TRABAJO DE LICENCIATURA EN ECONOMÍA

DOLARIZACIÓN DE PASIVOS Y PRODUCCIÓN DE BIENES TRANSABLES: UNA EXTENSIÓN AL MODELO DE HEYMANN-KAWAMURA

ALEJANDRO CASTEX
LEGAJO 14.033

MENTOR
ENRIQUE KAWAMURA

DOLARIZACIÓN DE PASIVOS Y PRODUCCIÓN DE BIENES TRANSABLES: UNA EXTENSIÓN AL MODELO DE HEYMANN-KAWAMURA[1]

Alejandro Castex

Resumen

Este trabajo presenta una extensión al modelo de equilibrio general simple de Heymann y Kawamura (2007) sobre la denominación de deudas en una economía financieramente cerrada, en la que existen prestatarios que producen bienes no transables y prestatarios que producen bienes transables. Los préstamos se denominan en bienes transables (dólares) o en moneda local (nominal) y si los prestatarios caen en default hay un costo asociado. El modelo muestra que la denominación de equilibrio de los préstamos es, al igual que en el modelo original, la que minimiza el costo de default a través de la tasa de interés. Con la presencia de deudores productores de transables se incrementan los casos de deuda dolarizada en equilibrio, sugiriendo que en una economía donde parte de los deudores producen transables la propensión a transarse deuda en moneda extranjera es mayor que en otra donde los deudores sólo produzcan bienes no transables.

[1] Agradezco a todas las personas que de una u otra forma contribuyeron a la realización de este trabajo. A los profesores que estuvieron siempre atentos a mis inquietudes durante mi carrera de grado. Y en particular a mi mentor, Enrique Kawamura, por su ayuda constante en la realización de este Trabajo de Licenciatura y por su guía, silenciosa y oportuna.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

Desde la década del noventa, ha ganado interés dentro del ambiente académico y político-económico el estudio de lo que se conoce como "domestic original sin". Por “domestic original sin” se entiende la incapacidad de un prestatario de endeudarse en el exterior en moneda local.

El vínculo entre este tópico y la política monetaria es muy cercano. Recientemente se han escrito trabajos que, bajo distintos supuestos, intentan analizar el fenómeno del "domestic original sin". Por ejemplo, Jeanne (2003) considera la interacción entre shocks futuros del tipo de cambio nominal y el retorno, en unidades del único bien, de los proyectos de los prestatarios y en la que existen dos monedas. Otro trabajo interesante es el de Ize y Parrado (2002), que presentan una economía abierta multiperiódica que produce dos bienes transables: uno local y otro extranjero, con precios “pegajosos” al estilo de la literatura de la New Open Economy Macroeconomics iniciado en el paper de Obstfeld y Rogoff (1995). Broda y Levy-Yeyati (2003) e Ize y Powell (2004) concentran su esfuerzo en explicar la dolarización de depósitos y préstamos bancarios. Por su parte, Ize y Levy-Yeyati (2003) y Neumeyer (1998) utilizan el modelo CAPM para encontrar respuestas a la relación entre riesgos nominales y reales versus dolarización financiera.

Inserto en esta literatura, Heymann y Kawamura (2007) estudian la relación entre el "domestic original sin" y las condiciones de variabilidad de precios nominales y relativos. En dicho trabajo, uno de los supuestos que utilizan es que los productores de bienes transables reciben una dotación dada y tienen un producto determinado exógenamente, y que los productores de bienes no transables deben tomar préstamos de los primeros para producir. El principal resultado del trabajo es que la denominación de los préstamos se relaciona intrínsecamente con el tamaño de los shocks reales y nominales, estos últimos inducidos por la política monetaria. Los shocks afectan directamente las condiciones de default de esos préstamos, lo cual influye sobre las tasas de interés de los distintos contratos de deuda, los cuales a su vez inciden en la elección de la denominación de los contratos de deuda por parte de los deudores.

Si bien los resultados obtenidos por Heymann y Kawamura (2007) parecen intuitivos, la realidad actual de ciertos países emergentes no muestra que los principales deudores sean productores únicamente de bienes no transables. Más bien, dado el abaratamiento de la mano de obra en moneda extranjera, la actividad económica de varios países emergentes se volcó hacia la producción de bienes transables, como por ejemplo con Argentina y Brasil o incluso con algunos países de la región del Caribe. Uno podría entonces preguntarse qué ocurriría con los principales resultados del mencionado modelo original al introducir a productores de transables como potenciales prestatarios y si aportaría un análisis relevante que ayudaría a completar la literatura existente.

El presente trabajo es esencialmente una extensión del paper de Heymann - Kawamura (2007). Por lo tanto, se utilizarán los mismos supuestos básicos con la salvedad anteriormente mencionada de introducir deudores productores de transables.

Al igual que en el trabajo de Heymann-Kawamura (2007), encontramos que la denominación de equilibrio de los préstamos es la que minimiza la probabilidad de default, para ambos tipos de prestatarios. Como consecuencia de la determinación endógena de las tasas de interés de los préstamos, el modelo tiende a la dolarización financiera del modelo. Los prestatarios que producen T no tienen riesgo de default en ningún escenario si se endeudan en dólares. Por su parte, los prestatarios que producen N se ven afectados por el "problema del peso", tal como sucede en Heymann-Kawamura (2007), donde el estado de tipo de cambio real alto tiene una probabilidad baja, pero está asociada a un salto grande esperado en el tipo de cambio nominal. De esta forma, la tasa de interés nominal puede ser tan alta que provoque default en el estado de tipo de cambio real bajo (escenario de no devaluación), causando que sea preferible endeudarse en dólares a pesar de que si se devaluara entonces habría default de los prestatarios productores de N. Este argumento busca darle sentido a la preferencia de préstamos denominados en dólares en economías con tipo de cambio fijo y con inflación baja, es decir, cuando los agentes anticipan una potencial salida del peg frente a un aumento de la inflación.

2. ECONOMÍA FINANCIERAMENTE CERRADA

La economía representada en este trabajo está abierta al comercio internacional, pero se asume que no puede intercambiar activos con el resto del mundo. Es decir que todas las transacciones financieras se llevan a cabo entre residentes locales. Sin embargo, los agentes domésticos pueden elegir endeudarse utilizando instrumentos financieros denominados en una unidad de cuenta internacional. Este trabajo discute esa posibilidad.

En primer lugar, se presenta el entorno. Luego, se determina el precio relativo de equilibrio de los bienes no transables. Finalmente, se caracterizan las condiciones de primer orden del prestamista para cada tipo de denominación posible.

2.1 Descripción del modelo

Existen dos períodos en la economía (t = 0,1) y se producen dos bienes: uno transable, T, y el otro no transable, N. El precio relativo de N, p_N, es interpretado como la inversa del tipo de cambio real. Los agentes no prestan ni toman prestado en el mercado internacional, por lo que se considera que la economía está financieramente cerrada. La balanza comercial debe ser cero: todo sucede como si, en equilibrio, la producción de bienes T se utiliza localmente, ya que no existe demanda externa por esos bienes.

Existen dos grupos de agentes. El primero es un continuo de prestamistas, que reciben una dotación inicial de bienes T, igual a $\bar{k}>0$ en el período 0 y una dotación aleatoria en el período 1 igual a $z\bar{k}$. La variable z mide la abundancia o escasez de bienes T en el futuro, que puede tomar dos valores: z_H (high) o z_L (low); la probabilidad de un "bad draw" (z_L) es π. Los prestamistas invierten una cantidad k de bienes T en el período 0. Las preferencias de los prestamistas son lineales en consumo de bienes T en el período 0 y Cobb-Douglas sin factor de descuento en el período 1, por lo que la utilidad esperada viene dada por:

$$U^L = \bar{k} - k + E_0^L\left[\left(c_T^L\right)^{\alpha}\left(c_N^L\right)^{1-\alpha}\right] \tag{1}$$

donde $k \in \left[0, \bar{k}\right]$ es la cantidad de bienes T prestada a los emprendedores, c_j^L la cantidad de bienes j (j=T,N) consumidos por los prestamistas en el período 1 y E_0^L es la expectativa del prestamista en el período 0. $\alpha \in [0,1]$ es la participación en el gasto de los bienes T.

Tenemos también un continuo de prestatarios que se divide, a su vez, en dos grupos. Todos los prestatarios requieren una cantidad fija de k unidades de T para producir. Por un lado, tenemos prestatarios que producen bienes no transables, N. Por otro lado, tenemos prestatarios que producen bienes transables, T. Los prestatarios productores de N utilizan las unidades de T que reciben para producir $A\bar{k}$ bienes N, mientras que los prestatarios productores de T utilizan las unidades de T que reciben para producir $B\bar{k}$ bienes T.

Si el valor del output es menor que el pago total de las deudas requeridas por los contratos, existe default en el sentido de que los deudores no pueden pagar lo prometido en el contrato de préstamo. En ese caso, los prestamistas se apropian del producto de los deudores, aunque se incurre en un costo de ψ bienes T. Dicho costo representa las diversas pérdidas de las partes que firman el contrato en default y se modela como una transferencia a un tercero (un juez que vela por el cumplimiento de los contratos o de las transferencias si hay default) que es un consumidor en la economía y tiene las mismas preferencias sobre los bienes futuros que los otros agentes. Estos supuestos simplifican el problema al hacer a la demanda agregada y al tipo de cambio real de equilibrio independientes de la existencia del default y del tamaño del parámetro ψ.

Los emprendedores (y los jueces) tienen preferencias representadas por una función de utilidad esperada ex-ante:

$$E_0^B \left[\left(c_T^B\right)^{\alpha} \left(c_N^B\right)^{1-\alpha} \right] \tag{2}$$

donde c_j^B la cantidad de bienes j (j=T,N) consumidos por los prestatarios en el período 1 y E_0^B modela las expectativas del agente en el período 0. B= (BN, BT) de modo que E_0^{BN} modela las expectativas de los prestatarios productores de no bienes transables y E_0^{BT} las expectativas de los prestatarios productores de bienes transables.

El precio nominal en el período 1 del bien T (el tipo de cambio nominal) es S, asumido como una variable exógena aleatoria, bajo el control de la autoridad monetaria.

El precio nominal de los bienes N en el período 1 es $S.p_N$.

Supuesto

S es una variable aleatoria estrictamente positiva, que tiene soporte en el conjunto $S = \{S_L, S_H\}$, *donde* $0 < S_L < S_H$. *La variable aleatoria z tiene soporte en el conjunto* $z = \{z_L, z_H\}$, *donde* $0 < z_L < z_H$. *Sea* $\Omega \equiv S \times z$. *La distribución conjunta se indica como* $q(z,S)$, *donde* $0 \le q(z,S) \le 1$ *y* $\sum_{z,S} q(z,S) = 1$. *Además, se asume que* $q(z_i,S_i) = 0$, *donde* $i = L,H$. *Sea* $\pi \equiv q(z_L, S_H)$.

2.2 Precio relativo de equilibrio de N

Dada la decisión que toma el prestamista en el período 0, cada agente resuelve un problema estándar de maximizar su función de utilidad Cobb-Douglas, dependiendo del consumo del bien transable T y el bien no transable N, sujeto a una restricción presupuestaria estándar:

$$Sc_T^h + Sp_N c_N^h \leq I^h \qquad (3)$$

donde I^h es el ingreso nominal de agente en el período 1 del agente h, con h = L, BN, BT, J según consideremos el problema del prestamista, el prestatario productor de N, el prestatario productor de T o el juez, respectivamente. El supuesto de preferencias Cobb-Douglas para los cuatro tipos de agentes implican funciones de demanda estándar para cada bien que son lineales en el ingreso nominal.

El precio de equilibrio p_N no depende en el tipo de contrato que prestamistas y prestatarios firman ex-ante. Sea $\tau(S, p_N, z)$ la transferencia de recursos, denominado en bienes T, de prestatarios a prestamistas dados S, z y p_N cuando no hay default. El supuesto de preferencias de tipo Cobb-Douglas para L, BN, BT y J implican que la demanda agregada por bienes transables en el período 1 es igual a

$$\begin{aligned} & c_T^L(\mathrm{p_N}, S) + c_T^{BN}(p_N, S) + c_T^{BT}(p_N, S) + c_T^J(p_N, S) = \\ & = \left(\frac{\alpha}{S}\right)\left(I_1^L(S, p_N, z) + I_1^{BN}(S, p_N, z) + I_1^{BT}(S, p_N, z) + I_1^J(S, p_{N,z)}\right) \end{aligned} \qquad (4)$$

donde $I_1^h(S, p_N, z)$ es el ingreso ex-post del período 1 de $h = L, BN, BT, J$.

$$I_1^L(S, p_N, z) \equiv \begin{cases} Sz\bar{k} + \tau(S, p_N, z) & \text{Si le presta a BN y no hay default de BN} \\ Sz\bar{k} + \tau(S, p_N, z) - S\psi & \text{Si le presta a BN y hay default de BN} \\ Sz\bar{k} + \tau(S, p_N, z) & \text{Si le presta a BT y no hay default de BT} \\ Sz\bar{k} + \tau(S, p_N, z) - S\psi & \text{Si le presta a BT y hay default de BT} \end{cases}$$

$$I_1^{BN}(S, p_N, z) \equiv \begin{cases} ASp_N\bar{k} - \tau(S, p_N, z) & \text{Si no hay default de BN} \\ 0 & \text{Si hay default de BN} \end{cases}$$

$$I_1^{BT}(S, p_N, z) \equiv \begin{cases} BS\bar{k} - \tau(S, p_N, z) & \text{Si no hay default de BT} \\ 0 & \text{Si hay default de BT} \end{cases} \qquad (5)$$

$$I_1^{J}(S, p_N, z) \equiv \begin{cases} 0 & \text{Si no hay default} \\ \psi & \text{Si hay default de BN o de BT} \end{cases}$$

Esto sucede porque todo lo que pagan los deudores debe ir a los prestatarios o al juez. Por lo tanto, tenemos que:

$$I_1^{L}(S,p_N,z)+I_1^{BN}(S,p_N,z)+I_1^{BT}(S,p_N,z)+I_1^{J}(S,p_N,z)=ASp_N\bar{k}+BS\bar{k}+Sz\bar{k} \qquad (6)$$

De esta forma, en equilibrio debemos tener que

$$\left(\frac{\alpha}{S}\right)\left(ASp_N\bar{k} + BS\bar{k} + Sz\bar{k}\right) = z\bar{k} + B\bar{k} \qquad (7)$$

ya que $z\bar{k} + B\bar{k}$ es la oferta agregada per cápita de bienes T en el período 1. De esta forma, p_N satisface:

$$p_N^*(z) = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{z+B}{A}\right) \qquad (8)$$

De allí se desprende que el precio relativo de los bienes no transables depende en la oferta relativa de ambos bienes, que varía junto al shock que determina las dotaciones de bienes transables.

Para utilizar más adelante, se define el precio de la canasta de consumo en términos de bienes transables como $\hat{P}(z) = \frac{p_N^{\,1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}$ Asimismo, se define al índice de precios al consumidor como $P = S \times \hat{P}$. El nivel de precio P es el gasto mínimo de un consumidor para obtener una unidad de *u*. Esto se asemeja al índice de precios compuesto estándar, utilizado en la nueva literatura macroeconómica.

2.3 Inversión óptima de los prestamistas en el período 0

Es necesario entender las condiciones óptimas para los prestamistas antes de estudiar la elección de denominación de la deuda. Cada prestamista maximiza su utilidad esperada sujeto a la restricción de obtener una utilidad que sea mayor o igual a la de no prestar, ya que no prestar (o invertir) es una opción que tiene.

Supongamos que $I_1^{LC}(p_N, S)$ indica el retorno nominal en el período 1 obtenido en el escenario (p_N, S) por un prestamista que invierte k en el período 0. Entonces, el problema del prestamista puede escribirse como:

$$\max_{k\in[0,\bar{k}]} \bar{k} - k + E_0^L\left[\frac{I_1^L}{P}\right] \tag{9}$$

sujeto a la restricción de que su utilidad esperada no sea menor a la obtenida cuando k=0, por lo que:

$$\bar{k} - k + E_0^L\left[\frac{I_1^L}{P}\right] \geq \bar{k} + E_0^L\left[\frac{Sz\bar{k}}{P}\right] \tag{10}$$

Independientemente de la moneda en que se denomine la deuda se puede probar, al igual que en Heymann-Kawamura (2007), que todos los instrumentos de deuda comparten la siguiente propiedad:

$$E\left(\frac{I_1^{LC}}{P}\right) = 1$$

Esto se cumple para cualquier denominación de préstamos. Es decir que los prestamistas van a requerir un retorno esperado unitario en términos de la canasta de consumo.

Para probar esto, veamos que dada la demanda óptima de bienes en el período 1 tenemos que

$$E_0^L\left[\frac{I_1^L}{P}\right] = E_0^L\left[\frac{Sz\bar{k} + I_1^{LC}k}{P}\right]$$

Por lo tanto, la desigualdad anterior puede expresarse como:

$$\bar{k} - k + E_0^L\left[\frac{Sz\bar{k} + I_1^{LC}k}{P}\right] \geq \bar{k} + E_0^L\left[\frac{Sz\bar{k}}{P}\right]$$
$$\Leftrightarrow E_0^L\left[\frac{I_1^{LC}}{P}\right]k \geq k$$

En un equilibrio donde esta restricción se cumpla con igualdad (y eso sucede en los casos aquí considerados), la desigualdad se convierte en $E\left(\frac{I_1^{LC}}{P}\right) = 1$, que es lo que buscábamos demostrar.

Estos resultados son útiles para obtener expresiones más detalladas de las condiciones óptimas para el prestamista bajo cada tipo de denominación de deuda. En este trabajo, consideraremos dos casos: deuda denominada en bienes T (es una deuda dolarizada) y deuda denominada en unidades locales (deuda nominal).

2.3.1 Decisión óptima del prestamista con deuda denominada en bienes transables ("dólares")

En el primer caso, los pagos de la deuda se denominan en términos del bien transable. Esto se interpreta como un instrumento de crédito "dolarizado", ya que el precio internacional del bien transable se asume como igual a un dólar. De esta forma, tal como en Heymann-Kawamura (2007), no se consideran shocks en los precios internacionales.

El instrumento de crédito ofrecido por el mercado especifica que por cada unidad de T que el emprendedor productor de N toma prestado en el período 0 debe devolver R_T^N unidades del bien T en el período 1, si la deuda es honrada (es decir, si no hay default). En el caso del emprendedor productor de T, debe devolver R_T^T unidades del bien T en el período 1 si no hay default.

De esta forma, en el caso de los prestatarios productores de N, tenemos que no hay default si $R_T^N \leq p_N(z)A$; de lo contrario, hay default. Para el caso de los prestatarios productores de T, no hay default si $R_T^T \leq B$; de lo contrario, hay default.

En el caso de que alguno de los prestatarios (o ambos) caigan en default, el juez retiene la producción completa de quien haya incumplido el pago y la transfiere al prestamista. Esta operación tiene un costo social definido como ψ, en el caso de que algún prestatario caiga en default. Para uso futuro, se define $\phi \equiv \frac{\psi}{\bar{k}}$.

Sea $\widehat{\Delta}_N$ el conjunto de estados donde no hay default de los prestatarios productores de N cuando se transa deuda dolarizada; esto es, los estados (S, z) tal que $R_T^N \leq p_N(z)A$. Sea $\widehat{D}_N$ el complemento de $\widehat{\Delta}_N$; esto es, el conjunto de estados para los que hay default de los prestatarios productores de N cuando se transa deuda dolarizada.

Análogamente, sea $\widehat{\Delta}_T$ el conjunto de estados donde no hay default de los prestatarios productores de T cuando se transa deuda dolarizada; esto es, los estados (S, z) tal que $R_T^T \leq B$. Sea $\widehat{D}_T$ el complemento de $\widehat{\Delta}_T$; esto es, el conjunto de estados para los que hay default de los prestatarios productores de T cuando se transa deuda dolarizada.

Con esta notación, se puede caracterizar el ingreso ex post de los prestatarios y de los prestamistas con la denominación en dólares:

$$I_1^L(S, p_N, z) \equiv \begin{cases} Sz\bar{k} + SR_T^N k & \text{Si le presta a BN y no hay default de BN} \\ Sz\bar{k} + Sp_N(z)Ak - S\psi & \text{Si le presta a BN y hay default de BN} \\ Sz\bar{k} + SR_T^T k & \text{Si le presta a BT y no hay default de BT} \\ Sz\bar{k} + SBk - S\psi & \text{Si le presta a BT y hay default de BT} \end{cases} \tag{11}$$

$$I_1^{BN}(S, p_N, z) \equiv \begin{cases} \left[p_N(z)A - R_T^N\right]S\bar{k} & \text{Si no hay default de BN} \\ 0 & \text{Si hay default de BN} \end{cases} \tag{12}$$

$$I_1^{BT}(S, p_N, z) \equiv \begin{cases} \left[B - R_T^T\right]S\bar{k} & \text{Si no hay default de BT} \\ 0 & \text{Si hay default de BT} \end{cases} \tag{13}$$

Recordando las definiciones del índice de precios nominal $P(S, z)$ y el índice de precios "dolarizado" $\widehat{P}(z)$, la definición anterior implica la siguiente condición de primer orden para el prestamista (ver Anexo I para más detalle):

$$1 + \sum_{(S,z)\in\widehat{D}_N} q(z,S)\frac{\psi}{\bar{k}\widehat{P}(z)} = \sum_{(S,z)\in\widehat{\Delta}_N} q(z,S)\frac{R_T^N}{\widehat{P}(z)} + \sum_{(S,z)\in\widehat{D}_N} q(z,S)A\frac{p_N(z)}{\widehat{P}(z)} \qquad \text{si le presta a BN} \tag{14}$$

$$1+\sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(z,S)\frac{\psi}{\bar{k}\hat{P}(z)}=\sum_{(S,z)\in\hat{\Delta}_T} q(z,S)\frac{R_T^T}{\hat{P}(z)}+\sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(z,S)\frac{B}{\hat{P}(z)} \qquad \text{si le presta a BT} \tag{15}$$

De esta manera, es fácil demostrar que:

$$\begin{gathered}\sum_{(S,z)\in\hat{\Delta}_N} q(z,S)\frac{R_T^N}{\hat{P}(z)}+\sum_{(S,z)\in\hat{D}_N} q(z,S)A\frac{p_N(z)}{\hat{P}(z)}-\sum_{(S,z)\in\hat{D}_N} q(z,S)\frac{\psi}{\bar{k}\hat{P}(z)}= \\ \sum_{(S,z)\in\hat{\Delta}_T} q(z,S)\frac{R_T^T}{\hat{P}(z)}+\sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(z,S)\frac{B}{\hat{P}(z)}-\sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(z,S)\frac{\psi}{\bar{k}\hat{P}(z)}\end{gathered} \tag{16}$$

probando que los prestamistas están completamente indiferentes entre prestarle a BN o prestarle a BT.

Además, (14) y (15) muestran que el retorno esperado por unidad prestada, en términos de la canasta de consumo equivale a 1. Como los prestamistas se preocupan por el poder adquisitivo de su ingreso en términos de la canasta de consumo, de esta ecuación se desprende que la tasa de interés de este instrumento de deuda denominado en bienes transables va a depender, en equilibrio, del poder adquisitivo esperado de los bienes transables.

Reemplazando la ecuación (14) en la función de utilidad indirecta ex -ante del prestatario productor de no transables, denominada U_T^{BN}, obtenemos:

$$U_T^{BN}=\bar{k}(1-\alpha)A^{1-\alpha}\sum_{(S,z)} q(S,z)(z+B)^{-\alpha}+\bar{k}\alpha A^{1-\alpha}-\alpha\psi A^{1-\alpha}\sum_{(S,z)\in\hat{D}_N}(z+B)^{\alpha-1}-\bar{k} \tag{17}$$

Análogamente, reemplazando la ecuación (15) en la función de utilidad indirecta ex -ante del prestatario productor de transables (para ver el desarrollo ir al Anexo II), denominada U_T^{BT}, llegamos a que:

$$U_T^{BT}=\bar{k}\alpha A^{1-\alpha}B\sum_{(S,z)} q(s,z)(z+B)^{\alpha-1}-\alpha\psi A^{1-\alpha}\sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(s,z)(z+B)^{\alpha-1}-\bar{k} \tag{18}$$

De esta manera, el prestamista obtiene una utilidad esperada igual a la utilidad de reserva, esto es, la utilidad de no prestar, tanto si le presta a BN como si le presta a BT.

2.3.2 Decisión óptima del prestamista con deuda denominada en bienes locales (nominal)

En el segundo caso, el instrumento de crédito ofrecido por el mercado especifica que por cada unidad de T que el emprendedor productor de N toma prestado en el período 0 debe devolver R^N_{nom} unidades en moneda local (nominal) en el período 1, si la deuda es honrada (es decir, si no hay default). En el caso del emprendedor productor de T, debe devolver R^T_{nom} unidades en moneda local (nominal) en el período 1 si no hay default.

De esta forma, en el caso de los prestatarios productores de N, tenemos que no hay default si $R^N_{nom}\bar{k} \le Sp_N(z)A\bar{k}$; de lo contrario, hay default. Para el caso de los prestatarios productores de T, no hay default si $R^T_{nom}\bar{k} \le SB\bar{k}$; de lo contrario, hay default.

Sea Δ_N el conjunto de estados donde no hay default de los prestatarios productores de N cuando se transa deuda nominal; esto es, los estados (S,z) tal que $R^N_{nom}\bar{k} \le Sp_N(z)A\bar{k}$. Sea D_N el complemento de Δ_N ; esto es, el conjunto de estados para los que hay default de los prestatarios productores de N cuando se transa deuda nominal.

Análogamente, sea Δ_T el conjunto de estados donde no hay default de los prestatarios productores de T cuando se transa deuda nominal; esto es, los estados (S,z) tal que $R^T_{nom}\bar{k} \le SB\bar{k}$. Sea D_T el complemento de Δ_T ; esto es, el conjunto de estados para los que hay default de los prestatarios productores de T cuando se transa deuda nominal.

Con esta notación, se puede caracterizar el ingreso ex post de los prestatarios y de los prestamistas con esta denominación:

$$I_1^L(S, p_N, z) \equiv \begin{cases} Sz\bar{k} + R^N_{nom}k & \text{Si le presta a BN y no hay default de BN} \\ Sz\bar{k} + Sp_N(z)Ak - S\psi & \text{Si le presta a BN y hay default de BN} \\ Sz\bar{k} + R^N_{nom}k & \text{Si le presta a BT y no hay default de BT} \\ Sz\bar{k} + SBk - S\psi & \text{Si le presta a BT y hay default de BT} \end{cases} \tag{19}$$

$$I_1^{BN}(S, p_N, z) \equiv \begin{cases} \left[p_N(z)SA - R^N_{nom}\right]\bar{k} & \text{Si no hay default de BN} \\ 0 & \text{Si hay default de BN} \end{cases} \tag{20}$$

$$I_1^{BT}(S, p_N, z) \equiv \begin{cases} \left[BS - R^T_{nom}\right]\bar{k} & \text{Si no hay default de BT} \\ 0 & \text{Si hay default de BT} \end{cases} \tag{21}$$

Recordando las definiciones del índice de precios nominal $P(S,z)$y el índice de precios "dolarizado" $\widehat{P}(z)$, la definición anterior implica la siguiente condición de primer orden para el prestamista:

$$1+\sum_{(S,z)\in D_N} q(z,S)\frac{\psi}{\bar{k}\widehat{P}(z)} = \sum_{(S,z)\in \Delta_N} q(z,S)\frac{R_{nom}^N}{P(S,z)} + \sum_{(S,z)\in D_N} q(z,S)A\frac{p_N(z)}{\widehat{P}(z)} \quad \text{si le presta a BN} \tag{22}$$

$$1+\sum_{(S,z)\in D_T} q(z,S)\frac{\psi}{\bar{k}\widehat{P}(z)} = \sum_{(S,z)\in \Delta_T} q(z,S)\frac{R_{nom}^T}{P(S,z)} + \sum_{(S,z)\in D_T} q(z,S)\frac{B}{\widehat{P}(z)} \quad \text{si le presta a BT} \tag{23}$$

Probando de esta manera que:

$$\begin{gathered}\sum_{(S,z)\in \Delta_N} q(z,S)\frac{R_{nom}^N}{P(z)} + \sum_{(S,z)\in D_N} q(z,S)A\frac{p_N(z)}{\widehat{P}(z)} - \sum_{(S,z)\in D_N} q(z,S)\frac{\psi}{\bar{k}\widehat{P}(z)} = \\ \sum_{(S,z)\in \Delta_T} q(z,S)\frac{R_{nom}^T}{P(z)} + \sum_{(S,z)\in D_T} q(z,S)\frac{B}{\widehat{P}(z)} - \sum_{(S,z)\in D_T} q(z,S)\frac{\psi}{\bar{k}\widehat{P}(z)}\end{gathered} \tag{24}$$

Esto demuestra nuevamente que los prestamistas están completamente indiferentes entre prestarle a BN o prestarle a BT.

Si R_{nom}^N y R_{nom}^T satisfacen la igualdad planteada en las ecuaciones (22) y (23), entonces la restricción también se satisface con igualdad. Por lo tanto, en equilibrio $k=\bar{k}$. Además, el prestamista toma a $p_N(z)$como exógeno. De esta manera tenemos que el retorno esperado de los prestamistas en este caso también es igual a 1.

Los prestamistas obtienen nuevamente la utilidad de reserva. Luego, la utilidad indirecta de los prestatarios productores de bienes no transables, denominada U_{nom}^{BN}, es:

$$U_{nom}^{BN} = \bar{k}(1-\alpha)A^{1-\alpha}\sum_{(S,z)} q(S,z)(z+B)^{-\alpha} - \alpha\psi A^{1-\alpha}\sum_{(S,z)\in D_N}(z+B)^{\alpha-1} - \bar{k}$$

Análogamente, la utilidad indirecta de los prestatarios productores de bienes transables, denominada U_{nom}^{BT}, es:

$$U_{nom}^{BT} = \bar{k}\alpha A^{1-\alpha}\sum_{(S,z)} q(S,z)B(z+B)^{\alpha-1} - \alpha\psi A^{1-\alpha}\sum_{(S,z)\in D_T}(z+B)^{\alpha-1} - \bar{k}$$

Por lo tanto, con préstamos nominales el nivel de la utilidad indirecta de equilibrio para los emprendedores depende del estado en que entren en default de su deuda.

3. DENOMINACIÓN DE DEUDA EN EQUILIBRIO EN LA ECONOMÍA FINANCIERAMENTE CERRADA

Dado que los prestamistas obtienen la misma utilidad esperada tanto para los préstamos nominales como para los contratos denominados en bienes T, la utilidad esperada de los prestatarios es la clave para determinar cuál de los dos instrumentos de deuda se impone en equilibrio. El siguiente resultado provee la fórmula general para estudiar qué determina la elección de la denominación.

Proposición 3.1
Las condiciones que hacen preferible un tipo de denominación sobre el otro dependen exclusivamente de sus probabilidades de default y del valor deflactado del costo de default.

La demostración se logra calculando la diferencia entre la utilidad indirecta esperada del prestamista productor de N con préstamo nominal y con préstamo denominado en bienes T obtenemos que:

$$U_{nom}^{BN} - U_{T}^{BN} = -\psi\left(\sum_{(s,z)\in D_N} \frac{q(S,z)}{\hat{P}(z)} - \sum_{(s,z)\in \hat{D}_N} \frac{q(S,z)}{\hat{P}(z)} \right)$$

De manera análoga, calculando la diferencia entre la utilidad indirecta esperada del prestamista productor de T con préstamo nominal y con préstamo denominado en bienes T obtenemos que:

$$U_{nom}^{BT} - U_{T}^{BT} = -\psi\left(\sum_{(s,z)\in D_T} \frac{q(S,z)}{\hat{P}(z)} - \sum_{(s,z)\in \hat{D}_T} \frac{q(S,z)}{\hat{P}(z)} \right)$$

En ambos casos, se puede apreciar claramente que, tanto para el prestatario productor de bienes no transables como para el prestatario productor de transables, la elección depende de la diferencia del costo de default esperado, deflactado por el índice de precios al consumidor medido en bienes T.

La primera conclusión importante es que la magnitud de la diferencia entre las dos utilidades indirectas, para ambos tipos de prestatarios, depende del parámetro ψ, que es el costo de default que pagan los prestamistas. Si ψ fuera igual a 0, entonces ambos prestatarios estarían completamente indiferentes entre los dos tipos de denominación, independientemente de los estados de default.

De esta manera, podemos ver que a pesar de que la tasa de interés de las dos denominaciones de los contratos de préstamo hacen que el prestamista esté indiferente respecto a prestar o no y a qué tipo de prestatario prestar, es el costo de default el que hace que los prestatarios no estén indiferentes respecto a la denominación del contrato. Para tomar dicha elección, se basan en las propiedades de default de cada tipo de contrato. En este sentido, la *Proposición 3.1* en Heymann-Kawamura (2007) se mantiene en este entorno.

Por otro lado, resulta evidente que el signo de $(U_{nom}^{BT} - U_{T}^{BT})$ y de $(U_{nom}^{BN} - U_{T}^{BN})$, debe ser opuesto al signo de $\left(\sum_{(s,z)\in D_T} \frac{q(S,z)}{\hat{P}} - \sum_{(s,z)\in \hat{D}_T} \frac{q(S,z)}{\hat{P}}\right)$ y de $\left(\sum_{(s,z)\in D_N} \frac{q(S,z)}{\hat{P}} - \sum_{(s,z)\in \hat{D}_N} \frac{q(S,z)}{\hat{P}}\right)$. Dado que la estructura de la función $\hat{P}(z)$ es igual para D y para $\hat{D}$ y dado que $q(S,z)\in(0,1)$ y $p_N(z) > 0$ en equilibrio, entonces el signo de este último término se determina a partir de si $\# D$ es estrictamente mayor o estrictamente menor que $\# \hat{D}$.

La simetría de preferencias va a permitirnos caracterizar la dominancia de una denominación por sobre la otra de manera simple: mediante el análisis directo de los estados en los que se entra en default.

Antes de continuar, con el fin de evitar el cierre del mercado de crédito, vamos a imponer una restricción sobre z_H de manera tal que no exista default en contratos denominados en dólares.

Por lo tanto, en este estado de la naturaleza asumimos que el valor de z_H es lo suficientemente grande para que no haya default en el estado de tipo de cambio real bajo, cuando se transa deuda dolarizada. Esto es, el estado (S_L, z_H) no está nunca incluido en $\hat{D}_i \ \ \forall i \in \{N,T\}$.

3.1 La elección de la denominación

Habiendo establecido cómo la tasa de interés se determina por la condición de retorno esperado antes mencionada y que los estados de default resultan ser el principal factor de decisión sobre la denominación de los contratos para ambos tipos de prestatarios, vamos a proceder a estudiar los casos de default para cada denominación.

A continuación se presenta una caracterización de los casos de default para contratos dolarizados y contratos nominales, junto con sus respectivos desarrollos (presentados como Anexo III y Anexo IV, respectivamente).

Lema3.2
Si se transa deuda dolarizada (denominada en bienes T) en equilibrio, entonces:

T_{N1} - *No se produce default de los prestatarios productores de N en ningún estado de la naturaleza (esto es, $\hat{D}_N = \emptyset$) si y sólo si* $\mathrm{E}\left[\frac{1}{\hat{\mathrm{P}}}\right] Ap_N(z_L) \geq 1$

T_{T1} - *No se produce default de los prestatarios productores de T en ningún estado de la naturaleza (esto es, $\hat{D}_T = \emptyset$) si y sólo si* $E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right] B \geq 1$

T_{N2} - *Los productores de N se declaran en default en el estado de tipo de cambio real alto (esto es, $\hat{D}_N = \{(\mathrm{S}_\mathrm{H}, z_L)\}$) si y sólo si*

$$\mathrm{E}\left[\frac{1}{\hat{\mathrm{P}}}\right] Ap_N(z_L) < 1 < 1 + \phi\hat{\pi}_L \leq E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$$

Por el contrario, si se transa deuda nominal en equilibrio, entonces:

N_{N1} - *Si z_L es lo suficientemente alto para que*

$$\mathrm{E}_\pi\left[\frac{\mathrm{S}_\mathrm{L}}{\mathrm{S}}\right] Ap_N(z_L) \geq 1$$

entonces los prestatarios productores de N no se declaran en default en ningún estado de la naturaleza.

N_{T1} - *No hay default de los prestatarios productores de T (esto es, $D_N = \emptyset$) si y sólo si*

$$E\left[\frac{1}{P}\right] SB \geq 1, \ \forall S \in \{S_L, S_H\}$$

N_{N2} - *Cuando los shocks nominales y reales inducen las condiciones para que*

$$\mathrm{E}\left[\frac{\mathrm{S}_\mathrm{L}}{\mathrm{S}\hat{\mathrm{P}}}\right] Ap_N(z_H) < 1 < 1 + \phi\hat{\pi}_H \leq E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$$

entonces se produce default por parte de los prestatarios productores de N en el estado de tipo de cambio bajo (esto es, $\hat{D}_N = \{(S_L, z_H)\}$*).*

N_{T2} *- Existe default de los prestatarios productores de T en el escenario* $D_T = \{(S_L, z_H)\}$*, si* S_L *es lo suficientemente bajo para que*

$$E\left[\frac{1}{P}\right]S_L B < 1 < 1 + \frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H}\phi$$

En primer lugar, nótese que este lema no es otra que una extensión del lema 3.3 de Heymann-Kawamura (2007), al menos para los casos correspondientes a los empresarios productores de no transables. En efecto, para que no exista default para los prestatarios productores de N en el caso donde los contratos se denominan en dólares (condición T_{N1}) la oferta de bienes transables debe ser lo suficientemente abundante para que el precio relativo del bien N permita a los prestatarios honrar su deuda, incluso en el "estado malo".

La condición T_{N2} implica que, para que el prestatario productor de N sea solvente en el estado (S_L, z_H), el poder adquisitivo esperado de su producción (bienes N, que se financian con el préstamo) debe ser mayor al retorno unitario requerido por el prestamista más el costo esperado de default que ocurre en el estado (S_H, z_L). Si esta condición no se cumpliera, no se estaría cubriendo el costo de oportunidad del proyecto, por lo que no habría préstamos para ellos. La condición suficiente para las ecuaciones de T_{N2} es no sólo que z_H sea suficientemente alto (un supuesto utilizado anteriormente), sino también que z_L sea bajo.

La intuición detrás de la condición N_{N1} es similar a la de T_{N1}. Por su parte, la condición N_{N2}, en el caso donde el tipo de cambio real es alto, la depreciación nominal provoca que suba el nivel de precios agregado. En esa instancia, el valor en dólares de la deuda nominal se reduce tanto que los prestatarios productores de N pueden repagar sus deudas. Sin embargo, la tasa de interés nominal es tan alta, que existe default en el caso de tipos de cambio nominal y real bajos. Esta posibilidad puede resultar relevante para racionalizar la resistencia de los agentes a transar instrumentos de deuda nominal en economías con tipo de cambio fijo, donde se teme que en caso de salirse del "peg", los precios nominales peguen un salto muy grande (típico "*peso problem*"). Dicha resistencia sería aún mayor si existiera incertidumbre respecto del tamaño de la devaluación (en el caso de tipo de cambio real alto), ya que bajo esa circunstancia podrían existir también estados de default en deudas nominales para el caso mencionado.

Los resultados novedosos con respecto a las condiciones de default vienen dados respecto de los prestatarios productores de T. Que no exista default si éstos toman prestado en dólares (condición T_{T1}) implica que el poder adquisitivo esperado de su producción (bienes T, financiados por el préstamo) es mayor o igual al retorno unitario que requiere el prestamista (en bienes T). Es decir que en este escenario, la condición necesaria para que no haya default para el prestatario productor de T es que el factor de producción B sea mayor o igual a R_T^T, el retorno esperado por el prestamista (dado que éste espera que no haya default en ningún estado de la naturaleza). Esto sucede porque el prestatario productor de T no tiene riesgo de tipo de cambio real, ya que produce el bien que debe devolver al prestamista.

Cabe mencionar que no existe para el prestatario que produce T un caso análogo al T_{N2}, es decir, un caso donde éste entre en default en el estado $\left(\mathrm{S_L}, z_H\right)$ si se denomina el préstamo en bienes transables, precisamente por el hecho de que este prestatario no enfrenta "riesgo de tipo real de cambio". Es decir, si T_{T1} es cierto, entonces los prestatarios productores de T no defaultean en ningún estado de la naturaleza si se endeudan en dólares. De lo contrario los productores de transables harían default en todos los estados de la naturaleza, cerrándose el crédito para los productores de T si sólo se pudiesen endeudar en dólares.

El concepto detrás de la condición N_{T1} manifiesta que el tipo de cambio nominal, aún siendo éste bajo $\left(\mathrm{S_L}\right)$, permite que el factor de producción B en términos nominales (es decir, multiplicado por el tipo de cambio $S \in \left\{S_L, S_H\right\}$) sea mayor o igual a R_{nom}^T, el retorno nominal esperado por el prestamista. Con esta condición, el prestamista que produce T no entra en default si B es suficientemente grande para ningún estado de la naturaleza si el contrato se denomina con retornos nominales.

Finalmente, es interesante analizar la condición N_{T2}. Ésta induce que un estado en que S_L sea lo suficientemente bajo como para que el factor de producción B en términos nominales (es decir, multiplicado por el tipo de cambio S_L) sea menor a R_{nom}^T, el retorno nominal esperado por el prestamista, provoca que los prestatarios que producen T caigan en default. Esta situación tiene una interpretación similar a la de T_{N2}, con estados inversos.

Para que el prestatario productor de T sea solvente en el estado $(\mathrm{S_H}, z_L)$, el poder adquisitivo esperado de su producción (bienes T, que se financian con el préstamo), debe ser mayor al retorno unitario requerido por el prestamista más el costo esperado de default que ocurre en el estado $(\mathrm{S_L}, z_H)$. De lo contrario, no habría préstamos para ellos ya que no se cubriría el costo de oportunidad.

A partir de las condiciones obtenidas en el *Lema 3.2*, es posible estudiar la elección de la denominación de los préstamos para ambos tipos de prestatarios, en cada escenario posible.

Proposición 3.3
Los prestatarios eligen la denominación de los préstamos óptima para cada escenario posible.

- *Si se verifican* $\mathrm{E}\left[\frac{1}{\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_L) \geq 1$ *y* $\mathrm{E}_\pi\left[\frac{\mathrm{S_L}}{\mathrm{S}}\right]Ap_N(z_L) \geq 1$ *para el prestatario productor de N y* $E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]B \geq 1$ *y* $E\left[\frac{1}{P}\right]SB \geq 1,\ \forall S \in \{S_L, S_H\}$ *para el prestatario productor de T, entonces ambos tipos de prestatarios están* ***indiferentes*** *respecto de la denominación de sus préstamos.*

- *Si se verifican* $\mathrm{E}\left[\frac{1}{\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_L) \geq 1$ *y* $\mathrm{E}\left[\frac{\mathrm{S_L}}{\mathrm{S}\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_H) < 1 < 1 + \phi\hat{\pi}_H \leq E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$ *para el prestatario productor de N y* $E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]B \geq 1$ *y* $E\left[\frac{1}{P}\right]S_L B < 1 < 1 + \frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H}\phi$ *para el prestatario productor de T, entonces ambos tipos de prestatarios prefieren denominar sus préstamos en bienes T* ***(dólares)***.

- *Si* $\mathrm{E}\left[\frac{1}{\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_L) \geq 1$ *y* $\mathrm{E}_\pi\left[\frac{\mathrm{S_L}}{\mathrm{S}}\right]Ap_N(z_L) \geq 1$ *son ciertos para el prestatario productor de N y si* $E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]B \geq 1$ *y* $E\left[\frac{1}{P}\right]S_L B < 1 < 1 + \frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H}\phi$ *son ciertos para el prestatario productor de T, entonces el prestatario productor de N está indiferente respecto a la denominación, mientras que el prestatario productor de T prefiere denominar sus préstamos en bienes T (dólares).*

- *Si se verifican* $\mathrm{E}\left[\frac{1}{\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_L) \geq 1$ *y* $\mathrm{E}\left[\frac{\mathrm{S_L}}{\mathrm{S}\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_H) < 1 < 1 + \phi\hat{\pi}_H \leq E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$ *para el prestatario productor de N y* $E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]B \geq 1$ *y* $E\left[\frac{1}{P}\right]SB \geq 1,\ \forall S \in \{S_L, S_H\}$ *para el prestatario productor de T, entonces el prestatario productor de N prefiere tomar* *prestado en bienes T (dólares), mientras que el prestatario productor de T está indiferente respecto a la denominación de su deuda.*

- *Si se verifica* $\mathrm{E}\left[\frac{1}{\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_L)<1<1+\phi\hat{\pi}_L\le E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$, $\frac{1-\pi}{\pi}>\frac{\hat{P}(z_H)}{\hat{P}(z_L)}$ *y además* $\mathrm{E}\left[\frac{\mathrm{S_L}}{\mathrm{S}\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_H)<1<1+\phi\hat{\pi}_H\le E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$ *para el prestatario productor de N; y si se verifican* $E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]B\ge 1$ *y* $E\left[\frac{1}{P}\right]S_L B<1<1+\frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H}\phi$ *para el prestatario productor de T, entonces ambos tipos de prestatarios prefieren denominar sus préstamos en bienes T (dólares).*

- *Si se verifican* $\mathrm{E}\left[\frac{1}{\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_L)<1<1+\phi\hat{\pi}_L\le E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$, $\frac{1-\pi}{\pi}<\frac{\hat{P}(z_H)}{\hat{P}(z_L)}$ *y* $\mathrm{E}\left[\frac{\mathrm{S_L}}{\mathrm{S}\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_H)<1<1+\phi\hat{\pi}_H\le E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$ *para el productor de N; y se verifican* $E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]B\ge 1$ *y* $E\left[\frac{1}{P}\right]S_L B<1<1+\frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H}\phi$ *para el prestatario productor de T, entonces los prestatarios productores de N prefieren denominar sus préstamos nominalmente (pesos), mientras que los prestatarios productores de T prefieren denominar sus préstamos en bienes T (dólares).*

- *Si se verifican* $\mathrm{E}\left[\frac{1}{\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_L)<1<1+\phi\hat{\pi}_L\le E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$, $\frac{1-\pi}{\pi}>\frac{\hat{P}(z_H)}{\hat{P}(z_L)}$ *y* $\mathrm{E}\left[\frac{\mathrm{S_L}}{\mathrm{S}\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_H)<1<1+\phi\hat{\pi}_H\le E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$ *para el prestatario productor de N y además* $E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]B\ge 1$ *y* $E\left[\frac{1}{P}\right]S_L B<1<1+\frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H}\phi$ *se verifican para el prestatario productor de T, entonces los prestatarios productores de N prefieren denominar sus préstamos en bienes T (dólares), mientras que los prestatarios productores de T están indiferentes respecto de la denominación.*

- *Si se verifican* $\mathrm{E}\left[\frac{1}{\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_L)<1<1+\phi\hat{\pi}_L\le E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$, $\frac{1-\pi}{\pi}<\frac{\hat{P}(z_H)}{\hat{P}(z_L)}$ *y* $\mathrm{E}\left[\frac{\mathrm{S_L}}{\mathrm{S}\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_H)<1<1+\phi\hat{\pi}_H\le E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$ *para el prestatario productor de N y si se verifican* $E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]B\ge 1$ *y* $E\left[\frac{1}{P}\right]S_L B<1<1+\frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H}\phi$ *para el prestatario productor de T, entonces los prestatarios productores de N prefieren denominar sus contratos* *nominalmente (pesos), mientras que los prestatarios productores de T están indiferentes respecto de la denominación.*

Es importante remarcar que los supuestos tales que el prestatario que produce N puede entrar en default en préstamos dolarizados, y los que hace que no entre en default si se endeuda en pesos (condiciones T_{N2} y N_{N1} del *Lema 3.2*) son mutuamente incompatibles con los supuestos utilizados por el modelo, por lo que las alternativas derivadas de ese escenario no son posibles.

Los resultados aquí obtenidos muestran, en primer lugar, que los resultados encontrados en las Proposiciones 3.6 y 3.7 en Heymann-Kawamura (2007) se siguen verificando también en este entorno modificado. Recordemos que la Proposición 3.6 de Heymann-Kawamura (2007) presenta, para los prestatarios productores de no transables, las condiciones bajo las cuales endeudarse en dólares implica no caer en default, mientras que endeudarse nominalmente implica default en el escenario de tipo de cambio real bajo. La Proposición 3.7 de ese trabajo muestra que los prestatarios productores de no transables prefieren endeudarse en dólares incluso cuando eso pueda provocar default en un estado, considerando que la probabilidad de default en esa denominación es menor que la nominal. Estos resultados también se observan en un subconjunto de casos de la *Proposición 3.3* del presente trabajo.

A partir de la *Proposición 3.3* podemos ver que el prestatario productor de N tiene una tendencia a dolarizar sus pasivos, tal como en Heymann-Kawamura (2007). Pero además, nos permite ver, como resultado novedoso, que, en la medida que su productividad no sea suficientemente baja, el prestatario productor de transables elegirá siempre dolarizar sus pasivos, o a lo sumo, estará indiferente entre el tipo de denominación. Dado que en equilibrio el prestamista termina estando siempre indiferente entre todos los posibles instrumentos de crédito (denominaciones) y entre distintos posibles deudores, entonces es lógico pensar que los productores de transables son los que menores costos de default deberían enfrentar (dada la ausencia de riesgo de tipo real de cambio) respecto de los deudores productores de no transables, quienes sí enfrentan el mencionado riesgo. Esto es lo que se encuentra en el principal resultado de este trabajo.

4. OBSERVACIONES FINALES

El presente trabajo ha estudiado decisiones respecto de la denominación de contratos de endeudamiento, en el marco del modelo de Heymann-Kawamura (2007) extendido por la inclusión de prestatarios productores de bienes transables, en el caso de una economía financieramente cerrada.

El modelo plantea que la presencia de un costo de default puede explicar la elección de la moneda de denominación de los préstamos para ambos tipos de prestatarios. En una economía cerrada a los flujos financieros internacionales (tomando como supuesto que tanto los prestamistas locales como los prestatarios que producen N y los que producen T tienen las mismas preferencias), si las políticas monetarias futuras se perciben ex-ante como muy volátiles generando incertidumbre respecto del resultado real de los préstamos nominales y siempre que la volatilidad del tipo de cambio real no sea demasiado grande, las tasas de interés se fijan en equilibrio de manera que los prestamistas estén indiferentes entre los distintos tipos de denominación y entre prestarle al que produce N o al que produce T. Sin embargo, esa condición de arbitraje de la tasa de interés para los prestamistas puede implicar que los prestatarios puedan caer en default a través de esos préstamos. De esta forma, tal como sucede en Heymann-Kawamura (2007), cada prestatario prefiere el tipo de denominación que minimiza el costo de default, ya que ésta corresponde a la denominación con la tasa de interés más baja para el prestamista. Este efecto tiende a inducir la dolarización de los pasivos.

Las tasas de interés endógenas del modelo permiten apreciar que una mayor volatilidad nominal que real no es suficiente en sí misma para inducir una dolarización del sistema financiero. La distribución de la probabilidad de los shocks es también importante a la hora de generar un equilibrio en donde se transen deudas dolarizadas.

La *Proposición 3.*1 del capítulo anterior, que surge como extensión directa de la Proposición 3.1 de Heymann-Kawamura (2007), muestra de forma evidente que si una denominación de deuda conduce a default en ciertos estados que la otra denominación no, entonces este último tipo de denominación es la que se transa en equilibrio. En cuanto al *Lema 3.2*, de allí se desprende claramente que si el tipo de cambio nominal es mayor en el estado de tipo de cambio real alto, como se supone aquí, las condiciones de default para el prestamista que produce N en el estado $(\mathrm{S}_{\mathrm{H}}, z_L)$ son más débiles para los préstamos nominales. Por su parte, el prestamista que produce T tiene un riesgo de default acotado a que su factor de producción no sea menor que la tasa de interés real que debe devolver. De este modo, si se endeuda en dólares no tiene riesgo de tipo de cambio real (cabe recordar que la tasa de interés que fija el prestamista le permite estar indiferente entre los dos tipos de denominación). Como consecuencia directa, los prestatarios productores de T no entran en default en ningún estado si se endeudan en dólares, mientras que si se endeudan nominalmente existe la posibilidad de que no puedan pagar su deuda. Por lo tanto, a lo sumo estarán indiferentes respecto a la denominación del préstamo.

La inclusión de un prestatario productor de bienes transables aporta nuevos resultados respecto del trabajo realizado por Heymann-Kawamura (2007). Por un lado, refuerza las conclusiones obtenidas por ellos para los productores de no transables, ya que sus resultados se sostienen en este nuevo marco. Pero además, muestra que la aparición de prestatarios productores de transables tiende a **incrementar** el incentivo de los deudores a dolarizar los pasivos. Esto queda evidenciado en la *Proposición 3.3*, que evalúa la interacción de la denominación de deuda que eligen los dos tipos de prestamistas en cada escenario posible. En equilibrio, los prestatarios que producen transables no entran en default en ningún estado si transan préstamos dolarizados si su productividad es suficientemente alta. Según el estado de la naturaleza, puede ocurrir que los prestatarios productores de T elijan endeudarse en dólares, mientras que los prestatarios productores de N prefieran endeudarse nominalmente, cosa que es posible dado que ya probamos que el prestamista está indiferente entre ambos tipos de denominación. Sin embargo, ya quedó demostrado que el prestatario productor de N también tiende a la dolarización de sus pasivos en función de sus percepciones de volatilidad nominal futura.

Como posibles extensiones al trabajo, se podría reformular el modelo con prestamistas con dotaciones de bienes no transables, lo que permitiría evaluar y analizar distintos escenarios. Evidentemente, también se podría extender el presente análisis al marco de una economía abierta a los mercados de crédito internacionales, permitiendo la posibilidad de futuras investigaciones, como lo hacen Heymann y Kawamura (2007) en la segunda parte de su trabajo.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Broda, Christian y Eduardo Levy-Yeyati (2006). "Endogenous Deposit Dollarization", *Journal of Money, Credit and Banking*, 38, pp. 963-988.

[2] Chang, Roberto and Andrés Velasco (2005). "Endogenous Financial Dollarization and Exchange Rate Policy", *Journal of Policy Reform*, 8, pp. 263-80.

[3] Haussmann, Ricardo and Ugo Panizza (2003). "The Mystery of Original Sin", Mimeo.

[4] Heymann, Daniel y Enrique Kawamura (2007). "On Liability Dollarization: a simple model with financially closed and open economies", Working Paper.

[5] Ize, Alain y Eduardo Levy-Yeyati (2003). "Financial Dollarization", *Journal of International Economics*, 59, pp. 323-347.

[6] Ize, Alain y Eric Parrado (2002). "Dollarization, Monetary Policy and the Pass-Through", IMF, Working Paper 02/188.

[7] Ize, Alain y Andrew Powell (2005). "Prudential Responses to De Facto Dollarization", *Journal of Policy Reforms*, 8, pp. 241-262.

[8] Jeanne, Oliver (2003). "Why do Emerging Economies Borrow in Foreign Currency?", IMF, sin publicar.

[9] Neumayer, Pablo A. (1998). "Inflation-Stabilization Risk in Economies with Incomplete Asset Markets", *Journal of Economic Dinamics and Control*, 12, pp. 371-391.

[10] Obstfeld, Maurice y Kenneth Rogoff (1996). *Foundations of International Macroeconomics*, Cambridge MA, The MIT Press.

ANEXO I

El problema del prestamista puede escribirse como:

$$\max_{k\in[0,\bar{k}]} \bar{k} - k + E_0^L\left[\frac{I_1^L}{P}\right]$$

Reemplazando I_1^L por el ingreso definido en (11) tenemos que el problema se reescribirse como:

$$\max_{k\in[0,\bar{k}]} \bar{k} - k + \sum_{(S,z)\in\hat{\Delta}_N} q(z,S)\left(\frac{Sz\bar{k} + SR_T^N k}{P}\right) + \sum_{(S,z)\in\hat{D}_N} q(z,S)\left(\frac{Sz\bar{k} + Sp_N(z)Ak - S\psi}{P}\right) \text{ si le presta a BN}$$

$$\max_{k\in[0,\bar{k}]} \bar{k} - k + \sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(z,S)\left(\frac{Sz\bar{k} + SR_T^T k}{P}\right) + \sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(z,S)\left(\frac{Sz\bar{k} + SBk - S\psi}{P}\right) \text{ si le presta a BT}$$

Derivando respecto a k, recordando que $\psi = \psi_N + \psi_T$, $P = S \times \hat{P}$ y $\psi = \phi \times \bar{k}$, obtenemos la condición de primer orden para el prestamista:

$$1 + \sum_{(S,z)\in\hat{D}_N} q(z,S)\frac{\psi}{\bar{k}\hat{P}(z)} = \sum_{(S,z)\in\hat{\Delta}_N} q(z,S)\frac{R_T^N}{\hat{P}(z)} + \sum_{(S,z)\in\hat{D}_N} q(z,S)A\frac{p_N(z)}{\hat{P}(z)} \quad \text{si le presta a BN}$$

$$1 + \sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(z,S)\frac{\psi}{\bar{k}\hat{P}(z)} = \sum_{(S,z)\in\hat{\Delta}_T} q(z,S)\frac{R_T^T}{\hat{P}(z)} + \sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(z,S)\frac{B}{\hat{P}(z)} \quad \text{si le presta a BT}$$

ANEXO II

La utilidad del prestamista productor de transables puede escribirse como:

$$U_T^{BT} = E_0\left[(c_T^{BT})^{\alpha}(c_N^{BT})^{1-\alpha}\right]$$

Utilizando la restricción presupuestaria (3) para obtener los consumos óptimos podemos despejar que

$$c_T^{BT} = \frac{\alpha I_1^{BT}}{S}$$

$$c_N^{BT} = \frac{I_1^{BT}(1-\alpha)}{Sp_N}$$

Por lo tanto,

$$U_T^{BT} = E_0\left[\left(\frac{\alpha I_1^{BT}}{S}\right)^{\alpha}\left(\frac{I_1^{BT}(1-\alpha)}{Sp_N}\right)^{1-\alpha}\right]$$

$$U_T^{BT} = E_0\left[\left(\frac{I_1^{BT}}{S}\right)\left(\frac{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}{p_N{}^{1-\alpha}}\right)\right]$$

Recordando que $p_N^*(z)=\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{z+B}{A}\right)$ y que $\hat{P}(z)=\frac{p_N{}^{1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}$ con $P=S\times\widehat{P}(z)$

$$U_T^{BT} = E_0\left[\frac{I_1^{BT}}{S\hat{P}(z)}\right]$$

Ahora, utilizando el ingreso ex –post del prestamista productor de transables (13)

$$I_1^{BT}(S, p_N, z) = \sum_{(S,z)\in\hat{\Delta}_T} q(s,z)(B-R_T^T)S\bar{k}$$

Reemplazando:

$$U_T^{BT} = \sum_{(S,z)\in\hat{\Delta}_T} q(s,z)\frac{(B-R_T^T)\bar{k}}{\hat{P}(z)}$$

$$U_T^{BT} = \sum_{(S,z)\in\hat{\Delta}_T} q(s,z)\frac{B\bar{k}}{\hat{P}(z)} - \sum_{(S,z)\in\hat{\Delta}_T} q(s,z)\frac{R_T^T\bar{k}}{\hat{P}(z)}$$

Aplicando la ecuación (14) obtenida anteriormente, vemos que

$$U_T^{BT} = \bar{k}\left[\sum_{(S,z)\in\hat{\Delta}_T} q(s,z)\frac{B}{\hat{P}(z)} - \left(1+\sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(s,z)\frac{\psi}{\bar{k}\hat{P}(z)} - \sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(s,z)\frac{B}{\hat{P}(z)}\right)\right]$$

$$U_T^{BT} = \bar{k}\left[\sum_{(S,z)\in\hat{\Delta}_T} q(s,z)\frac{B}{\hat{P}(z)} - 1 - \sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(s,z)\frac{\psi}{\bar{k}\hat{P}(z)} + \sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(s,z)\frac{B}{\hat{P}(z)}\right]$$

$$U_T^{BT} = \bar{k}\left[\sum_{(S,z)} q(s,z)\frac{B}{\hat{P}(z)} - \sum_{(S,z)\in\hat{D}_T} q(s,z)\frac{\psi}{\bar{k}\hat{P}(z)} - 1\right]$$

Utilizando las definiciones de $\hat{P}(z)$ y p_N obtenemos que $\hat{P}(z)=\frac{1}{\alpha}\left(\frac{z+B}{A}\right)^{1-\alpha}$.

Reemplazando en la ecuación anterior:

$$U_T^{BT}=\bar{k}\left[\sum_{(S,z)} q(s,z)\frac{B\alpha A^{1-\alpha}}{(z+B)^{1-\alpha}}-\sum_{(S,z)\in\tilde{D}} q(s,z)\frac{\psi\alpha A^{1-\alpha}}{\bar{k}(z+B)^{1-\alpha}}-1\right]$$

Finalmente, despejando llegamos a que:

$$U_T^{BT}=\bar{k}\alpha A^{1-\alpha}B\sum_{(S,z)} q(s,z)(z+B)^{\alpha-1}-\alpha\psi A^{1-\alpha}\sum_{(S,z)\in\tilde{D}_T} q(s,z)(z+B)^{\alpha-1}-\bar{k}$$

ANEXO III

- T_{N1} - No hay default de los prestatarios productores de N (esto es, $\hat{D}_N=\emptyset$) si y sólo si $\mathrm{E}\left[\frac{1}{\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_L)\geq 1$

Los prestatarios productores de N no entran en default nunca si y sólo si $R_T^N\leq Ap_N(z_L)$. Reemplazando la definición de p_N en la desigualdad, tenemos que: $R_T^N\leq\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)z_L$.

Por otro lado, sabemos que la tasa de interés de equilibrio debe satisfacer $E\left[\frac{R_T^N}{\hat{P}}\right]=1$, lo que implica que:

$$R_T^N=\frac{1}{E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]}=\frac{1}{\frac{\pi}{\hat{P}(z_L)}+\frac{1-\pi}{\hat{P}(z_H)}}$$

Reemplazando en la primera desigualdad, tenemos que:

$$\frac{1}{E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]}\leq Ap_N(z_L)$$

$$1\leq E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]Ap_N(z_L)$$

Por lo tanto, tenemos que no hay default para los prestatarios productores de N siempre que $E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]Ap_N(z_L)\geq 1$.

- T_{T1} - No hay default de los prestatarios productores de T (esto es, $\hat{D}_T = \emptyset$) si y sólo si $E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]B \geq 1$

Los prestatarios productores de T no entran en default nunca si y sólo si $R_T^T \leq B$.

Por otro lado, sabemos que la tasa de interés de equilibrio debe satisfacer $E\left[\frac{R_T^T}{\hat{P}}\right] = 1$, lo que implica que:

$$R_T^T = \frac{1}{E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]} = \frac{1}{\frac{\pi}{\hat{P}(z_L)} + \frac{1-\pi}{\hat{P}(z_H)}}$$

Reemplazando en la desigualdad, tenemos que:

$$\frac{1}{E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]} \leq B$$

$$1 \leq E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]B$$

Por lo tanto, tenemos que no hay default para los prestatarios productores de T siempre que $E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]B \geq 1$.

- T_{N2} - Hay default en el estado de tipo de cambio real alto (esto es, $\hat{D}_N = \{(\mathrm{S_H}, z_L)\}$) si y sólo si $\mathrm{E}\left[\frac{1}{\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N(z_L) < 1 < 1 + \phi\hat{\pi}_L \leq E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$

Cuando hay default en el estado $(\mathrm{S_H}, z_L)$, se puede demostrar que R_T es igual a:

$$R_T = \left\{ \frac{1 + \pi\left[\frac{\phi - Ap_N(z_L)}{\hat{P}(z_L)}\right]}{(1-\pi)} \right\} \hat{P}(z_H)$$

Por lo tanto, la condición planteada es cierta si y sólo si

$$Ap_N(z_L) < 1 < \left\{ \frac{1+\pi\left[\frac{\phi - Ap_N(z_L)}{\hat{P}(z_L)}\right]}{(1-\pi)} \right\} \hat{P}(z_H) < Ap_N(z_H)$$

Para que esto suceda, antes tiene que darse que:

$$\left(\frac{\frac{1}{A^{1-\alpha}} + \frac{\alpha\psi}{k}\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}} - \left(1-\alpha\pi z_L^{\alpha}\right)}{(1-\alpha)(1-\pi)} \right) \le z_H^{\alpha}$$

Claramente, para un z_L dado, existen valores de z_H tal que se cumpla esta condición. De hecho, existe un techo único para el valor de $z_H(z_L)$ tal que para cualquier $z_H > z_H(z_L)$ esa desigualdad se da de manera estricta. Por otro lado, también necesitamos que z_L sea lo suficientemente bajo para que el prestatario no pague su deuda pajo la tasa de interés de no-default, que es $\frac{1}{A^{1-\alpha}\alpha\left(\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}} + \frac{1-\pi}{z_H^{1-\alpha}}\right)} > z_L\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)$, o lo que es equivalente,

$$\frac{1}{A^{1-\alpha}(1-\alpha)\left(\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}} + \frac{1-\pi}{z_H^{1-\alpha}}\right)} > z_L$$

Se puede probar que $\frac{1}{A^{1-\alpha}(1-\alpha)\left(\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}} + \frac{1-\pi}{z_H^{1-\alpha}}\right)}$ es menor a $\left(\frac{\frac{1}{A^{1-\alpha}} + \frac{\alpha\psi}{k}\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}} - \left(1-\alpha\pi z_L^{\alpha}\right)}{(1-\alpha)(1-\pi)} \right)$,

de manera que

$$z_L < \left(\frac{\frac{1}{A^{1-\alpha}} + \frac{\alpha\psi}{k}\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}} - \left(1-\alpha\pi z_L^{\alpha}\right)}{(1-\alpha)(1-\pi)} \right) \le z_H^{\alpha}$$

Por lo tanto, los prestatarios productores de N entran en default en z_L.

ANEXO IV

- N_{N1} - Si z_L es lo suficientemente alto para que $\mathrm{E}_{\pi}\left[\frac{\mathrm{S_L}}{\mathrm{S}}\right]Ap_N(z_L) \ge 1$ entonces no hay default de los prestatarios productores de N.

Para que no haya default de los prestatarios productores de N cuando se transan contratos nominales, la tasa de interés de equilibrio debe satisfacer $E\left[\frac{R_{nom}^{N}}{P}\right]=1$, lo que implica que:

$$R_{nom}^{N}=\frac{1}{E\left[\frac{1}{\hat{P}}\right]}=\frac{1}{\left(\frac{1-\pi}{P(S_L,z_H)}+\frac{\pi}{\hat{P}(S_H,z_L)}\right)}=\frac{S_H S_L}{\left(\frac{\pi}{\hat{P}(z_L)}S_L+\frac{1-\pi}{\hat{P}(z_H)}S_H\right)}=\frac{S_H S_L}{\hat{\pi}_L S_H+\hat{\pi}_H S_L}$$

Ahora bien, para que esto sea un equilibrio, se debe dar que $Ap_N(z_L)\geq\frac{R_{nom}^{N}}{S_H}$ y $Ap_N(z_H)\geq\frac{R_{nom}^{N}}{S_L}$. Como $\frac{\pi}{z_H^{1-\alpha}}>0$ y $\frac{S_H}{S_L}>1$, entonces tenemos que $\frac{S_H}{S_L}\frac{1-\pi}{z_H^{1-\alpha}}+\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}}>\frac{1-\pi}{z_H^{1-\alpha}}+\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}}>\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}}$ para cualquier S_j y z_k (j= H,L / k=L,H / j≠k). Por lo tanto, tenemos que:

$$\frac{1}{A^{1-\alpha}\alpha\left(\frac{S_H}{S_L}\frac{1-\pi}{z_H^{1-\alpha}}+\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}}\right)}<\frac{1}{A^{1-\alpha}\alpha\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}}}=\frac{z_L^{1-\alpha}}{A^{1-\alpha}\alpha\pi}$$

Entonces, dado que z_L es suficientemente alto, $\frac{z_L^{1-\alpha}}{A^{1-\alpha}\alpha\pi}$ debe ser menor que z_L, ya que la primera es una función estrictamente cóncava. De esta forma, z_L es mayor que $\frac{1}{A^{1-\alpha}\alpha\left(\frac{S_H}{S_L}\frac{1-\pi}{z_H^{1-\alpha}}+\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}}\right)}$. Y como $z_H>z_L$, lo mismo sucede para z_H.

Por otro lado, como $\frac{1-\pi}{z_H^{1-\alpha}}+\frac{S_L}{S_H}\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}}>\frac{1-\pi}{z_H^{1-\alpha}}$, entonces

$$\frac{1}{A^{1-\alpha}\alpha\left(\frac{1-\pi}{z_H^{1-\alpha}}+\frac{S_L}{S_H}\frac{\pi}{z_L^{1-\alpha}}\right)}<\frac{1}{A^{1-\alpha}\alpha\frac{1-\pi}{z_H^{1-\alpha}}}=\frac{z_H^{1-\alpha}}{A^{1-\alpha}\alpha(1-\pi)}$$

Por lo tanto, ya que ésta última es una función estrictamente cóncava, existe un z_L lo suficientemente grande para que

$$z_H>z_L>\frac{z_H^{1-\alpha}}{A^{1-\alpha}\alpha(1-\pi)}$$

Con esto probamos la existencia de un z_L que cumple la condición que buscamos.

Ahora bien para que no haya default en este estado, necesitamos que $\mathrm{E}\left[\frac{1}{\hat{\mathrm{P}}}\right]Ap_N\left(z_L\right)\geq 1$. Es decir que necesitamos que $S_H Ap_N\left(z_L\right)\mathrm{E}\left[\frac{1}{\mathrm{P}}\right]\geq 1$ y que $S_L Ap_N\left(z_H\right)\mathrm{E}\left[\frac{1}{\mathrm{P}}\right]\geq 1$. Estas condiciones se dan sí y sólo si

$$\frac{1}{\hat{\pi}_L Ap_N\left(z_H\right)}-\frac{\hat{\pi}_H}{\hat{\pi}_L}\leq\frac{S_H}{S_L}\leq\frac{1}{\left[\dfrac{1}{\hat{\pi}_H Ap_N\left(z_L\right)}-\dfrac{\hat{\pi}_L}{\hat{\pi}_H}\right]}$$

que reescrito se convierte en la condición descripta inicialmente.

- N_{T1} - No hay default de los prestatarios productores de T (esto es, $D_N=\varnothing$) si y sólo si $E\left[\frac{1}{P}\right]SB\geq 1,\ \forall S\in\left\{S_L,S_H\right\}$

Para que no haya default de los prestatarios productores de T cuando se transan contratos nominales, la tasa de interés de equilibrio debe satisfacer $E\left[\frac{R^T_{nom}}{P}\right]=1$, lo que implica que:

$$R^T_{nom}=\frac{1}{E\left[\dfrac{1}{P}\right]}=\frac{1}{\left(\dfrac{1-\pi}{P\left(S_L,z_H\right)}+\dfrac{\pi}{\hat{P}\left(S_H,z_L\right)}\right)}=\frac{S_H S_L}{\left(\dfrac{\pi}{\hat{P}\left(z_L\right)}S_L+\dfrac{1-\pi}{\hat{P}\left(z_H\right)}S_H\right)}=\frac{S_H S_L}{\hat{\pi}_L S_H+\hat{\pi}_H S_L}$$

Ahora bien, para que esto sea un equilibrio, se debe dar que $B\geq\frac{R^T_{nom}}{S_H}$ y $B\geq\frac{R^T_{nom}}{S_L}$. Por lo tanto, tenemos que:

$B\geq\dfrac{1}{E\left[\frac{1}{P}\right]S_H}$, de modo que $E\left[\frac{1}{P}\right]S_H B\geq 1$ y $B\geq\dfrac{1}{E\left[\frac{1}{P}\right]S_L}$, de modo que $E\left[\frac{1}{P}\right]S_L B\geq 1$

Por lo tanto, no hay default para los prestatarios productores de T siempre que $E\left[\frac{1}{P}\right]S_L B\geq 1,\ \forall S\in\left\{S_L,S_H\right\}$.

- N_{N2} - Cuando los shocks nominales y reales inducen las condiciones para que $\mathrm{E}\left[\frac{\mathrm{S_L}}{\mathrm{S\hat{P}}}\right]Ap_N(z_H) < 1 < 1 + \phi\hat{\pi}_H \leq E\left[\frac{Ap_N}{\hat{P}}\right]$ entonces hay default de los prestatarios productores de N en el estado de tipo de cambio bajo (esto es, $\hat{D}_N = \{(\mathrm{S_L}, z_H)\}$).

Si hay default en el escenario $(\mathrm{S_L}, z_H)$ entonces

$$R_{nom}^N(\mathrm{S_L}, z_H) = \left(\frac{1 + \frac{1-\pi}{\hat{P}(z_H)}[\phi - Ap_N(z_H)]}{\pi}\right) S_H \hat{P}(z_L)$$

Esto es consistente con un equilibrio cuando $R_{nom}^N(\mathrm{S_L}, z_H) \leq S_H Ap_N(z_L)$ y $R_{nom}^N(\mathrm{S_L}, z_H) > S_L Ap_N(z_H)$. Estas dos desigualdades implican que:

$$1 + \phi\hat{\pi}_H \leq E_{\hat{\pi}}[Ap_N] \text{ y } Ap_N(z_H) < \frac{[1 + \phi\hat{\pi}_H] S_H}{\hat{\pi}_H S_H + \hat{\pi}_L S_L}$$

comprobando de esta manera el escenario planteado.

- N_{T2} - Existe default de los prestatarios productores de T en el escenario $D_T = \{(\mathrm{S_L}, z_H)\}$, si S_L es lo suficientemente bajo para que $E\left[\frac{1}{P}\right] S_L B < 1 < 1 + \frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H}\phi$

Si S_L es lo suficientemente bajo para que $S_L B \leq R_{nom}^T$, entonces hay default, ya que de esta manera, tenemos que $E\left[\frac{1}{P}\right] S_L B < 1$ (es condición necesaria para que no haya default que el primer término sea mayor o igual a 1).

Además, tenemos que:

$$R_{nom}^T = \frac{1 + \left(\frac{1-\pi}{\hat{P}_H}\right)[\phi - B]}{\left(\frac{\pi}{S_H \hat{P}_L}\right)} \leq BS_H$$

Despejando esta ecuación vemos que

$$\frac{1+\frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H}[\phi - B]}{\pi} S_H \hat{P}_L \leq BS_H$$

$$1+\frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H}[\phi - B] \leq \frac{\pi}{\hat{P}_L} B$$

$$1+\frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H}\phi \leq \frac{\pi}{\hat{P}_L} B + \frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H} B$$

$$1+\frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H}\phi \leq B(\hat{\pi}_L + \hat{\pi}_H) = BE\left(\frac{1}{\hat{P}}\right)$$

Esto implica, finalmente, que

$$E\left[\frac{1}{P}\right] S_L B < 1 < 1 + \frac{(1-\pi)}{\hat{P}_H}\phi$$

llegando a la demostración deseada.