Universidad de San Andrés

Trabajo de Licenciatura:

"Cotas de Hansen Jagannathan y valuación de activos por consumo: evidencia para el mercado de Buenos Aires"

Cecilia Heuser

Mentor: Enrique Kawamura

6 de junio de 2005

Índice:

Agradecimientos 3

Abstract 4

I: Introducción 5

II: Metodología 7

III: Datos 10

IV: Resultados básicos

IV.1: Cota de Hansen Jagannathan 13

IV.2: Restricción de no negatividad 14

IV.3:IMRS histórica 15

IV.4:Una medida del error de especificación 17

V: Posible causa de divergencia: fricciones en el mercado 20

V.1: Costos de transacción 21

V.2: Restricciones a ventas en corto 24

V.3: Restricciones al crédito 27

V.4:Restricciones al crédito y a ventas en corto 29

V.5:Restricciones al crédito, ventas en corto y costos de transacción 31

VI: Conclusiones 33

VII: Referencias 35

QUAERERE VERUM
Universidad de
San Andrés

Agradezco a mi mentor, Enrique Kawamura, su guía y consejos, a Juan José Cruces sus sugerencias, a Paulina Frojan la ayuda brindada y a todos aquellos que con su paciencia y compañía propiciaron la elaboración de este trabajo.

QUAERERE VERUM
Universidad de
SanAndrés

Abstract

Este trabajo calcula cotas de Hansen y Jagannathan para el mercado de Buenos Aires, para luego verificar la consistencia de datos de consumo con las mismas y comparar estos resultados con los obtenidos para EE.UU. Como no se verifica consistencia, se calculan además cotas teniendo en cuenta fricciones en el mercado. Los resultados indican que, como sucede también en otros mercados, una combinación de restricciones al crédito, a ventas en corto y la existencia de costos de transacción resulta ser la más operativa de las fricciones estudiadas. Sin embargo, a pesar de su consideración, no se encuentra consistencia entre los datos de consumo y las cotas, y se concluye entonces que el modelo ajusta mejor a EE.UU. que al mercado de Buenos Aires.

QUAERERE VERUM
Universidad de
SanAndrés

I. Introducción

Desde fines de la década del setenta el desarrollo modelos de valuación de activos dio nacimiento a diversos y variados enfoques en este campo, que, a pesar de sus diferencias, comparten mayoritariamente una condición de equilibrio:

$$q_t = E_t\left[m_{t+1} \cdot x_{t+1}\right] \tag{1}$$

donde q representa el vector de precios de un conjunto de activos, x_{t+1} representa sus retornos brutos (la suma del precio y los dividendos), m_{t+1} es el "factor de descuento estocástico" y E_t es la esperanza condicional a la información disponible en el momento t[1]. La existencia de una variable m que cumple esta condición surge de la aplicación del principio que indica que activos con los mismos retornos brutos deben tener el mismo precio. Cabe señalar que la existencia de un m positivo que satisfaga esta condición resulta equivalente a una restricción a posibilidades de arbitraje.

Distintos supuestos sobre la parametrización específica de este factor estocástico de descuento resultan en los modelos más familiares de valuación de activos. Por ejemplo, si m se considera una función lineal del retorno del portafolio de mercado, el modelo estudiado es el CAPM[2]. Si se lo define como una combinación de retornos de portafolios de hedging se está utilizando un CAPM Intertemporal[3], y en modelos de consumo el factor estocástico de descuento representa la tasa intertemporal de sustitución del consumo[4]. Este último caso surge a partir del problema de optimización del agente, cuya solución requiere:

$$u'(c) \cdot P = \beta \cdot E[u'(c_1) \cdot (P_1 + D_1)] \tag{2}$$

donde $u'(c)$ representa la utilidad marginal del consumo en el período t, P el precio de un activo en el período t, β es el factor de descuento, D_1 son los dividendos en el período t+1 y E es la esperanza condicional a la información disponible en el momento t. Para que esta condición se verifique es necesario entonces que la tasa marginal de sustitución

[1] De aquí en adelante se notará la esperanza condicional a la información en t como $E()$ simplemente, ya que el desarrollo para esperanza no condicionada no altera las conclusiones.
[2] Sharpe (1964), Lintner (1965), Black (1972).
[3] Merton (1973), Breeden (1977).
[4] Ferson y Constantinides (1991), Lucas (1978).

intertemporal, $IMRS = \beta \cdot \frac{u'(c_1)}{u'(c)}$, se comporte de una manera específica en relación a los valores de los activos.

La utilidad de estos modelos de valuación de activos se encuentra en su capacidad de predicción de retornos, y en la información que pueden brindar sobre la situación en la que se los aplica. Por ejemplo, si la realización de retornos de los activos no coincidiera con la predicha por el modelo, podría deberse a un error de especificación del mismo, a errores de medición en las variables o, lo que resulta aún más interesante, a condiciones de mercado que limitan las posibilidades de alcanzar el equilibrio señalado por el modelo, debiéndose entonces tener en cuenta estas posibles fricciones en la formulación de modelos de valuación de activos en pos de la precisión de las estimaciones de los mismos.

La propiedad de la utilización de estos modelos puede ser evaluada a través de diversas metodologías. Hansen y Jagannathan (1991) proponen una alternativa que consiste en el cómputo de cotas a la esperanza y la varianza del factor estocástico de descuento, restringiendo los valores de estos momentos a aquellos que permiten un *m* compatible con (1), para su posterior comparación con los resultados obtenidos para estos mismos momentos en la parametrización correspondiente.

El objetivo del presente trabajo consiste en computar cotas a los primeros momentos del factor de descuento estocástico utilizando la metodología de Hansen y Jagannathan para el mercado de Buenos Aires entre 1978 y 2003. A partir de los resultados obtenidos, resultará posible la evaluación de la propiedad de utilización de un modelo de consumo para ese mercado y período. Es importante tener en cuenta que, a lo largo de todo el trabajo, se mantendrá el supuesto de una economía cerrada. Esto nos permitirá pensar que el agente de inversión y el agente de consumo coinciden en los datos tratados.

Los resultados obtenidos a partir de este procedimiento utilizando una especificación de función de utilidad CRRA en el modelo de consumo fueron desfavorables al modelo. Debido a ello se considera la existencia de fricciones de mercado que modifican las condiciones del agente en equilibrio, modificando así también (1). Aunque ninguna de las fricciones consideradas determina una total coincidencia el ensayo no resulta totalmente infructuoso, ya que permite identificar la relevancia del impacto de estos factores sobre las cotas y la importancia relativa entre ellos.

A fin de tratar los puntos mencionados, la sección II presenta la metodología a utilizar en el cómputo de las cotas y la sección III describe los datos empleados en la realización de los objetivos, mientras que la sección IV presenta los primeros sus resultados. También trata los aspectos de consumo; su metodología de cómputo y resultados. La sección V presenta distintas fricciones de mercado factibles y la sección VI concluye y comenta extensiones posibles al presente trabajo.

II. Metodología: Cotas de Hansen y Jagannathan (1991)

La metodología a utilizar en este trabajo, la estimación de cotas de Hansen y Jagannathan (1991), de aquí en más HJ, permite calcular cotas inferiores para la esperanza y varianza del factor estocástico de descuento, *m*, consistentes con (1) sin imponer inicialmente ningún tipo de parametrización y utilizando como punto de partida para ello la reformulación de (1) como:

$$E(x \cdot m) = E(q) \quad \text{con} \quad m = x' \cdot \alpha_0 \tag{3}$$

Como se mencionara previamente, el supuesto necesario para asegurar la existencia de un *m* tal que se verifique (3) es el cumplimiento de la ley de precio único, es decir que activos con iguales retornos deben tener el mismo precio. En este caso esto implica que *x* es no singular.

A partir de (3) la metodología HJ permite construir cotas a la esperanza y varianza de *m* utilizando tan solo datos de retornos de activos, para luego comparar el área así obtenida con las realizaciones de consumo constatando de esta manera la posibilidad de precisión en la predicción de modelos que utilizan la IMRS.

Con el fin de construir tal región, se despeja (3) obteniendo:

$$\alpha_0 = \left[E\left(x \cdot x'\right)\right]^{-1} \cdot E\left(q\right) \tag{4}$$

Esto indica que podemos definir *m* en términos de los retornos y los precios esperados de los activos considerados. Dada la naturaleza del conjunto de activos a estudiar, aquellos incluidos en el Indice de Valor, resulta adecuado utilizar la especificación particular de las cotas indicada para casos en los cuales no existe un activo sin riesgo.

Partiendo de esta especificación, si conocemos una función π tal que $\pi(p) = E(m \cdot p)$, donde $p \in P, P = \{c \cdot x : c \in R^n\}$, y c es un vector de ponderadores, podemos conocer la esperanza de *m*. Como en el caso que se estudiará *x* no incluye un activo con pago unitario con probabilidad uno, se construye el conjunto de activos x^a que incluye los mismos activos que *x* más un activo libre de riesgo. Esto nos permite saber que P^a incluye un elemento igual a uno, es decir que existe un retorno unitario, lo cual nos guía a la conclusión de que $\pi(1) = E(m_v) = E(m)$. Entonces, si conociéramos el valor actual del portafolio con retorno unitario, obtendríamos ya la primer cota buscada. Como puede resultar difícil llegar a computar ese valor, se lo supone igual a *v*. Por lo tanto:

$$E(m) = v \tag{5}$$

donde *v* son todos los posibles valores esperados en *t* del retorno unitario en *t*+1.

Teniendo en cuenta que cualquier *m* que cumpla (1) tendrá la misma media que m_v, podemos afirmar que $E[x(m - m_v)] = 0$, y que por lo tanto si concebimos a tal *m* como:

$$m = m_v + \varepsilon \tag{6}$$

con ε ortogonal al vector de retornos y $E(\varepsilon) = 0$, podremos afirmar que:

$$\sigma^2(m) = \sigma^2(m_v) + \sigma^2(\varepsilon) \tag{7}$$

o, lo que resulta más interesante:

$$\sigma^2(m) \geq \sigma^2(m_v) \text{ para todo } m \text{ que cumpla (1)} \tag{8}$$

De la combinación de (1), la covarianza entre *x* y m_v, y la definición de m_v como $m_v = (x - E[x])' \beta_v + v$ podemos obtener:

$$\sigma^2(m_v) = \left[(E[q] - vE[x])' \cdot \Sigma^{-1} (E[q] - vE[x]) \right]^{\frac{1}{2}} \tag{9}$$

donde Σ^{-1} representa la matriz de covarianza de *x*. Esta ecuación nos indica que, para una determinada volatilidad de los activos estudiados, cuanto mayor sea el desvío de los precios con respecto a aquellos neutrales al riesgo, mayor podrá ser la volatilidad mínima de los *m* compatibles con (1).

En conclusión, conociendo *x* y *q* es posible construir m_v y $\sigma^2(m_v)$ como se puede ver en (9). Una vez logrado esto, y utilizando (5) y (9), es posible determinar:

$$S = \{(v, w) \in R^2 : w \geq \sigma(m_v)\} \tag{10}$$

Los bordes de la región así obtenida representan la frontera media-desvío standard del factor estocástico de descuento dentro de la cual los valores de *m* cumplen con (1), es decir que constituyen las cotas de Hansen y Jagannathan.

También resulta conveniente construir una región similar considerando una restricción adicional: además de cumplir (1), *m* debe ser estrictamente positivo. De no imponerse este nuevo requisito, resultaría posible de acuerdo al modelo que un activo con retornos brutos esperados positivos tenga precio negativo. Es por ello que esta condición resulta ser la que descarta la posibilidad de arbitraje. Entonces, en este caso:

$$E[x \cdot \overline{m}] = E(q) \text{ con } \overline{m} = (x'\alpha_0)^+ \tag{11}$$

Dado este nuevo requisito, el cómputo de α_0 resulta más complejo que en el caso anterior, por lo cual la estimación de las cotas procede de otra manera. Siguiendo a Cecchetti, Lam y Mark (1994), la condición sobre la volatilidad de *m* toma la forma:

$$\sigma_v = (\delta^{-1} - v^2)^{\frac{1}{2}} \tag{12}$$

donde *v* una vez más representa la esperanza de *m*, determinada como se describe para la especificación previa y δ es:

$$\delta = \min_{w,\gamma} E[max(0, w + \gamma' \cdot x)^2] \tag{13}$$

$$s.a : w \cdot v + \gamma' \cdot l = 1$$

donde *l* es un vector de unos, *w* es un escalar y γ es un vector de parámetros[5].

Es importante mencionar que, aunque la esperanza se determina como se explicara previamente, en este caso se presentan algunas restricciones adicionales. La media elegida, *v*, no puede ya tomar cualquier valor debido al rol que juega en la cota a la varianza. Es decir que se hace necesario restringir *v* a los valores que resulten en δ distinto de cero, de lo contrario podría llegar a ser necesario que el mínimo desvío standard fuera infinito para que se cumplieran (12) y (13) simultáneamente.

Teniendo esto en cuenta, resulta posible una vez más construir una región de valores de los primeros momentos de *m* a partir de información de retornos brutos solamente, que tendrá la forma:

[5] Nótese que en ausencia de la expresión max. en (13), (12) coincide con la cota original a la volatilidad.

$$S^{+} = \{(v,w) \in R^{2} : w \geq \sigma(m_{v})\} \tag{14}$$

La región resultante de esta nueva consideración se encuentra incluida en la anterior.

III. Datos

La base de datos utilizada en este trabajo consta de dos series básicas: consumo per cápita trimestral entre 1978 y 2003 a precios constantes de diciembre de 1977 y valores de cierre trimestral del Índice de Valor entre 1978 y 2003 a precios constantes de diciembre de 1977, contando así con 104 observaciones para cada serie.

La serie de consumo utilizada (Figura 1) proviene originalmente de tres series distintas: una entre 1970 y 1990 medida a precios constantes de 1970 y calculada por el Banco Central, la segunda entre 1980 y 1998 medida a precios constantes de 1986 y calculada por el Ministerio de Economía, y la última entre 1993 y 2003 medida a precios constantes de 1993 y calculada también por el Ministerio de Economía, todas ellas disponibles en DATAFIEL. Con el fin de unificar el año base de medida se utilizó el índice de precios del consumidor reportado por el INDEC, deflactando la segunda y tercera serie a precios de diciembre de 1977. La primer y segunda serie mencionadas fueron calculadas como una estimación de consumo total, mientras que la tercera es una estimación del consumo privado, el tipo de consumo que de hecho resulta necesario para los presentes cómputos. Para lograr homogeneizar estas series se aplicó regla de tres en el primer año de superposición de las mismas, unificando así sus criterios. Cabe tener en cuenta que la metodología de unificación de criterios practicada podría generar imprecisiones de medición en las estimaciones posteriormente presentadas en este trabajo. Los valores finalmente utilizados, per capita, surgieron de la serie obtenida con el procedimiento descrito y una serie de población anual disponible en DATAFIEL.

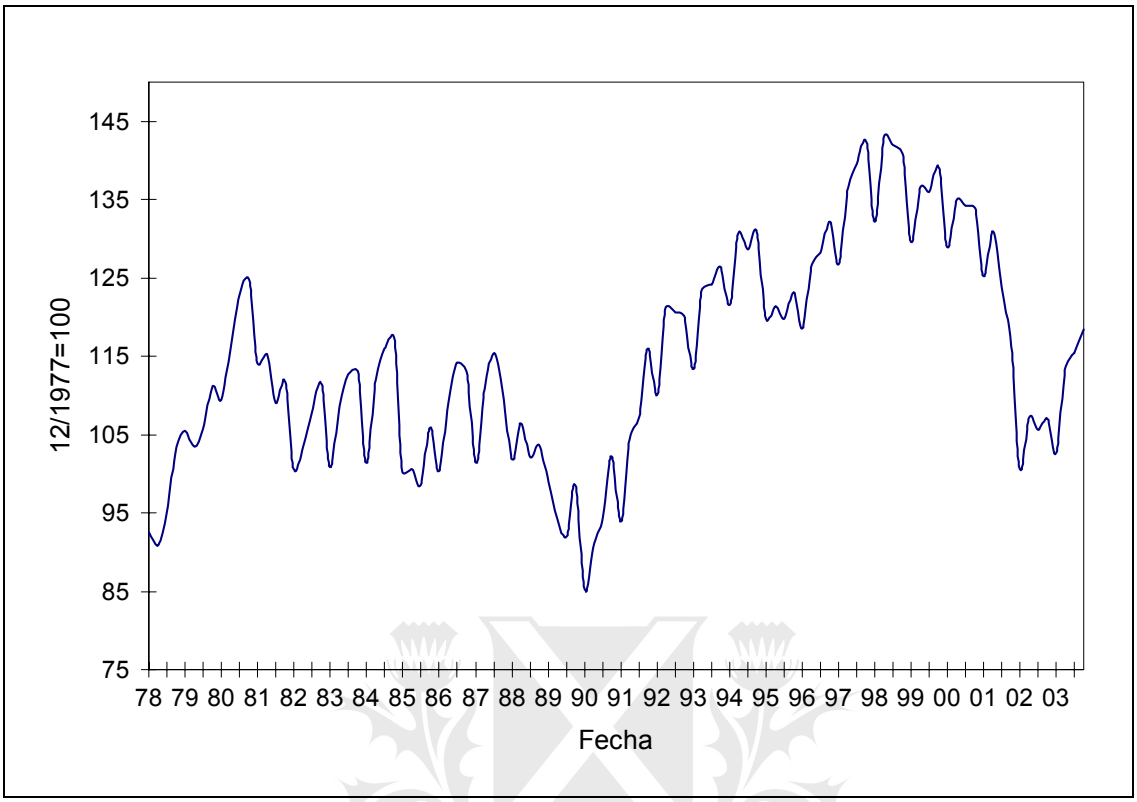

Figura 1. Evolución del consumo trimestral entre 1978 y 2003 en pesos de Dic.1977.

La serie de Indice de Valor (Figura 2) surge de los anuarios de la Bolsa de Valores de Buenos Aires, y también fue deflactada utilizando el índice de precios de consumo. Consideraremos este índice representativo de los activos del mercado de Buenos Aires, ya que el factor determinante de su composición y ponderaciones es el volumen negociado.

Si bien las series de consumo trimestral se encuentran disponibles desde 1970, los años entre 1970 y 1977 no serán considerados en este trabajo, ya que los datos del índice de valor correspondientes a ese período muestran inconsistencias y observaciones faltantes.

Más adelante en el trabajo se presenta una serie de tasa de interés de plazos fijos que se utilizara auxiliarmente y que también proviene de DATAFIEL.

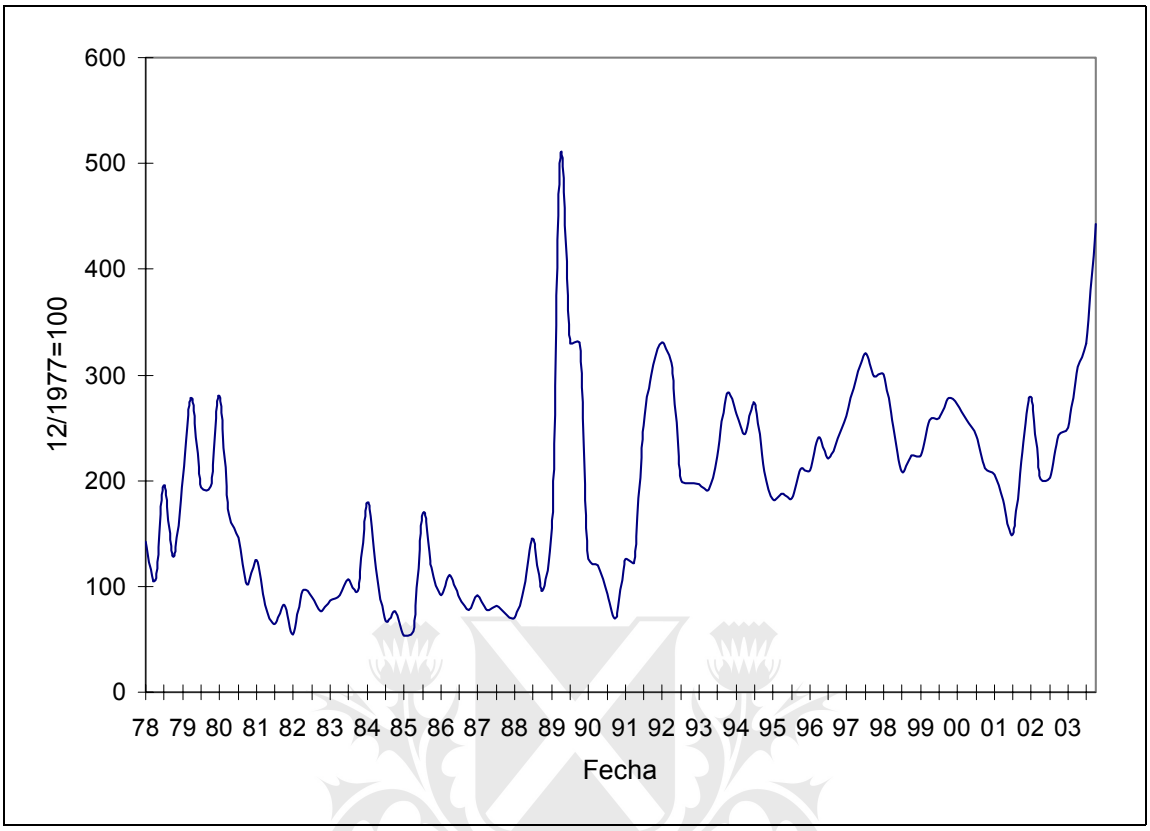

Figura 2. Evolución del índice de Valor entre 1978 y 2003 en pesos de Dic. 1977.

Finalmente, puede resultar importante aclarar que no se trabajará con series de dividendos, a pesar de ser los mismos un requerimiento teórico. La razones de esta omisión son múltiples, siendo la primera de ellas la escasez de información detallada de la distribución de dividendos con la periodicidad aquí empleada. En segundo lugar, los datos existentes parecen indicar que las magnitudes de los dividendos para gran parte del período considerado son pequeñas, posibilitando así su exclusión sin mayor pérdida de precisión. Por último, podemos encontrar en la literatura existente ejemplos de estimaciones empíricas similares a la aquí propuesta que recurren al supuesto de que los dividendos son reinvertidos.

IV. Resultados básicos: Cotas HJ y la IMRS histórica

IV.1: Cotas HJ

La estimación por medio de la metodología HJ para el mercado de Buenos Aires resulta en la región representada en la Figura 3, donde los factores estocásticos de descuento admitidos por (1) se encuentran en el área por encima de la curva. Resulta relevante aclarar que tanto para el caso presentado en esta figura, como para los que se tratarán a continuación, los datos de las acciones fueron tomados en forma de retornos, es decir que los precios se normalizan a uno.

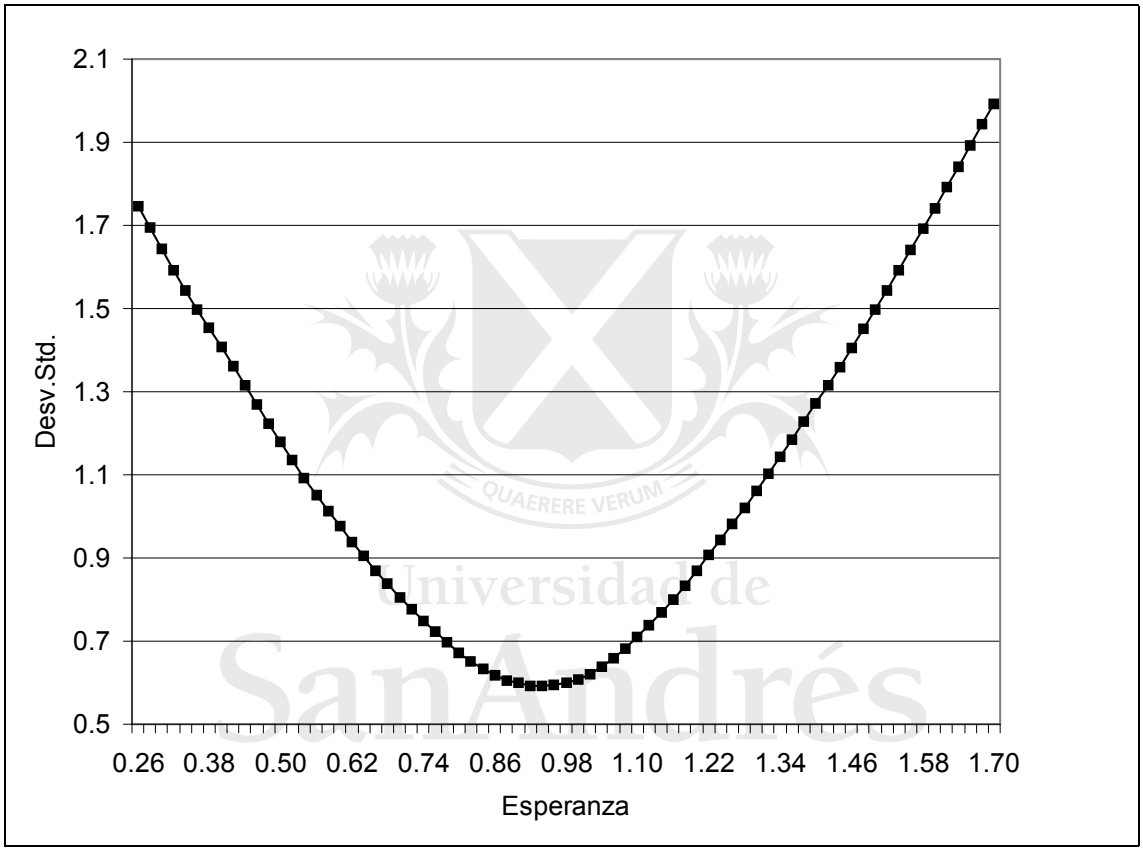

Figura 3. Cotas HJ para el mercado de Buenos Aires.

Si comparamos estos resultados con las regiones obtenidas por estudios previos[6] a través de la misma metodología, pero para otros mercados, encontraremos que en el caso del mercado de Buenos Aires, como aquí se lo considera, el mínimo de la curva parecería encontrarse más hacia la izquierda y ligeramente hacia arriba, pero con una frontera más "suave", lo que determina que el desvío requerido sea en general menor. Ciertamente esto no es lo que esperaríamos si consideramos el mercado de Buenos Aires como uno

[6] Hansen y Jagannathan (1991), He y Modest (1995) y Luttmer (1996).

emergente, para el cual supondríamos entonces mayores medias acompañadas de mayor volatilidad, sobretodo en el período aquí considerado. Estas evaluaciones previas a la observación resultan erróneas a la luz de los resultados y también apresuradas ya que, en primer lugar, no consideran que el período aquí contemplado abarca una cantidad de condiciones económicas del mercado muy disímiles entre sí, cuyo efecto total sobre los resultados esperados no resulta evidente. Otro factor a tener en cuenta al realizar apreciaciones previas es la naturaleza de los activos utilizados en cada uno de los casos estudiados. En particular, los casos presentados por Hansen y Jagannathan (1991) y He y Modest (1995) utilizan portafolios compuestos de un índice similar al aquí empleado y por lo menos un activo sin riesgo además, que el presente trabajo no utiliza. Estos casos no hacen más que reforzar la sorpresa inicial ante los resultados obtenidos en comparación con los del mercado de EE.UU.

Podríamos decir entonces que no es posible llegar a mayores resultados en cuanto a la comparación internacional de cotas de HJ, sin imponer requisitos de mayor homogeneidad, requisito que escapa el centro de atención del presente trabajo, o llevar a cabo un estudio más detallado de las particularidades que dan origen al resultado obtenido. Esto no invalida de ninguna manera las comparaciones que consideren los puntos de divergencia mencionados y mucho menos conclusiones que se puedan alcanzar en cuanto a la capacidad de predicción de un modelo específico en un mercado particular. Es con esto en mente que, tras obtener resultados para la condición de no-arbitraje, se pasará a considerar estimadores utilizados en modelos de consumo en el marco de las cotas de HJ.

IV. 2: Restricción de no negatividad

Como puede observarse en la Figura 4, y como se anticipara previamente en el desarrollo de la metodología, la cota obtenida una vez impuesta la restricción de no negatividad sobre *m* resulta en desvíos standard mínimos mayores a los requeridos por la cota original. Si bien este resultado se repite a lo largo de la literatura, estas nuevas cotas son utilizadas en contadas ocasiones ya que su cómputo, necesariamente numérico, resulta más complejo que el de las cotas originales, sin ser los resultados particularmente más informativos. De hecho, trabajos previos, como He y Modest (1995), utilizaron técnicas de simulación de Monte Carlo para generar intervalos de confianza para estas nuevas cotas y

encontraron que los intervalos obtenidos contienen a las cotas originales. De acuerdo a este tipo de evidencias, en los puntos restantes del presente trabajo se trabajará sobre las cotas HJ originales, sin imponer la restricción de no negatividad de *m*.

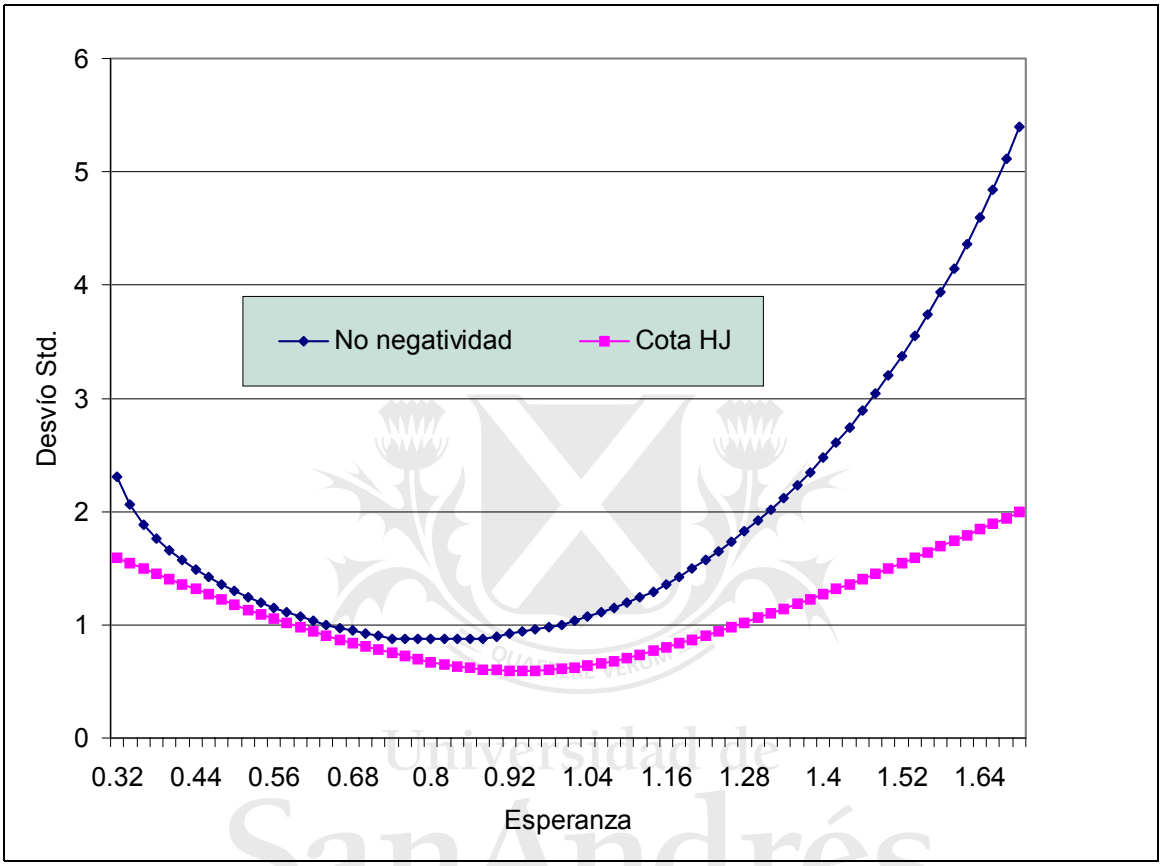

Figura 4. Cotas de HJ con restricción de no negatividad y sin restricciones.

IV.3: IMRS Histórica

El cálculo de cotas a la volatilidad de *m* puede ser utilizado, como ya se mencionara previamente, para constatar la consistencia entre los resultados de ciertos modelos de valuación de activos que definen el factor estocástico de descuento de una determinada manera y la condición (1). Siguiendo el trabajo de Cecchetti, Lam y Mark (1994), que conciben a las cotas a la volatilidad como una forma de restringir el espacio de parámetros posible para una clase determinada de funciones de utilidad, la constatación se llevará a cabo para modelos en los cuales *m* representa la tasa intertemporal de sustitución del consumo y se realizará en particular para una función de utilidad CRRA. Entonces, la función de utilidad a considerar en el cálculo de la IMRS es:

$$U_t = E_t\left[\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k \cdot \frac{C_{t+k}^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}\right] \tag{15}$$

donde γ representa el coeficiente de aversión relativa al riesgo y β es el factor de descuento. El valor utilizado para β surge de las estimaciones de Neumeyer y Perri (2005) y es de 0.9547. Dado que el caso tratado corresponde a una función de utilidad CRRA, la tasa marginal de sustitución intertemporal del consumo es:

$$IMRS_{t,t+1} = \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma} \tag{16}$$

Entonces, una vez obtenida S, el área de momentos admisibles de acuerdo a (1), se verifica si la *IMRS* histórica, es decir los *m* empíricos, se encuentran dentro de esta región. La Figura 5 representa este ejercicio para la función de utilidad CRRA.

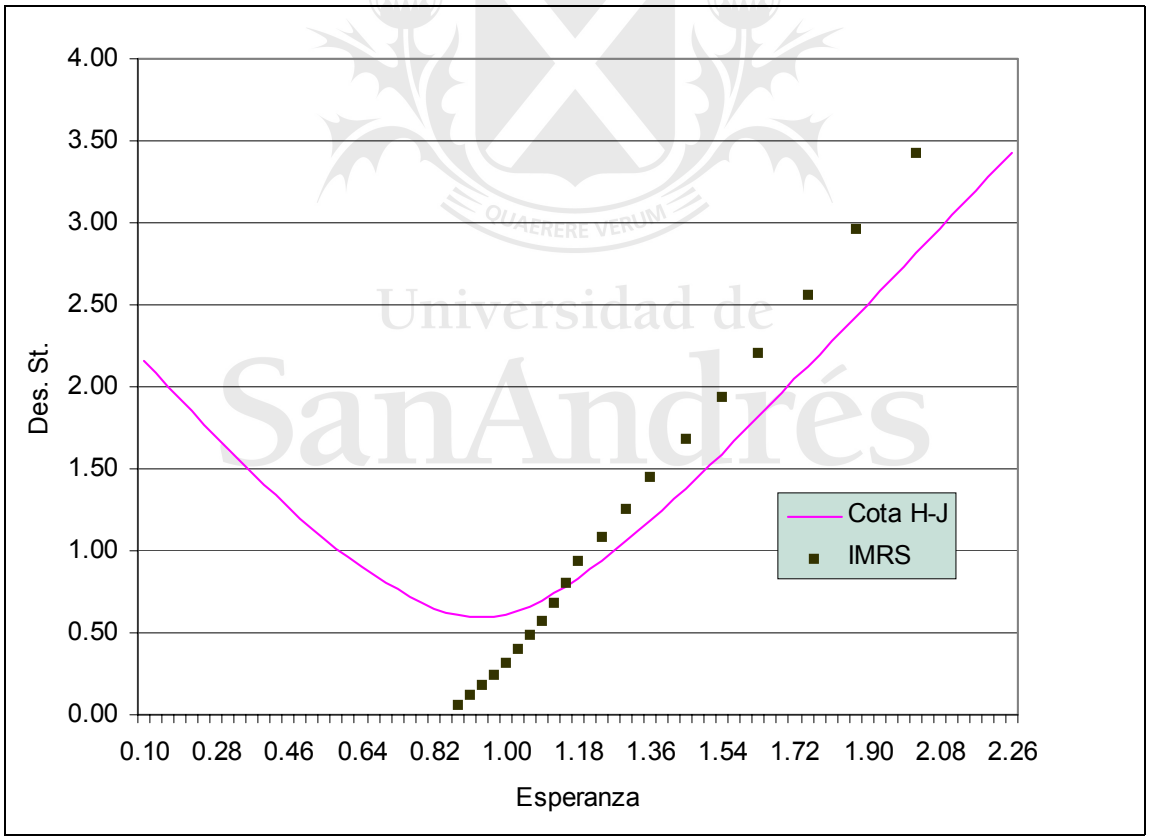

Figura 5: Cota de Hansen Jagannathan e IMRS empíricas para coeficientes de aversión al riesgo hasta 20.

Podemos observar en la Figura 5 que, considerando el factor de descuento (β) sugerido, los primeros momentos de la IMRS histórica no corresponden a valores del factor

de descuento estocástico coherentes con el modelo para coeficientes de aversión al riesgo menores a 10.

Si comparamos estos resultados con los obtenidos para estudios similares realizados con datos de la Bolsa de Nueva York y el consumo de EE.UU. podemos observar que el par esperanza desvío standard de la *m* empírica pertenece a la región estimada para valores del coeficiente de aversión al riesgo bastante mayores que en el caso de Buenos Aires. Esta afirmación es particularmente cierta para el caso estudiado por Hansen y Jagannathan (1991) en el cual se encuentra coincidencia a partir de valores mayores a 120. Si bien esta diferencia no se cumple para todos los casos, o al menos no lo hace tan notoriamente (Cecchetti (1994)), sí se puede notar que el patrón de la IMRS histórica que puede observarse para distintos valores del factor de aversión al riesgo es completamente distinto en ambos países. En el caso de EE.UU., al crecer inicialmente el factor de aversión al riesgo, la media de la IMRS desciende mientras que el desvío aumenta. Llegando un punto esta tendencia se revierte y la media empieza aumentar, mientras el desvío sigue en alza (es en este tramo en el que puede encontrarse la coincidencia con la cota estimada). Esta notoria diferencia en el patrón detectado está dada originalmente por la forma del consumo: el cálculo de la IMRS depende esencialmente del cociente del consumo de un período sobre el del período previo. Dada la forma que toman las estimaciones en el caso de EE.UU. cabe tener en cuenta como posibilidad que ese cociente sea en general, sino siempre, mayor a uno. En el caso aquí estudiado el mencionado cociente toma valores menores a uno en suficientes ocasiones como para generar esta discrepancia en la forma de la IMRS.

En total, los resultados indican que para valores del coeficiente de aversión al riesgo menores a diez las predicciones de un modelo de consumo aplicado a este mercado puedan resultar imprecisas.

IV.4: Una medida del error de especificación

Conocida la existencia de una diferencia entre el *m* histórico propuesto y aquellos incluidos en el conjunto de factores estocásticos de descuento válidos, puede resultar interesante conocer el tamaño de esa diferencia. Una medida de este error de especificación nos permitiría especular cómo y cuánto se equivocará el modelo propuesto al momento de realizar predicciones. En Hansen, Jagannathan y Luttmer (1995) se desarrolla una medida

de error de especificación para modelos de factor estocástico de descuento pertinente para este caso. La medida de error de especificación propuesta corresponde a la distancia entre el estimador del factor de descuento estocástico y el conjunto de valores del mismo admisibles de acuerdo a las condiciones de equilibrio obtenidas del problema del agente y tiene la forma:

$$\delta \equiv \min_{m} \| y - m \| \tag{17}$$

donde y representa el estimador del factor estocástico de descuento propuesto. Esta formulación permite identificar el factor de descuento estocástico admisible más cercano, al menos en el sentido mínimo cuadrático, al estimador propuesto.

En el trabajo mencionado, Hansen, Jagannathan y Luttmer (1995) utilizan el siguiente estimador de la distancia:

$$d_T = \left\{ \max_{\lambda} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \left[(y_{t+1})^2 - (y_{t+1} - \lambda' \cdot x_{t+1})^2 - 2 \cdot \lambda' \cdot q_t \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \tag{18}$$

En el caso estudiado en este trabajo y, el estimador del factor estocástico de descuento, es la IMRS calculada a partir de datos históricos de consumo y el conjunto admisible de factores estocásticos de descuento se encuentra constituido por aquellos que permiten el cumplimiento de (1). En otras palabras, la medida propuesta estima la mínima distancia entre el punto de IMRS estimado y la cota HJ. Los resultados que se obtienen para las medidas de IMRS hasta aquí presentadas pueden observarse en la Figura 6.

Los resultados parecerían indicar que para coeficientes entre –1 y –6 la IMRS histórica no se encuentra en el área de valores admitidos por el modelo, pero que al aumentar el coeficiente de aversión al riesgo la distancia disminuye progresivamente hasta que para coeficientes mayores a 6, valor absoluto, los puntos estimados se encuentran en el área de interés.

QUAERERE VERUM
Universidad de
San Andrés

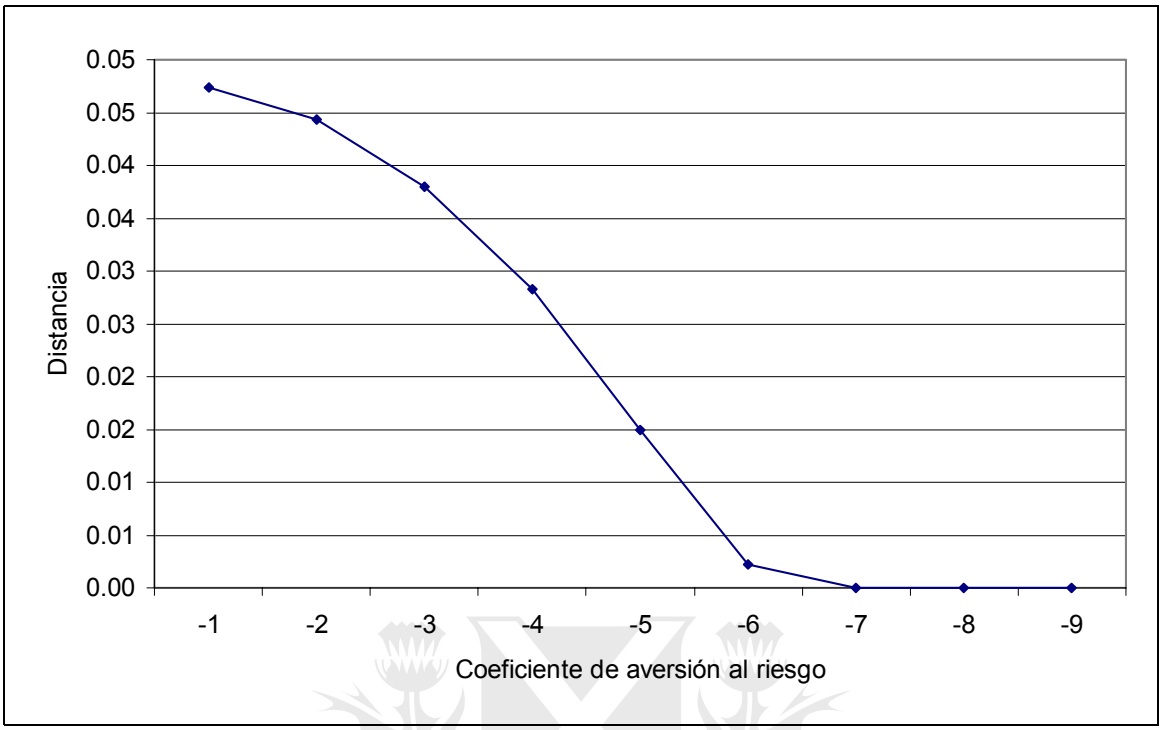

Figura 6. Distancia de la IMRS a la frontera de la cota para distintos coeficientes

Es posible observar que estos resultados no coinciden totalmente con las intuiciones gráficas proporcionadas por la Figura 5. Esto puede deberse al menos parcialmente al hecho de que la intuición gráfica obtenida corresponde a distancias verticales, es decir se observa la distancia entre un punto y la frontera para una determinada esperanza, mientras que la distancia aquí propuesta se considera del punto al elemento más cercano de la frontera de la cota.

Cualquiera sea la definición de distancia que se elija, valuaciones de activos por medio de modelos de consumo resultarían imprecisas si el coeficiente de aversión al riesgo es menor a 6. Ahumada y Garegnani (2003) y (2004) estimaron parámetros profundos de consumo y los valores del coeficiente de aversión al riesgo que obtuvieron fueron menores a uno para todas las variantes de estimación que realizaron. Teniendo en cuenta estos resultados, podemos afirmar que un modelo de valuación de activos por medio del consumo no ajusta al mercado de Buenos Aires como se esperara a partir de (1). Es importante mencionar que las autoras encontraron que los resultados mencionados parecen no ser estables en el tiempo, lo cual puede resultar relevante a nuestras conclusiones, ya que, en primer lugar, la coincidencia entre períodos estudiados no es completa, y en segundo lugar nuestro modelo también supone optimización intertemporal y expectativas racionales.

V: Posible causa de divergencia: fricciones en el mercado

La exploración de las razones de la falta de coincidencia para ciertos parámetros entre el área de factores válidos y sus realizaciones históricas, nos llevará a un repaso del origen de la búsqueda de dicha coincidencia. El requisito de coincidencia entre las cotas establecidas a los primeros momentos del factor estocástico de descuento por la precedente metodología y la tasa intertemporal de sustitución del consumo surge de las condiciones de equilibrio resultantes de la optimización de un agente[7], es decir de:

$$E[\beta \cdot \frac{u'(c_1)}{u'(c)} \cdot (P_1 + D_1)] = E(q) \qquad (19)$$

Entonces, si la serie de retornos representa un equilibrio, esta condición debe satisfacerse para todos los inversores independientemente de sus funciones de utilidad particulares. Esta condición, necesaria y suficiente, caracteriza entonces el equilibrio, pero lo hace solamente en el caso en que se considera un mercado sin fricciones. Tal es el supuesto que implícitamente se mantuvo en los puntos previamente tratados, ya que todos los estudios realizados sobre los datos aquí presentados se realizaron sobre la condición (1).

Dadas las discrepancias encontradas, al menos para ciertos valores del coeficiente de aversión al riesgo relativo, entre la IMRS y las cotas establecidas, cabe explorar la posibilidad de la existencia de fricciones en el mercado que determinen que (1) no represente ya la solución del problema de optimización del agente. Diferentes fricciones determinan distintas variaciones en las condiciones de equilibrio resultantes dependiendo de cómo intervengan en el problema de optimización del agente. En el tratamiento de este tema para el caso de Buenos Aires, seguiremos los casos de fricciones consideradas en He y Modest (1995). Las nuevas cotas obtenidas considerando las fricciones surgen de la relación:

$$E[m \cdot x] = \lambda \cdot E(q) \qquad \text{con} \qquad \lambda^U \leq \lambda \leq \lambda^U \qquad (20)$$

[7] El problema de optimización del agente puede resolverse por medio de programación dinámica representándolo por medio de una ecuación de Bellman:

$$J(W_t, t) = \max u(c_t) + \beta \cdot E\left[J(W_{t+1}, t+1)\right]$$

donde λ representa todas las restricciones impuestas. Además λ puede encontrarse acotado superior y o inferiormente, dependiendo de qué fricción en particular se esté considerando. Volviendo sobre el razonamiento que nos llevó a la derivación de las cotas, resulta inmediato que la parte del mismo que determina la cota a la esperanza del factor estocástico de descuento no se ve alterada por esta nueva condición, de manera tal que una vez más podemos sostener:

$$E(m) = v \tag{21}$$

, esto es, si nos mantenemos en el marco previamente utilizada de una especificación sin activo libre de riesgo. La cota al segundo momento sí resulta alterada, llegando a tomar la forma:

$$\sigma^2(m_v) = \left[\left(\lambda E[q] - vE[x]\right)' \cdot \Sigma^{-1} \left(\lambda E[q] - vE[x]\right) \right]^{\frac{1}{2}} \tag{22}$$

Es decir que el desvío mínimo requerido depende del valor otorgado a λ, que depende a su vez de condiciones de equilibrio general. Dado que la obtención de un λ muestral resultaría prácticamente inviable, se procede a calcular el mínimo desvío requerido utilizando el valor de λ minimice (22), imponiendo previamente ciertas restricciones de acuerdo a la fricción que se estudie.

Se considerarán entonces fricciones por restricciones a ventas en corto, al crédito, por existencia de costos de transacción y la combinación de todas ellas. Veremos qué efectos tiene la presencia de estas fricciones sobre las cotas HJ y cómo afecta eso a las conclusiones que obtuviéramos previamente.

V.1: Costos de transacción

Los costos de transacción pueden afectar los retornos esperados de equilibrio. Supondremos que los costos de transacción se pagan proporcionalmente a la cantidad transada en un porcentaje ρ . En ese caso la condición de equilibrio pasa a ser:

$$E(q) \cdot \frac{(1-\rho)}{(1+\rho)} \leq E(x \cdot m_v) \leq E(q) \cdot \frac{(1+\rho)}{(1-\rho)} \tag{23}$$

De acuerdo a (23), el λ utilizado, además de ser aquel que minimiza el desvío mínimo requerido, debe cumplir:

$$\frac{(1-\rho)}{(1+\rho)} \leq \lambda \leq \frac{(1+\rho)}{(1-\rho)}. \tag{24}$$

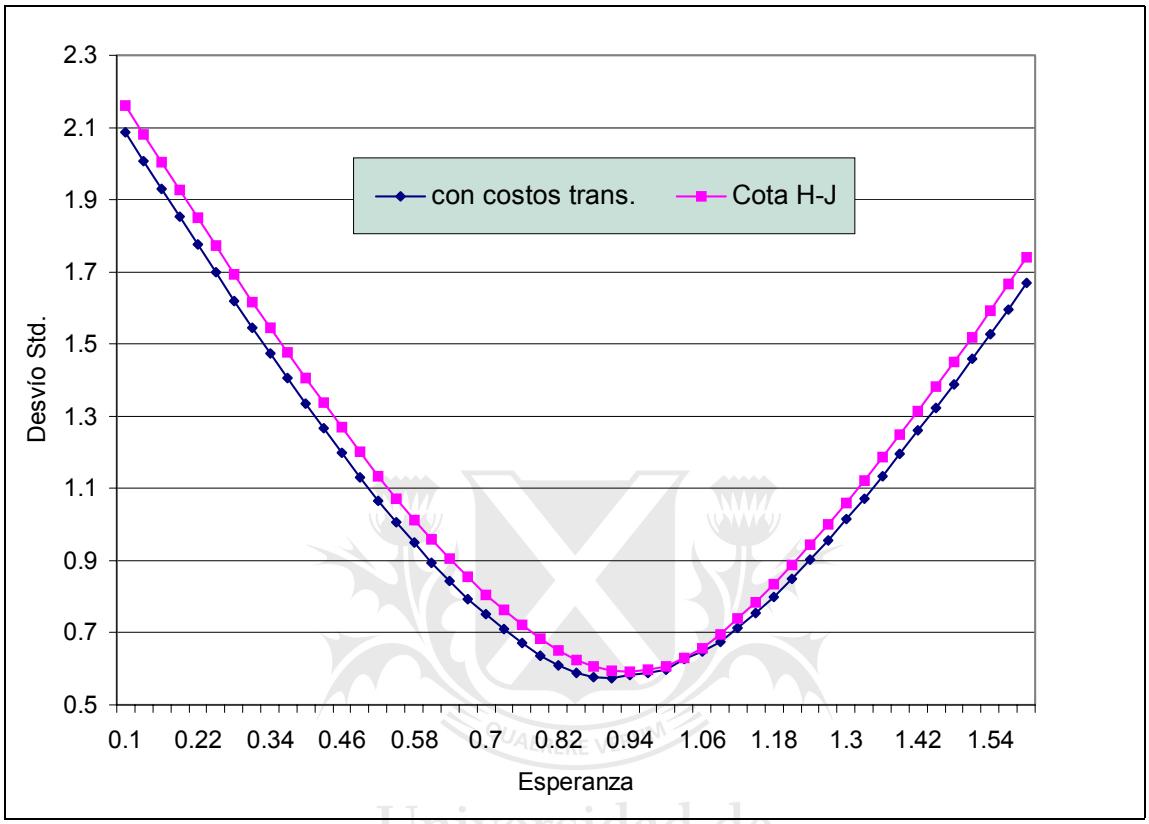

Figura 7: Cotas de Hansen Jagannathan sin fricciones y con costos de transacción.

La Figura 7 nos permite ver la disminución en el desvío mínimo de equilibrio, una vez considerados los costos de transacción. Para cada esperanza que se considere, el desvío mínimo aceptable será menor (o igual) en el caso con costos de transacción que en aquel que no los considera. Para esta representación en particular se consideraron costos de transacción de un 1.55%, siendo ésta la proporción de costos de transacción presentada para Argentina por De Roon, Nijman y Werker (2001). Cabe mencionar que esta estimación no fue realizada para el grupo de activos aquí considerado, ni para el grupo de inversores aquí considerado, y, más importante aún, no corresponde al período aquí estudiado. A pesar de ello, nos resulta útil a fin de comprender qué efectos ocasiona la consideración de costos de transacción sobre las cotas libres de fricciones y con tal fin suponemos que es una proporción representativa de los cargos a lo largo de todo el período en cuestión. Si consideráramos la existencia de costos de transacción aún mayores, la cota en su totalidad

descendería más aún, como puede observarse en la Figura 8, calculada para costos de transacción del 20%.

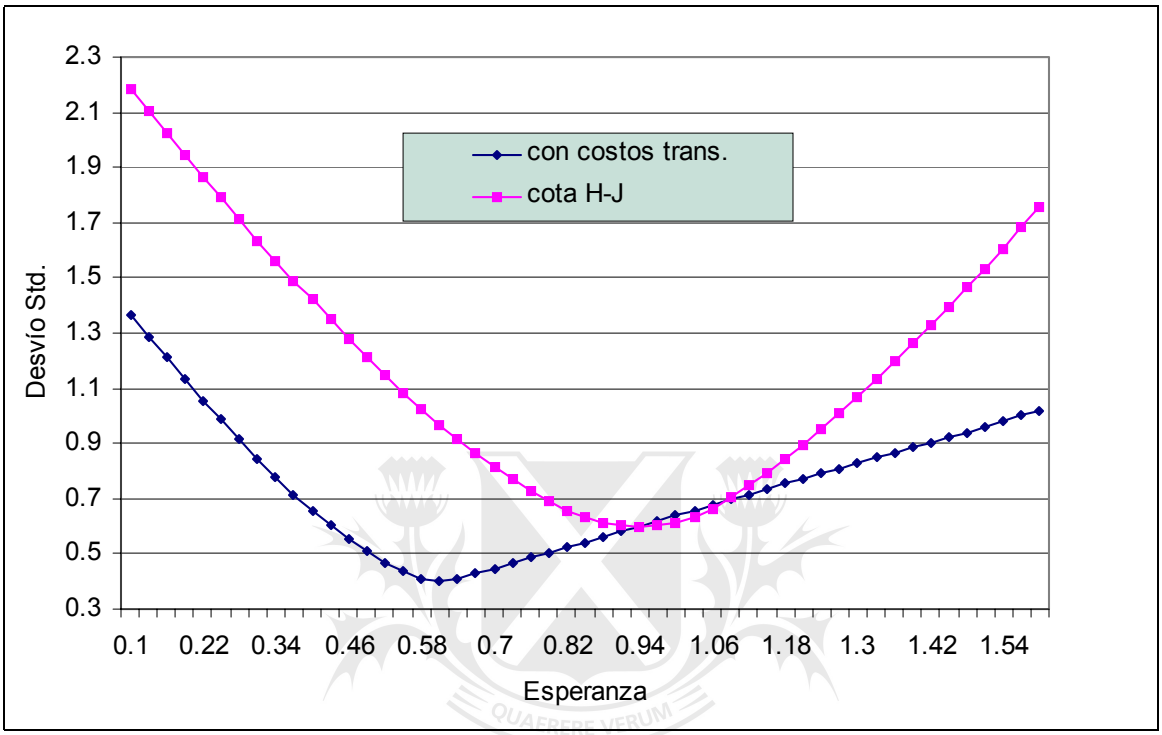

Figura 8: Cotas de Hansen Jagannathan con y sin costos de transacción.

Universidad de San Andrés

Resultará entonces un ejercicio interesante considerar, dados los valores de la tasa intertemporal de sustitución del consumo, qué proporción de costos de transacción puede hacer que dichos valores pertenezcan al área delimitada por la cota. En la realización de este ejercicio descubrimos que, dada la metodología empleada en el cómputo de cotas con fricciones que se está utilizando, resulta imposible encontrar una proporción de costos de transacción que determine una cota tal que incluya a todos los puntos de IMRS de la especificación CRRA. Si nos concentramos en particular en la IMRS calculada para un parámetro de aversión al riesgo de –1, encontramos que distintas proporciones de costos de transacción mantienen una cota estable para la esperanza a considerar, resultando así imposible una eventual coincidencia.

Los resultados obtenidos por He y Modest (1995) al considerar esta fricción parecen ser similares a los que podemos ver en la Figura 7, es decir que verifica un descenso poco

significativo, al menos en términos de coincidencia con la IMRS, del desvío mínimo requerido.

Podemos concluir entonces que la consideración de la existencia de costos de transacción al momento de calcular las cotas de momentos admisibles parece disminuir lo que más arriba consideráramos como error de especificación, la distancia del proxy a la cota. Sin embargo, esta disminución no es notoria a valores razonables de la proporción de costos de transacción y esta consideración no determina en ningún caso la total coincidencia buscada.

V.2: Restricciones a ventas en corto

La presencia de restricciones a ventas en corto determina que las tenencias de al menos un activo no pueden ser negativas. En este caso, las condiciones de equilibrio resultan ser:

- $E[\beta \cdot \frac{u'(c_1)}{u'(c)} \cdot (x)] = E(q)$ para los activos sin restricción y
- $E[\beta \cdot \frac{u'(c_1)}{u'(c)} \cdot (x)] \leq E(q)$ para aquellos activos cuyas tenencias no puedan ser negativas.

Entonces, la condición impuesta sobre λ será, además de su rol de argumento mínimo del desvío buscado, que no supere la unidad.

Teniendo en cuenta estas condiciones es posible obtener nuevas cotas para el mercado de Buenos Aires, como puede verse en la Figura 9 que representa el resultado que se obtiene al imponer la restricción a ventas en corto para todos los activos, es decir en este caso, para la serie disponible completa.

Si deseáramos considerar el efecto de esta restricción cuando se impone tan solo sobre una parcialidad de los activos, podríamos hacerlo solamente de una manera indirecta, ya que nuestra muestra consiste de un único activo representativo (aunque éste sea en realidad un portafolio que combina varios activos). Es posible considerar este caso si, como se procede en De Roon, Nijman y Werker (2001), reproducimos el portafolio estudiado y consideramos que los resultantes son dos partes de un portafolio total que tiene

restricciones a ventas en corto sobre una de sus partes, pero no sobre la otra. La ejecución de este ejercicio resulta en una nueva cota como la representada en la Figura10.

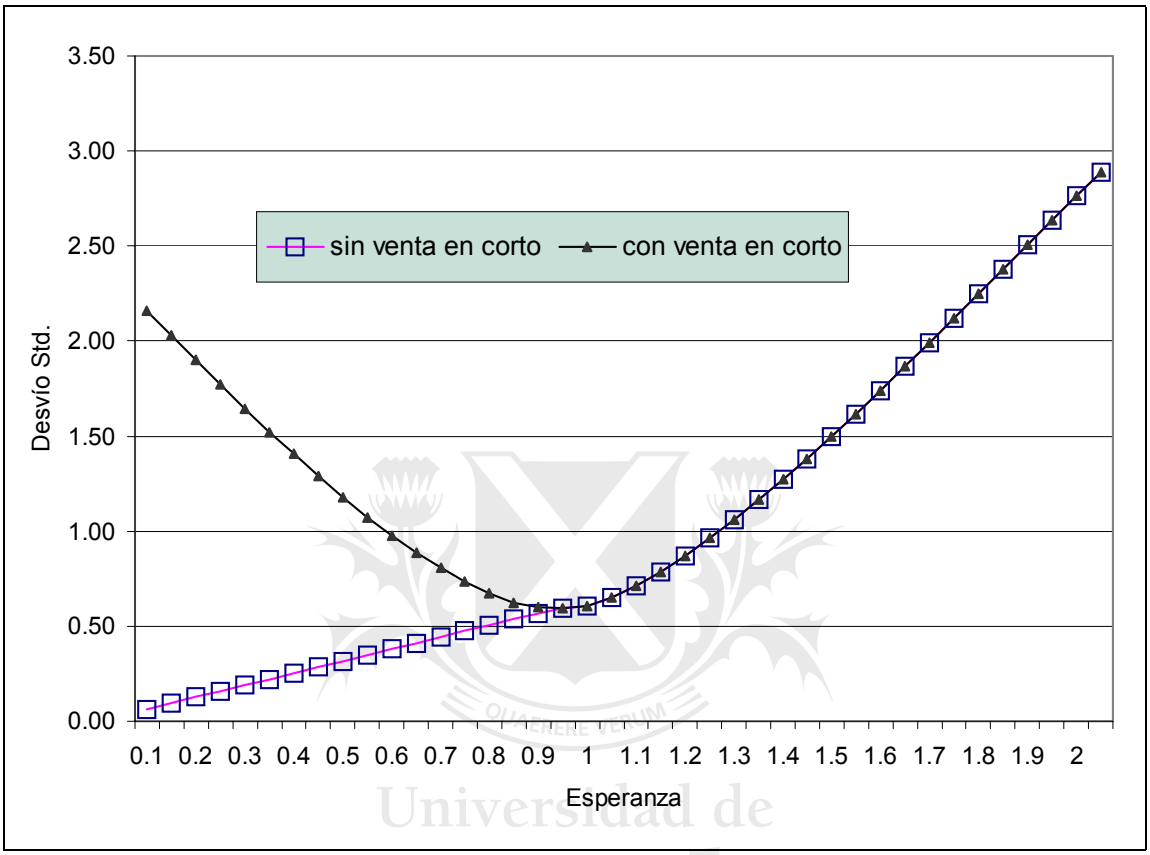

Figura 9: Cota HJ con y sin restricciones a ventas en corto.

Podemos ver entonces que la inclusión de restricciones a ventas en corto disminuye la varianza mínima compatible con el modelo, acercando así las cotas a las estimaciones empíricas de IMRS. La coexistencia de activos con y sin esta restricción resultará en la atenuación del efecto mencionado. El grado de disminución en la varianza mínima del factor de descuento estocástico compatible con el modelo será determinado por la ponderación entre activos con y sin restricción que formen parte del portafolio considerado. Si bien la inclusión de la restricción disminuye los valores mínimos de la cota, esta disminución no es suficiente para que las estimaciones de IMRS se encuentren dentro del área aceptable, independientemente de la ponderación que se le otorgue a aquellos activos con restricciones a ventas en corto. Esto se debe a que la restricción resulta operativa para valores de la media menores al mínimo de la frontera, manteniéndose intacta la forma de la cota para valores de la media mayores a éste. Las estimaciones de IMRS bajo

especificación CRRA resultan en medias cercanas a este punto, lo que determina que la relación con respecto a la cota se mantenga intacta, o tan solo levemente modificada, a pesar de la consideración de la nueva restricción.

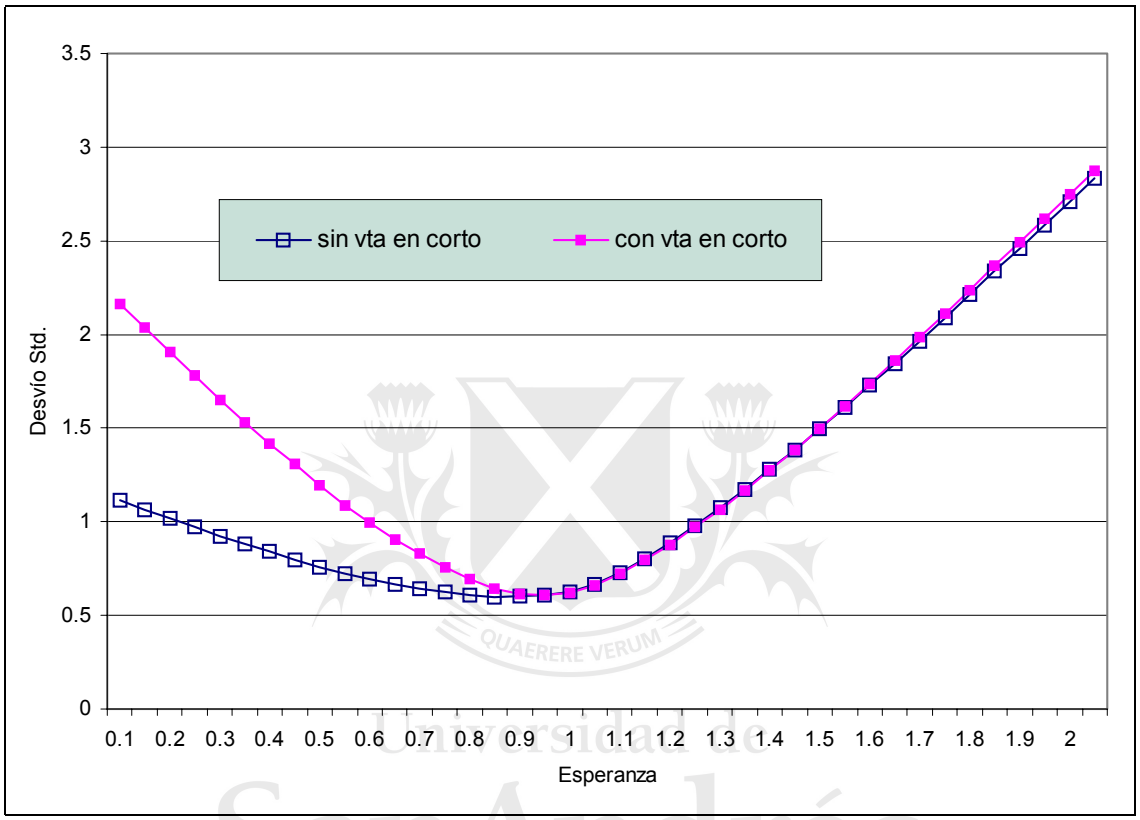

Figura 10: Cotas de HJ sin restricciones y con restricciones a ventas en corto.

En este caso los resultados también parecen ser cualitativamente similares a los obtenidos por He y Modest: un descenso en el desvío mínimo de la cota sobre la izquierda de la región, pero ningún efecto sobre la derecha de la misma, sin lograr la coincidencia buscada.

Una vez más, podemos concluir entonces que la consideración de la existencia de restricciones a ventas en corto en el cálculo de cotas de momentos admisibles disminuye lo que aquí se considera error de especificación, pero que esta disminución no determina la coincidencia buscada entre la IMRS y la región considerada admisible, aunque su impacto parece ser mayor que el observado para el caso de los costos de transacción.

V.3: Restricciones al crédito

La presencia de restricciones al crédito implica que a los inversores les resulta imposible consumir más que su riqueza actual o, lo que es lo mismo, que su riqueza financiera debe ser en todo momento no negativa. Considerando esto, las condiciones de equilibrio resultan ser:

- $E\left[m \cdot \left(x_i - x_j\right)\right] = 0 \; \forall \; i, \; j$
- $E\left[m \cdot x\right] \leq 1 \; \forall \; i$

En este caso, para poder poner en práctica la restricción, en particular la primer condición de equilibrio, resulta necesaria la consideración de al menos un activo además del ya utilizado en puntos anteriores. Es por ello que en el cómputo de esta nueva restricción se tiene en cuenta la tasa de interés de plazos fijos entre 1978 y 2003, considerándola como un activo más. De las condiciones presentadas podemos deducir las restricciones sobre λ :

$$\lambda_i = \lambda_j \forall i, j \text{ y } \lambda \leq 1 .$$

En la Figura 11 pueden observarse los resultados para esta nueva restricción, que, como la que explicáramos anteriormente, reduce el desvío mínimo aceptable para valores de la media inferiores al mínimo desvío requerido, mientras que mantiene los de medias superiores en el mismo valor.

Puede verse entonces que el efecto obtenido es similar al anteriormente analizado: si bien las distancias entre la IMRS y la cota disminuyen con la incorporación de la nueva restricción, esto no es suficiente para resultar en la inclusión de los puntos en cuestión en el área de interés. Esto se debe, una vez más, a la cercanía de la media de estos puntos de IMRS al valor de la media para el cual la restricción deja de ser operativa en lo que a la cota se refiere.

Si bien en este caso la similitud cualitativa con los resultados de He y Modest (1995) se mantiene, la caída del lado izquierdo de la cota que reportan parece ser más drástica que la aquí observada. La consideración en su trabajo de restricciones al crédito proporciona consistencia entre la cota y la IMS para bastantes parámetros, cosa que en el caso del mercado de Buenos Aires no sucede.

QUAERERE VERUM
Universidad de
SanAndrés

Sugerimos entonces que la consideración de la existencia de restricciones al crédito no será determinante, al menos por sí sola, en la coincidencia de las estimaciones de IMRS con el área de momentos admisibles para el factor estocástico de descuento.

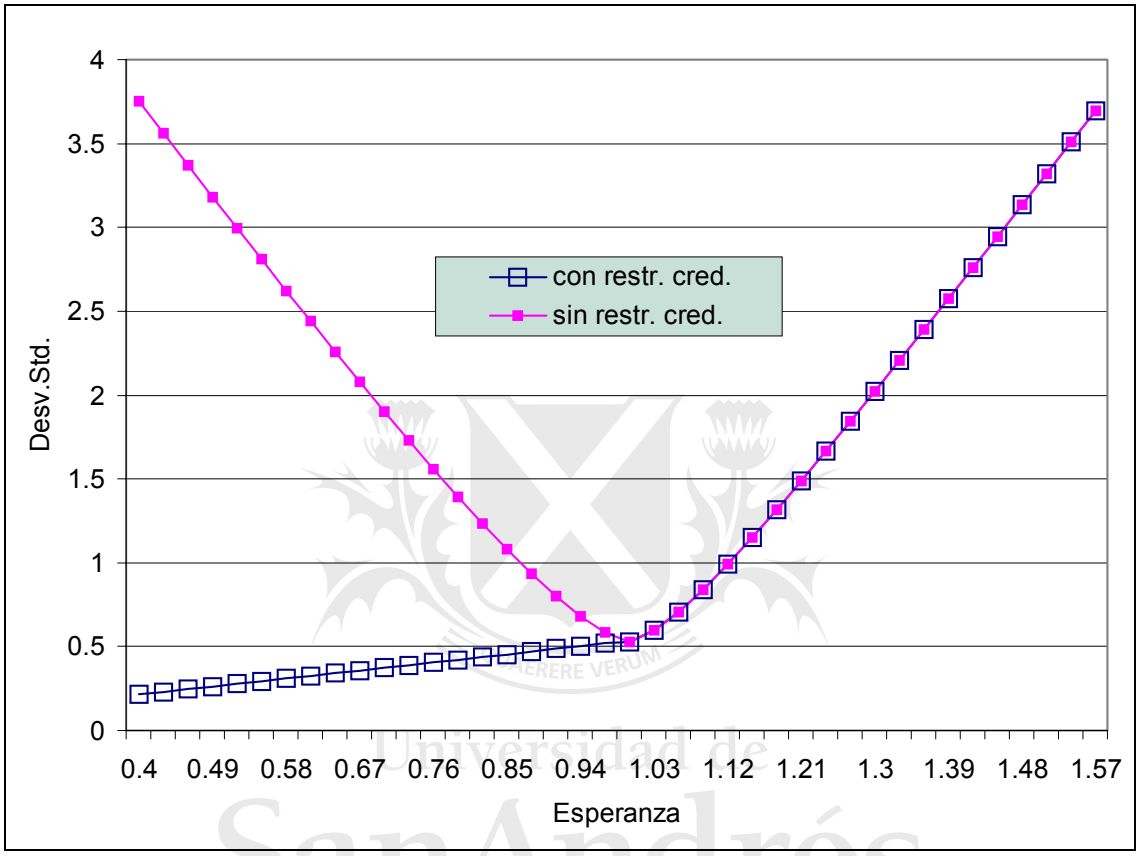

Figura 11: Cotas HJ con y sin restricciones al crédito.

Resulta curioso observar en la Figura 11 que al considerar un activo más, la tasa de interés de plazo fijo en este caso, los desvíos mínimos de la cota sin restricciones resultan mucho mayores que antes. Esto implica además que la IMRS empírica aquí considerada no coincide con el área demarcada por la cota sin restricciones para ningún valor de los parámetros. El aumento de la volatilidad mínima requerida resulta particularmente sorprendente, ya que dada la naturaleza del nuevo activo incorporado al cómputo de la cota, la suposición ex ante hubiese sido que su efecto sería el opuesto si consideramos los plazos

fijos, al menos relativamente, un "activo seguro". Al evaluar este efecto ha de tenerse en cuenta que el aumento observado en los desvíos admisibles no es reflejo de la naturaleza del nuevo activo incorporado, sino, como señalara De Santis (1995), de la mera incorporación de más activos. Este descubrimiento nos vuelve brevemente a un punto tratado con anterioridad: la evidencia estudiada para casos en EE.UU. parecía presentar requisitos de volatilidad más altos que los resultados encontrados por este trabajo en la sección IV.1. Esta discrepancia no es tal cuando se considera también la tasa de interés de plazos fijos para el caso argentino. Uno de los puntos mencionados cuando se trató esa discrepancia fue la falta de homogeneidad de los activos considerados. El hecho es que al incluir en nuestro cálculo un activo que podría considerarse seguro, nos acercamos a la composición de los portafolios utilizados en los estudios mencionados. Es por ello que la utilización de esta nueva cota con más activos parece ser más apropiada para una comparación internacional que la originalmente obtenida. Como se mencionara previamente, para el caso de EE.UU., la IMRS empírica coincide con el área de interés tan solo para valores de coeficientes de aversión al riesgo mayores a 120, mientras que en este caso esa coincidencia no se da para ningún valor de dicho coeficiente. Entonces, la conclusión de esta nueva comparación a la luz de nuevas cotas, nos da como resultado un mejor ajuste del modelo para el caso de EE.UU. que para el caso del mercado de Buenos Aires.

QUAERERE VERUM
Universidad de
SanAndrés

V.4: Restricciones al crédito y a ventas en corto

Si consideramos la existencia simultánea de restricciones al crédito y a ventas en corto, las condiciones de equilibrio resultantes son:

- $E[m \cdot (x_i - x_j)] = 0 \ \forall \ i, j$ siendo tanto *i* como *j* activos sin restricciones a ventas en corto.
- $E[m \cdot x] \leq 1$ para todo activo, tenga o no restricciones.
- $E[m \cdot (x_i - x_j)] \leq 0 \ \forall \ i, j$ siendo *i* un activo con restricciones a la venta corto y *j* un activo sin dichas restricciones.

Los requerimientos que estas nuevas condiciones imponen sobre λ son:

- $\lambda_i = \lambda_j$ para *i, j* activos sin restricciones

- $\lambda \leq 1$ para todo activo
- $\lambda_i \leq \lambda_j$ para *i* un activo con restricciones y *j* sin restricciones.

En este caso, nuevamente, para poder poner en práctica la restricción, en particular la tercer condición de equilibrio, resulta necesaria la consideración de al menos un activo además del ya utilizado en puntos anteriores, razón por la cual se toman en cuenta una vez más las tasas de plazos fijos entre 1978 y 2003. Los resultados de la implementación de esta combinación de fricciones de mercado pueden observarse en la Figura12.

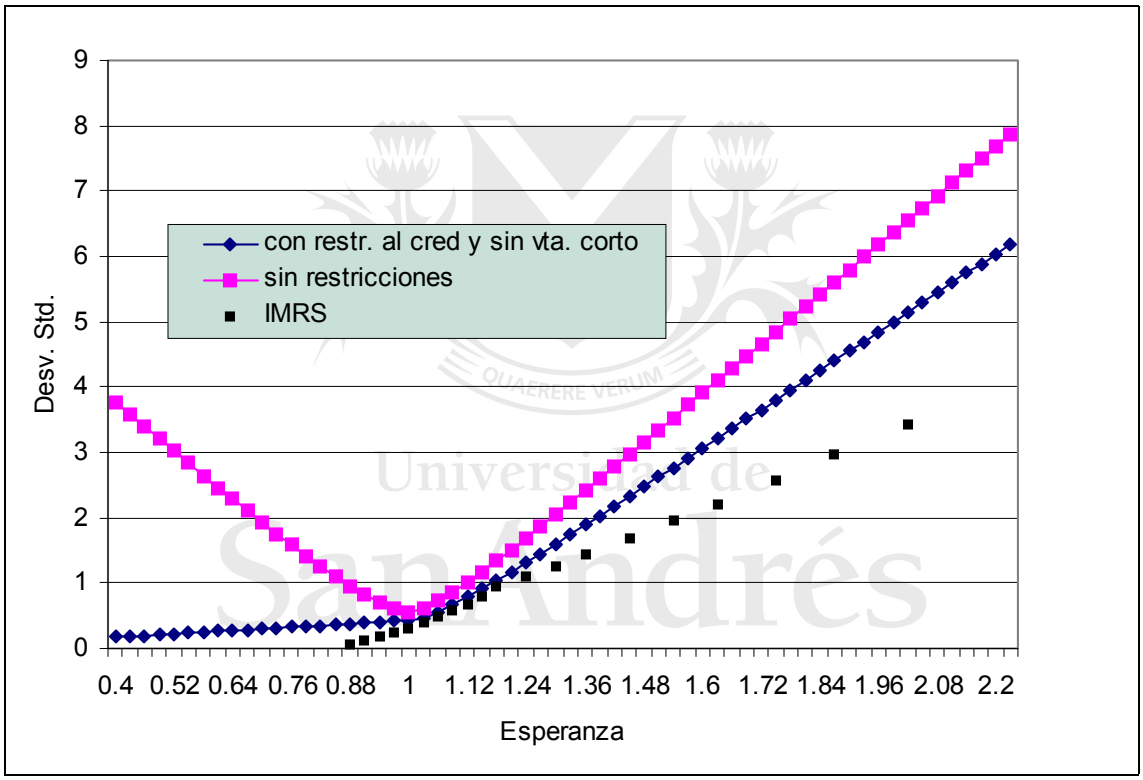

Figura 12. Cotas sin restricciones y con restricciones al crédito y a la venta en corto.

Como puede observarse, el efecto de esta nueva restricción sobre la cota es similar sobre el lado izquierdo a los ya observados en estas mismas restricciones por separado, es decir, una marcada disminución del desvío standard mínimo aceptable hacia la izquierda del punto inferior del área considerada, siendo la única diferencia en este aspecto de este caso la magnitud ligeramente mayor de dicha disminución. Por otro lado, sí resulta notorio el efecto de esta nueva restricción sobre el lado derecho de la cota. Mientras que las

restricciones antes ensayadas tenían efectos nulos sobre este sector del problema estudiado, la combinación de las mismas provoca un descenso en el desvío mínimo requerido. Esto es promisorio en cuanto a la consideración de la inclusión de los resultados de la especificación CRRA en el área estudiada. De hecho, como puede observarse, la consideración de esta restricción combinada hace que los valores calculados para la IMRS CRRA se encuentren casi en la frontera del área admisible para coeficientes de aversión al riesgo entre 6 y 10.

Podemos decir entonces que una vez consideradas estas fricciones, restricciones al crédito y al short sale conjuntamente, algunos valores de la IMRS (en su especificación CRRA), que antes parecieran contradictorios con el modelo, dejan de serlo, al menos terminantemente.

V.5: Costos de transacción, restricciones al crédito y al short sale

Si consideramos la existencia simultanea de costos de transacción, restricciones al crédito y a ventas en corto, las condiciones de equilibrio resultantes son:

- $E\left[m \cdot x_{i,1}\right] \leq \dfrac{1+\rho_i}{1-\rho_i}$, *i* un activo con restricciones a ventas en corto, *j* un activo sin restricciones a ventas en corto
- $\dfrac{E\left[m \cdot x_i\right]}{E\left[m \cdot x_j\right]} \leq \left(\dfrac{1+\rho_i}{1-\rho_i}\right) \cdot \left(\dfrac{1+\rho_j}{1-\rho_j}\right)$, *i, j* activos sin restricciones
- $\left(\dfrac{1-\rho_i}{1+\rho_i}\right) \cdot \left(\dfrac{1-\rho_j}{1+\rho_j}\right) \leq \dfrac{E\left[m \cdot x_i\right]}{E\left[m \cdot x_j\right]} \leq \left(\dfrac{1+\rho_i}{1-\rho_i}\right) \cdot \left(\dfrac{1+\rho_j}{1-\rho_j}\right)$

  i un activo con restricciones a ventas en corto, *j* un activo sin restricciones

Teniendo en cuenta que en el presente trabajo consideramos ρ constante en el tiempo e igual para todos los activos, los requerimientos que estas nuevas condiciones imponen sobre λ son:

- $\left(\dfrac{1+\rho}{1-\rho}\right)^2 \leq \dfrac{\lambda_i}{\lambda_j} \leq \left(\dfrac{1+\rho}{1-\rho}\right)^2$ para *i, j* activos sin restricciones

- $\lambda \leq \dfrac{1+\rho_j}{1-\rho_j}$ para todo activo

- $\dfrac{\lambda_i}{\lambda_j} \leq \left(\dfrac{1+\rho}{1-\rho}\right)^2$ para *i* un activo con restricciones y *j* sin restricciones.

Una vez más, para poder medir la relevancia empírica de estas condiciones se recure a las tasas de interés para plazos fijos en el período ya mencionado. En rigor, para desarrollar esta restricción en su totalidad sería necesario incorporar un tercer activo a los cómputos, pero resulta difícil debido, en primer lugar, a la escasez de información completa de otros activos para el período considerado, y, en segundo lugar, debido a los problemas de comparación con los resultados de secciones anteriores que la incorporación de un nuevo activo ocasionaría. Es por estas razones que los cómputos para esta restricción se realizan con tan solo dos activos, permitiendo que la primer condición sobre λ se cumpla trivialmente.

Los resultados de este ejercicio pueden observarse en la Figura 13, donde la proporción de costos de transacción que se utiliza es, una vez más, 1.55%.

El efecto de esta restricción es, una vez más, más fuerte sobre el lado izquierdo de la cota, pero este efecto no es mayor al analizado en el punto anterior, ya que los requerimientos de restricciones a venta en corto y al crédito hacen que, al menos en este sector de la curva, la restricción por costos de transacción resulte no operativa. Por otro lado, sobre el lado derecho de la cota, puede verse que los costos de transacción tienen sobre el resultado previo un efecto similar al que se observara en *V.1*, es decir, una leve disminución del desvío mínimo requerido. Si bien este efecto no parece ser cuantitativamente impresionante, puede resultar cualitativamente importante si observamos en la Figura 12 que varios puntos de la IMRS se encontraban muy cercanos a la frontera en este sector.

En el caso estudiado por He y Modest (1995), la consideración de la combinación de estas restricciones resulta en la inclusión de todos los puntos de IM RS estudiados en el área de momentos admisibles. Esto se debe a que estos puntos, debido a la naturaleza de los datos consumo para EE.UU., se encuentran hacia la izquierda de la cota, donde los efectos de las restricciones son más notorios.

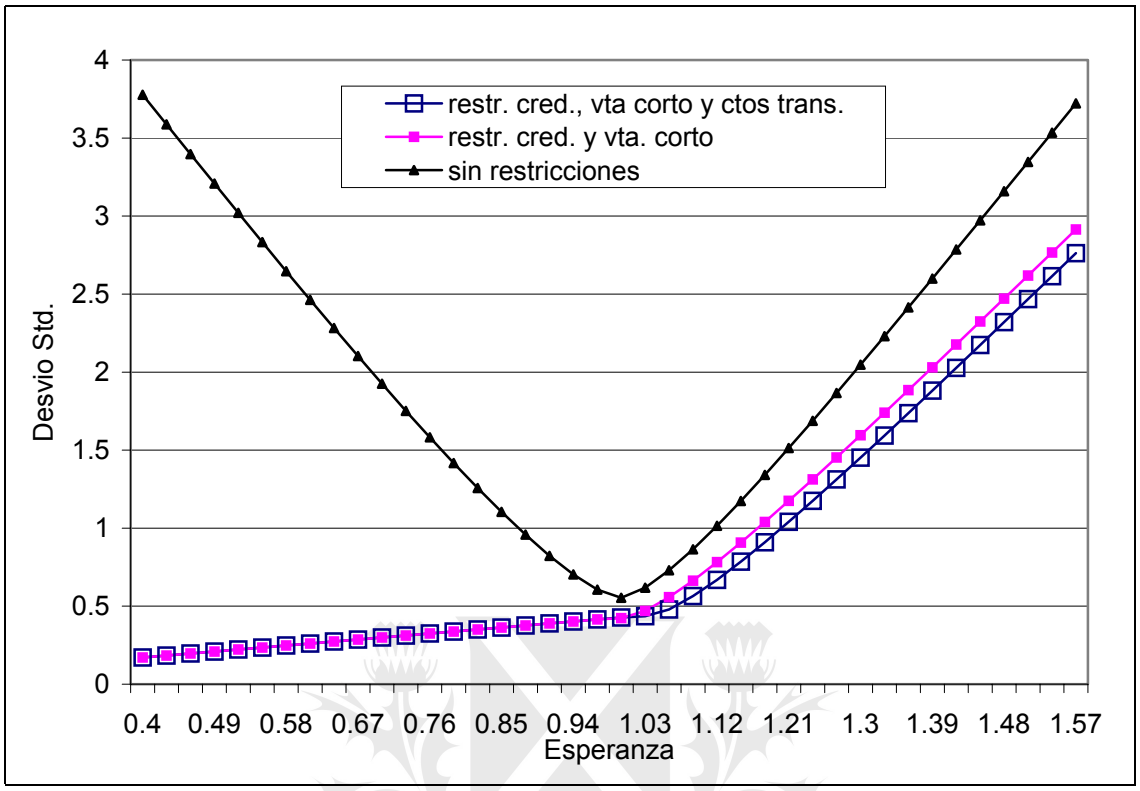

Figura 13: Cota HJ sin restricciones y con restricciones combinadas.

Podríamos concluir entones que de las fricciones consideradas en esta sección, esta última parece ser la que más contribuye a explicar las IMRS empíricas desde el modelo. Además los resultados obtenidos son consistentes con trabajos previos en cuanto a los efectos de las fricciones sobre las cotas y las diferencias en las conclusiones obtenidas se deben por sobretodo a las diferencias en los procesos de consumo.

VI. Conclusiones

El objetivo de este trabajo es la estimación de cotas de Hansen Jagannathan para el mercado de Buenos Aires, con la intención de comparar los resultados obtenidos con los de trabajos previos y con datos empíricos de consumo de manera tal de considerar la propiedad de utilización de modelos de consumo para la valuación de activos de este mercado. Un supuesto esencial mantenido a lo largo de todo el ejercicio aquí realizado es el de coincidencia entre el agente inversor y el agente que consume.

El primer resultado obtenido, cotas simples, parecía indicar la posible imprecisión de modelos de consumo con especificación de utilidades CRRA y coeficientes de aversión al riesgo menores a 10. En cuanto a la comparación con trabajos previos, este resultado parecía establecer que los mencionados modelos ajustaban mejor en este mercado que en el de EE.UU. Sin embargo, una comparación directa no resultaría apropiada, dada la falta de coincidencia en períodos estudiados y sobretodo en activos considerados entre el presente trabajo y sus antecedentes.

La exploración de las raíces de la discrepancia entre las cotas calculadas y la IMRS observada nos llevó a considerar diversas fricciones de mercado: costos de transacción, restricciones a ventas en corto, restricciones al crédito y combinaciones de estas tres. Si bien todas ellas resultaron en una disminución de la distancia entre los puntos de la IMRS empírica y el área de interés, la combinación de las tres fricciones fue la más exitosa. Este resultado es similar, aunque más débil, al obtenido por He y Modest (1995) para el mercado de EE.UU. En ese trabajo la combinación de las tres fricciones también resulta la más significativa de las consideradas, pero en ese caso implica la inclusión de todos los puntos de IMRS en el área de estudio.

En el proceso de consideración de las diversas fricciones, la inclusión de un activo extra al cálculo de cotas simples produjo un resultado similar a los obtenidos por trabajos para otros mercados en cuanto a la forma de la cota. Esta nueva cota indicaría que para el caso de Buenos Aires ninguna de las observaciones empíricas se encuentra en el rango de valores admitidos, para ningún parámetro posible, con lo cual la impresión inicial se revierte: el modelo ajusta mejor para el caso de EE.UU.

Esta observación nos lleva a considerar un punto importante: ¿cuán robustas son las conclusiones obtenidas a cambios en los activos considerados?. En el caso aquí estudiado las conclusiones cambiaron sustancialmente al considerar un activo más. Esta variación podría reflejar que el primer activo utilizado no era tan representativo como se supusiera originalmente, podría deberse también a la naturaleza del nuevo activo incluido o simplemente podría ser una consecuencia de la metodología de cómputo de las cotas. Nos inclinamos por esta última opción, ya que la metodología sí implica que la inclusión de más activos producirá requisitos de volatilidad mínima mayores. No podemos saber si toda la

variación observada se debe a esto, ya que un testeo de la diferencia entre ambas cotas se encuentra fuera del marco de este trabajo[8].

Por último, de tener que optar entre las cotas obtenidas la elegida sería aquella calculada a partir de dos activos. Esto se debe a dos razones, la primera de ellas que parece ser más compatible con resultados previos, facilitando así la comparación en el marco internacional. La segunda razón es que esta elección produce, a diferencia de la de primer cota estimada, conclusiones intuitivas. Es decir, que el modelo sin considerar fricciones ajusta mejor en EE.UU. que en este caso, que las fricciones consideradas producen efectos cualitativamente similares en ambos casos, mejorando todas ellas el ajuste del modelo, y que una combinación de todas las fricciones es para los dos países la más explicativa. La consideración de esta combinación de fricciones implica para el caso de EE.UU. una coincidencia total entre los valores empíricos y la cota, mientras que para el caso de Buenos Aires produce tan solo un acercamiento, guiándonos una vez más a la conclusión de que el modelo ajusta mejor en EE.UU. que en el mercado de Buenos Aires.

Referencias

Ahumada, H. y Garegnani M.L. (2004): "An estimation of deep parameters describing Argentine consumer behaviour", *Applied Economics Letters,* 11, 719-723.

Breeden, D. (1979): "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities." *Journal of Financial Economics,* 7, 265-296.

Black, F. (1972): "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing", *Journal of Business*, 45, 444-454.

Cecchetti, G., Pok-Sang, L. y Mark, N. (1994): "Testing Volatility Restrictions on Intertemporal Marginal Rates of Substitution Implied by Euler Equations and Asset Returns", *The Journal of Finance*, 49, No.1, 123-152.

De Roon, F., Nijman, T. y Werker, B. (2001): "Testing for Mean-Variance Spanning with Short Sales Constraints and Transaction Costs: The Case of Emerging Markets", *The Journal of Finance*, 56, No.2, 721-742.

[8] De Santis (1995) presenta un test de GMM que podría resultar apropiado.

De Santis, G. (1995): "Volatility Bounds for Stochastic Discount Factors: Tests and Implications from International Financial Markets", Working Paper, University of Southern California.

De Santis, G. (1994): "Asset Pricing and Portfolio Diversification: Evidence from Emerging Financial Markets", Working Paper, University of Southern California.

Epstein, L. y Zin, S. (1991): "Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behaviour of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis", *The Journal of Political Economy*, 99, No.2, 263-286.

Ferson, W. y Constantinides, G. (1991): "Habit Persistence and Durability in Aggregate Consumption", *Journal of Finance*, 29, 199-240.

Hansen, L., Heaton, J. y Luttmer, E. (1995): "Econometric Evaluation of Asset Pricing Models", *The Review of Financial Studies*, 8, No.2, 237-274.

Hansen, L. y Jagannathan, R. (1991): "Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies", *The Journal of Political Economy*, 99, No.2, 225-262.

Hansen, L. y Jagannathan, R. (1997): "Assessing Specification Errors in Stochastic Discount Factor Models", *The Journal of Finance*, 52, No.2, 557-590.

He, H. y Modest, D. (1995): "Market Frictions and Consumption-Based Asset Pricing", *The Journal of Political Economy*, 103, No.1, 94-117.

Lintner, John. (1965): "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", *Review of Economics and Statistics*, 47, 13-37.

Ljungqvist, L. y Sargent, T. (2004): "*Recursive Macroeconomic Theory*", MIT Press.

Lucas, R.Jr. (1978): "Asset Pricing in an Exchange Economy", *Econometrica*, 46,1429-1445.

Luttmer, E. (1996): "Asset Pricing in Economies with Frictions", *Econometrica*, Vol. 64, No.6, 1439-1467.

Merton, R. (1973): "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model." *Econometrica*, 41, 867-887.

Neumeyer, P. Y Perri, F (2005): "Business cycles in emerging economies: the role of the interest rate", *Journal of Monetary Economics*, Vol.52, No.2, 345-380.

QUAERERE VERUM
Universidad de
San Andrés

Sharpe, W. (1964): "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk." *Journal of Finance*, 19, 425-442.

QUAERERE VERUM
Universidad de
SanAndrés