las restantes compañías entre los años 2009 y 2017. Es en este año que se produce un cambio en la tendencia debido a la desregulación de los precios de los combustibles. A pesar de la liberación de precios y debido a sucesivos incrementos en el Tipo de cambio USDARS y en el precio del petróleo crudo Brent, el gobierno argentino se vio obligado en distintas ocasiones a pactar una política de precios regulados para el sector.

Debido a los constantes cambios en términos de política energética que ha sufrido la Argentina cobra sustancial importancia llevar a cabo un análisis detallado de las implicancias que los distintos escenarios de fijación de precios puedan tener en la estructura de flujos de fondos de una compañía petrolera integrada.

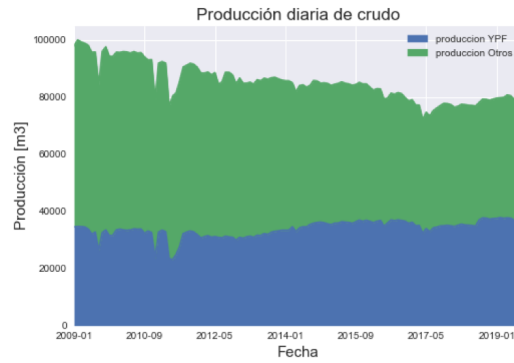


Figura 2.2.1: Producción petróleo crudo



Universidad de

San Andrés



Figura 2.2.2: Precios de nafta grado 2 en USDARS

Capítulo 3

Análisis de los factores de riesgo

3.1. Brent

El mercado del petróleo crudo y de la energía, históricamente ha sido regulado, permitiendo a los productos transferir sus costos a los usuarios finales, quedando así marginalmente expuestos a riesgos de fluctuación de precios en los productos que comercializaban (Burger et al., 2008). La liberación internacional de los mercados de energía aumentó la exposición a riesgos financieros tanto de productores como de consumidores. El mercado del petróleo crudo es particularmente volátil debido a cambios en la oferta y la demanda, por lo que se requiere un mercado financiero capaz de absorber los riesgos mencionados. Desde la década de 1980, el mercado del petróleo se ha convertido en el mayor mercado de *commodities* en el mundo.

El petróleo crudo se transa en dos ecosistemas distintos. Por un lado, existe una gran cantidad de contratos OTC, donde contrapartes privadas pactan condiciones sobre los contratos a celebrar según las necesidades que ambas tengan. Generalmente en este tipo de mercados, bancos y *traders* actúan como proveedores de liquidez para los productores y consumidores de crudo. Por otro lado, existen mercados regulados estandarizados. De éstos, los más importantes a nivel mundial son NYMEX y ICE. Ambos mercados ofrecen múltiples derivados financieros como futuros y opciones con diversos *strikes* y vencimientos, lo que posibilita el diseño y ejecución de una amplia gama de coberturas. Por su parte ICE ofrece contratos derivados sobre petróleo crudo Brent ¹. Este tipo de crudo es un petróleo liviano y es la referencia utilizada para la comercialización de productos en la Argentina. Los futuros transados en ICE son contratos con entrega ² y es por ello que el vencimiento de los contratos se realiza con una antelación de 2 meses respecto del contrato en cuestión. Debido a la

¹[www.theice.com/publicdocs/ICE Crude Oil.pdf](http://www.theice.com/publicdocs/ICE%20Crude%20Oil.pdf)

²También existe la posibilidad de pactar neteo por efectivo de la posición

estructura del mercado y la dificultad de traslado del producto no existen contratos sobre el precio *spot* del crudo Brent, aunque existen agencias como *Platts* que relevan los valores del mercado físico. Para capturar la dinámica del precio *spot* del crudo Brent es necesario realizar una inferencia a partir de los valores de distintos contratos de futuros.

Para la calibración del modelo dinámico de petróleo crudo Brent se utilizaron datos diarios de *forwards* de Brent cotizados en el *Intercontinental Exchange* (ICE) entre el 14 de Octubre de 2003 y el 14 de Noviembre de 2018 para todos los contratos entre 2005 y 2023. Estos datos fueron obtenidos a través de la plataforma Bloomberg. Cabe destacar que para las distintas fechas de *pricing* no todos los productos tienen precios. Es preciso filtrar estos puntos de la curva para generar una superficie de precios de los contratos en función de la madurez de los mismos y la fecha de *pricing*. Debido a la larga historia de cotización del petróleo crudo Brent la recopilación de los datos es sencilla y no es necesario modificar la estructura de éstos.

3.2. Tipo de cambio

El Tipo de cambio USDARS mayorista *spot* en la Argentina se pacta a través del Mercado Único Libre de Cambios (MULC). Al igual que en los mercados de petróleo crudo, existe un mercado OTC de FX para el USDARS. A través del tiempo el acceso al mercado libre de cambios en la República Argentina se ha visto reducido o detenido. Por este motivo, sumado a la escasa liquidez en algunos períodos, resulta muy dificultoso elaborar una estrategia de modelización de la dinámica de este par. Es posible observar períodos de estabilidad cambiaria seguidos por abruptas variaciones y cambios de régimen. Este efecto produce una distorsión en las estimaciones de la volatilidad, que se traduce en un mercado de opciones inexistente. Por otro lado, existen mercados de futuros de USDARS³, pero no son líquidos. Es importante señalar que los puntos antes mencionados imposibilitan la factibilidad práctica de concreta estrategias de cobertura no lineal⁴. Adicionalmente la dificultad en la estimación de una dinámica para este activo hace que únicamente sea posible realizar un análisis de escenarios. Los datos del par USDARS *spot* fueron obtenidos de la plataforma Bloomberg⁵ para el período 2000-2018.

³<https://www.rofex.com.ar/>

⁴Por ejemplo opciones *Put* y *Call*

⁵Tipo de cambio de referencia comunicación 3500 (Mayorista)

3.3. Riesgo gobierno y estructura de costos de la compañía a analizar

El mercado de combustibles en la República Argentina ha sufrido severas modificaciones en términos de regulación. Es posible identificar períodos de regulación, congelamiento y liberación de precios. Por este motivo y debido a la imposibilidad de pronosticar decisiones regulatorias, a la hora de plantear cualquier estrategia de cobertura es indispensable analizar distintos escenarios de fijación de precios al consumidor y verificar la eficacia de las estrategias bajo las distintas alternativas.

Los datos de producción y operaciones de la compañía a evaluar fueron extraídos de las presentaciones de los resultados financieros, *Investor Meetings* y de la propia compañía. Éstos son los datos mensuales del período 2018 y serán los considerados para el presente trabajo y permiten recrear la estructura de ingresos y egresos de la empresa. Si bien se podría prescindir estos datos y realizar un análisis teórico del problema, el estudio del caso de YPF SA brinda mayor información acerca de las características del mercado argentino y de la relevancia del trabajo realizado en función de los montos involucrados.



Capítulo 4

Herramientas

4.1. CFaR

La industria financiera ha sido pionera en el desarrollo de metodologías de medición y mitigación de riesgos económico-financieros. El *Lunes negro* del 19 de Octubre de 1987 (Bogle, 2008), puso de manifiesto las falencias de los métodos estadísticos tradicionales para estimar la exposición al riesgo de distintos portafolios de inversión y la necesidad de implementar nuevos métodos de cuantificación del riesgo.

La respuesta a la necesidad de una nueva métrica de riesgo surgió gracias al desarrollo de J.P. Morgan, que definió el Valor al Riesgo (VaR) y sentó las bases para una nueva corriente de medición de los riesgos financieros. El VaR es la peor pérdida esperada en un intervalo de tiempo, dado un intervalo de confianza definido. Esta medida resume en un solo número la exposición global a los riesgos de mercado. Debido a la relativa facilidad y entendimiento de esta métrica, su uso en la industria ha sido extendido (Jorion, 1996). Tal es la importancia de esta herramienta que las instituciones bancarias, a través del comité de Basilea, deben informar sus VaR a fin de controlar potenciales riesgos que pudieran llegar a desestabilizar el sistema financiero. Una de las críticas más recurrentes sobre el VaR es que esta métrica no es necesariamente sub-aditiva. Esto quiere decir que el VaR total de un portafolio puede ser mayor a la suma de los VaR individuales que componen al mismo. Por otro lado el VaR no da ninguna noción acerca de la distribución más allá del intervalo de confianza escogido.

Algunas de las ventajas que hacen al VaR una métrica atractiva son las siguientes:

- Corresponde a una cantidad que podría perderse con un nivel de probabilidad
- Mide el riesgo de los factores como así también la sensibilidad a los factores de riesgo del portafolio

- Puede ser comparado en distintos mercados y exposiciones
- Es una medida universal que aplica a diversas industrias

En la figura 4.1.1 se muestra un ejemplo de la representación del VaR.

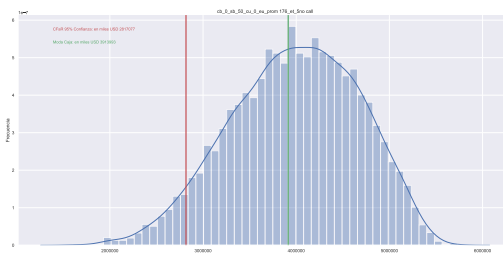


Figura 4.1.1: Ejemplo Value at Risk.

Por lo expuesto anteriormente es posible concluir en la importancia de la obtención de una métrica de riesgo para instituciones financieras, ya que ésta permite arribar a una noción del capital necesario para afrontar potenciales pérdidas con un nivel de confianza determinado.

Si bien este enfoque es correcto, podría extenderse en dos direcciones. Por un lado, es necesario conocer propiedades de la distribución en escenarios donde se exceda el umbral del VaR. De esta manera es posible describir con mayor profundidad las características de las potenciales pérdidas. Por otro lado, el hecho de que el VaR no cumpla con las condiciones de sub-aditividad no permite simplificar el cálculo en problemas de alta dimensionalidad. De hecho, según la definición de métrica de riesgo (Artzner et al., 1997), el VaR no podría incluirse dentro de éstas, ya que no cumple al axioma mencionado, que captura la esencia de los beneficios de la diversificación de portafolios (Acerbi y Tasche, 2002).

En métricas que cumplen la propiedad de sub-aditividad, la diversificación de portafolios siempre conlleva reducción del riesgo, mientras que en *métricas* que violan este axioma la diversificación puede producir un incremento en su valor aún cuando los riesgos individuales son generados por eventos mutuamente excluyentes (Acerbi et al., 2001).

Definición 4.1 Sea V un set de variables aleatorias reales. Una función $\rho : V \rightarrow \mathbb{R}$ es una Métrica de riesgo si es

1. *Monótona:* $X \in V, X \geq 0 \Rightarrow \rho(X) \leq 0$,
2. *Sub-aditivo:* $X, Y, X + Y \in V \Rightarrow \rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$,
3. *Homogénea positiva:* $X \in V, h > 0, hX \in V \Rightarrow \rho(hX) = h\rho(X)$,

4. *Invariante a traslaciones:* $X \in V, a \in \mathbb{R} \Rightarrow \rho(X + a) = \rho(X) + a$.

La sub-aditividad es esencial también en la optimización de portafolios. Únicamente en casos donde se cumplan los axiomas (1) y (3) de la definición de Métrica de riesgo, es posible asegurar que el problema de optimización de portafolios tendrá una solución óptima global y no varias soluciones posibles en extremos locales ¹ (Yamai et al., 2002).

A continuación se define el VaR 4.2

Definición 4.2 Sea X la variable aleatoria que describe el valor futuro del Profit and Loss (P&L) de un portafolio en un instante T , y $\alpha = A\% \in (0, 1)$ un porcentaje que representa una muestra de los peores escenarios para el portafolio a analizar. El VaR del portafolio con parámetros T , α , simplemente está dado por la pérdida asociada al cuantil x^α de la distribución.

El VaR no es sub-aditivo debido a que responde a la pregunta de cuál es la *mínima pérdida*. Es relevante mencionar que el VaR es indiferente acerca de cuán serias pueden llegar a ser las pérdidas más allá del umbral. Es posible, sin mucho esfuerzo, diseñar portafolios con idéntico VaR y niveles de riesgo extremadamente distintos en las colas de la distribución. Si en lugar de preguntar por la pérdida mínima, se pregunta por la pérdida esperada en los $A\%$ peores casos, la métrica resultante cumple el axioma de sub-aditividad. Además, esta pregunta resulta más natural en términos de riesgo.

Esta métrica alternativa es el *Expected Shortfall* (ES), que determina el valor esperado de la pérdida condicional a la superación del VaR.

La motivación principal para un buen manejo del riesgo financiero en corporaciones está basada en los pilares de la generación de valor de la compañía para los *stakeholders*. Además, una corporación tiene una calificación crediticia que afecta sus colocaciones de deuda y por consiguiente su capacidad de financiarse a tasas accesibles. Una disminución en la calificación puede generar un aumento significativo en los servicios de deuda que desequilibre la capacidad financiera de la entidad. Por estos motivos, las grandes corporaciones han adoptado prácticas y estándares de mitigación de riesgos de mercado en línea con lo realizado anteriormente por las entidades bancarias. Si bien la motivación en la gestión de riesgos financieros en corporaciones es similar a la de las instituciones financieras, debido a la naturaleza de los negocios, es posible utilizar métricas de riesgos que resulten más adecuadas para una corporación.

Es así que para proteger la solvencia de la compañía y en línea con ratios relevantes en las finanzas corporativas, se introducen métricas análogas al VaR y al ES referidas a los

¹En términos de minimización de riesgo

flujos de fondos generados por la corporación. La primera de ellas es el *Cash Flow at Risk* (CFaR). Esta métrica se refiere a la potencial pérdida en los flujos de fondos generados por la compañía en un horizonte de tiempo dado, para un determinado nivel de confianza. El CFaR es una excelente métrica corporativa ya que permite obtener una noción de la dinámica de riesgo de una compañía debido a factores de mercado. El proceso de cuantificación del CFaR consiste en:

- Mapear exposiciones.
- Modelar los factores de riesgo en base a datos de mercado.
- Modelar los flujos de fondos de la compañía contemplando el impacto de los factores de riesgo respectivos.
- Generar resultados.
- Determinar el impacto en el negocio.

La utilidad del CFaR no radica únicamente en la obtención del valor expuesto sino también de entender, a través del proceso de obtención de la métrica, las relaciones dinámicas entre los flujos de fondos y los factores de riesgo.

Análogamente, se define el *Cash Flow Expected Shortfall* (CFES) que cuantifica la pérdida esperada condicional a la superación del umbral establecido por el CFaR.

4.2. El filtro de Kalman

El filtro de Kalman (Kalman, 1960) es un método para hallar un estimador en problemas donde es necesario conocer el *estado* instantáneo de un sistema perturbado por *ruido*². Este tipo de problemas es recurrente en distintos campos del conocimiento. El filtro de Kalman ha sido una de las contribuciones más importantes del siglo XX en el ámbito científico. Su desarrollo ha permitido innumerables avances en el control de sistemas altamente complejos. En 1960 Kalman revoluciona el mundo de la estimación dejando de lado los requerimientos de estacionariedad planteados por Wiener (Wiener, 1949) y presentando una solución secuencial al problema de filtrado lineal variable en el tiempo (McGee y Schmidt, 1985). En ella propone un método para actualizar los coeficientes del filtro a medida que se adquiere el conocimiento de nuevas muestras, en lugar de realizar todos los cálculos cada vez que un dato nuevo se

²Se entiende por ruido a una variable aleatoria aditiva a las ecuaciones de estado

presenta. Una de las características distintivas del filtro Kalman es que permite trabajar en sistemas con mediciones indirectas ³, además de lidiar con procesos ruidosos.

El filtro de Kalman se implementa fácilmente en forma de algoritmo y esta es una de las razones por las que ha captado sustancial interés desde sus comienzos.

El filtro de Kalman permite obtener estimadores para resolver tres tipos de problemas:

Predicción En la *Predicción* la información utilizada es estrictamente *anterior* al instante en el que se desea estimar el estado del sistema.

Filtrado En el *Filtrado* la información utilizada es toda aquella que se encuentra *hasta* el instante en el que se desea estimar el estado del sistema.

Interpolación En la *Interpolación* se utiliza información *posterior* al instante en el que se desea estimar el estado del sistema



³Mediciones que se realizan sobre variables relacionadas a las variables de interés en lugar de medir directamente sobre las propias variables.

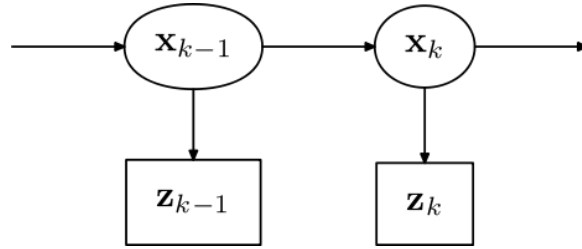


Figura 4.2.1: Modelo Oculto de Markov

4.2.1. El modelo oculto de Markov

El filtro de Kalman y las sucesivas variaciones del mismo, se aplican a un tipo particular de modelo de proceso estocástico: el *Hidden Markov Model* (HMM) (Rabiner y Juang, 1986).

Este modelo de espacio estado caracteriza al sistema con algunas particularidades. El proceso es *oculto*, ya que no es posible acceder a la información directa de los x_k , sino que únicamente se pueden realizar mediciones y conocer (con cierto grado de precisión) las variables z_k relacionadas de alguna manera con la variable de interés. Por otro lado, el proceso de Markov de orden 1 indica que la variable x_{k-1} reúne toda la información de interés para definir el valor de x_k , esto hace que, dado el valor de x_{k-1} , x_k sea *independiente* de $x_{0:k-2}$. De forma análoga, z_k está definido por el valor de x_k y es independiente de las demás variables. Estas suposiciones, dependiendo del problema, pueden no ser válidas, por lo que es fundamental conocer los modelos de las aplicaciones. A continuación se resumen las propiedades enunciadas

Propiedad de Markov

$$p(x_k | x_0, \dots, x_{k-1}) = p(x_k | x_{k-1}),$$

$$x_k \sim p(x_k | x_{k-1}). \quad (4.2.1)$$

Propiedad de proceso oculto

$$p(z_k | x_0, \dots, x_{k-1}) = p(z_k | x_k),$$

$$z_k \sim p(z_k | x_k). \quad (4.2.2)$$

Se supone también la independencia mutua de las mediciones, como puede verse en el

gráfico 4.2.1

$$p(z_k, \dots, z_M | x_k, \dots, x_M) = \prod_{i=k}^M p(z_i | x_i, \dots, x_M),$$

$$p(z_k, \dots, z_M | x_k, \dots, x_M) = \prod_{i=k}^M p(z_i | x_i).$$

Por lo tanto, el HMM queda definido por las ecuaciones (4.2.1) y (4.2.2) como

$$x_k \sim p(x_k | x_{k-1}) \text{ ecuación dinámica,}$$

$$z_k \sim p(z_k | x_k) \text{ ecuación de medición,}$$

donde $p(x_0)$ se supone conocido.

4.2.2. Algoritmo del filtro de Kalman

Los pasos para programar el filtro de Kalman son:

1. Plantear las ecuaciones de estado y de medición teniendo en cuenta las consideraciones (A.3.6)

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= F_k X_k + \Gamma_k u_k + G_k W_k, \\ Z_k &= H_k^T X_k + V_k. \end{aligned}$$

2. Hallar la matriz de covarianza del error de predicción para el instante inicial utilizando (A.3.10) con $\sum_{0|-1} = P_o = \mathbb{E} [X_0 X_0^T]$.
3. Calcular la estimación de $\hat{X}_{k+1|0:k}$ utilizando

$$\hat{X}_{k+1|0:k} = K_k \cdot (Z_k - H_k^T \hat{X}_{k|0:k-1}) + F_k \tilde{X}_{k|0:k-1} + \Gamma_k u_k.$$

4. Volver al paso 2.

4.3. El método de Monte Carlo

Los métodos de simulación son ampliamente utilizados en distintos escenarios. Si bien este tipo de métodos suelen verse como procedimientos *último recurso*, los avances en el poder de cómputo de los últimos años han permitido que las herramientas de simulación brinden soluciones de alta precisión, por lo que estos métodos se han vuelto más populares en la resolución de diversos tipos de problemas en el ámbito de la ingeniería y la ciencia en general. Naylor (Naylor, 1966) define a la simulación como:

La simulación es una técnica numérica para realizar experimentos en una computadora, que involucra ciertos tipos de modelos matemáticos y lógicos que describen el comportamiento de sistemas a través de períodos de tiempo real.

La simulación permite recrear o repetir una experiencia en determinadas condiciones sin necesidad de que sucedan en el mundo físico. Esto es relevante, ya que hace posible el análisis de situaciones sin tener que procesar datos en tiempo real.

En 1949 Metropolis y Ulam (Metropolis y Ulam, 1949) presentan el trabajo titulado *The Monte Carlo Method*, que describe una herramienta de simulación que permite el estudio, de forma numérica, de ecuaciones integro-diferenciales. Cuando los sistemas a estudiar no se encuadran en el ámbito de la mecánica clásica⁴, ni en el campo de la mecánica estadística (donde carece de interés la dinámica de cada partícula y se trata al conjunto), o son problemas de combinatoria o cálculo de probabilidades, resulta útil simular el sistema, recreando sus condiciones, para verificar las probabilidades de los distintos estados presentes.

Lo atractivo de esta clase de método es que se evita trabajar con integrales múltiples, integrales indefinidas y ecuaciones complejas que no tienen soluciones cerradas.

Algunas de las aplicaciones del método de Monte Carlo son:

- Solución numérica de ecuaciones íntegro-diferenciales.
- Cálculo de combinatorias y probabilidades.
- Análisis de sensibilidad.
- Análisis de riesgo.
- Valuación de derivados.

⁴Mediante el análisis de cuerpos puntuales

Capítulo 5

Modelado del petróleo crudo Brent

5.1. Dinámica petróleo crudo

Para cuantificar el riesgo inherente a las operaciones de una compañía petrolera es necesario desarrollar modelos que permitan capturar la dinámica de la principal variable en este tipo de empresas. Los *commodities* presentan diferencias significativas frente a otros activos financieros y éstas deben ser tomadas en consideración a la hora de desarrollar un modelo estocástico para los precios del petróleo crudo Brent. En primer lugar, el petróleo se produce físicamente, lo que hace que su precio depende de los costos de producción y la escasez esperada en el presente y futuro. En segundo lugar, el petróleo es un bien de consumo básico. Esto hace que en su precio dependa del nivel de actividad económica y las expectativas de crecimiento (Ghalayini, 2011). También existen riesgos y costos de almacenamiento.

A pesar de existir un gran mercado financiero de crudo, el transporte y el almacenamiento imposibilitan la existencia de un subyacente *spot* financiero, lo que hace que este mercado diste de ser completo. Estas características se traducen en dinámicas de precios para el petróleo crudo que se diferencian sustancialmente de las observadas en otros activos financieros. Al observar la estructura temporal de los contratos de futuros del petróleo crudo es posible notar que ésta cambia por períodos de un estado de *Backwardation* a *Contango*, fenómeno difícil de encontrar en otros mercados como por ejemplo el de FX¹. Distintos autores han explicado las causas de las inversiones en estas curvas. Un concepto interesante es el de *Convenience yield* que modifica la ecuación de arbitraje *spot*/Futuro tomando en consideración el beneficio (o costo) de contar con el activo físico en lugar del contrato futuro,

¹El requisito para este cambio en la curva es un cambio de signo en las tasas de interés implícitas. Este efecto si bien es posible no se produce frecuentemente, en cuyo caso suele persistir

tal como se puede apreciar en la ecuación

$$F_{t,T} = S_t e^{(r+u-y)T},$$

donde r es la tasa de interés libre de riesgo continua, u es el costo de almacenamiento e y es el *Convenience yield*. De esta manera es posible explicar el *Backwardation* de la curva cuando el *Convenience yield* es mayor que la suma de la tasa de interés y el costo de almacenamiento. Esta variable si bien no es observable directamente ha sido modelada (Gibson y Schwartz, 1990), generando el modelo de 2 factores

$$dS = (\mu - \delta)Sdt + \sigma_1 S dz_1, \quad (5.1.1)$$

$$d\delta = \kappa(\alpha - \delta)dt + \sigma_2 S dz_2, \quad (5.1.2)$$

$$dz_1 dz_2 = \rho dt.$$

donde S representa el precio spot del *commodity* y δ el *Convenience yield* y z_1 y z_2 son movimientos brownianos correlacionados.

La ecuación (5.1.1) representa un proceso estandar para el precio con un *Convenience yield* que sigue un proceso estocástico de Ornstein-Uhlenbeck descrito en la ecuación (5.1.2) de reversión al valor α . El movimiento del *Convenience yield* respecto del valor de reversión es la causa que explica la deformación en la curva de futuros. El correlato en el mundo físico suele ser explicado por *shocks* de oferta o demanda de naturaleza temporal. En el caso de aumentos en la oferta, los precios sufrirían una presión hacia la baja, provocando que productores con altos costos de extracción decidan detener la producción, reduciendo la oferta y equilibrando nuevamente el precio. Por otro lado ante aumentos en la demanda, nuevos productores pueden integrarse, aumentando la oferta y equilibrando nuevamente los precios. Por estos motivos se considera que los efectos tienden a ser temporales.

En (Schwartz, 1997) se comparan 3 modelos estocásticos utilizados para la valuación de contratos derivados en *commodities*. El primer modelo que analiza es de un modelo de un factor, donde el logaritmo del precio *spot* sigue un proceso de reversión a la media del estilo Ornstein-Uhlenbeck. En segundo lugar considera el modelo de 2 factores de Gibson-Schwartz (Gibson y Schwartz, 1990) ya mencionado, y finalmente extiende este modelo con un factor adicional para modelar las tasas de interés que siguen un modelo de reversión de Vasicek. Schwartz concluye que este último modelo no agrega valor explicativo con la desventaja de que se agregan parámetros a estimar dificultando la tarea.

Estos 3 modelos presentan algunas características interesantes. En primer lugar, es posible obtener soluciones cerradas para los precios de los futuros y forwards. Además, el logaritmo de los precios de los futuros y forwards es lineal frente a los factores de riesgo, lo que contribuye a la estimación de las variables no observables y los parámetros del modelo.

Schwartz-Smith (Schwartz y Smith, 2000) proponen un modelo superior al modelo de 2 factores mencionado, ya que permite un mayor entendimiento de las variables, los parámetros y su correlato en el mundo físico, a la vez que demuestran la igualdad con el modelo de Gibson-Schwartz de 2 factores.

5.2. Modelo de 2 factores de Schwartz-Smith

El modelo de Schwartz-Smith (Schwartz y Smith, 2000) es un modelo de 2 factores muy utilizado por *practitioners* en el modelado de la dinámica de *commodities*. La idea básica del modelo es la descomposición del precio spot en dos componentes, una de corto y otra de largo plazo, con dinámicas características propias.

El precio spot S_t se descompone en el equilibrio de largo plazo ξ y en la desviación de corto plazo χ respecto de este equilibrio. El equilibrio de largo plazo ξ sigue un proceso Browniano geométrico, mientras que el desvío de corto plazo χ sigue un proceso de Ornstein Uhlenbeck

$$\ln(S_t) = \chi_t + \xi_t, \quad (5.2.1)$$

$$d\xi_t = \mu_\xi dt + \sigma_\xi dz_\xi, \quad (5.2.2)$$

$$d\chi_t = -\kappa dt + \sigma_\chi dz_\chi, \quad (5.2.3)$$

donde κ , σ_ξ y σ_χ son positivos y

$$dz_\chi dz_\xi = \rho_{\chi\xi} dt.$$

A través del proceso de corto plazo el modelo admite cambios temporales que no persisten en el tiempo. Por otro lado, el modelo también permite cambios de régimen que pueden atribuirse a cambios tecnológicos o incertidumbre persistente. El argumento principal de Schwartz, Smith para la proposición de este nuevo modelo, es que la idea de movimientos de corto/largo plazo es más intuitiva que el planteamiento de un *convenience yield*. Además,

como los efectos de corto plazo tienden a desaparecer, el proceso de largo plazo determina los valores de estabilidad, útiles para valuar contratos de largo plazo y proyectos de inversión.

Es posible verificar que χ_t y ξ_t son conjuntamente Gaussianos con media y matriz de covarianza

$$E[(\chi_t, \xi_t)] = [e^{-\kappa t}\chi_0, \xi_0 + \mu_\xi t],$$

$$Cov[(\chi_t, \xi_t)] = \begin{bmatrix} (1 - e^{-2\kappa t})\frac{\sigma_\chi^2}{2\kappa} & (1 - e^{-\kappa t})\frac{\rho_{\chi\xi}\sigma_\chi\sigma_\xi}{\kappa} \\ (1 - e^{-\kappa t})\frac{\rho_{\chi\xi}\sigma_\chi\sigma_\xi}{\kappa} & \sigma_\xi^2 t \end{bmatrix}.$$

Dados χ_0 y ξ_0 , el logaritmo del precio *spot* futuro tiene una distribución normal dada por

$$E[\ln(S_t)] = e^{-\kappa t}\chi_0 + \xi_0 + \mu_\xi t,$$

$$Var[\ln(S_t)] = (1 - e^{-2\kappa t})\frac{\sigma_\chi^2}{2\kappa} + \sigma_\xi^2 t + 2(1 - e^{-\kappa t})\frac{\rho_{\chi\xi}\sigma_\chi\sigma_\xi}{\kappa}.$$

En (Schwartz y Smith, 2000) se propone la inclusión de las primas de riesgo λ_χ y λ_ξ ², con el propósito de trabajar en el mundo libre de riesgo. En el caso de la presente tesis se simula la dinámica en el mundo real del petróleo. Para obtener las ecuaciones en el mundo real se sigue el procedimiento de Schwartz-Smith y luego se ajustan las ecuaciones. Esto se debe a la naturaleza no observable de las variables del proceso y su estimación a través de los contratos futuros disponibles.

Las versiones en el mundo libre de riesgo de las ecuaciones (5.2.2) y (5.2.3) son

$$d\xi_t = (\mu_\xi - \lambda_\xi)dt + \sigma_\xi dz_\xi^*, \quad (5.2.4)$$

$$d\chi_t = (-\kappa - \lambda_\chi)dt + \sigma_\chi dz_\chi^*, \quad (5.2.5)$$

$$dz_\chi^* dz_\xi^* = \rho_{\chi\xi} dt.$$

El proceso de corto plazo revierte a $-\lambda_\chi/\kappa$, mientras que el *drift* del proceso de largo plazo es $\mu_\xi^* = \mu_\xi - \lambda_\xi$. Bajo los procesos neutrales al riesgo, Schwartz y Smith muestran que

²Las primas de riesgo son reducciones constantes en los *drifts* de los procesos

ξ_t y χ_t son conjuntamente Gaussianos según

$$E^*[(\chi_t, \xi_t)] = [e^{-\kappa t} \chi_0 - (1 - e^{-\kappa t}) \frac{\lambda \chi}{\kappa}, \xi_0 + \mu \xi t],$$

$$Cov^*[(\chi_t, \xi_t)] = Cov[(\chi_t, \xi_t)].$$

Por lo tanto, el logaritmo de los precios *spot* futuros en el mundo libre de riesgo se distribuye normalmente según

$$E^*[ln(S_t)] = e^{-\kappa t} \chi_0 - (1 - e^{-\kappa t}) \frac{\lambda \chi}{\kappa} + \xi_0 + \mu \xi^* t,$$

$$Var^*[ln(S_t)] = Var[ln(S_t)].$$

Debido a que en el mundo libre de riesgo, los precios futuros se igualan a los precios *spot* futuros esperados, es posible conectar arribar a una relación de las variables no observables del modelo con los futuros cotizados en mercado, cuyos precios son observables y conocidos según ³

$$ln(F_{T,0}) = ln(E^*[S_t]) = E^*[ln(S_t)] + \frac{1}{2} Var^*[ln(S_t)] = e^{-\kappa T} \chi_0 + \xi_0 + A(T),$$

donde

$$A(T) = \mu \xi^* T - (1 - e^{-\kappa T}) \frac{\lambda \chi}{\kappa} + \frac{1}{2} \left((1 - e^{-2\kappa T}) \frac{\sigma_\chi^2}{2\kappa} + \sigma_\xi^2 T + 2(1 - e^{-2\kappa T}) \frac{\rho_{\chi\xi} \sigma_\chi \sigma_\xi}{\kappa} \right).$$

Dada la dependencia de $F_{T,0}$ de los parámetros del modelo y de las variables no observables, es posible plantear la estrategia inversa de cálculo para estimar tanto los parámetros como los variables χ_T y ξ_T . Para ello se recurre, siguiendo el planteo de Schwartz-Smith, al filtro de Kalman 4.2.2. Como los procesos de observación y medición cumplen con los requisitos del filtro, el uso de esta técnica permite estimar de forma recursiva los valores de las variables χ_t y ξ_t para cada instante t y por consiguiente el precio *spot* S_t . Más aún, el filtro de Kalman facilita el cálculo de la verosimilitud de una observación particular dado un conjunto de parámetros. De esta forma pueden estimarse también los parámetros del modelo. Finalmente, una vez obtenidos los parámetros del modelo, es posible simular la dinámica del precio *spot* del petróleo para generar las métricas de riesgo de interés.

³Se llega al resultado siguiendo el lema de Ito

5.3. Estimación del modelo de Schwartz-Smith mediante el filtro de Kalman

5.3.1. El modelo de Schwartz-Smith en el espacio de estados

Para la estimación de variables de estado a través del filtro de Kalman es necesario expresar el problema en el espacio de estados. Naturalmente, las variables de estado (ocultas) son las cantidades no medibles en el modelo propuesto χ_t 5.2.4 y ξ_t 5.2.5 y la observación está dada por los valores futuros $\ln(F_{T,0})$ observados. En primer lugar, es necesario discretizar el conjunto de ecuaciones. En este sentido se expresan las ecuaciones de transición y de medición según las ecuaciones

$$x_t = c + Gx_{t-1} + w_t, \quad t = 1, 2, \dots, n_T,$$

$$y_t = d_t + F'_t x_t + v_t, \quad t = 1, 2, \dots, n_T, \quad (5.3.1)$$

donde,

$x_t = [\chi_t, \xi_t]'$, vector de variables de estado;

$c = [0, \mu_\xi \Delta t]'$, vector constante;

$G = \begin{bmatrix} e^{-\kappa \Delta t} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, matriz de transición;

w_t , vector de perturbaciones con $E[w_t] = 0$ y $Var[w_t] = W = Cov[\chi_{\Delta t}, \xi_{\Delta t}]$

Δt , paso temporal;

n_t , cantidad de muestras;

$y_t = [\ln(F_{T_1}), \ln(F_{T_2}), \dots, \ln(F_{T_n})]'$, vector de observaciones de logaritmos de precios futuros con vencimientos T_1, T_2, \dots, T_n ;

$d_t = [A(T_1), A(T_2), \dots, A(T_n)]'$, vector constante;

$F'_t = \begin{bmatrix} e^{-\kappa T_1} & 1 \\ \cdot & \cdot \\ e^{-\kappa T_n} & 1 \end{bmatrix}$, matriz de transformación;

v_t , vector de perturbaciones de medición con $E[v_t] = 0$ y $Var[v_t] = V = Cov[v_t]$

n , cantidad de contratos futuros.

Todos los parámetros y variables en la nueva forma funcional han sido extraídos del modelo de Schwartz-Smith con excepción de las perturbaciones de medición v_t , que se pueden interpretar como los errores presentes en los reportes de precios futuros o errores en el modelo. Se demuestra entonces que el problema de estimación de la dinámica del petróleo Brent se puede resolver mediante un filtro de Kalman. Esto es posible debido a utilizar en la ecuación de medición (5.3.1) los logaritmos de los precios futuros, lo que convierte a la ecuación en lineal.

5.3.2. Estimación de las variables de estado y parámetros del modelo

Una de las mayores dificultades en el planteo del problema de estimación de la dinámica del petróleo Brent radica en la obtención de los parámetros del modelo. La estrategia utilizada por (Schwartz y Smith, 2000) para resolver este problema es utilizar una combinación del filtro de Kalman con estimación de máxima verosimilitud. El filtro de Kalman requiere conocer la ecuación con todos sus parámetros $(\kappa, \sigma_\chi, \lambda_\chi, \mu_\xi, \sigma_\xi, \mu_\xi^*, \rho_{\xi\chi})$ para realizar la estimación de las variables no observables. El filtro de Kalman computa recursivamente las variables no observables en forma de una distribución condicional a posteriori, basándose en un conjunto de observaciones, un conjunto de parámetros y la matriz de covarianza (\mathbf{V}). Cuando el conjunto de parámetros no es conocido, es posible estimarlo a partir de aplicar estimación de máxima verosimilitud respecto del conjunto de parámetros en cuestión $\theta = [\kappa, \sigma_\chi, \lambda_\chi, \mu_\xi, \sigma_\xi, \mu_\xi^*, \rho_{\xi\chi}, S_1^2, S_2^2, \dots, S_n^2]$, donde $S_1^2, S_2^2, \dots, S_n^2$ son los elementos de la matriz diagonal \mathbf{V} . Se maximiza la expresión

$$\max[\ln(L)] = \sum_{t=1}^{n_T} \left(-\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln P_{T,T-1} - \frac{1}{2} v_t' P_{T,T-1}^{-1} v_t \right),$$

donde P está dado por (A.3.8).

La metodología para maximizar esta expresión es *correr* el filtro de Kalman para distintos conjuntos de parámetros. Este proceso es complejo y depende en gran medida de las condiciones iniciales elegidas para los parámetros, ya que la función tiene mínimos locales. El algoritmo utilizado en este trabajo es el de punto-interior en Matlab siguiendo el criterio adoptado en (Goodwin, 2013). La eficacia del conjunto modelo-filtro se verificó utilizando las mismas condiciones que en (Schwartz y Smith, 2000). El conjunto de datos utilizados consta de 5 contratos futuros con vencimientos a 1, 5, 9, 13, y 17 meses entre el 2 de Enero de 1990 y el 14 de Febrero de 1995. En la tabla 5.3.1 se muestran los resultados de las estimaciones realizadas. La estimación del modelo de Schwartz-Smith resulta satisfactoria



Figura 5.3.1: Estimación del modelo Schwartz-Smith mediante el filtro de Kalman

dado el reducido desvío estándar de los estimadores. Los intervalos de las estimaciones del presente trabajo coinciden con los obtenidos por (Schwartz y Smith, 2000).

Por otro lado, se compararon los resultados de la aplicación del filtro al modelo de Schwartz-Smith con lo obtenidos al aplicar el filtro a los modelos de 1 factor dados por cada una de las ecuaciones (5.2.2) y (5.2.3). De esta manera se obtienen 2 modelos adicionales:

1. Movimiento Browniano Geométrico
2. Ornstein-Uhlenbeck

A continuación se muestran las estimaciones de los 3 modelos analizados, donde puede distinguirse la calidad de ajuste del modelo de Schwartz-Smith.

5.3. Estimación del modelo de Schwartz-Smith mediante el filtro de Kalman

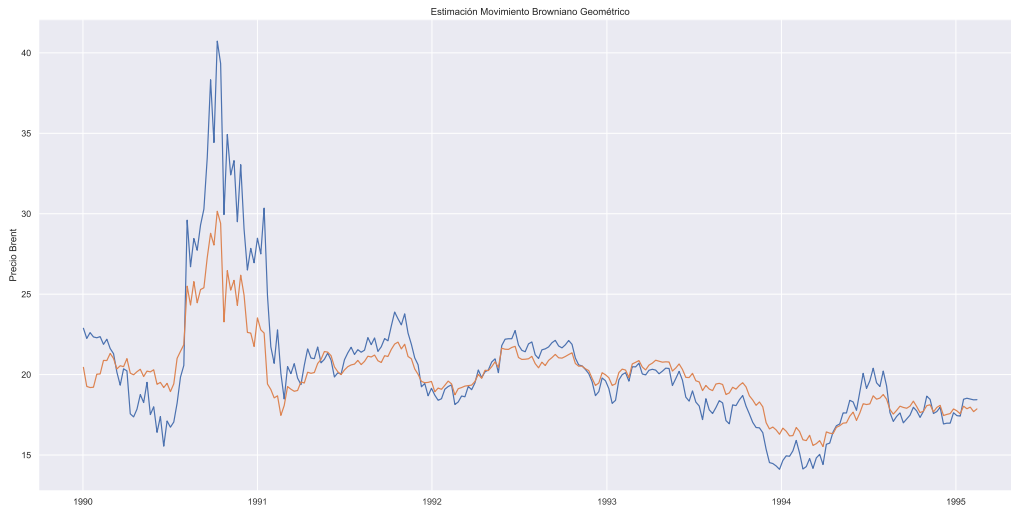


Figura 5.3.2: Estimación del modelo de Movimiento Browniano Geométrico mediante el filtro de Kalman



Figura 5.3.3: Estimación del modelo de Orstein Uhlenbeck mediante el filtro de Kalman

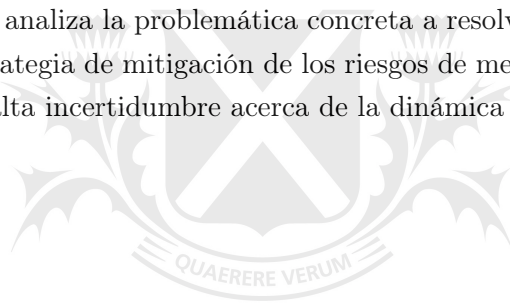
Parámetros	Descripción	Estimación	Desvío Estándar
κ	tasa reversión a media corto plazo	1,501	3,3 %
σ_X	volatilidad corto plazo	32,1 %	1,6 %
λ_X	prima de riesgo corto plazo	34,0 %	3,2 %
μ_ξ	drift equilibrio	2,8 %	6,0 %
σ_ξ	volatilidad equilibrio	16,3 %	0,7 %
μ_ξ^*	drift libre de riesgo equilibrio	0,9 %	0,2 %
$\rho_{\xi X}$	correlación incrementos	0,431	0,056
σ_1	desvío estándar errores de medición	0,043	0,000
σ_2	desvío estándar errores de medición	0,005	0,000
σ_3	desvío estándar errores de medición	0,003	0,000
σ_4	desvío estándar errores de medición	0,000	0,000
σ_5	desvío estándar errores de medición	0,004	0,000

Tabla 5.3.1: Estimación mediante filtro de Kalman

Parte II

Caso de estudio

En esta segunda parte se analiza la problemática concreta a resolver. Se propone un *framework* de riesgo y una estrategia de mitigación de los riesgos de mercado para una compañía del sector petrolero con alta incertidumbre acerca de la dinámica de precios de venta.



Universidad de
San Andrés

Capítulo 6

Compañía a analizar

Para el análisis de la presente tesis se analiza una compañía integrada hipotética. Este tipo de compañías produce petróleo crudo a la vez que refina y comercializa combustibles. Para arribar a este objetivo la empresa debe realizar erogaciones tanto en mano de obra como en inversiones. Por otro lado es posible que de tener una capacidad de refinado superior a su producción la compañía realice compras de crudo. Este será el caso con el que se trabaja. En línea con las hipótesis mencionadas se utiliza una estructura de ingresos y egresos similar a la informada por YPF SA en sus comunicaciones a los reguladores y a inversores¹.

El estudio se realizó sobre un período de 2 años con una frecuencia mensual de los flujos de fondos generados. Se decidió simplificar la estructura de los conceptos, considerando las exposiciones nocionales de los mismos como constantes.

Debido a que el estudio se basa en la cobertura de la exposición al riesgo de mercado de una compañía hipotética y por simplicidad, se optó por considerar que los ingresos son fruto únicamente de las ventas de un producto tipo, mientras que también se realizan compras de petróleo crudo para simular el efecto de una capacidad de refinamiento mayor a la producción de crudo de la empresa. A su vez la producción de crudo genera el pago de impuestos en concepto de regalías. Por último, se simulan erogaciones por inversiones y mano de obra.

Se considera que la corporación posee moneda funcional dólar estadounidense. De esta manera se evidencia el impacto de políticas de fijación de precios en pesos argentinos.

En la tabla 6.0.1 se detallan los conceptos mencionados y en las siguientes secciones se describe la exposición que éstos presentan a los distintos factores de riesgo.

1. Opex: Costos de operaciones y mano de obra (expresadas en miles de dólares)

¹Esta compañía cumple con las hipótesis enunciadas y además suma el atractivo de ser una empresa con mayoría estatal

2. Capex: Inversiones (expresadas en miles de dólares)
3. Ventas: Volumen vendido en combustible (expresado en miles de metros cúbicos)
4. Producción: Volumen producido de crudo (expresado en miles de metros cúbicos)
5. Compras: Volumen comprado de crudo (expresado en miles de metros cúbicos)

Fecha	Opex[KUSD]	Capex[KUSD]	Ventas[KM3]	Produccion[KM3]	Compras[KM3]
1/1/2020	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/2/2020	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/3/2020	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/4/2020	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/5/2020	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/6/2020	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/7/2020	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/8/2020	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/9/2020	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/10/2020	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/11/2020	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/12/2020	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/1/2021	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/2/2021	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/3/2021	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/4/2021	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/5/2021	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/6/2021	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/7/2021	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/8/2021	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/9/2021	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/10/2021	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/11/2021	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79
1/12/2021	300.000	200.000	1.144,71	953,93	190,79

Tabla 6.0.1: Exposición Compañía

6.1. Ingresos

Los ingresos de la compañía representan el tipo de concepto más complejo del análisis realizado porque dependen de los 3 factores de riesgo considerados:

- Precio Brent;
- Tipo de cambio USDARS;

- Riesgo gobierno;

La dependencia de estos factores se basa en el argumento de que el precio de las ventas sigue el *Import Parity* con un precio máximo en pesos argentinos que dependerá del Traslado máximo asociado al riesgo gobierno. De esta forma, la fórmula de precios es la descrita en la ecuación

$$Pf_{usd,t} = \frac{\text{Min}(Pt_{ars,t}, Pf_{ars,t-1} * (1 + tm))}{usdars_t},$$

donde $Pf_{usd,t}$ es el precio final en dólares del mes t , $Pt_{usd,t}$ el precio *target* en pesos argentinos en el mes t dado por el *Import Parity* y según la ecuación 6.1.1, $Pf_{ars,t-1}$ el precio final en pesos argentinos del mes $t - 1$, tm el factor de riesgo Traslado máximo y $usdars_t$ el factor de riesgo **Tipo de cambio USDARS** en el mes t .

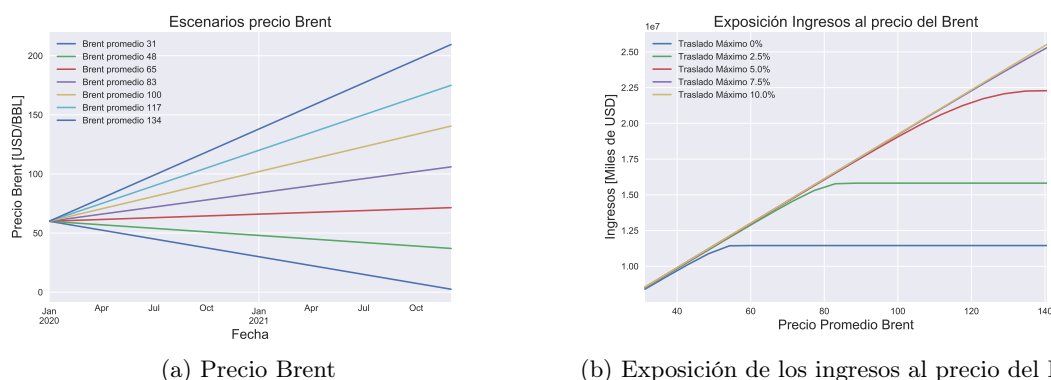
$$Pt_{ars,t} = (Brent_t + Crack_{spread} + CostoLog + BioC + Flete) * usdars_t, \quad (6.1.1)$$

donde $Brent_t$ es el factor de riesgo Precio Brent. Las variables restantes se consideran constantes y se detallan a continuación²:

- $Crack_{spread}$: Diferencial de precio entre *Brent* y el combustible refinado.
- $CostoLog$: Contempla el costo de importación del producto.
- $BioC$: Costo del Biocombustible.
- $Flete$: Costo de internación del producto en la red estaciones de servicio.

Se observa que el precio final en dólares depende además, del precio inicial en pesos argentinos considerado. Por esta razón el precio utilizado como base para la generación de la simulación es un precio de *estabilidad*, entendiendo como tal al precio de paridad de importación en $t = 0$. De esta manera se pone de manifiesto con mayor claridad el rol preponderante del Traslado máximo, ya que en situaciones de un gran alejamiento de este valor, los precios permanecerían constantes (en el caso de que el precio inicial sea muy inferior al precio *target* para $t = 0$) o bien el Traslado máximo no tendría impacto alguno (en el caso de que el precio *target* para $t = 0$ sea muy inferior al precio inicial). Por último, es

²En las variables se engloban conceptos tales como proporción (en el caso *Brent BioC*), factores de conversión, etc



(a) Precio Brent

(b) Exposición de los ingresos al precio del Brent

Figura 6.1.1: Relación de los ingresos con el precio del Brent ante distintos escenarios de Traslado máximo.

importante remarcar que en el desarrollo de este trabajo se consideró que frente a bajas del *Import Parity*, el precio final replicará el comportamiento³.

En las figuras 6.1.1 y 6.1.2 se muestra la dependencia de los ingresos de los factores de riesgo. Es posible notar diferencias claras entre la exposición al Precio Brent y al Tipo de cambio.

En el primer caso (exposición al Precio Brent), se observa que ante caídas en el precio del crudo la exposición es lineal en cualquier escenario de traslado. Esto se debe a que el modelo supone que no hay restricciones a la hora de ejecutar rebajas en el precio de los combustibles siguiendo con la lógica del *Import Parity*. Se consideró esta hipótesis ya que es el escenario más desfavorable para los flujos de fondos. A medida que el precio del Brent aumenta, el Traslado máximo tiene un rol preponderante. Esto se debe a que más allá de cierto umbral de precios, no es posible capturar más alzas en los precios internacionales del crudo, y los precios quedan fijos⁴.

En el segundo caso, vemos que alzas más pronunciadas en el Tipo de cambio se traducen en caídas en los ingresos, ya que la restricción de aumento está dada sobre los precios en pesos argentinos, por lo tanto, incrementos del Tipo de cambio con restricción de aumentos se traduce en una reducción en los precios de venta en dólares estadounidenses. En el caso donde el aumento es 0% puede notarse el comportamiento hiperbólico del precio en dólares respecto del Tipo de cambio.

³En otras palabras, se asume que el Traslado máximo aplica únicamente para las subas de precios

⁴Se considera un Tipo de cambio fijo. De este modo el Traslado máximo limitará la subas del Brent. Análogamente, podría considerarse una base de traslado en consonancia con la evolución del Tipo de cambio.

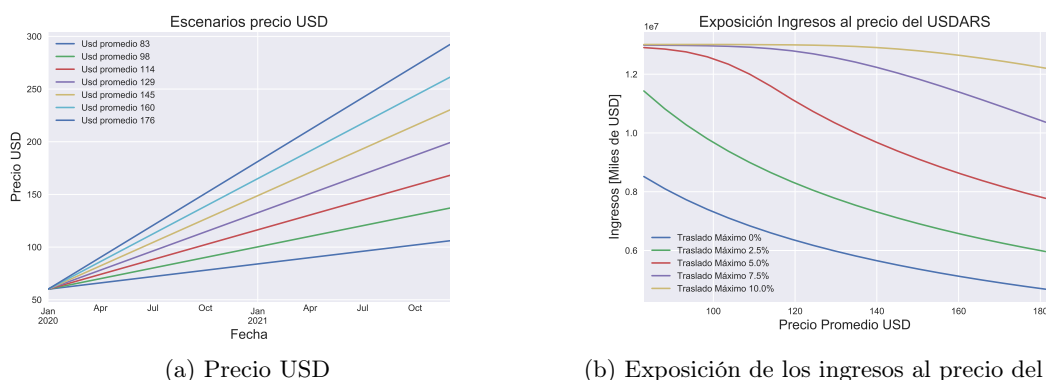


Figura 6.1.2: Relación de los ingresos con el precio del USD ante distintos escenarios de Traslado máximo.

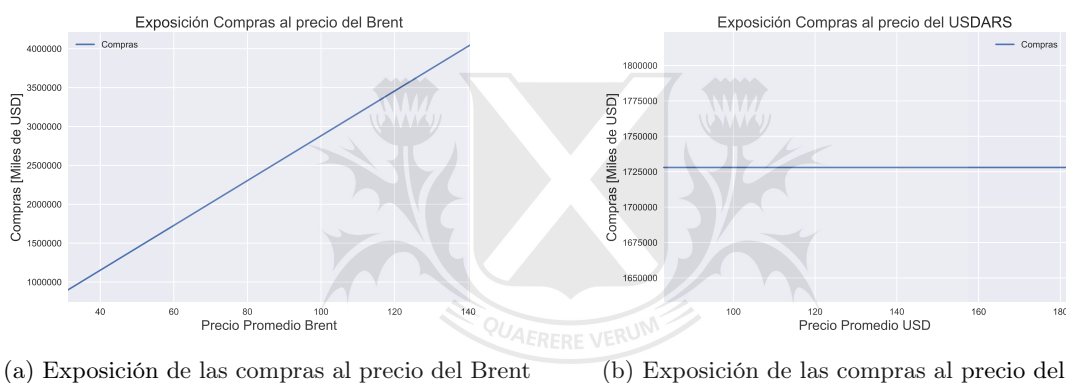


Figura 6.2.1: Exposición de las compras a factores de riesgo.

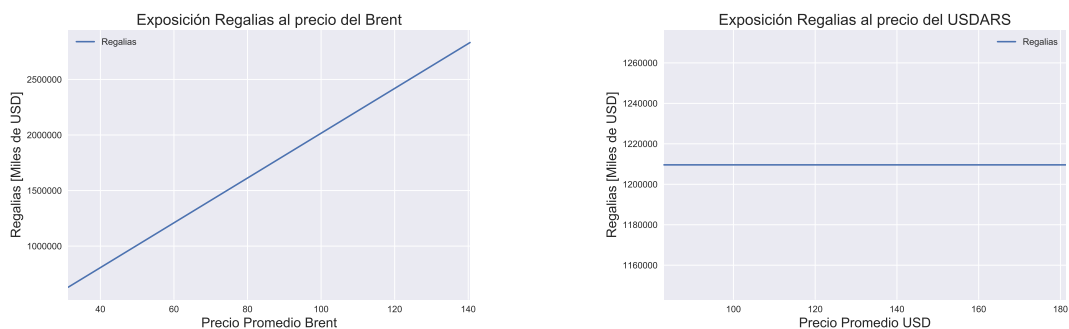
6.2. Egresos

6.2.1. Compras y regalías

En las figuras 6.2.1 y 6.2.2 se observa la dependencia lineal de las erogaciones respecto del precio del Brent, mientras que las mismas no dependen del Tipo de cambio. De esta manera se ponen de manifiesto diferencias entre la dinámica de compra y venta de los productos, lo que dificulta el análisis.

6.2.2. Opex y capex

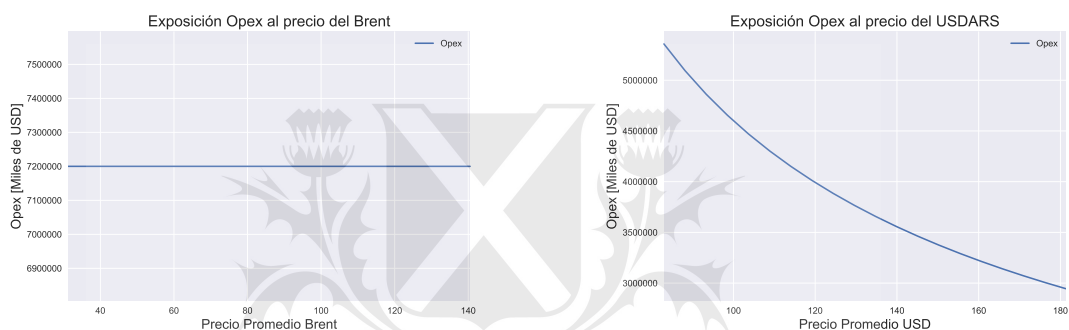
La figura 6.2.3 muestra la exposición del *opex* a los factores de riesgo. En el caso del *capex*, esta estructura se repite. En ambas situaciones se observa como, contrariamente a las



(a) Exposición de las regalías al precio del Brent

(b) Exposición de las regalías al precio del USD

Figura 6.2.2: Exposición de las regalías a factores de riesgo.



(a) Exposición del opex al precio del Brent

(b) Exposición del opex al precio del USD

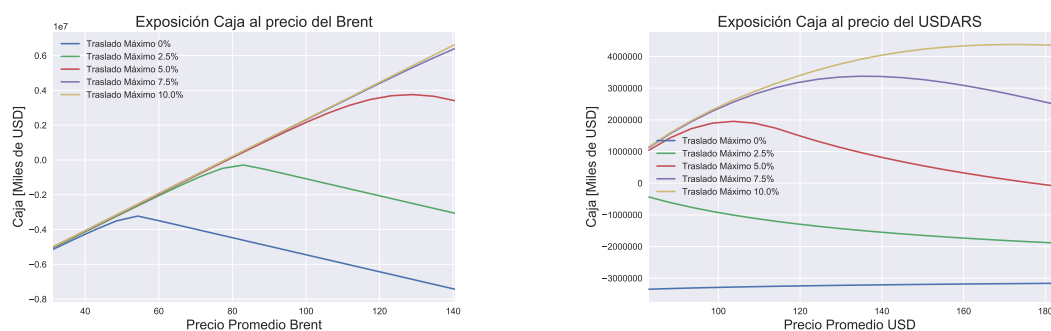
Figura 6.2.3: Exposición del opex a factores de riesgo.

compras/regalías, las variables siguen una exposición hiperbólica frente al Tipo de cambio, mientras que no dependen del precio del Brent.

6.3. Caja completa

En la figura 6.3.1 se muestra un análisis completo de la exposición de la caja de fondos a los factores de riesgo.

En este caso, en la exposición al precio del Brent, la caja presenta una caída lineal a partir de cierto valor. Esto se debe a que el Traslado máximo limita los precios de venta, mientras que las compras aumentan conforme al crecimiento del precio del Brent. Por otro lado, la dependencia es lineal, tanto para caídas del precio como para niveles elevados de Traslado máximo. En la exposición al Tipo de cambio se observa que en casos de traslados elevados, a pesar de que tanto los ingresos, regalías y compras en dólares se mantienen prácticamente



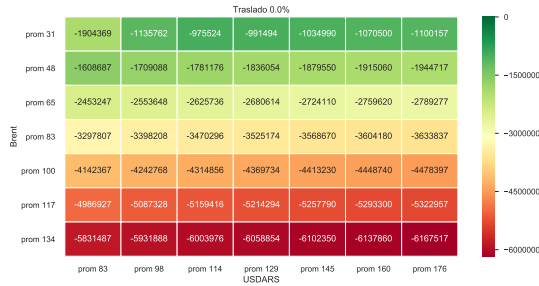
(a) Exposición de la caja al precio del Brent

(b) Exposición de la caja al precio del USD

Figura 6.3.1: Exposición de la caja a factores de riesgo.

constantes, el ahorro debido a licuación de gastos en opex y capex desempeña un papel fundamental. En el caso de Traslado máximo 5 % vemos que existe un máximo de caja. Esto se debe a que gracias a incrementos en el Tipo de cambio que pueden ser trasladados a precios, el ahorro por licuación contribuye al aumento de caja, mientras que a partir de cierto valor comienza a pesar más la pérdida por no trasladar aumentos a precios en el surtidor. Por último, ante bajos traslados a surtidor las pérdidas y las ganancias se equilibran para valores elevados de Tipo de cambio.

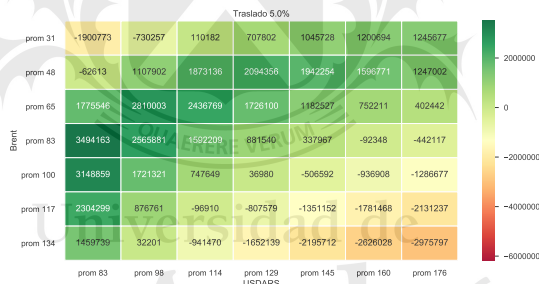
En la figura 6.3.2 puede observarse la sumatoria de los flujos de fondos sobre los 24 meses a analizar para distintos escenarios de Traslado máximo, USDARS, Brent. En los casos 6.3.2a y 6.3.2b es posible notar que la compañía de nuestro trabajo no es rentable ante ningún escenario. En estos casos no es posible conseguir modificar el perfil de riesgo de la caja para mitigar las pérdidas totalmente. Debido a la imposibilidad de generar rentabilidad frente a estos escenarios, en el presente trabajo se hace hincapié en estrategias de cobertura para los casos de traslado 5 % 7,5 % y 10 %.



(a) Traslado máximo 0 %



(b) Traslado máximo 2,5 %



(c) Traslado máximo 5 %



(d) Traslado máximo 7,5 %



(e) Traslado máximo 10 %

Figura 6.3.2: Exposición de los flujos de caja a factores de riesgo.

Capítulo 7

Generación de métricas de riesgo

Para cuantificar el riesgo presente en los flujos de fondos de la compañía es importante conocer su exposición ante distintos escenarios como los considerados en el capítulo 6, como así también obtener una noción de la probabilidad de ocurrencia de los eventos que afectan a los flujos de fondos. Para ello las dos métricas a obtener, son las desarrolladas en la sección 4.1, el CFAR y el CFES. Las técnicas más utilizadas para calcular estas métricas son:

- Formulación analítica paramétrica lineal.
- Simulación histórica.
- Método Monte Carlo.

Los métodos paramétricos lineales requieren asumir que los flujos de fondos dependen linealmente de los factores de riesgo. En el caso de estudio, ante la inserción de una restricción a la suba de precios, esta hipótesis no se cumple, por tanto no es posible utilizar este método analítico para la resolución del problema¹. La simulación histórica tiene la ventaja de que no es necesario hacer una hipótesis sobre la distribución ni requiere que la relación entre flujos de fondo y factores de riesgo sea lineal. La principal desventaja de este método es que requiere de un conjunto de muestras de tamaño considerable para ser utilizado con precisión. En este caso, el análisis requiere una frecuencia de datos mensual sobre un horizonte de 24 meses, por lo que no es recomendable la utilización de este tipo de métodos. Por último, el método de Monte Carlo no requiere linealidad en los flujos de fondos y no presenta la restricción muestral del método de simulación histórica. Además, permite simular los factores de riesgos en distintos plazos (diarios, semanales, mensuales). La dificultad de este método radica en el diseño de un modelo confiable de la dinámica de los factores de riesgo. Utilizando

¹Una potencial solución a este problema sería la linealización del problema en un entorno

el modelo Schwartz-Smith es posible cumplir con este requerimiento, ya que como se mostró en el capítulo 5.3 el modelo permite estimar los parámetros y capturar la dinámica de los factores de riesgo de forma precisa.

7.1. Estimación de la dinámica de Brent para el período de análisis

Utilizando el modelo de 2 factores 5.2.1 5.2.2 se estiman sus parámetros para el período de interés con frecuencia semanal. Esta decisión radica en que si bien la frecuencia de uso para la estimación de los flujos de fondos de la compañía a analizar es mensual, el hecho de reducir el paso temporal permite contar con una mayor cantidad de muestras de entrenamiento del filtro de Kalman. El conjunto de muestras parte desde el 14 de Octubre de 2003 al 14 de Noviembre de 2018 para los contratos a 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 18 y 24 meses. Finalmente, se optó por utilizar los contratos a 1, 3, 5, 12, y 18 meses ya que no se verificaron cambios sustanciales en la estimación y se mejoró la velocidad de ejecución considerablemente.

En primer lugar se analizó la forma funcional de los retornos semanales del petróleo crudo Brent. La figura 7.1.1 muestra los precios históricos del crudo Brent. La dinámica del precio presenta reversión a la media de largo plazo como así también una tendencia presente por períodos. Estos efectos son capturados por el modelo de Schwartz-Smith. La figura 7.1.2 muestra los retornos semanales y los compara con una distribución normal.

Es importante destacar la presencia de cambios de régimen, como puede observarse en el período posterior a la crisis de 2008 y hacia finales de 2014. Si bien es posible realizar el análisis por ventanas, se optó por estos datos, ya que contribuyen al análisis de casos extremos.

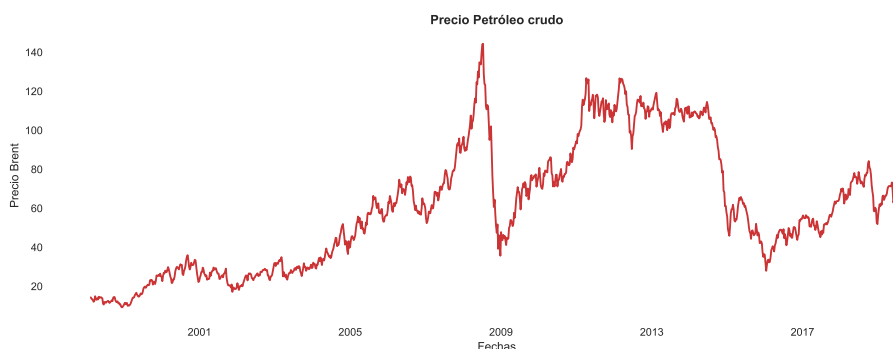


Figura 7.1.1: Precios petróleo crudo Brent

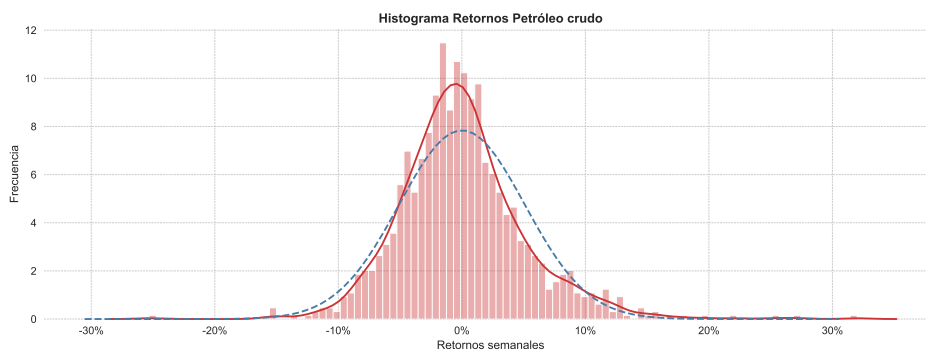


Figura 7.1.2: Retornos logarítmicos semanales petróleo crudo Brent

La tabla 7.1.1 muestra los resultados del análisis de los retornos semanales del Brent. Debido al alto coeficiente de Jarque-Bera y la kurtosis excendente se concluye en que los retornos logarítmicos no se comportan como una distribución normal. Este resultado refuerza la necesidad de la utilización de un modelo de estimación dinámica como el de Schwartz-Smith.

Coefficiente	Valor
Jarque-Bera	706,44
p-Value JB	0,001
Asimetría	0,775
Kurtosis Exc.	0,559

Tabla 7.1.1: Estadística descriptiva de la distribución.

En la tabla 7.1.2 se muestran los resultados de las estimaciones de los parámetros, siguiendo la metodología explicada en la sección 5.3.

En la figura 7.1.3 se muestran simulaciones generadas utilizando el modelo de Schwartz-Smith con los parámetros estimados. A la derecha se grafica el cono de difusión con intervalos de confianza al 5% y 95%, como así también la curva forward del crudo Brent.

7.2. Estimación de las métricas de riesgo

La modelización de la dinámica del crudo Brent realizada en la sección 7.1 permite combinar las técnicas desarrolladas por Schwartz y Smith con el escenario de riesgo planteado

Parámetros	Descripción	Estimación	Desvío Estándar
κ	tasa reversión a media corto plazo	2,155	2,0 %
σ_χ	volatilidad corto plazo	12,1 %	0,3 %
λ_χ	prima de riesgo corto plazo	12,1 %	2,1 %
μ_ξ	drift equilibrio	12,8 %	5,2 %
σ_ξ	volatilidad equilibrio	23,4 %	0,5 %
μ_ξ^*	drift libre de riesgo equilibrio	-3,3 %	0,1 %
$\rho_{\xi\chi}$	Correlación incrementos	0,497	0,024
σ_1	desvío estándar errores de medición	0,005	0,000
σ_2	desvío estándar errores de medición	0,003	0,000
σ_3	desvío estándar errores de medición	0,002	0,000
σ_4	desvío estándar errores de medición	0,000	0,000
σ_5	desvío estándar errores de medición	0,038	0,000

Tabla 7.1.2: Resultados Estimación mediante filtro de Kalman

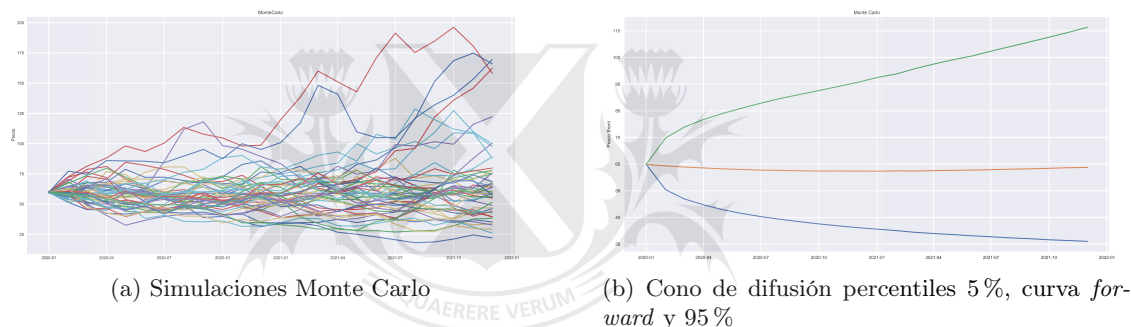


Figura 7.1.3: Generación dinámica del crudo Brent en el horizonte de interés.

en la compañía a analizar.

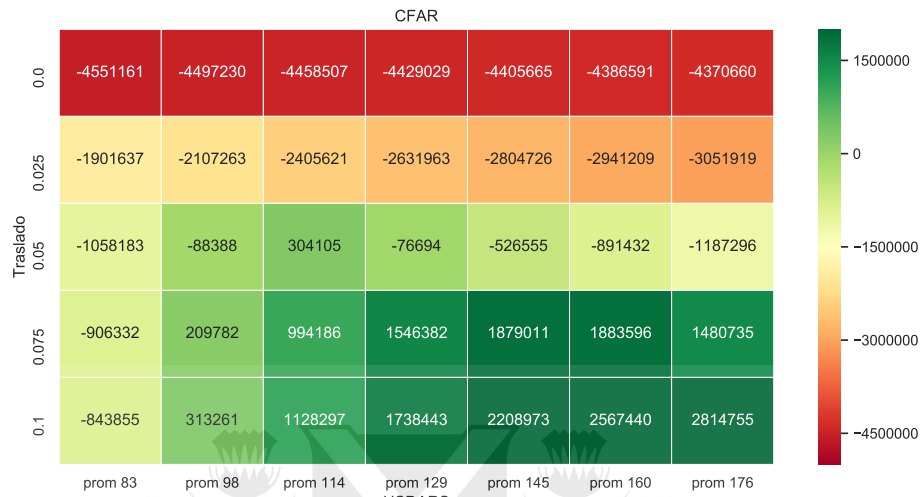
La figura 7.2.1 exhibe las métricas de riesgo calculadas sobre la caja de la empresa. En 7.2.1a se consigna el CFAR. Si se desestima el caso de traslado 0 %, es posible notar el impacto de aumentos del tipo de cambio en escenarios donde el traslado no es suficiente para compensar este efecto. En estos casos la caída en los flujos de fondos se produce por aumentos en el crudo Brent como puede comprobarse en las figuras 6.3.2b y 6.3.2c. Esto se debe, a que el aumento máximo no es el suficiente para capitalizar aumentos del Brent, mientras que las compras y las regalías siguen aumentando al ritmo del marcador internacional.

Por otro lado, ante cualquier escenario de traslado máximo (sin tener en cuenta el escenario de traslado máximo 0 %) el CFAR es significativo para valores de tipo de cambio bajos. En estos escenarios el impacto negativo en la caja de la empresa se debe a caídas en el precio del crudo Brent. Ante estas caídas deben reducirse los precios de venta de los productos por lo que los ingresos caen en dólares. A su vez debido a que el tipo de cambio es bajo no se licuan costos operativos y de inversiones en pesos argentinos.

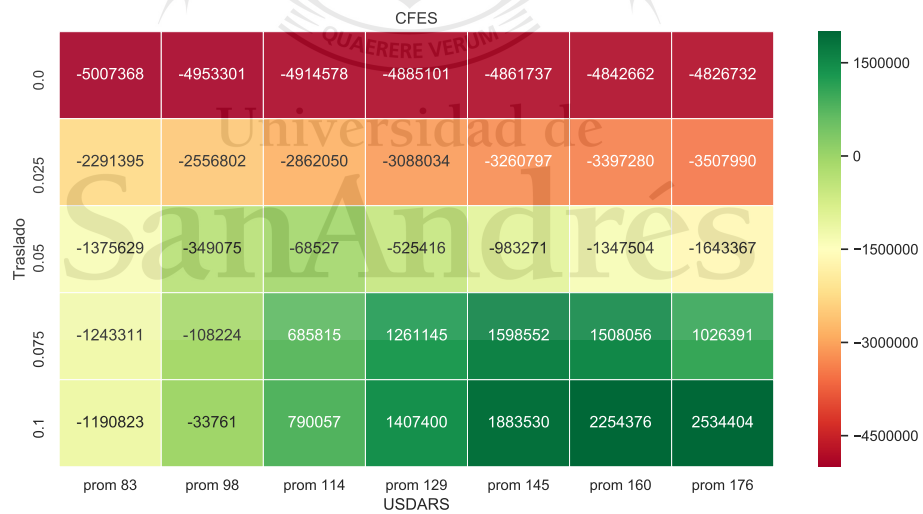
El CFES permite confirmar los resultados obtenidos a través del CFAR. Además, esta métrica permite cuantificar las pérdidas esperadas ante escenarios desfavorables. De esta manera se observa la real gravedad de encontrarse en escenarios de como los de promedio de tipo de cambio entre 83 ARS/USD y 98 ARS/USD, como así también el impacto real de topes de aumentos máximos reducidos.

Para realizar un análisis exhaustivo de los distintos escenarios es necesario conocer, además de los valores de las métricas de riesgo escogidas, la forma de la distribución de la caja. En la figura 7.2.2 se muestran histogramas de la caja de la empresa para distintos escenarios de traslado y tipo de cambio. Se observa cómo además de modificarse los valores de las métricas, traslado máximo combinado con el tipo de cambio producen un efecto de deformación en la densidad de probabilidad de la caja.



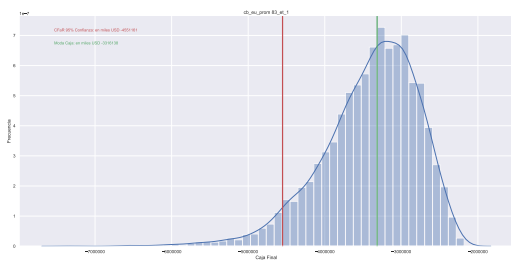


(a) *CashFlow at Risk* de la caja

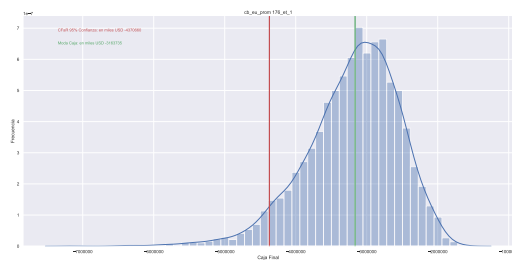


(b) *CashFlow Expected Shortfall* de la caja

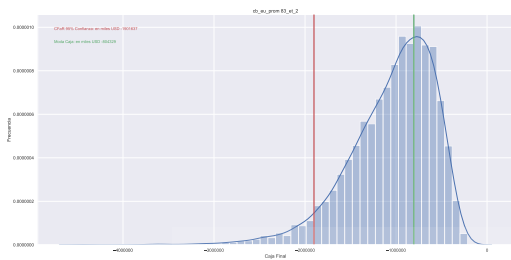
Figura 7.2.1: Métricas de riesgo sobre la caja de la compañía.



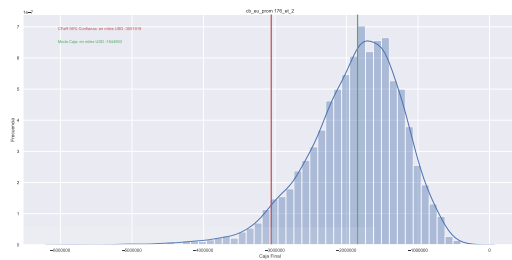
(a) Traslado máximo 0%, usdars promedio = 83 ARS/USD



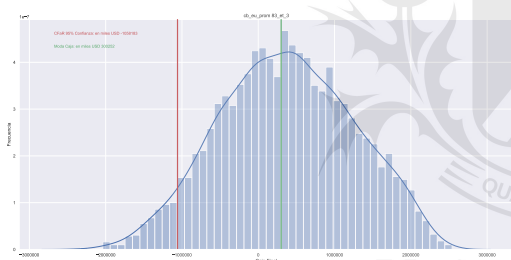
(b) Traslado máximo 0%, usdars promedio = 176 ARS/USD



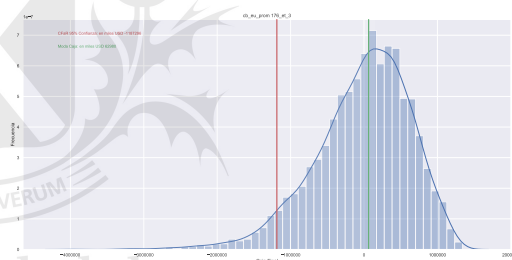
(c) Traslado máximo 2,5%, usdars promedio = 83 ARS/USD



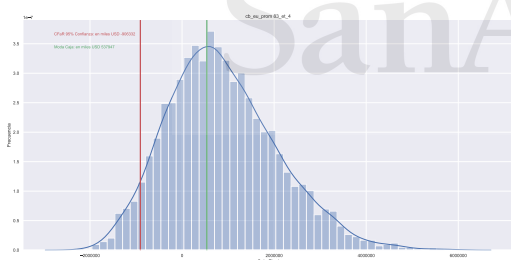
(d) Traslado máximo 2,5%, usdars promedio = 176 ARS/USD



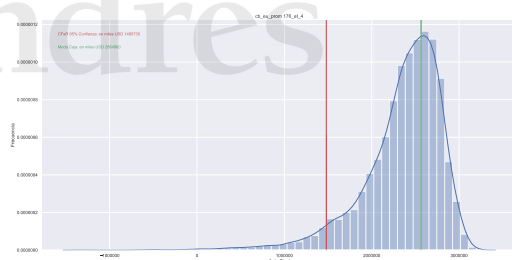
(e) Traslado máximo 5%, usdars promedio = 83 ARS/USD



(f) Traslado máximo 5%, usdars promedio = 176 ARS/USD



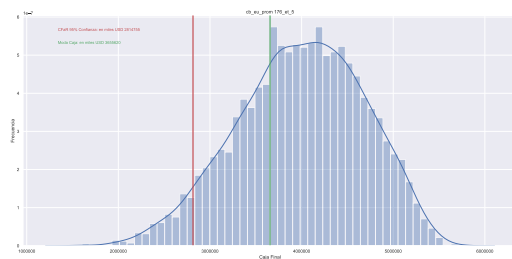
(g) Traslado máximo 7,5%, usdars promedio = 83 ARS/USD



(h) Traslado máximo 7,5%, usdars promedio = 176 ARS/USD



(i) Traslado máximo 10%, usdars promedio = 83 ARS/USD



(j) Traslado máximo 10%, usdars promedio = 176 ARS/USD

Figura 7.2.2: Densidad de probabilidad de la caja de fondos.

Capítulo 8

Propuestas de cobertura

8.1. Cobertura Brent en pesos argentinos

Debido a la ya mencionada severa no linealidad de los flujos de fondos y a la inexistencia de una amplia gama de instrumentos derivados sobre el par peso-dolar, no es posible diseñar una estrategia de cobertura óptima para cualquier condición de Tipo de cambio y Traslado máximo. En esta sección se analizan distintas alternativas de coberturas cumplirían su función en escenarios acotados. Por este motivo es relevante remarcar la importancia de acotar los escenarios posibles para los factores de riesgo. De este modo, si se tuviera certeza acerca del rango de valores factibles para el Traslado máximo la estrategia de cobertura podría ser mejorada frente a casos de total desconocimiento. Esta situación ilustra la necesidad de políticas claras sobre las reglas que rigen a determinados mercados para que éstos puedan desarrollarse de manera adecuada y sin asimetrías.

Tal como se observa en la figura 6.3.2, la concentración de riesgo se encuentra en zonas donde el crudo Brent y el Tipo de cambio son bajos y en zonas donde ambos son elevados. Es posible entonces redefinir a estos dos factores de riesgo como un nueva variable resultante del producto de ambos. Podría entenderse a este nuevo factor como el precio del crudo Brent en pesos argentinos. De esta forma, el escenario de riesgo se presenta ante subas o bajas abruptas de esta variable. La forma natural de realizar una cobertura sobre un activo ante subas o bajas abruptas es mediante un *strangle*. Esta estrategia se compone de la compra de un *Put Out of the money* OTM y un *Call* OTM. Cuyo *payoff* se muestra en la figura 8.1.1.

En la figura 8.1.2 se muestran las métricas de riesgo escogidas con la cobertura *strangle* adicionada. Para la cobertura se seleccionaron *Puts* y *Calls* con *strikes* de 5000 ARS/BBL y 7000ARS/BBL respectivamente sobre los 24 meses de análisis. Se utilizaron valores razonables en orden de magnitud para las primas aunque no se valoraron estas opciones. Como

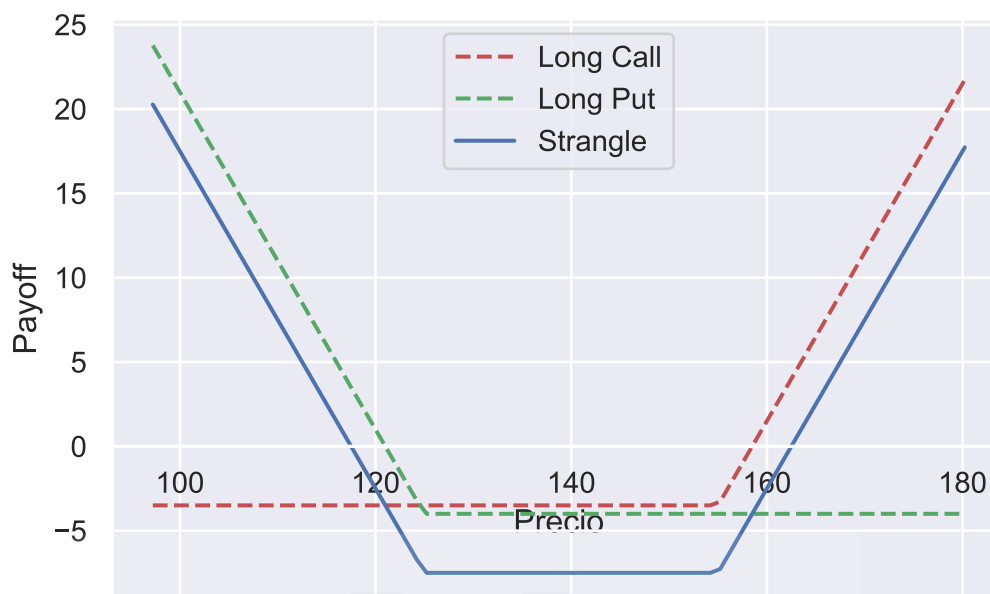


Figura 8.1.1: Ejemplo de estrategia Strangle.

puede observarse, tanto el CFAR como el CFES encuentran mejoras sustanciales al adicionar una estrategia de cobertura como la mencionada y al considerar los escenarios de Traslado máximo entre 2,5 % y 10 %, se observa que se reduce la diferencia entre el mejor y el peor escenario en 3700 millones de dólares. Adicionalmente se mejoró significativamente la distribución de las métricas en los distintos escenarios como así también se redujo el riesgo en los casos más adversos.

La problemática con este tipo de coberturas es que en el mercado argentino no existen opciones sobre crudo Brent en pesos argentinos. De todas maneras resulta interesante realizar el ejercicio teórico de cobertura con los instrumentos adecuados, ya que de esta manera es posible entender la naturaleza del riesgo financiero presenta en la operación de la empresa en análisis.

8.2. Cobertura Brent put

Debido a la inexistencia del instrumento financiero mencionado en la sección anterior resulta relevante indagar en alternativas de cobertura con derivados disponibles en los mercados financieros.

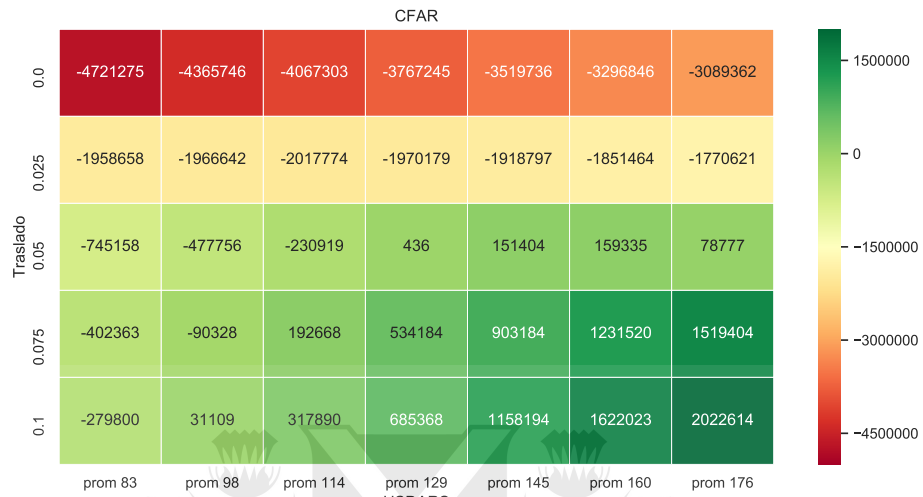
En la figura 8.2 se muestran las métricas de riesgo para una cobertura con *Puts* en posición *long* sobre *swaps* mensuales de crudo Brent. El *strike* escogido es de 50 USD/BBL. El valor de las primas se extrajeron de *Bloomberg* para la fecha de valuación utilizada para el presente trabajo. Las mismas tienen un precio de 3,15 USD/BBL para el año 2020 y un precio de 4,12 USD/BBL para el año 2021. La diferencia de precios se debe al *Time Value* de la opción. Como puede notarse, la utilización de estas opciones mejora significativamente el desempeño de riesgo de la compañía en escenarios de bajo Tipo de cambio, donde existe un impacto en los ingresos ante caídas del crudo Brent.

8.3. Cobertura USDARS Forward

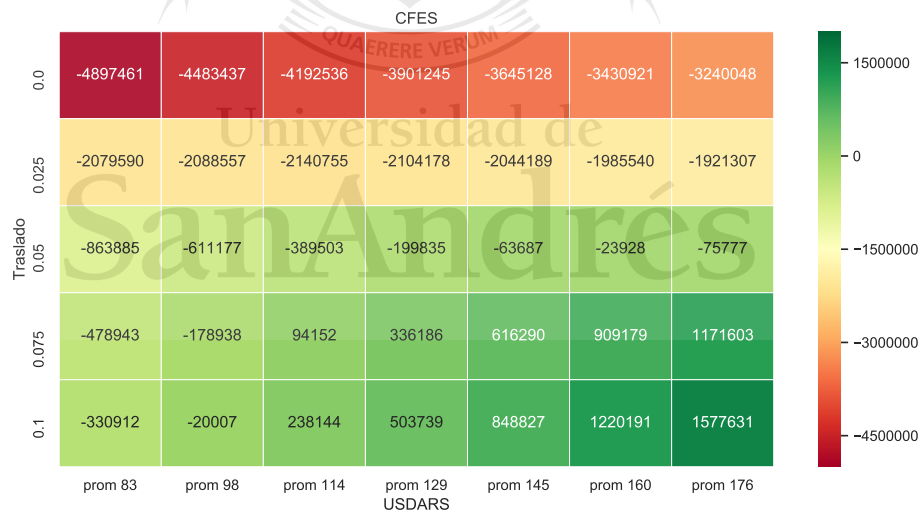
Como se mostró anteriormente en la figura 6.3.1b, la caja de fondos no presenta en los distintos escenarios de Traslado máximo una relación lineal clara al Tipo de cambio. En los escenarios de alto nivel de Traslado máximo puede considerarse que los ingresos están dolarizados y los egresos siguen al peso argentino. Debido a que a este escenario no se le puede asignar una alta probabilidad de ocurrencia y al hecho de que en caso de encontrarse en un escenario opuesto la estrategia de cobertura debería modificarse radicalmente, no es recomendable ingresar en una cobertura de Tipo de cambio a menos que se conozca con suficiente certeza el escenario de Traslado máximo.

8.4. Cobertura Brent call

En la figura 8.4 se muestran los resultados de la compra de un *Call* sobre *swaps* mensuales de crudo Brent. El *strike* escogido es de 70 USD/BBL. El valor de las primas se extrajeron de *Bloomberg* para la fecha de valuación utilizada para el presente trabajo. Las mismas tienen un precio de 5,35 USD/BBL para el año 2020 y un precio de 7,37 USD/BBL para el año 2021. La utilización de este tipo de estrategia contribuye a la reducción del riesgo en escenarios de Tipo de cambio alto, ya que en estos escenarios se posee una exposición significativa a la compras de crudo y a las regalías, que no tienen un correlato en las ventas de productos. Por este motivo, la compra de opciones *Call* permite asegurar un precio máximo a pagar por estos conceptos, fundamentalmente en escenarios de Traslado máximo acotado.

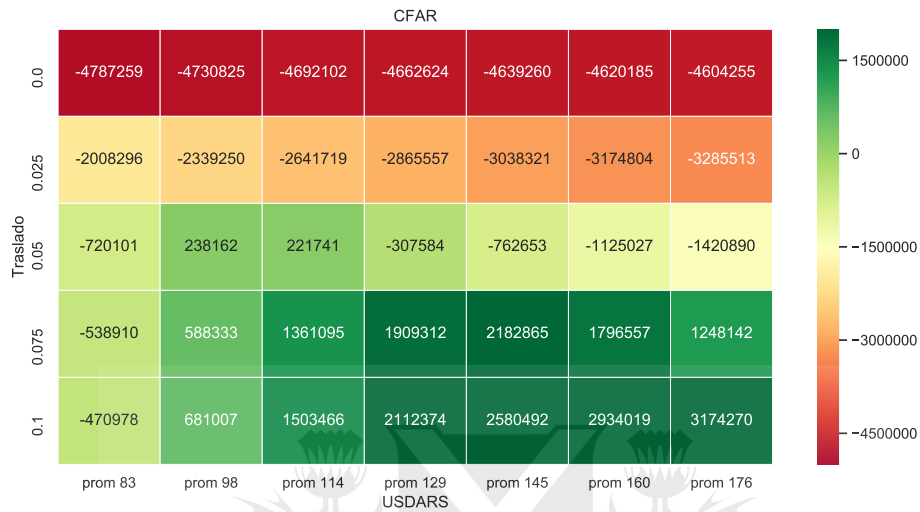


(a) *CashFlow at Risk* de la caja

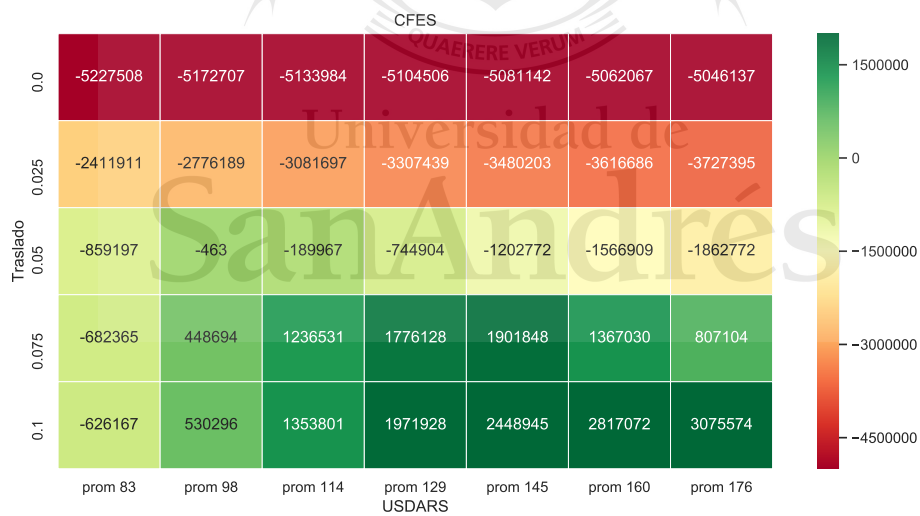


(b) *CashFlow Expected Shortfall* de la caja

Figura 8.1.2: Métricas de riesgo sobre la caja de la compañía con cobertura strangle.

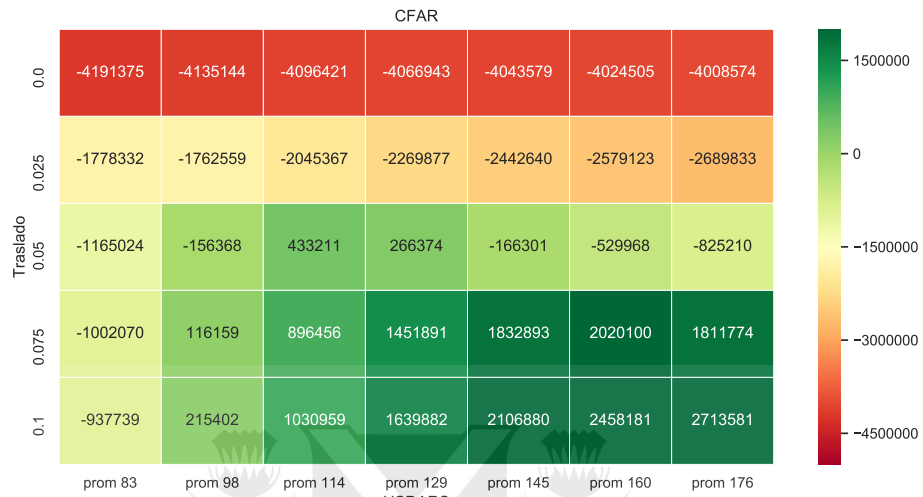


(a) *CashFlow at Risk* de la caja

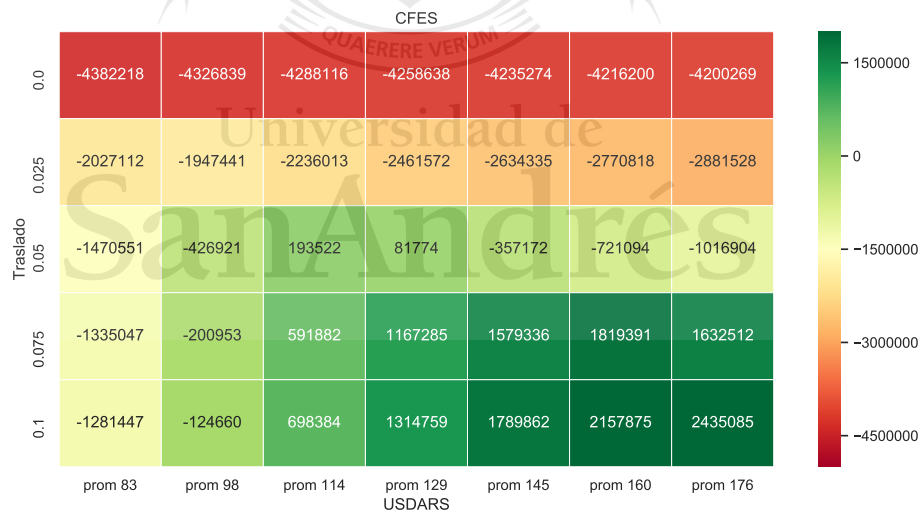


(b) *CashFlow Expected Shortfall* de la caja

Figura 8.2.1: Métricas de riesgo sobre la caja de la compañía con put Brent.



(a) *CashFlow at Risk* de la caja



(b) *CashFlow Expected Shortfall* de la caja

Figura 8.4.1: Métricas de riesgo sobre la caja de la compañía con call Brent.

Capítulo 9

Conclusiones

El presente trabajo se abordó una problemática relevante para la economía de cualquier nación, ya que la estructura de costos y precios de petróleo crudo desempeña un papel fundamental en la formación de precios del resto de los productos de la economía.

En primer lugar, se comprobó la eficacia del modelo de Schwartz-Smith utilizándolo en un análisis de riesgo. Este modelo suele ser la referencia para la valuación de derivados sobre *commodities*, pero no es extensa la lista de referencias acerca de su utilización para la simulación de dinámicas en marcos de cuantificación de riesgo.

Por otro lado, se detalló el análisis de obtención de métricas de riesgo en un caso de aplicación del mundo corporativo. Este es un resultado original y útil, ya que no es habitual que las compañías no financieras cuenten con un método sistematizado de medición y mitigación de riesgos de mercado. Debido a esto la literatura suele centrarse en métricas de riesgo referidas al valor de activos y no a los flujos de fondos producidos por éstos. En este sentido este trabajo brinda un enfoque de utilidad para las compañías interesadas en el entendimiento de sus estructuras de flujos de fondos.

El factor de riesgo USDARS no se puede modelar con técnicas financieras clásicas. Se realiza entonces un análisis de escenarios que permite cuantificar la sensibilidad de la caja de fondos a esa variable.

Se analizó también el impacto de imperfecciones de mercado. Tal es el caso del factor de riesgo Traslado máximo, que agrega gran dificultad al intentar reducir la volatilidad de los flujos de fondos. El análisis permitió también entender la relevancia de este factor en la determinación de estrategias de cobertura.

El estudio de los factores de riesgo de forma conjunta permitió comprobar que la interacción de éstos juega un papel fundamental en los precios de venta de los productos y por

lo tanto de los flujos de fondos de la empresa.

Por último se propusieron distintas estrategias de cobertura para la mitigación de los riesgos de mercado analizados. Se destaca la importancia de reducir la cantidad de escenarios posibles de los factores de riesgo en los análisis de sensibilidad (Traslado máximo, Tipo de cambio) a través de estudios de mercado y conocimiento del mercado. Esto se debe a que estrategias que permiten la reducción del riesgo en un escenario determinado pueden incrementarlo en caso de hallarse en un escenario diferente.

Vale la pena mencionar que cuantificar el impacto de la utilización de las estrategias de coberturas mencionadas permite además estimar de alguna manera cuál es el precio de mercado de las políticas de fijación de precios que el Estado puede impulsar en el mercado de combustibles. De esta forma es posible, ante requerimientos de fijación de precios en situación de urgencia social, cuantificar el impacto y diseñar planes de compensación de parte del Estado para las compañías del sector. Una manera de analizar este concepto es modelizar una fijación de precios (por ejemplo ante subas del crudo brent) como la venta de una opción *Call* por parte de la empresa. Por este motivo, si la compañía pretende recuperar el beneficio al alza que cedió, debería recomprar la opcionalidad a través de los mercados de *commodities*. En este sentido se propone, como línea de trabajo futuro, la valuación de teórica del impacto de políticas de Estado y de derivados sobre *commodities* en moneda local (pesos argentinos).

Parte III

Apéndices



Universidad de
San Andrés

Apéndice A

Apéndice

A.1. Estimación de mínima varianza para distribuciones Gaussianas

Sean X e Y conjuntamente Gaussianas.¹ $X, Y : \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \Sigma\right)$

con

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{xy} \\ \Sigma_{yx} & \Sigma_{yy} \end{pmatrix}$$

y

$$\bar{x} = \mathbb{E}[X],$$

$$\Sigma_{xx} = \mathbb{E}\left[(x - \bar{x})(x - \bar{x})^T\right],$$

$$\Sigma_{xy} = \mathbb{E}\left[(x - \bar{x})(y - \bar{y})^T\right],$$

$$p_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{dx+dy}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x - \bar{x} \\ y - \bar{y} \end{bmatrix}^T \Sigma^{-1} \begin{bmatrix} x - \bar{x} \\ y - \bar{y} \end{bmatrix}}.$$

Por teorema de Bayes

$$p_{X|Y}(x|y) = \frac{p_{X,Y}(x, y)}{p_Y(y)},$$

¹Las variables aleatorias pueden ser vectoriales

$$p_Y(y) = \int p_{X,Y}(x, y) dx,$$

$$p_Y(y) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{dy}{2}} |\Sigma_{yy}|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2} [y - \bar{y}]^T \Sigma_{yy}^{-1} [y - \bar{y}]},$$

$$\frac{p_{X,Y}(x, y)}{p_Y(y)} = \frac{\frac{1}{(2\pi)^{\frac{dx+dy}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x - \bar{x} \\ y - \bar{y} \end{bmatrix}^T \Sigma^{-1} \begin{bmatrix} x - \bar{x} \\ y - \bar{y} \end{bmatrix}}}{\frac{1}{(2\pi)^{\frac{dy}{2}} |\Sigma_{yy}|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2} [y - \bar{y}]^T \Sigma_{yy}^{-1} [y - \bar{y}]}} ,$$

$$\frac{p_{X,Y}(x, y)}{p_Y(y)} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{dx}{2}} \left[\frac{|\Sigma|}{|\Sigma_{yy}|} \right]^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2} [K]},$$

$$K = \begin{bmatrix} (x - \bar{x})^T, (y - \bar{y})^T \end{bmatrix} \Sigma^{-1} \begin{bmatrix} x - \bar{x} \\ y - \bar{y} \end{bmatrix} - (y - \bar{y})^T \Sigma_{yy}^{-1} (y - \bar{y}). \quad (\text{A.1.1})$$

Es necesario para poder reescribir la ecuación (A.1.1) encontrar las expresiones completas de $\|\Sigma\|$ y Σ^{-1} .

$$\begin{bmatrix} I & -\Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix} \Sigma = \begin{bmatrix} I & -\Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{xy} \\ \Sigma_{yx} & \Sigma_{yy} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} I & -\Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix} \Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{xx} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx} & \Sigma_{xy} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yy} \\ \Sigma_{yx} & \Sigma_{yy} \end{bmatrix}.$$

Obteniéndose entonces

$$\begin{bmatrix} I & -\Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix} \Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{xx} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx} & 0 \\ \Sigma_{yx} & \Sigma_{yy} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.1.2})$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación (A.1.2) a derecha por

$$\begin{bmatrix} I & -\Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix}^T = A^T,$$

se obtiene

$$A\Sigma A^T = \begin{bmatrix} \Sigma_{xx} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx} & 0 \\ 0 & \Sigma_{yy} \end{bmatrix},$$

$\Sigma_{xx} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx}$ es el complemento de Schur de Σ_{yy} (Pastor et al., 1965).

Operando mediante los determinantes

$$|A\Sigma A^T| = |A||\Sigma||A^T| = |\Sigma_{xx} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx}||\Sigma_{yy}|,$$

puede verse por la forma de la matriz A en la ecuación anterior que

$$|A| = |A^T| = 1,$$

por lo tanto

$$|\Sigma| = |\Sigma_{xx} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx}||\Sigma_{yy}|.$$

La inversa de Σ resulta

$$(A\Sigma A^T)^{-1} = (A^{-1})^T \Sigma^{-1} A^{-1} = \begin{bmatrix} (\Sigma_{xx} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx})^{-1} & 0 \\ 0 & \Sigma_{yy}^{-1} \end{bmatrix},$$

por lo que

$$\Sigma^{-1} = A^T \begin{bmatrix} (\Sigma_{xx} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx})^{-1} & 0 \\ 0 & \Sigma_{yy}^{-1} \end{bmatrix} A.$$

Finalmente puede escribirse, reemplazando los resultados obtenidos en la expresión (A.1.1),

la expresión

$$p_{X|Y}(x|y) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{dx}{2}} \left[|\Sigma_{xx} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx}| \right]^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2} \left[(x - \bar{x})^T (\Sigma_{xx} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx})^{-1} (x - \bar{x}) \right]}, \quad (\text{A.1.3})$$

con

$$\bar{x} = \bar{x} + \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}(y - \bar{y}).$$

Resulta interesante observar que al calcular la expectación de X dado el conocimiento de que la variable aleatoria $Y = y$, al ser la expresión de la fórmula (A.1.3) de distribución Gaussiana, se obtiene el siguiente resultado

$$\mathbb{E}[X|Y = y] = \bar{x}.$$

Como se mencionó anteriormente este estimador es el MVE por lo que se concluye que para el caso Gaussiano existe una respuesta analítica y cerrada de hallar el estimador de mínima varianza.

$$\hat{x} = \mathbb{E}[X] + \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}(y - \mathbb{E}[Y]),$$

por otro lado

$$\text{Cov}_{\text{error estimación}} = \Sigma_{xx} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx} \quad ^2.$$

A.1.1. Estimador BAMVE

Antes de presentar el filtro, se detalla un resultado importante hallado por Kalman en la búsqueda de un estimador para distribuciones no Gaussianas. Kalman demuestra que en caso de que la distribución a analizar no sea Gaussiana, el resultado obtenido para el caso Gaussiano, puede utilizarse para de diseñar un estimador *afín* ³. El estimador será de hecho el **BAMVE** de X conociendo el valor tomado por Y dada la *norma de Mahalanobis*. El estimador no será el que minimice la varianza entre todos los posibles, pero si lo será restringiéndolo al espectro de las soluciones afines. Es importante remarcar que este estimador no será una expectación condicional a menos que la distribución conjunta en cuestión sea Gaussiana.

²La varianza del error de estimación se computa respecto del valor real tomado por X

³Se llama *afín* a una variable X de la forma $X = AY + B$ con A, B constantes.

Se propone un estimador afín de la siguiente forma

$$\hat{x} = A_0 y + b_0,$$

La condición para que \hat{x} sea **BAMVE** es

$$\mathbb{E}[\|x - A_0 y - b_0\|^2] \leq \mathbb{E}[\|x - Ay + b\|^2] \forall a, b \in \mathbb{R}^{N_x N_y} b \in \mathbb{R}^{N_x}.$$

Se define $\|x - A_0 y - b_0\|^2$ como

$$(x - A_0 y - b_0)^T M (x - A_0 y - b_0), \quad M \text{ definida positiva,}$$

por lo tanto

$$\left[(x - A_0 y - b_0)^T M (x - A_0 y - b_0) \right] \leq \mathbb{E} \left[(x - Ay - b)^T M (x - Ay - b) \right],$$

se llama

$$\mathbb{E}_M^* [X|Y] = A_0 y + b_0.$$

Se pretende demostrar que

$$A_0 = \Sigma_{xy} \Sigma_{yy}^{-1}$$

$$b_0 = \mu_x - \Sigma_{xy} \Sigma_{yy}^{-1} \mu_y, \quad \mu_i \mathbb{E}[i].$$

$$\mathbb{E} \left[(x - Ay - b)^T M (x - Ay - b) \right] = \text{tr} \mathbb{E} \left[M (x - Ay - b) (x - Ay - b)^T \right], \quad (\text{A.1.4})$$

$$\mathbb{E} \left[(x - Ay - b)^T M (x - Ay - b) \right] = \text{tr} \mathbb{E} \left[M \left((x - \mu_x) - A(y - \mu_y) + \mu_x - A\mu_y - b \right) \right. \\ \left. \left((x - \mu_x) - A(y - \mu_y) + \mu_x - A\mu_y - b \right)^T \right],$$

$$\mathbb{E} \left[(x - Ay - b)^T M (x - Ay - b) \right] = \text{tr} \left[M \left[\Sigma_{xx} + A \Sigma_{yy} A^T - \Sigma_{xy} A^T - A \Sigma_{yx} \right] \right. \\ \left. + \text{tr} \left[M \mathbb{E} \left[(\mu_x - A\mu_y - b) (\mu_x - A\mu_y - b)^T \right] \right] \right],$$

$$\left[\Sigma_{xx} + A\Sigma_{yy}A^T - \Sigma_{xy}A^T - A\Sigma_{yx} \right] = (A - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1})\Sigma_{yy}(A - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1})^T - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx} + \Sigma_{xx}, \quad (\text{A.1.5})$$

$$\begin{aligned} \text{tr} \left[M \mathbb{E} \left[(\mu_x - A\mu_y - b)(\mu_x - A\mu_y - b)^T \right] \right] &= \text{tr} \left[\mathbb{E} \left[(\mu_x - A\mu_y - b)^T M (\mu_x - A\mu_y - b) \right] \right] \\ &= \left[\mathbb{E} \left[(\mu_x - A\mu_y - b)^T M (\mu_x - A\mu_y - b) \right] \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.1.6})$$

Luego se pretende hallar A y b que minimizan la expectación. Como las expresiones (A.1.5) y (A.1.6) son no negativas, por ser trazas de matrices definidas positivas, se busca que la suma sea lo más próxima a cero posible.

Entonces

$$\begin{aligned} A_0 &= \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}, \\ b_0 &= \mu_x - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\mu_y. \end{aligned}$$

Como puede apreciarse en el estimador **BAMVE** no aparece involucrada la matriz M por lo que se concluye que éste será el mejor estimador afín ⁴ para cualquier matriz distancia de Mahalanobis.

Puede calcularse el valor del error de estimación reemplazando en la ecuación (A.1.4) los valores obtenidos para A_0 y b_0 resultando

$$\mathbb{E} \left[(x - Ay - b)^T M (x - Ay - b) \right] = \text{tr} \left[M^{\frac{1}{2}} \left(\Sigma_{xx} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx} \right) M^{\frac{1}{2}} \right].$$

⁴Con el objetivo de minimizar la varianza

A.1.1.1. Propiedades del Estimador BAMVE

A continuación se enuncian algunas propiedades del estimador encontrado⁵ (Anderson y Moore, 2012).

1. Si X, Y son variables aleatorias conjuntamente distribuidas, entonces

$$\mathbb{E}^*[FX + c|Y] = F\mathbb{E}^*[X|Y] + c,$$

$$\mathbb{E}\left[\mathbb{E}^*[X|Y]\right] = \mathbb{E}[X].$$

2. Sean X, Y_1, Y_2, \dots, Y_k variables aleatorias conjuntamente distribuidas con Y_1, Y_2, \dots, Y_k descorrelacionadas, entonces

$$\mathbb{E}^*[X|\underbrace{Y_1, Y_2, \dots, Y_k}_Z] = \mathbb{E}[X] + \Sigma_{xz}\Sigma_{zz}^{-1}(z - \mathbb{E}[Z]).$$

3. Sean X, Y variables aleatorias conjuntamente distribuidas con medias no nulas $\bar{X} = X - \mu_x$, $\bar{Y} = Y - \mu_y$, entonces

$$\mathbb{E}^*[X|Y] = \mathbb{E}^*[\bar{X}|\bar{Y}] + \mu_x + \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\mu_y.$$

4. Sean X, Y variables aleatorias conjuntamente distribuidas $Z = MY + n$, entonces

$$\mathbb{E}^*[X|Z] = \mathbb{E}^*[X|Y].$$

5. Sean X, Y variables aleatorias conjuntamente distribuidas, entonces el error $x - \mathbb{E}^*[X|Y]$ es ortogonal a Y

$$\mathbb{E}\left[(x - \mathbb{E}^*[X|Y])Y^T\right] = 0.$$

A.2. Proceso de Innovación

Una aspecto importante para entender el filtro de Kalman es el concepto de *Proceso de Innovación*, que involucra la naturaleza estocástica del proceso. El proceso de innovación

⁵Las demostraciones se encuentran en el apéndice A.4

es la *parte* del estado del sistema que no se puede predecir a partir de las muestras del tiempo pasado (Mehra, 1970b)(Mehra, 1970a). Es decir, la innovación será toda aquella nueva información contenida en una muestra del sistema que no se hallaba presente en las muestras pasadas. Este proceso posee media nula y es *blanco*⁶, como se demuestra a continuación. De hecho el filtro de Kalman puede ser derivado como el filtro que *blanquea* la medición y extrae la máxima cantidad de información posible de la misma (Kailath y Frost, 1968).

Para un proceso estocástico $(Z_k)_{k \in \mathbb{N}}$, $\mathbb{E}[z_{k+1}|z_{0:k}]$ es el estimador que minimiza el error cuadrático medio.

Se llama proceso de innovación \tilde{z}_{k+1} a

$$\tilde{z}_{k+1} = z_{k+1} - \mathbb{E}[z_{k+1}|z_{0:k}],$$

$$\mathbb{E}[\tilde{z}_{k+1}] = \mathbb{E}[z_{k+1} - \mathbb{E}[z_{k+1}|z_{0:k}]],$$

$$\mathbb{E}[\tilde{z}_{k+1}] = \mathbb{E}[z_k] - \mathbb{E}[\mathbb{E}[z_{k+1}|z_{0:k}]],$$

$$\mathbb{E}[\tilde{z}_{k+1}] = \mathbb{E}[z_k] - \mathbb{E}[z_k] = 0.$$

Es decir, que el proceso de innovación tiene media nula.

También puede verse que como \tilde{z}_{k+1} es la nueva información no contenida en $\tilde{z}_0, \tilde{z}_1, \tilde{z}_2, \dots, \tilde{z}_{k-1}$, entonces

$$\mathbb{E}[\tilde{z}_k \tilde{z}_l^T] = \mathbb{E}[\tilde{z}_k] \mathbb{E}[\tilde{z}_l^T] \forall l < k.$$

Esta propiedad puede demostrarse de la siguiente manera.

Si $\tilde{z}_k = f(z_0, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}, z_k)$ es una función lineal de $z_0, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}, z_k$, por el principio de ortogonalidad

$$\mathbb{E}[(z_k - \mathbb{E}[z_k|z_{0:k-1}])f(z_{0:k-1})] = 0.$$

⁶proceso estocástico descorrelacionado temporalmente

A.2.0.1. Propiedades del Proceso de Innovación

A continuación se enuncian algunas propiedades del proceso de innovación

1. \tilde{z}_k puede ser obtenido a partir de z_k mediante una operación afín causal.

2. Es posible reconstruir z_k a partir de \tilde{z}_k

$$z_k = \tilde{z}_k + \mathbb{E}[z_k | z_0, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}],$$

$$z_k = f(\tilde{z}_0, \tilde{z}_1, \tilde{z}_2, \dots, \tilde{z}_k).$$

3. Condicionar dado $z_0, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}$ es equivalente a condicionar dados $\tilde{z}_0, \tilde{z}_1, \tilde{z}_2, \dots, \tilde{z}_{k-1}$

$$\tilde{z}_k = z_k - \mathbb{E}[z_k | \tilde{z}_{0:k-1}].$$

Como los \tilde{z}_i son independientes, condicionar sobre éstos puede resultar de mayor utilidad que hacerlo sobre los z_i .

4. Sean X, Z conjuntamente Gaussianos, de media nula y estimado a x_k mediante $\mathbb{E}[x_k | z_0, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}]$,

$$\mathbb{E}[x_k | z_0, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}] = \mathbb{E}[x_k | \tilde{z}_{0:k-1}],$$

$$\mathbb{E}[x_k | \tilde{z}_0] + \mathbb{E}[x_k | \tilde{z}_1] + \dots + \mathbb{E}[x_k | \tilde{z}_{k-1}].$$

Esto es así debido a que los \tilde{z}_k están descorrelacionados y los procesos tienen media nula.

A.3. Estrategia de Kalman para la implementación del filtro

Supongamos que tenemos una ecuación diferencial de orden n , donde x es la variable independiente⁷.

$$\frac{d^n f}{dx^n} = h(f, f', \dots, f^{(n-1)}, f(0), f'(0), \dots, f(0)^{(n-1)}).$$

Proponiendo cambios de variables puede verse que es posible reescribir la ecuación diferencial de orden n , como n ecuaciones de primer orden, como se muestra a continuación:

Definiendo $y_0 = f(x)$; $y_1 = f'(x), \dots, y_{n-1} = f^{(n-1)}(x)$ y utilizando Hamilton

$$\begin{aligned} f(x) &= y_0(x), \\ f'(x) &= y_1(x) = \dot{y}_0(x), \\ &\vdots \\ f^n(x) &= h(y_0, y_1, \dots, y_{n-1}, CI) = \dot{y}_{n-1}. \end{aligned} \tag{A.3.1}$$

se logra obtener un sistema de n ecuaciones de orden 1

$$\begin{aligned} \dot{Z}(x) &= H(Z(x), x), \\ \dot{Z}(t) &= H(Z(t), t) \text{ }^8. \end{aligned} \tag{A.3.2}$$

Kalman propone resolver la siguiente ecuación:

$$\dot{Z}(t) = \underbrace{F(t)Z}_{\text{Sistema libre}} + \underbrace{\Gamma(t)}_{\text{Fuerzas externas o de control}} \underbrace{u(t)} + \underbrace{W(t)}_{\text{Ruido Blanco}} G(t). \tag{A.3.3}$$

Discretizando el sistema representado en (A.3.3), se llega a la ecuación de estado del sistema

$$X_{k+1} = F_k \cdot X_k + \Gamma_k \cdot U_k + G_k \cdot W_k, \tag{A.3.4}$$

$$\text{Tomando } Z_k = H_k^T \cdot X_k + \underbrace{V_k}_{\text{Ruido}}, \tag{A.3.5}$$

⁷En lo que sigue las variables son de forma general vectoriales

donde W_k y V_k representan dos procesos de ruido blanco correlacionados.

Se consideran las siguientes restricciones

$$\mathbb{E}[V_k] = 0 \quad , \quad \mathbb{E}[W_k] = 0 \quad \forall k, \quad (\text{A.3.6})$$

$$\mathbb{E} \left[\begin{pmatrix} W_k \\ V_k \end{pmatrix} \cdot (W_k^T \ V_k^T) \right] = \sigma_{kl} \begin{pmatrix} Q_k & S_k \\ S_k^T & R_k \end{pmatrix},$$

$$\mathbb{E}[X_0] = 0, \quad P_0 = \mathbb{E}[X_0 \cdot X_0^T], \quad \mathbb{E} \left[X_0 \cdot \begin{pmatrix} W_k \\ V_k \end{pmatrix} \right] = 0.$$

Se quiere conocer X_{k+1} conociendo Z_k ⁹, se calcula entonces la esperanza del primero, conociendo al segundo. La adivinación óptima será $\hat{X}_{k+1|0:k} = \mathbb{E}[X_{k+1}|\tilde{Z}_{0:k}]$. Retrocediendo un paso se puede ver que $\hat{X}_{k|0:k-1} = \mathbb{E}[X_k|\tilde{Z}_{0:k-1}]$. Resolviendo de forma iterativa, se puede ver que

$$\begin{aligned} \mathbb{E}^*[X_{k+1}|\tilde{Z}_{0:k}] &= \sum_{j=0}^k \mathbb{E}^*[X_{k+1}|\tilde{Z}_j] - k \cdot \mathbb{E}[X_{k+1}], \\ \mathbb{E}^*[X_{k+1}|\tilde{Z}_{0:k-1}] &= \sum_{j=0}^{k-1} \mathbb{E}^*[X_{k+1}|\tilde{Z}_j] - (k-1) \cdot \mathbb{E}[X_{k+1}], \\ \mathbb{E}^*[X_{k+1}|\tilde{Z}_{0:k}] &= \mathbb{E}^*[X_{k+1}|\tilde{Z}_k] + \mathbb{E}^*[X_{k+1}|\tilde{Z}_{0:k-1}] - \mathbb{E}[X_{k+1}]. \end{aligned} \quad (\text{A.3.7})$$

La ecuación (A.3.7) consiste en dos términos que serán explicados por separado en detalle.

$$\mathbb{E}^*[X_{k+1}|\tilde{Z}_k] = \mathbb{E}[X_{k+1}] + \Sigma_{X_{k+1}, \tilde{Z}_k} \Sigma_{\tilde{Z}_k, \tilde{Z}_k}^{-1} \tilde{Z}_k.$$

Debido a la forma del estimador ya analizado.

$$\Sigma_{X_{k+1}, \tilde{Z}_k} = \mathbb{E} \left[(X_{k+1} - \mathbb{E}(X_{k+1})) \cdot \tilde{Z}_k^T \right] ; \quad \mathbb{E}[X_{k+1}] = F_k \cdot \mathbb{E}[X_k] + \Gamma_k u_k.$$

Teniendo en cuenta que

$$X_k = \hat{X}_k + \tilde{X}_{k|0:k-1},$$

$$\Sigma_{k|0:k-1} = \mathbb{E} \left[\tilde{X}_{k|0:k-1} \tilde{X}_{k|0:k-1}^T \right],$$

⁹se condiciona a la sigma-álgebra generada por Z_k

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} \left[(X_{k+1} - \mathbb{E}(X_{k+1})) \cdot \tilde{Z}_k^T \right] &= \mathbb{E} \left[(F_k X_k + G_k W_k - F_k \mathbb{E}[X_k]) \cdot (\tilde{X}_k^T H_k + V_k^T) \right] \\
&= \mathbb{E} \left[F_k X_k \tilde{X}_{k|0:k-1}^T H_k \right] + G_k S_k \\
&= F_k \mathbb{E} \left[X_k \tilde{X}_{k|0:k-1}^T \right] H_k + G_k S_k \\
&= F_k \mathbb{E} \left[(\hat{X}_k + \tilde{X}_{k|0:k-1}) \tilde{X}_{k|0:k-1}^T \right] H_k + G_k S_k \\
&= F_k \underbrace{\mathbb{E} \left[\hat{X}_k \tilde{X}_{k|0:k-1}^T \right]}_{\text{Valor 0 por Ortogonalidad del BAMVE}} H_k + F_k \Sigma_{k|0:k-1} H_k + G_k S_k \\
&= F_k \Sigma_{k|0:k-1} H_k + G_k S_k,
\end{aligned}$$

$$\Sigma_{X_{k+1}, \tilde{Z}_k} = F_k \Sigma_{k|0:k-1} H_k + G_k S_k,$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} \left[\tilde{Z}_k \tilde{Z}_k^T \right] &= \mathbb{E} \left[(H_k^T \tilde{X}_k + V_k) (H_k^T \tilde{X}_k + V_k)^T \right] \\
&= \mathbb{E} \left[(H_k^T \tilde{X}_k + V_k) (\tilde{X}_k^T H_k + V_k^T) \right] \\
&= H_k^T \Sigma_{k|0:k-1} H_k + R_k,
\end{aligned}$$

$$\mathbb{E}^* \left[X_{k+1} | \tilde{Z}_{k+1} \right] = \mathbb{E} [X_{k+1}] + (F_k \Sigma_{k|0:k-1} H_k + G_k S_k) (H_k^T \Sigma_{k|0:k-1} H_k + R_k)^{-1} \tilde{Z}_k,$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}^* \left[X_{k+1} | \tilde{Z}_{0:k-1} \right] &= \mathbb{E}^* \left[F_k X_k + \Gamma_k u_k + G_k W_k | \tilde{Z}_{0:k-1} \right] \\
&= F_k \mathbb{E}^* \left[X_k | \tilde{Z}_{0:k-1} \right] + \Gamma_k \mathbb{E}^* \left[u_k | \tilde{Z}_{0:k-1} \right] + G_k \mathbb{E}^* \left[W_k | \tilde{Z}_{0:k-1} \right] \\
&= F_k \hat{X}_{k|0:k-1} + \Gamma_k u_k.
\end{aligned}$$

Se define entonces a la **Ganancia de kalman** como

$$K_k = (F_k \sum_{k|k-1} H_k + G_k S_k) (H_k^T \sum_{k|k-1} H_k + R_k)^{-1},$$

por lo que se llega a la solución de Kalman para la estimación de X en el instante $k+1$, dada toda la información conocida hasta el instante k

$$\hat{X}_{k+1|0:k-1} = H_k + G_k S_k + \Gamma_k u_k + K_k (Z_k - H_k^T \hat{X}_{k|0:k-1}).$$

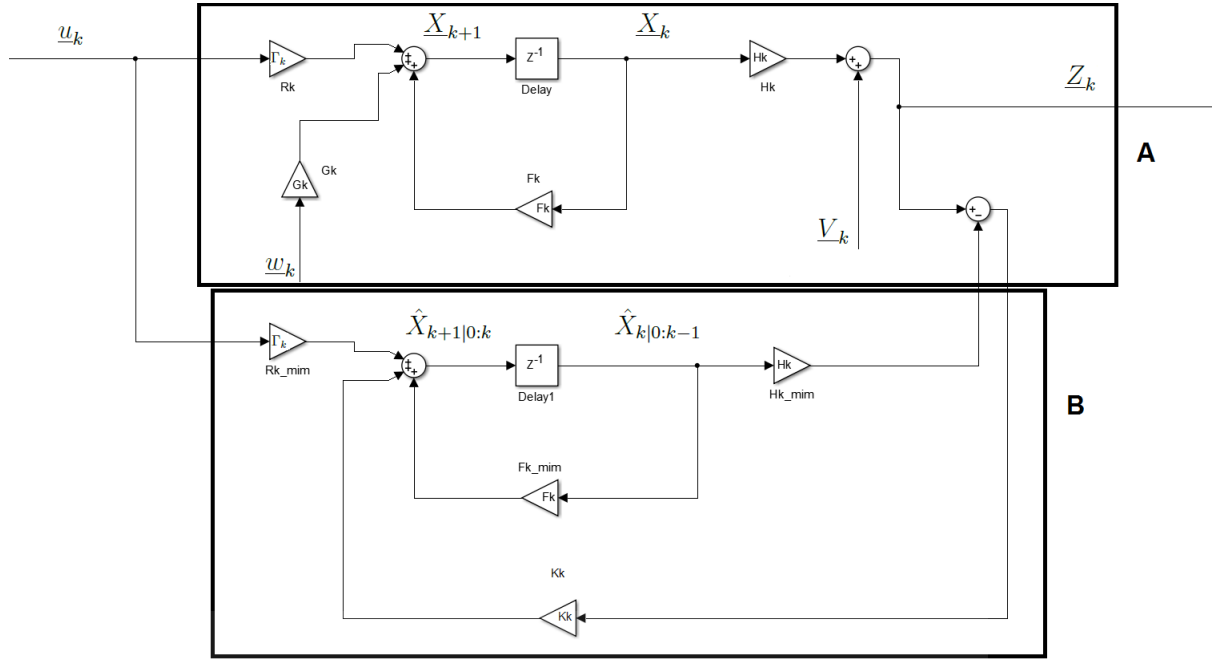


Figura A.3.1: Sistema a analizar.

10

La Matriz de covarianza del error de predicción resulta

$$\sum_{k|0:k-1} = \mathbb{E} \left[\tilde{X}_{k|0:k-1} \tilde{X}_{k|0:k-1}^T \right] = \mathbb{E} \left[(X_k - \hat{X}_{k|0:k-1}) (X_k - \hat{X}_{k|0:k-1})^T \right], \quad (\text{A.3.8})$$

con

$$X_{k+1} = F_k X_k + \Gamma_k u_k + G_k w_k, \quad (\text{A.3.9})$$

$$\hat{X}_{k+1|0:k} = F_k \hat{X}_{k|0:k-1} + \Gamma_k u_k + K_k (Z_k - \hat{Z}_{k|0:k-1}).$$

Utilizando la ecuación (A.3.9)

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{k+1|0:k} &= F_k \tilde{X}_{k|0:k-1} + G_k w_k - K_k (Z_k - H_k^T \hat{X}_{k|0:k-1}) \\ &= F_k \tilde{X}_{k|0:k-1} - K_k H_k^T \tilde{X}_{k|0:k-1} - K_k V_k + G_k w_k \\ &= (F_k - K_k H_k^T) \tilde{X}_{k|0:k-1} + G_k w_k - K_k V_k. \end{aligned}$$

¹⁰A será el sistema real, y B será el mímico del sistema. No hay acceso a los verdaderos valores del ruido

Finalmente

$$\begin{aligned}
\Sigma_{k+1|0:k} &= \mathbb{E} \left[\tilde{X}_{k+1|0:k} \tilde{X}_{k+1|0:k}^T \right] \\
&= (F_k - K_k H_k^T) \Sigma_{k|0:k-1} (F_k - K_k H_k)^T + [G_k; -K_k] \begin{bmatrix} Q_k & S_k \\ S_k^T & R_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_k^T \\ -K_k^T \end{bmatrix} \\
&= F_k \Sigma_{k|0:k-1} F_k^T - (F_k \Sigma_{k|0:k-1} H_k + G_k S_k) (H_k^T \Sigma_{k|0:k-1} H_k + R_k)^{-1} (F_k \Sigma_{k|0:k-1} H_k + G_k S_k)^T \\
&\quad + G_k Q_k G_k^T.
\end{aligned} \tag{A.3.10}$$

El filtrado de Kalman, tal como se ha mencionado, es útil para casos en los que debe lidiarse con sistemas lineales, que se encuentren inmersos en ruidos de sistema y de medición Gaussianos. A continuación se presentan algunos problemas del filtro cuando estas condiciones no se cumplen.

- $\mathbb{E}[X|Y]$ Puede conducir a errores graves si la distribución no es Gaussiana. Si la función de densidad de probabilidad $p_{X|Y}(x|y)$ es bimodal, puede incurrirse en el grave error de estimar por la media cuando debería ser otra la técnica de tratamiento del problema.
- Cuando X,Y no son gaussianas, la descorrelación no implica independencia. Esto significa, que en casos de distribuciones no Gaussianas, aún es posible realizar algún tipo de estimaciones en casos donde X sea *mean square unpredictable from Y*¹¹

A.4. Complemento al Filtro de Kalman

En 4.2 se hace uso de las propiedades que se demuestran a continuación

Lema 1 A.4.1 *Sea z una variable aleatoria*

$$\mathbb{E} \left[\|z\|_M^2 \right] = \text{tr} \left[\text{Cov}_M(z) \right] + \text{tr} \left[M^{\frac{1}{2}} \mathbb{E}[Z] \mathbb{E}^T[Z] M^{\frac{1}{2}} \right]$$

Demostración Lema 1 A.4.1

$$\mathbb{E} \left[z^T M z \right] = \mathbb{E} \left[\left(z - \mathbb{E}[z] + \mathbb{E}[z] \right)^T M \left(z - \mathbb{E}[z] + \mathbb{E}[z] \right) \right]$$

$$\mathbb{E} \left[z^T M z \right] = \mathbb{E} \left[\left(z - \mathbb{E}[z] \right)^T M \left(z - \mathbb{E}[z] \right) \right] + 2\mathbb{E} \left[\left(z - \mathbb{E}[z] \right)^T M \mathbb{E}[z] \right] + \mathbb{E}^T[z] M \mathbb{E}[z]$$

¹¹Impredecible mediante la media cuadrática. Para ejemplos de estas situaciones ver apéndice

$$\mathbb{E}\left[\left(z - \mathbb{E}[z]\right)^T M \left(z - \mathbb{E}[z]\right)\right] = \mathbb{E}\left[\text{tr}\left[M^{\frac{1}{2}} \left(z - \mathbb{E}[z]\right) \left(z - \mathbb{E}[z]\right)^T M^{\frac{1}{2}}\right]\right]$$

$$\mathbb{E}\left[\left(z - \mathbb{E}[z]\right)^T M \left(z - \mathbb{E}[z]\right)\right] = \text{tr}\left[\text{Cov}_M(z)\right]$$

$$\mathbb{E}^T[z] M \mathbb{E}[z] = \text{tr}\left[M^{\frac{1}{2}} \mathbb{E}[Z] \mathbb{E}^T[Z] M^{\frac{1}{2}}\right]$$



Universidad de
San Andrés

Apéndice B

Código implementado

B.1. Código Matlab

```
1 function log_L = Kalman_Estimation(y, psi, matur, dt, a0, P0, N, nobs,
2 parametros_fijos)
3
4 k = psi(1,1);
5 sigmax = psi(2,1);
6 lambdax = psi(3,1);
7 mu = psi(4,1);
8 sigmae = psi(5,1);
9 rnmue = psi(6,1);
10 pxe = psi(7,1);
11
12 if sum(parametros_fijos) == 0
13     k = psi(1,1);
14     sigmax = psi(2,1);
15     lambdax = psi(3,1);
16     mu = psi(4,1);
17     sigmae = psi(5,1);
18     rnmue = psi(6,1);
19     pxe = psi(7,1);
20
21     s = zeros(1, size(psi,1)-7);
22     for i = 1:size(s,2)
23         s(1, i) = psi(i+7,1);
24     end
25 end
26
```



```

27 if sum(parametros_fijos) ~= 0
28     s = zeros(1, size(psi,1)-7+size(parametros_fijos,1));
29     j = 1;
30     for i = 1:size(s,2)
31         if all(abs(parametros_fijos)) == 1
32             s(1, i) = psi(7+j,1);
33             j = j+1;
34         end
35     end
36 end
37
38
39 m = size(a0,1);
40
41 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
42 % ECUACION DE TRANSICION
43 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
44 % NOTACION S&S :  $x(t)=c+G*x(t-1)+w(t)$   $w \sim N(0,W)$  Equacion (14)
45 % NOTACION NUEVA:  $a(t)=c+T*a(t-1)+R(t)*n(t)$   $n \sim N(0,Q)$ 
46
47 % c is a {m x 1} Vector
48 % T is a {m x m} Matrix
49 c=[0;mu*dt];
50 T=[exp(-k*dt), 0; 0, 1];
51
52 xx=(1-exp(-2*k*dt))*(sigmax)^2/(2*k);
53 xy=(1-exp(-k*dt))*pxe*sigmax*sigmae/k;
54 yx=(1-exp(-k*dt))*pxe*sigmax*sigmae/k;
55 yy=(sigmae)^2*dt;
56 Q=[xx, xy; yx, yy];
57 R=eye(size(Q,1));
58
59
60 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
61 % ECUACION DE MEDICION
62 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
63 % NOTACION S&S:  $y(t)=d(t)+F(t)'x(t)+v(t)$   $v \sim N(0,V)$  Equacion (15)
64 % NOTACION NUEVA:  $y(t)=d(t)+Z(t)a(t)+e(t)$   $e \sim N(0,H)$ 
65
66
67 for i=1:N
68     p1=(1-exp(-2*k*matur(i)))*(sigmax)^2/(2*k);
69     p2=(sigmae)^2*matur(i);
70     p3=2*(1-exp(-k*matur(i)))*pxe*sigmax*sigmae/k;

```



```

71         d(i,1)=rnmu*matur(i)-(1-exp(-k*matur(i)))*lambdax/k+.5*(p1+p2+p3
           );
72         Z(i,1)=exp(-k*matur(i));
73         Z(i,2)=1;
74     end
75
76     %Measurment errors Var-Cov Matrix: Cov[e(t)]=H
77     H=diag(s);
78
79
80     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
81     %KALMAN FILTER
82     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
83
84     global save_vt save_att save_dFtt_1 save_vFv save_vtt save_Ptt_1
           save_Ftt_1
85     save_Ptt
86
87     save_ytt_1 = zeros(nobs,N);
88     save_vtt = zeros(nobs,N);
89     save_vt = zeros(nobs,N);
90     save_att_1 = zeros(nobs,m);
91     save_att = zeros(nobs,m);
92     save_Ptt_1 = zeros(nobs,m*m);
93     save_Ptt = zeros(nobs,m*m);
94     save_Ftt_1 = zeros(nobs,N*N);
95     save_dFtt_1 = zeros(nobs,1);
96     save_vFv = zeros(nobs,1);
97     %save_log_Lt = zeros(nobs,1);
98
99     Ptt = P0;
100    att = a0;
101
102    %Running the kalman filter for t = 1,...,nobs
103    for t = 1:nobs
104        Ptt_1 = T*Ptt*T'+R*Q*R';
105        Ftt_1 = Z*Ptt_1*Z'+H;
106        dFtt_1 = det(Ftt_1);
107
108        %Ptt_1_test = [Ptt_1(1,1) 0; 0 Ptt_1(2,2)];
109        %Ftt_1_test = Z*Ptt_1_test*Z'+H;
110        %dFtt_1_test = det(Ftt_1_test);
111
112

```

```

113     att_1    = T*att + c;
114     yt      = y(t,:)';
115     ytt_1   = Z*att_1+d;
116     vt      = yt-ytt_1;
117
118     att = att_1 + Ptt_1*Z'*inv(Ftt_1)*(vt);
119     Ptt = Ptt_1 - Ptt_1*Z'*inv(Ftt_1)*Z*Ptt_1;
120
121     ytt = Z*att+d;
122     vtt = yt-ytt;
123
124     % save_ytt_1(t,:) = ytt_1';
125     save_vtt(t,:) = vtt';
126     save_vt(t,:) = (vt)';
127     % save_att_1(t,:) = att_1';
128     save_att(t,:) = att';
129     save_Ptt_1(t,:) = [Ptt_1(1,1), Ptt_1(1,2), Ptt_1(2,1), Ptt_1
        (2,2)];
130     save_Ptt(t,:) = [Ptt(1,1), Ptt(1,2), Ptt(2,1), Ptt(2,2)];
131
132     % save_dFtt_1(t,:) = dFtt_1_test;
133     % save_vFv(t,:) = vt'*inv(Ftt_1_test)*vt;
134     save_dFtt_1(t,:) = dFtt_1;
135     save_vFv(t,:) = vt'*inv(Ftt_1)*vt;
136
137     end
138
139
140     logL = -(N*nobs/2)*log(2*pi)-0.5*sum(log(save_dFtt_1))-0.5*sum(save_vFv)
        ;
141     % logL = -(N*nobs/2)*log(2*pi)-0.5*sum(save_vFv);
142     % logL = sum(diag(save_vt'*save_vt));
143     log_L = -logL;

```

1 %%%
2 % Estima los parametros del modelo de Schwartz-Smith
3 %%%
4 **clc; clear; format short;**
5 paper = 0;
6
7 **if** paper==1
8 [data ,txt ,raw] = xlsread(
9 '/Users/agustinliserra/Tesis/Codigo_tesis/Input/schwartz.xlsx',
 'futuros');
10 [fechas_data ,txt_fechas ,raw_fechas] = xlsread(

```

11     '/Users/agustiniserra/Tesis/Codigo_tesis/Input/schwartz.xlsx', '
        fechas');
12     fechas_data=datetime(fechas_data, 'ConvertFrom', 'excel');
13     Num_Contratos = 5;
14     matur = [1/12,5/12,9/12,13/12,17/12];
15     end_obs = 268;
16     cant_datos = size(data);
17 else
18     [data,txt,row] = xlsread(
19     '/Users/agustiniserra/Tesis/Codigo_tesis/Input/Brent_1.xlsx', '
        futuros');
20     [fechas_data,txt_fechas,row_fechas] = xlsread(
21     '/Users/agustiniserra/Tesis/Codigo_tesis/Input/Brent_1.xlsx', '
        fechas');
22     fechas_data=datetime(fechas_data, 'ConvertFrom', 'excel');
23     matur = [1/12,5/12,9/12,12/12,18/12];
24     Num_Contratos = 5;
25     cant_datos = size(data);
26     end_obs = 1125;
27 end
28
29 modelo = 1;
30 % [1 = Schwartz-Smith (2000) con los mismos datos del paper]
31
32 if modelo == 1 % data Schwartz-Smith (2000)
33
34     %%ANPUT SETTINGS %%%
35     incluir_spot_estimacion = 0;
36     frecuencia = 1;
37     dt = 7/360;
38     start_obs = 1;
39
40     parametros_fijos = 4;
41
42
43     k = 2;
44     sigmax = 0.2;
45     lambdax = 0.2;
46     mu = 0.02;
47     sigmae = 0.2;
48     rnmua = 0.02;
49     pxe = 0.2;
50     s_guess = 0.01;
51     vector_estado_inicial = [0;3.1307];

```

```

52     dist_inicial = [0.01,0.01;0.01,0.01];
53 end
54
55
56 periodo_data = data(start_obs:end_obs,1:end);
57 num_obs = size(periodo_data,1);
58 if frecuencia ~= 1
59     nuevo_num_obs = floor((num_obs-1)/frecuencia);
60     frecuencia_periodo_data = zeros(nuevo_num_obs,size(periodo_data,2));
61     frecuencia_periodo_data(1,:) = periodo_data(1,:);
62     for t = 1:nuevo_num_obs
63         frecuencia_periodo_data(t+1,:) = periodo_data((t*frecuencia)
64             +1,:);
65     end
66 else
67     frecuencia_periodo_data = periodo_data;
68 end
69
70 St = frecuencia_periodo_data(1:end,1);
71 if incluir_spot_estimacion == 1
72     y = frecuencia_periodo_data(1:end,1:Num_Contratos);
73 else
74     y = frecuencia_periodo_data(1:end,2:Num_Contratos+1);
75 end
76
77 nobs = size(y,1);
78 N     = size(y,2);
79 num_parametros_fijos = size(parametros_fijos,1);
80
81
82
83 global save_att save_vtt save_vt  save_dFtt_1 save_vFv save_Ptt_1
84 save_Ftt_1 save_Ptt
85 lnL_scores = zeros(3,1);
86 boundary = Inf;
87
88
89 for modelo = 1:3
90     if modelo == 1
91         if sum(parametros_fijos) == 0
92
93             psi = zeros(7+N,1);
94             psi(1:7,1) = [k, sigmax, lambdax, mu, sigmae, rnmua, pxe]';

```

```

95         psi(8:end,1) = s_guess;
96
97         lb = zeros(7+N,1);
98         lb(1:7,1) = [0, 0, -boundary, -boundary, 0, -boundary, -1]';
99         lb(8:end,1) = 0.0000001;
100
101         ub = zeros(7+N,1);
102         ub(1:7,1) = [boundary, boundary, boundary, boundary,
103                    boundary, boundary, 1]';
104         ub(8:end,1) = boundary;
105     else
106         psi = zeros(7+N-num_parametros_fijos,1);
107         psi(1:7,1) = [k, sigmax, lambdax, mu, sigmae, rnm, pxe]';
108         psi(8:end,1) = s_guess;
109
110         lb = zeros(7+N-num_parametros_fijos,1);
111         lb(1:7,1) = [0, 0, -boundary, -boundary, 0, -boundary, -1]';
112         lb(8:end,1) = 0.0000001;
113
114         ub = zeros(7+N-num_parametros_fijos,1);
115         ub(1:7,1) = [boundary, boundary, boundary, boundary,
116                    boundary,
117                    boundary, 1]';
118         ub(8:end,1) = boundary;
119     end
120     a0 = vector_estado_inicial;
121     P0 = dist_inicial;
122 end
123 if modelo == 2
124     parametros_fijos(1:end,1) = 0;
125
126     psi = zeros(7+N,1);
127     psi(1:7,1) = [k, sigmax, lambdax, mu, sigmae, rnm, pxe]';
128     psi(8:end,1) = s_guess;
129
130     lb = zeros(7+N,1);
131     lb(1:7,1) = [0, 0, 0, -boundary, 0, -boundary, -1]';
132     lb(8:end,1) = 0;
133
134     ub = zeros(7+N,1);
135     ub(1:7,1) = [0.0001, 0, 0, boundary, boundary, boundary, 1]';
136     ub(8:end,1) = boundary;
137
138     a0 = [0;vector_estado_inicial(1) + vector_estado_inicial(2)];

```

```

138     P0 = [0,0;0,dist_inicial(2,2)];
139 end
140 if modelo == 3
141     parametros_fijos(1:end,1) = 0;
142
143     psi = zeros(7+N,1);
144     psi(1:7,1) = [k, sigmax, lambdax, mu, sigmae, rnmu, pxe]';
145     psi(8:end,1) = s_guess;
146
147     lb = zeros(7+N,1);
148     lb(1:7,1) = [0, 0, -boundary, 0, 0, 0, -1]';
149     lb(8:end,1) = 0;
150
151     ub = zeros(7+N,1);
152     ub(1:7,1) = [5, boundary, boundary, 0, 0, 0, 1]';
153     ub(8:end,1) = boundary;
154
155     a0 = [vector_estado_inicial(1,1); mean(ss_att(1:end,2))];
156     P0 = [dist_inicial(1,1),0;0,0];
157 end
158
159
160 options = optimset('Algorithm','interior-point','Display','off');
161 MaxlnL_Kalman = @(psi, Kalman_Estimation(
162     y, psi, matur, dt, a0, P0, N, nobs, parametros_fijos);
163 [psi_optimized, log_L, exitflag, output, lambda, grad, hessian] = fmincon
164     (
165     MaxlnL_Kalman, psi, [], [], [], [], lb, ub, [], options);
166 lnL_scores(modelo,1) = -log_L;
167
168 if modelo == 1
169     ss_att = save_att;
170     ss_vtt = save_vtt;
171     ss_vt = save_vt;
172     ss_dFtt_1 = save_dFtt_1;
173     ss_vFv = save_vFv;
174     ss_Ptt_1 = save_Ptt_1;
175     ss_Ftt_1 = save_Ftt_1;
176     ss_Ptt = save_Ptt;
177
178     if sum(parametros_fijos) == 0
179         ss_psi_estimate = [psi_optimized(1:7,1)
180             ; sqrt(psi_optimized(8:end,1))];

```

```

181         ss_SE = sqrt(diag(inv(hessian)));
182     else
183         prel_SE = sqrt(diag(inv(hessian)));
184         prel_ss_psi_estimate = zeros(size(psi,1)+
185         size(parametros_fijos,1),1);
186         ss_SE = zeros(size(psi,1)+size(parametros_fijos,1),1);
187         j = 1;
188         for i = 1:size(prel_ss_psi_estimate,1)
189             if all(abs(i-(parametros_fijos+7))) == 1
190                 prel_ss_psi_estimate(i,1) = psi_optimized(j,1);
191                 ss_SE(i,1) = prel_SE(j,1);
192                 j = j+1;
193             else
194                 prel_ss_psi_estimate(i,1) = 0;
195                 ss_SE(i,1) = 0;
196             end
197         end
198         ss_psi_estimate = [prel_ss_psi_estimate(1:7,1);
199         sqrt(prel_ss_psi_estimate(8:end,1))];
200     end
201 end
202
203
204 if modelo == 2
205     gbm_att = save_att;
206     gbm_vtt = save_vtt;
207     gbm_psi_estimate = [psi_optimized(1:7,1);
208     sqrt(psi_optimized(8:end,1))];
209 end
210 if modelo == 3
211     ou_att = save_att;
212     ou_vtt = save_vtt;
213     ou_psi_estimate = [psi_optimized(1:7,1);
214     sqrt(psi_optimized(8:end,1))];
215 end
216 end
217
218
219
220 parametros_modelo = {'k' 'sigmax' 'lambdax' 'mu' 'sigmae' 'rnmu' 'pxe'
221     }.';
222 volatilidad = strseq('sigma',[1:Num_Contratos]);
223 parametros = vertcat(parametros_modelo,volatilidad);

```

```

224
225 Schwartz2F = ss_psi_estimate
226 Schwartz_SE = ss_SE
227 GBM = gbm_psi_estimate
228 Ornstein_Uhl = ou_psi_estimate
229
230 Resultados = table(parametros, Schwartz2F, Schwartz_SE, GBM, Ornstein_Uhl);
231 writetable(Resultados, 'Resultados.xlsx');
232
233 figure(1);
234 set(figure(1), 'Position', [100 100 400 1000])
235
236 subplot(3,1,1);
237 hold on
238 plot(exp(St), 'k', 'linewidth', 1);
239 plot(exp(ss_att(:,1)+ss_att(:,2)), 'r', 'linewidth', 1);
240 %plot(exp(ss_att(:,2)), 'b', 'linewidth', 1);
241 h = legend('Precio Observado', 'Precio Estimado'); %,'Equilibrium Price');
242 title('Schwartz-Smith 2-factor modelo')
243 hold off
244
245 subplot(3,1,2);
246 hold on
247 plot(exp(St), 'k', 'linewidth', 1);
248 plot(exp(gbm_att(:,1)+gbm_att(:,2)), 'r', 'linewidth', 1);
249 %plot(exp(gbm_att(:,2)), 'b', 'linewidth', 1);
250 h = legend('Precio Observado', 'Precio Estimado'); %,'Equilibrium Price');
251 title('geometric Brownian motion')
252 hold off
253
254 subplot(3,1,3);
255 hold on
256 plot(exp(St), 'k', 'linewidth', 1);
257 plot(exp(ou_att(:,1)+ou_att(:,2)), 'r', 'linewidth', 1);
258 %plot(exp(ou_att(:,2)), 'b', 'linewidth', 1);
259 h = legend('Precio Observado', 'Precio Estimado'); %,'Equilibrium Price');
260 title('Ornstein-Uhlenbeck')
261 hold off
262
263 % Simulacion de trayectorias
264
265 dt=30/360;
266
267 k          = Schwartz2F(1);

```



```

268 sigmax = Schwartz2F(2);
269 lambdax = Schwartz2F(3);
270 mue     = Schwartz2F(4);
271 sigmae  = Schwartz2F(5);
272 rnmue   = Schwartz2F(6);
273 pxe     = Schwartz2F(7);
274
275 Cov = [(1-exp(-2*k*dt))*sigmax^2/(2*k) (1-exp(-k*dt))*sigmax*sigmae*pxe/
        k ;
276        (1-exp(-k*dt))*sigmax*sigmae*pxe/k dt*sigmae^2 ];
277 mu = [0 0];
278 rng default
279
280 periodos_sim = 24;
281 cant_sim = 100000;
282
283 X = zeros(periodos_sim, cant_sim);
284 E = zeros(periodos_sim, cant_sim);
285 St_sim = zeros(periodos_sim, cant_sim);
286 St_sim_tot = zeros(periodos_sim + end_obs - start_obs + 1, cant_sim);
287
288
289 for p=1:cant_sim
290
291     R = mvnrnd(mu, Cov, periodos_sim);
292     wx = R(:,1);
293     we = R(:,2);
294
295     X(1,p)=ss_att(end_obs-start_obs,1);
296     E(1,p)=ss_att(end_obs-start_obs,2);
297
298     for t=2:periodos_sim
299         X(t,p) = exp(-k*dt)*X(t-1,p) + wx(t);
300         E(t,p) = mue*dt + E(t-1,p) + we(t);
301     end
302     St_sim(:,p) = exp(X(:,p)+E(:,p));
303     St_sim_tot(:,p) = vertcat(exp(St), St_sim(:,p));
304
305 end
306
307 percentiles = prctile(St_sim_tot,[5 50 95],2);
308
309 futuros = exp(data(end_obs,1:cant_datos(2)-1));
310 fechas = matur /dt ;

```

```

311
312 fechas_sim = 1:1:periodos_sim;
313
314
315 func = polyfit(fechas , futuros , 4);
316 futuros_interp = polyval(func , fechas_sim);
317
318 % figure
319 %     plot(fechas , futuros , 'o' , fechas_sim , futuros_interp , ':. ');
320
321 futuros_int = vertcat(exp(St) , futuros_interp ');
322
323 grafico = horzcat(percentiles , futuros_int);
324 figure
325     plot(grafico)
326
327 csvwrite('simulaciones_brent.csv' , St_sim)
328
329 precio_observado = exp(St);
330 precio_est_ss = exp(ss_att(:,1)+ss_att(:,2));
331 precio_est_gbm = exp(gbm_att(:,1)+gbm_att(:,2));
332 precio_est_ou = exp(ou_att(:,1)+ou_att(:,2));
333
334 tabla = table(fechas_data , precio_observado , precio_est_ss , precio_est_gbm ,
335 precio_est_ou);
336 writetable(tabla , 'tabla_salida_ss.xls')

```

B.2. Código Python

B.2.1. Código análisis datos

```

1
2 """
3 Created on Sun Sep 22 10:56:30 2019
4
5 @author: agustinliserra
6 """
7 import pandas as pd
8 import datetime as dt
9 import seaborn as sns
10 import matplotlib.pyplot as plt
11 import math
12 import numpy as np

```

```
13 import scipy.stats as st
14 import matplotlib.mlab as mlab
15 import pylab
16 import scipy.stats as stats
17 from matplotlib.ticker import FuncFormatter
18 from matplotlib import gridspec
19
20
21 def EWMA(ret, prior, wind=5):
22     lambda_param = 0.8
23     Error_min = 0.05
24     i = 0
25     lambda_prueba = np.linspace(0.5, 1, 500)
26
27     while Error_min > 0.0001 and i < 500:
28         Error = np.array([])
29         vol_muest = np.array([])
30         var = np.array([prior**2])
31         for j in range(1, np.size(ret)):
32             var = np.append(
33                 var, [lambda_prueba[i] * var[j - 1] + (1 -
34                     lambda_prueba[i]) * ret[j]**2])
35         vol = np.sqrt(var)
36         for k in range(0, math.floor(np.size(ret) / wind) * wind,
37             wind):
38             vol_muest = np.append(vol_muest, ret[k:k + wind].std())
39             Error = np.append(
40                 Error, [(ret[k:k + wind].std() - vol[k + math.floor(
41                     wind / 2)])**2])
42         # print(Error.sum(), Error_min, lambda_prueba[i])
43
44         if Error.sum() < Error_min:
45             Error_min = Error.sum()
46             lambda_param = lambda_prueba[i]
47             i += 1
48         var = np.array([prior ** 2])
49         for j in range(1, np.size(ret)):
50             var = np.append(var, [lambda_param * var[j - 1] +
51                 (1 - lambda_param) * ret[j] ** 2])
52         vol = np.sqrt(var)
53
54     return lambda_param, vol, i
```

```
54 def buscar(a, val):
55     for i in range(np.size(a)):
56         if val <= a[i]:
57             return i
58     print("Error")
59     return 1
60
61
62 ruta_carpeta = './Input/'
63
64 archivo_data = 'Brent weekly.xlsx'
65
66 data = pd.read_excel(ruta_carpeta + archivo_data)
67 data = data.set_index('Dates')
68
69 Spot = data['Spot']
70
71 Start_date = '1998-02-06'
72
73 Spot = Spot[Start_date:]
74
75 ret_Spot = ((Spot.shift(1) - Spot) / Spot)[1:]
76 Spot = Spot[1:]
77
78 # Spot.plot(legend=True,figsize=(12,5))
79 # ret_Spot.plot(figsize=(14,5),legend=True,linestyle='--',marker='o
    ')
80
81 ret_medio = ret_Spot.mean()
82 ret_desvio = ret_Spot.std()
83
84
85 # sns.tsplot(data=Spot,time=Spot.index)
86
87
88 JB_Brent = st.jarque_bera(ret_Spot)
89 # Asimetria negativa significa distribucion volcada a la izquierda
90 Skew_Brent = st.skew(ret_Spot)
91 # se le resta la kurtosis de una variable normal
92 Kurt_exc_Brent = st.kurtosis(ret_Spot) - 3
93
94
95 # Matrices de Probabilidad Impacto
96
```

```
97 vec_Imp = [-1. / 100, -5. / 100, -10. / 100]
98 vec_Pro = [10. / 100, 5. / 100, 1. / 100]
99 Pro_Imp = pd.DataFrame({"Impacto": vec_Imp})
100 Pro_Imp = Pro_Imp.assign(
101     Probabilidad=lambda x: np.array(
102         st.norm(
103             ret_medio,
104             ret_desvio).cdf(
105                 x.Impacto)))
106
107 Imp_Pro = pd.DataFrame({"Probabilidad": vec_Pro})
108 Imp_Pro = Imp_Pro.assign(
109     Impacto=lambda x: np.array(
110         st.norm(
111             ret_medio,
112             ret_desvio).ppf(
113                 x.Probabilidad)))
114
115 ret_ord_Port = np.sort(ret_Spot)
116 F_x = np.linspace(1. / np.size(ret_Spot), 1, num=np.size(ret_Spot))
117
118 Val_pos = []
119 i = 0
120 print("Executing\n")
121
122 for j in vec_Pro:
123     Val_pos.append(buscar(F_x, j))
124
125 Val_pos = np.array(Val_pos)
126 Val_ant = Val_pos - 1
127 print("Executing\n")
128
129 VaR_no_Param_1dia = -1 * ((ret_ord_Port[Val_pos] + ret_ord_Port[
130     Val_pos]) / 2)
131 ETL_no_Param_1dia = [ret_ord_Port[0:i].mean() for i in Val_pos]
132 VaR_norm_1dia = [-1 * (st.norm(0, 1).ppf(j)) * ret_desvio for j in
133     vec_Pro]
134
135 lambda_param, vol, num = EWMA(ret_Spot, ret_desvio, 5)
136 # plt.plot(vol)
137 # plt.plot(abs(ret_Spot))
138 # plt.show()
139 # print(lambda_param)
```

```

139 ret_esc = (ret_Spot / vol) * vol[-1]
140 #
141 JB_Port_esc = st.jarque_bera(ret_esc)
142 # Asimetria negativa significa distribucion volcada a la izquierda
143 Skew_Port_esc = st.skew(ret_esc)
144 # se le resta la kurtosis de una variable normal
145 Kurt_exc_Port_esc = st.kurtosis(ret_esc) - 3
146
147 print(JB_Port_esc)
148 print(Skew_Port_esc)
149 print(Kurt_exc_Port_esc)
150 #
151 #
152
153 var_99_Portfolio = 2.326 * vol[-1] # VAR INICIAL#####
154 #
155 #####
156 #####GRAFICAS#####
157 ruta_salida = './graficas/'
158 # GRAFICA HISTOGRAMA + KERNEL + NORMAL
159 x = np.linspace(ret_medio - 6 * ret_desvio, ret_medio + 6 *
160                 ret_desvio, 100)
161
162 def porcentaje(x, pos):
163     return "{0:.0%}".format(x)
164
165
166 fig, ax = plt.subplots(figsize=(15, 5))
167
168 sns.set_palette('Set1', 8, .75)
169 sns.distplot(ret_Spot.dropna(), bins=100, ax=ax)
170 sns.lineplot(x, mlab.normpdf(x, ret_medio, ret_desvio), ax=ax)
171 ax.lines[1].set_linestyle("--")
172 ax.grid(linestyle='--', linewidth=.5)
173 sns.set_style("whitegrid")
174 ax.set_xlabel('Retornos semanales')
175 ax.set_ylabel('Frecuencia')
176 ax.set_title('Histograma Retornos Petroleo crudo', fontweight="bold"
177             )
178 formatter = FuncFormatter(porcentaje)
179 ax.xaxis.set_major_formatter(formatter)

```

```
179
180
181 fig.savefig(ruta_salida + 'histograma.pdf', transparent=True, dpi
    =80)
182 plt.show()
183
184 #
    #####
185
186
187 # GRAFICA QQ-PLOT
188
189 fig1 = plt.figure(figsize=(15, 5))
190 gs = gridspec.GridSpec(nrows=1,
191                         ncols=2,
192                         figure=fig1,
193                         width_ratios=[1, 1],
194                         height_ratios=[1],
195                         wspace=0.3,
196                         hspace=0.3)
197
198 sns.set_palette('Set1', 8, .75)
199 ax1 = fig1.add_subplot(gs[0, 0])
200 stats.probplot(ret_Spot, dist="norm", plot=pylab)
201
202 ax1.lines[1].set_linestyle("--")
203 ax1.grid(linestyle='--', linewidth=.5)
204 sns.set_style("whitegrid")
205 # pylab.show()
206
207 # GRAFICA QQ-PLOT
208 ax2 = fig1.add_subplot(gs[0, 1])
209 stats.probplot(ret_esc, dist="norm", plot=pylab)
210 ax2.lines[1].set_linestyle("--")
211 ax2.grid(linestyle='--', linewidth=.5)
212 sns.set_style("whitegrid")
213
214 fig1.savefig(ruta_salida + 'qqplot.pdf', transparent=True, dpi=80)
215 plt.show()
216 # pylab.show()
```

B.2.2. Código simulación

```

1  #!/usr/bin/env python3
2  # -*- coding: utf-8 -*-
3  """
4  Created on Sat Sep 21 16:32:07 2019
5
6  @author: agustinliserra
7  """
8  import numpy as np
9
10
11 def Opex(opex, usdars):
12     return opex / usdars
13
14
15 def Capex(capex, usdars):
16     return capex / usdars
17
18
19 # crack, costo_log, flete, comb_bio, precio_init):
20 def Ingresos(ventas, brent, usdars, traslado, datos):
21
22     crack = datos['Crack']
23     costo_log = datos['CostoLog']
24     flete = datos['Flete']
25     bio_comb = datos['BioComb']
26     precio_init = datos['PrecioIni']
27     porc_bio = datos['PorcBio']
28     conv = datos['Conversion']
29
30     if len(ventas) == len(brent) == len(usdars):
31         precio_ars_target = np.zeros(len(ventas))
32         precio_ars_final = np.zeros(len(ventas) + 1)
33         #ingresos = np.zeros(len(ventas))
34
35         precio_ars_final[0] = precio_init
36
37         for t in range(len(ventas)):
38
39             precio_ars_target[t] = (
40                 ((brent[t] + crack) * conv + costo_log + flete) * (
41                     1 - porc_bio) + bio_comb * porc_bio) * usdars[t]
42
43             if precio_ars_target[t] <= precio_ars_final[t] * (1 +
44                 traslado):

```



```
44         precio_ars_final[t + 1] = precio_ars_target[t]
45     else:
46         precio_ars_final[t + 1] = precio_ars_final[t] * (1 +
47             traslado)
48
49     ingresos = ventas * precio_ars_final[1:] / usdars
50
51     return ingresos, precio_ars_final[1:], precio_ars_target
52
53 def Compras(compras, brent, datos):
54
55     conv = datos['Conversion']
56
57     return compras * brent * conv
58
59
60 def Regalias(produccion, brent, datos):
61
62     conv = datos['Conversion']
63     regalias = datos['Regalias']
64
65     return produccion * brent * conv * regalias
66
67
68 def Cobertura_brent(derivado, posicion, prima, strike, nocional,
69     brent, datos):
70
71     costo_cobertura = np.zeros(len(brent))
72     payoff = np.zeros(len(brent))
73     conv = datos['Conversion']
74
75     signo = 1
76
77     if posicion == 'venta':
78         signo = -1
79
80     for t in range(len(brent)):
81
82         if derivado == 'put':
83
84             costo_cobertura[t] = - prima[t] * nocional[t] * conv
85             payoff[t] = max(0, strike[t] - brent[t]) * nocional[t] *
86                 conv
```

```
85
86     if derivado == 'call':
87
88         costo_cobertura[t] = - prima[t] * nocional[t] * conv
89         payoff[t] = max(0, brent[t] - strike[t]) * nocional[t] *
          conv
90
91     if derivado == 'forward':
92
93         costo_cobertura[t] = 0
94         payoff[t] = (brent[t] - strike[t]) * nocional[t] * conv
95
96     return (costo_cobertura + payoff) * signo
97
98
99 def Cobertura_brent_ars(
100     derivado,
101     posicion,
102     prima,
103     strike,
104     nocional,
105     brent,
106     usdars,
107     datos):
108
109     costo_cobertura = np.zeros(len(brent))
110     payoff = np.zeros(len(brent))
111     conv = datos['Conversion']
112
113     signo = 1
114
115     if posicion == 'venta':
116         signo = -1
117
118     for t in range(len(brent)):
119
120         if derivado == 'put':
121
122             costo_cobertura[t] = - prima[t] * nocional[t] * conv
123             payoff[t] = max(0, strike[t] - brent[t] * usdars[t]
124                             ) * nocional[t] * conv / usdars[t]
125
126         if derivado == 'call':
127
```

```
128         costo_cobertura[t] = - prima[t] * nocional[t] * conv
129         payoff[t] = max(0, brent[t] * usdars[t] - strike[t]
130             ) * nocional[t] * conv / usdars[t]
131
132     if derivado == 'forward':
133
134         costo_cobertura[t] = 0
135         payoff[t] = (brent[t] * usdars[t] - strike[t]) * \
136             nocional[t] * conv / usdars[t]
137
138     return (costo_cobertura + payoff) * signo
139
140
141 def Cobertura_usdars(posicion, strike, nocional, usdars):
142
143     nocional_usd = nocional
144     payoff = np.zeros(len(usdars))
145
146     signo = 1
147
148     if posicion == 'venta':
149         signo = -1
150
151     for t in range(len(usdars)):
152
153         payoff[t] = usdars[t] - strike[t]
154
155     return payoff * signo * nocional_usd / usdars

```

```
1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """
3 Created on Fri Jun 15 09:06:20 2018
4
5 @author: RY23487
6 """
7 from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
8 import matplotlib.pyplot as plt
9 from matplotlib import cm
10 from matplotlib.ticker import LinearLocator, FormatStrFormatter
11 import numpy as np
12 import seaborn as sns
13 from scipy import stats
14
15
16 #####HISTOGRAMA
```

```
#####
17
18
19 def histograma(
20     variable,
21     eje_x,
22     eje_y,
23     titulo,
24     num_bins=100,
25     normalizado=True,
26     fit=False,
27     guardar=True,
28     ubicacion='./graficas_histograma/',
29     formato='.pdf'):
30
31     percentil_5 = np.percentile(variable, 5)
32     percentil_95 = np.percentile(variable, 95)
33     media = variable.mean()
34     std = variable.std()
35
36     n, bins, = np.histogram(variable, num_bins)
37     moda = bins[np.argmax(n)]
38     sns.set()
39
40     figsize = (18, 9)
41     # the histogram of the data
42
43     fig, ax = plt.subplots(figsize=figsize)
44
45     ax = sns.distplot(variable, bins=num_bins, hist=True, kde=True)
46
47     sns.despine()
48
49
50     plt.axvline(x=percentil_5, color="r", linewidth=3)
51     plt.axvline(x=moda, color="g", linewidth=3)
52
53     plt.figtext(0.1, 0.9, "CFaR 95% Confianza: en miles USD " +
54                 str((int(percentil_5))), {'color': 'r', 'fontsize':
55                 10})
56     plt.figtext(0.1, 0.85, "Moda Caja: en miles USD " +
57                 str((int(moda))), {'color': 'g', 'fontsize': 10})
58     ax.set_title(titulo)
```

```
59     ax.set_xlabel(eje_x)
60     ax.set_ylabel(eje_y)
61
62
63     fig.tight_layout()
64     plt.show()
65     if guardar:
66         fig.savefig(ubicacion + titulo + formato, dpi=800)
67
68
69 ##### GRAFICA SERIE
70 #####
71
72 def grafica(
73     variable,
74     meses,
75     eje_y,
76     titulo,
77     guardar=True,
78     ubicacion='./graficas/',
79     formato='.pdf'):
80
81     figsize = (18, 9)
82
83     fig = plt.figure(figsize=figsize)
84     ax = plt
85
86     # the histogram of the data
87     for i in range(int(variable.size / len(meses))):
88         ax.plot(variable[i])
89
90     x = [meses[i].strftime("%b %y") for i in range(len(meses))]
91     ax.xticks(np.arange(len(meses)), x, size='small', color='b',
92              rotation=45)
93
94     ax.plot(variable.mean(axis=0), "k--", linewidth=3.5)
95
96     ax.ylabel(eje_y)
97     ax.title(titulo)
98     # Tweak spacing to prevent clipping of ylabel
99     fig.tight_layout()
100    plt.show()
101    if guardar:
```

```
101         fig.savefig(ubicacion + 'grafica_' + titulo + formato, dpi
102                     =800)
103
104 #####GRAFICA SERIE
105 #####
106
107 def metrica(variable, metrica):
108     if metrica == 'promedio':
109         return variable.mean()
110     if metrica == 'fin':
111         return variable[-1]
112     else:
113         return None
114
115 def mapa_calor(
116     data_frame,
117     size=None,
118     minim=-1000,
119     maxim=1500,
120     cent=None,
121     color='RdYlGn',
122     titulo=None,
123     param=None,
124     eje_x=None,
125     eje_y=None,
126     num=True,
127     guardar=True,
128     ubicacion='./graficas_mapa/',
129     formato='.pdf'):
130
131     sns.set()
132
133     if size:
134         figsize = size
135     else:
136         figsize = (12, 6)
137
138     f, ax = plt.subplots(figsize=figsize)
139
140     sns.heatmap(
141         data_frame,
142         annot=num,
143         fmt="d",
```

```
143         linewidths=.5,
144         ax=ax,
145         xticklabels=True,
146         vmin=minim,
147         vmax=maxim,
148         cmap=color,
149         center=cent)
150     ax.set_title(titulo)
151     ax.set_xlabel(eje_x)
152     ax.set_ylabel(eje_y)
153
154     if guardar:
155         f.savefig(ubicacion + 'mapa_calor_' + param + formato, dpi
156                 =800)
157
158     plt.show()
```

```
1  #!/usr/bin/env python3
2  # -*- coding: utf-8 -*-
3  """
4  Created on Sun Nov  3 17:40:14 2019
5
6  @author: agustinliserra
7  """
8
9  import pandas as pd
10 import numpy as np
11 import time
12 import seaborn as sns
13
14 from funciones import *
15 from graficas import *
16 from m_salidas import *
17
18 t_init = time.process_time()
19
20 ruta_carpeta = './Input/'
21
22 archivo_simulaciones_brent = 'simulaciones_brent.csv'
23 archivo_escenarios = 'escenarios.xlsx'
24 hoja_usdars = 'usdars'
25 hoja_brent = 'brent'
26 hoja_traslado = 'traslado'
27 archivo_nocionales = 'nocionales.xlsx'
28
```



Universidad de
San Andrés

```
29 archivo_derivados = 'derivados.xlsx'
30 hoja_puts = 'Put'
31 hoja_calls = 'Call'
32 hoja_calls_ars = 'Call ars'
33 hoja_puts_ars = 'Put ars'
34 hoja_forward_brent = 'Forward'
35 hoja_forward_usdars = 'Forward_usdars'
36
37 nocionales = pd.read_excel(ruta_carpeta + archivo_nocionales)
38 nocionales = nocionales.set_index('Fecha')
39
40 escenarios_usdars = pd.read_excel(
41     ruta_carpeta +
42     archivo_escenarios,
43     hoja_usdars)
44 escenarios_usdars = escenarios_usdars.set_index('Fecha')
45
46 simulaciones_brent = pd.read_csv(
47     ruta_carpeta +
48     archivo_simulaciones_brent,
49     header=None)
50 simulaciones_brent.index = nocionales.index
51
52 escenarios_traslado = pd.read_excel(
53     ruta_carpeta +
54     archivo_escenarios,
55     hoja_traslado)
56
57
58 Datos = {
59     'Crack': 10,
60     'CostoLog': 10,
61     'Flete': 10,
62     'BioComb': 600,
63     'PrecioIni': 25000,
64     'PorcBio': 0.1,
65     'Conversion': 6.2898,
66     'Regalias': 0.14}
67
68 simulaciones_brent = simulaciones_brent.iloc[:, :5000]
69
70 CFAR = pd.DataFrame(
71     index=escenarios_traslado.loc[0, :], columns=escenarios_usdars.
72     columns)
```



```
72 CFES = pd.DataFrame(  
73     index=escenarios_traslado.loc[0, :], columns=escenarios_usdars.  
74         columns)  
75 strike_usd = escenarios_usdars['prom 129']  
76 lista = []  
77 minimo = -5000000  
78 maximo = 2000000  
79  
80  
81 call = ['no call'] # ['call', 'no call']  
82 exposicion_tot_brent = nocionales['Produccion'] * (1 - Datos['  
83     Regalias'])  
84 exposicion_compras = nocionales['Compras']  
85 porc_cobertura = [0] # [0,0.5, 0.75]  
86 df_CFAR = []  
87 df_CFES = []  
88 t_cob = 0  
89 CFAR_max = -1000000000  
90  
91 cobertura_brent_ars = True  
92  
93 if cobertura_brent_ars:  
94     puts = pd.read_excel(ruta_carpeta + archivo_derivados ,  
95         hoja_puts_ars)  
96     calls = pd.read_excel(ruta_carpeta + archivo_derivados ,  
97         hoja_calls_ars)  
98     strikes_put = [5000] # [4000,5000]  
99     strikes_call = [6000] # [6000,7000]  
100 else:  
101     puts = pd.read_excel(ruta_carpeta + archivo_derivados , hoja_puts  
102         )  
103     calls = pd.read_excel(ruta_carpeta + archivo_derivados ,  
104         hoja_calls)  
105     strikes_put = [50] # [50,60]  
106     strikes_call = 70  
107  
108 for opt in call:  
109     for porc_cob_usd in porc_cobertura:  
110         for porc_cob_brent in porc_cobertura:  
111             t_strikes = 0  
112             exposicion_brent = exposicion_tot_brent * porc_cob_brent
```

```

110
111     for strike in strikes_put:
112         print(
113             "Cobertura Brent: ",
114             porc_cob_brent,
115             "Cobertura USD: ",
116             porc_cob_usd)
117         print("Strike Brent: ", strike)
118
119         prima_brent = np.array(puts.Prima[puts.Strike ==
120             strike])
121
122         strike_brent = np.array(puts.Strike[puts.Strike ==
123             strike])
124
125         for ind_traslado, traslado in escenarios_traslado.
126             iteritems():
127             for ind_usdars, usdars in escenarios_usdars.
128                 iteritems():
129                 caja_prov = np.zeros(int(simulaciones_brent.
130                     size / 24))
131                 t = 0
132                 for ind_brent, brent in simulaciones_brent.
133                     iteritems():
134                     [ingresos, precio_ars, precio_target] =
135                         Ingresos(
136                             nocionales['Ventas'], brent, usdars,
137                             float(traslado), Datos)
138
139                     compras = Compras(
140                         nocionales['Compras'], brent, Datos)
141                     regalias = Regalias(
142                         nocionales['Produccion'], brent,
143                         Datos)
144                     opex = Opex(nocionales['Opex'], usdars)
145                     capex = Capex(nocionales['Capex'],
146                                 usdars)
147
148                     if cobertura_brent_ars:
149                         cobertura_brent =
150                             Cobertura_brent_ars(

```

```
144         'put', 'compra', prima_brent,
145             strike_brent,
146             exposicion_brent, brent, usdars,
147             Datos)
148     exposicion_usd = (
149         nocionales['Opex'] / strike_usd
150         -
151         nocionales['Capex'] / strike_usd
152     ) *
153     porc_cob_usd
154     cobertura_usd = Cobertura_usdars(
155         'venta', strike_usd,
156         exposicion_usd,
157         usdars)
158
159     else:
160         cobertura_brent = Cobertura_brent(
161             'put', 'compra', prima_brent,
162             strike_brent,
163             exposicion_brent, brent, Datos)
164         exposicion_usd = (
165             ingresos - nocionales['Opex'] /
166             strike_usd - nocionales['Capex']
167             ]/strike_usd)
168         / 2 * porc_cob_usd
169         cobertura_usd = Cobertura_usdars(
170             'compra', strike_usd,
171             exposicion_usd,
172             usdars)
173
174     if opt == 'call':
175         prima_call_brent = np.array(
176             calls.Prima[calls.Strike ==
177                 strikes_call])
178         strike_call_brent = np.array(
179             calls.Strike[calls.Strike ==
180                 strikes_call])
181
182     if cobertura_brent_ars:
183         cobertura_call_brent =
184             Cobertura_brent_ars(
185                 'call',
186                 'compra',
187                 prima_call_brent,
```

```
177         strike_call_brent ,
178         exposicion_brent ,
179         brent ,
180         usdars ,
181         Datos)
182     else:
183         cobertura_call_brent =
184             Cobertura_brent(
185                 'call',
186                 'compra',
187                 prima_call_brent ,
188                 strike_call_brent ,
189                 exposicion_compras ,
190                 brent ,
191                 Datos)
192
193         caja_prov[t] = sum(
194             ingresos -
195             compras -
196             regalias -
197             opex -
198             capex +
199             cobertura_usd +
200             cobertura_brent +
201             cobertura_call_brent)
202     else:
203         caja_prov[t] = sum(
204             ingresos -
205             compras -
206             regalias -
207             opex -
208             capex +
209             cobertura_usd +
210             cobertura_brent)
211
212     t += 1
213
214     titulo_hist = "cb" + "_eu_" + \
215                 str(ind_usdars) + "_et_" + str(
216                     ind_traslado)
217     histograma(
218         caja_prov ,
219         'Caja Final',
```

```
219         'Frecuencia',
220         titulo_hist,
221         num_bins=50,
222         normalizado=True,
223         fit=False,
224         guardar=True,
225         ubicacion='./graficas_histograma/',
226         formato='.pdf')
227
228
229         CFAR_ind = np.percentile(caja_prov, 5)
230         CFES_ind = np.mean(
231             caja_prov[caja_prov <= np.percentile(
232                 caja_prov, 5)])
233
234         CFAR.loc[traslado, ind_usdars] = CFAR_ind
235         CFES.loc[traslado, ind_usdars] = CFES_ind
236
237         df_CFAR.append(CFAR.applymap(int))
238         df_CFES.append(CFES.applymap(int))
239
240         if df_CFAR[-1].min().min() > CFAR_max:
241             CFAR_max = df_CFAR[-1].min().min()
242             min_ind = len(df_CFAR)
243             call_opt = opt
244             put_opt = [porc_cob_brent, strike]
245             forw_usd = porc_cob_usd
246
247         param_CFAR = 'CFAR_CB_' + str(int(float(
248             porc_cob_brent) * 100))
249         + '_SB_' + str(
250             strike) + '_CU_' + str(int(float(porc_cob_usd) *
251             100))+opt
252         param_CFES = 'CFES_CB_' + str(int(float(
253             porc_cob_brent) *100))+
254         '_SB_' + str(
255             strike) + '_CU_' + str(int(float(porc_cob_usd) *
256             100))+opt
257
258         mapa_calor(df_CFAR[-1],
259                   size=None,
260                   minim=minimo,
261                   maxim=maximo,
262                   cent=None,
```

```
258         color='RdYlGn',
259         titulo='CFAR',
260         param=param_CFAR,
261         eje_x='USDARS',
262         eje_y='Traslado',
263         num=True,
264         guardar=True,
265         ubicacion='./graficas_mapa/',
266         formato='.pdf')
267     mapa_calor(df_CFES[-1],
268               size=None,
269               minim=minimo,
270               maxim=maximo,
271               cent=None,
272               color='RdYlGn',
273               titulo='CFES',
274               param=param_CFES,
275               eje_x='USDARS',
276               eje_y='Traslado',
277               num=True,
278               guardar=True,
279               ubicacion='./graficas_mapa/',
280               formato='.pdf')
281
282
283     t_finish = time.process_time()
284
285     print("CFAR mínimo: ", CFAR_max)
286     print("Condiciones:")
287     print("Indice: ", min_ind)
288     print(call_opt)
289     print("Porcentaje cobertura brent: ", put_opt[0])
290     print("Strike cobertura brent: ", put_opt[1])
291     print("Porcentaje cobertura usdars: ", forw_usd)
292
293     print("Tiempo total de procesamiento: ", (t_finish - t_init) / 3600,
          " Horas")
```

Bibliografía

- ACERBI, C., NORDIO, C. y SIRTORI, C. Expected shortfall as a tool for financial risk management (working paper). URL: <http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0102304.pdf>, 2001.
- ACERBI, C. y TASCHE, D. Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk. *Economic notes*, vol. 31(2), páginas 379–388, 2002.
- ANDERSON, B. D. y MOORE, J. B. *Optimal filtering*. Courier Corporation, 2012.
- ARTZNER, P., DELBAEN, F., EBER, J. y HEATH, D. Thinking coherently. risk, 10. *November, 68*, vol. 71, 1997.
- BOGLE, J. C. Black monday and black swans. *Financial Analysts Journal*, vol. 64(2), páginas 30–40, 2008.
- BURGER, M., GRAEBER, B. y SCHINDLMAYR, G. *Managing energy risk: An integrated view on power and other energy markets*, vol. 426. John Wiley & Sons, 2008.
- CAMPELLO, M., LIN, C., MA, Y. y ZOU, H. The real and financial implications of corporate hedging. *The journal of finance*, vol. 66(5), páginas 1615–1647, 2011.
- CHOWDHRY, B. y SCHWARTZ, E. Hedging corporate cash flow risk. *Unpublished manuscript. UCLA Anderson School*. Retrieved from <http://www.anderson.ucla.edu/faculty/bhagwan.chowdhry/HCCFR.pdf>, 2012.
- GHALAYINI, L. The interaction between oil price and economic growth. *Middle Eastern Finance and Economics*, vol. 13, páginas 127–141, 2011.
- GIBSON, R. y SCHWARTZ, E. S. Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims. *The Journal of Finance*, vol. 45(3), páginas 959–976, 1990.
- GOODWIN, D. Schwartz-smith two-factor model in the copper market: before and after the new market dynamics. 2013.
- HAUSHALTER, G. D. Financing policy, basis risk, and corporate hedging: Evidence from oil and gas producers. *The Journal of Finance*, vol. 55(1), páginas 107–152, 2000.

- JIN, Y. y JORION, P. Firm value and hedging: Evidence from us oil and gas producers. *The Journal of Finance*, vol. 61(2), páginas 893–919, 2006.
- JORION, P. Risk2: Measuring the risk in value at risk. *Financial analysts journal*, vol. 52(6), páginas 47–56, 1996.
- KAILATH, T. y FROST, P. An innovations approach to least-squares estimation—part ii: Linear smoothing in additive white noise. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 13(6), páginas 655–660, 1968.
- KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Fluids Engineering*, vol. 82(1), páginas 35–45, 1960.
- KOZULJ, R. *Balance de la privatización de la industria petrolera en Argentina y su impacto sobre las inversiones y la copetencia en los mercados minoristas de combustibles*, vol. 46. United Nations Publications, 2002.
- MCGEE, L. A. y SCHMIDT, S. F. Discovery of the kalman filter as a practical tool for aerospace and industry. 1985.
- MEHRA, R. Approaches to adaptive filtering. En *1970 IEEE Symposium on Adaptive Processes (9th) Decision and Control*, 9, página 141. 1970a.
- MEHRA, R. K. On the identification of variances and adaptive kalman filtering. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 15(2), páginas 175–184, 1970b.
- METROPOLIS, N. y ULAM, S. The monte carlo method. *Journal of the American statistical association*, vol. 44(247), páginas 335–341, 1949.
- NANCE, D. R., SMITH JR, C. W. y SMITHSON, C. W. On the determinants of corporate hedging. *The journal of Finance*, vol. 48(1), páginas 267–284, 1993.
- NAYLOR, T. H. Computer simulation techniques. 1966.
- PASTOR, J. R., CALLEJA, P. P. y TREJO, C. A. *Análisis algebracico. Teoría de ecuaciones. Cálculo infinitesimal de una variable; Vol. II: Cálculo infinitesimal de varias variables. Aplicaciones*. Kapelusz, 1965.
- RABINER, L. R. y JUANG, B.-H. An introduction to hidden markov models. *ASSP Magazine, IEEE*, vol. 3(1), páginas 4–16, 1986.
- ROSS, M. P. ET AL. *Corporate hedging: What, why and how?*. Citeseer, 1998.
- SCHWARTZ, E. y SMITH, J. E. Short-term variations and long-term dynamics in commodity prices. *Management Science*, vol. 46(7), páginas 893–911, 2000.

- SCHWARTZ, E. S. The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging. *The journal of finance*, vol. 52(3), páginas 923–973, 1997.
- WIENER, N. *Extrapolation, interpolation, and smoothing of stationary time series*, vol. 2. MIT press Cambridge, MA, 1949.
- YAMAI, Y., YOSHIBA, T. ET AL. On the validity of value-at-risk: comparative analyses with expected shortfall. *Monetary and economic studies*, vol. 20(1), páginas 57–85, 2002.



Universidad de
San Andrés