



**Escuela de Administración y Negocios**  
**MAESTRÍA EN FINANZAS**

Implicancias de la restricción de capital por riesgo de  
mercado en la elección de la cartera de inversión

**Autor:** Micaela Rocío Mezzadra – Legajo: 34924962

**Orientación:** Bancos y Mercado de Capitales

**Mentor:** Ignacio Warnes

## Abstract

El presente trabajo busca verificar en el contexto de regulación bancaria las implicancias de la restricción de capital por riesgo de mercado en la elección de la cartera de inversión. Siendo el capital por riesgo de mercado principalmente determinado por el nivel de Valor a Riesgo (VaR) como medida de pérdida ante condiciones de mercado extremas y por el número de violaciones de este nivel, en el presente trabajo se plantea una aproximación simplificada con el fin de analizar el impacto del requerimiento de capital diario en la construcción de la cartera de inversión.

## Tabla de contenidos

### 1. Primera parte

1.1. Introducción.....	3
1.2. Marco Teórico.....	6
1.2.1. Riesgo de Mercado.....	6
1.2.2. Valor a Riesgo (VaR).....	7
1.2.3. Comité de Basilea.....	11
1.2.4. Marco Regulatorio Actual.....	18
1.3. Problemática.....	20
1.3.1. Problema Actual.....	20
1.3.2. Propuesta de otros trabajos.....	24

### 2. Segunda parte

2.1. Objetivo.....	28
2.2. Modelo Propuesto.....	28
2.3. Hipótesis.....	30

### 3. Tercera parte

3.1. Resultados.....	32
3.2. Conclusiones.....	40

<b>Bibliografía.....</b>	<b>41</b>
--------------------------	-----------



## **Primera parte**

Universidad de  
**San Andrés**

## 1.1. Introducción

De acuerdo al marco general, los bancos deben tener procesos comprensivos de administración de riesgos para todos sus riesgos materiales, y calcular el capital en función de dichos riesgos, especificando los métodos cualitativos y cuantitativos utilizados a tal efecto. El Comité de Basilea establece, además, que para tres riesgos particulares (los más relevantes en los bancos tradicionales, crédito, mercado y operacional) deberán realizar el cálculo entre tres opciones (modelos básicos, estandarizados, o avanzados), determinadas por el regulador. Todo este proceso deberá estar expuesto y publicado en un informe específico llamado ICAAP (proceso de autoevaluación del capital).

El Comité de Basilea contempla los siguientes riesgos provenientes de la actividad bancaria: crédito, liquidez, mercado, tasa de interés, operacional, reputacional, concentración, securitización y estratégico.

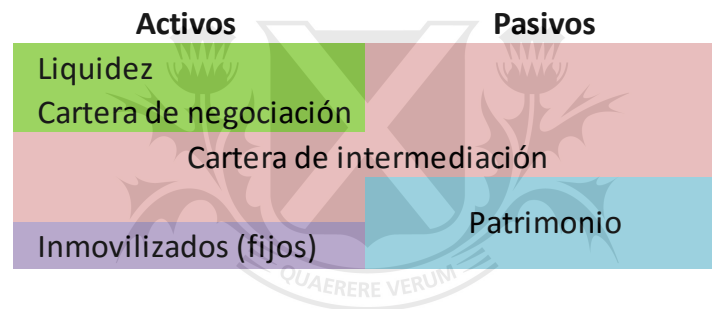
El enfoque moderno de administración de riesgos contempla que las pérdidas esperadas se cubren con provisiones, mientras que la pérdida inesperada se cubre con capital.

El riesgo de mercado es el riesgo de sufrir pérdidas originadas en movimientos adversos del mercado, principalmente, de tasas de interés, tipo de cambio, precios de acciones, bonos y/o *commodities*. En otras palabras, el riesgo de mercado es el riesgo de que los cambios en los precios de mercado afecten negativamente al valor de las posiciones de balance y fuera de balance (derivados).

Los bancos manejan dos tipos de carteras, cada una expuesta a riesgos específicos:

- Cartera de negociación
- Cartera de intermediación financiera

La primera está compuesta por activos de alta liquidez valuados habitualmente a su valor mercado. Por lo tanto, expuesta al riesgo de mercado. Mientras que la segunda, está constituida por el fondeo captado por la entidad financiera. Por lo tanto, quedando expuesta al riesgo de tasa de interés y de liquidez.



El riesgo de mercado se mide mediante el Valor a Riesgo (VaR), el cual se define como la máxima pérdida posible que puede registrar una cartera de activos financieros en situación normal, en un horizonte de tiempo determinado con un nivel de confianza preestablecido.

Como respuesta a los problemas intrínsecos de la banca, incentivos hacia alto apalancamiento y desconocimiento del valor real de los activos, surge la necesidad de un marco regulatorio.

La respuesta regulatoria moderna está centrada en el capital, el cual sirve para atender pérdidas inesperadas y para sustentar planes de crecimiento, al mismo tiempo que iguala los incentivos del banquero con los del depositante.

El marco moderno se basa en los siguientes tres pilares:

1. Requisito de capital
2. Regulación supervisora
3. Transparencia y Disciplina de mercado

El marco de Basilea II solicita a los bancos que separen un monto mínimo de capital para cubrir pérdidas potenciales por la exposición al riesgo de crédito, de mercado, y operacional. El presente trabajo se focalizará en el primer pilar para el riesgo de mercado. Basilea permite que los bancos utilicen modelos desarrollados internamente para medir su exposición al riesgo. No obstante, de acuerdo a Santos-Nogales-Ruiz-Dijk (2012), las entidades suelen tener estimaciones conservadoras que resultan en un monto de capital excesivamente alto conllevando un costo de oportunidad para estos fondos. Subestimar el VaR (y por ende, el monto de capital) también resulta perjudicial para las entidades dado que las violaciones frecuentes del límite son penalizadas.

## 1.2. Marco Teórico

### 1.2.1. Riesgo de Mercado

Dowd (2005) define al riesgo financiero como el prospecto de pérdida (o ganancia) como consecuencia de cambios no previstos en factores de riesgo subyacentes (cambios en los precios, en las tasas, etc.). Una forma de riesgo financiero es el riesgo de mercado que se define como el riesgo de pérdida (o ganancia) que surge de cambios inesperados en los precios o tasas de mercado.

A su vez, el riesgo de mercado puede clasificarse dependiendo del factor de riesgo subyacente como por ejemplo riesgo de tasa, riesgo de tipo de cambio, riesgo de precio de *commodities*, etc.

El riesgo de mercado se diferencia del riesgo de crédito (riesgo de pérdida que surge de que una contraparte cumpla con el pago de una obligación) y del riesgo operacional (riesgo de pérdida por fallas de sistemas internos y de las personas que operan con ellos).

La teoría y la práctica de la gestión de riesgos comenzaron a desarrollarse luego del trabajo de Harry Markowitz en 1950. De esta manera, la teoría se ha desarrollado hasta tal punto que la gestión de riesgos (incluida su medición) es vista como un campo dentro de la teoría financiera.

### 1.2.2. Valor a Riesgo (VaR)

De acuerdo a Dowd (2005), el término valor a riesgo (VaR) puede ser utilizado en distintas formas dependiendo del contexto. No obstante, en su sentido más literal, el VaR se refiere a un *monto* particular de dinero: el monto máximo que puede perderse en un periodo dado de tiempo con un determinado nivel de confianza.

A fines de 1970 y comienzos de los '80, un gran número de instituciones financieras comenzaron a trabajar en modelos internos para medir riesgos a nivel agregado. En principio, este trabajo estuvo focalizado en la gestión interna del riesgo dada la complejidad que el mercado y las instituciones estaban desarrollando. El Valor a Riesgo (VaR) fue desarrollado por el JP Morgan con el objetivo de mostrar una medida fácil de calcular de pérdidas potenciales. El VaR, definido como la máxima pérdida en el siguiente día de operaciones, fue estimado inicialmente con un sistema basado la teoría de portafolio que utilizaba el desvío estándar como medida de riesgo. El desarrollo de esta metodología llevó mucho tiempo, pero para 1990 los principales elementos (sistemas de datos y metodología de medición de riesgo) ya estaban definidos. Esta metodología probó ser útil principalmente porque sensibilizaba al management senior con respecto a los *trade-offs* entre riesgo y retorno. En 1993, luego de que la metodología fuera compartida en una conferencia, creció el interés por parte de clientes potenciales. En el mismo período, otras instituciones comenzaron a desarrollar otros modelos internos para el cálculo de medidas de VaR tales como simulación histórica con datos pasados o simulaciones de Monte Carlo.

En 1994, JP Morgan puso a disposición su sistema de medición de riesgo (VaR) para que el mercado pudiera utilizarlo para sus cálculos de exposición al riesgo.



El VaR podría ser considerado una evolución de la teoría de portafolio, pero también presenta importantes diferencias.

- La teoría de portafolio interpreta el riesgo en términos de la desviación estándar del retorno, mientras que el VaR interpreta el riesgo en términos de la máxima pérdida que se pueda incurrir. De esta manera, el VaR es una medida más intuitiva para comprender.
- La teoría de portafolio supone que los retornos se distribuyen normalmente, mientras que el VaR se puede adaptar a diferentes distribuciones.
- Las aproximaciones de VaR pueden aplicarse a un rango más amplio de problemas relacionados con la medición de riesgo: tales como riesgo de crédito, liquidez, entre otros, mientras que la teoría de portafolio se limita solo a riesgos de mercado.
- Existen tres aproximaciones para el cálculo del VaR: simulación histórica, simulación de Monte Carlo y la aproximación de varianzas y covarianzas. Si bien esta última tiene la misma base teórica que la teoría de portafolio, las otras aproximaciones no y por lo tanto, sería un error considerar que todas las aproximaciones para el cálculo del VaR son evoluciones de la teoría de portafolio.

El VaR posee varias ventajas. En primer lugar, es una medida estadística simple. Además, es una medida de pérdidas potenciales debido a movimientos “normales” de mercado, mientras que las pérdidas mayores que excedan al VaR tienen una baja probabilidad de ocurrencia. Adicionalmente, el VaR agrega todos los riesgos del portafolio en un solo número que puede ser comunicado e interpretado fácilmente.

El VaR posee dos importantes características: 1) provee una medida consistente para diferentes posiciones y factores de riesgo, 2) contempla las correlaciones entre los distintos factores de riesgo.

El VaR permite medir el riesgo asociado con una posición en un instrumento de renta fija y compararlo, por ejemplo, con una posición en acciones. De esta manera el VaR permite la comparación del riesgo en posiciones en activos de diferentes características. El VaR, además, contempla las correlaciones entre los diferentes factores de riesgo, y por esta razón es que si dos riesgos se compensan mutuamente, el VaR contempla esta compensación y refleja que el riesgo total es bajo.

La información que provee la medida de VaR ofrece variedad de usos:

- El management puede utilizarlo para determinar su objetivo total de riesgo y luego determinar los límites que está dispuesto a asumir.
- Dado que el VaR refleja la máxima pérdida se puede utilizar para la asignación de capital: cuanto más riesgoso el activo, más alto es el requerimiento de capital.
- Es una medida útil como regla de decisión, y como estrategias de cobertura.

## Críticas y objeciones

Si bien el VaR probó ser una medida útil, posee algunos problemas que deben ser tenidos en cuenta. El VaR supone una composición constante del portafolio, lo cual hace que la medida de riesgo carezca de utilidad en carteras con alto grado de rebalanceos, su cálculo se centra en la parte central de la distribución de los datos e ignora las colas y asume un entorno “normal” no incluyendo factores extremos que quedan fuera del horizonte temporal de cálculo. Además, el VaR puede llegar a ignorar características como una no-estacionariedad o interdependencia dinámica de ciertos procesos de mercado. Otros argumentos, sostienen que la medida de VaR es imprecisa dado que diferentes modelos de VaR pueden dar resultados muy distintos. Adicionalmente, los modelos de VaR están expuestos a un riesgo de implementación.



Universidad de  
**San Andrés**

### **1.2.3. Comité de Basilea**

El Comité de Supervisión Bancaria de Basilea tiene sus orígenes en la turbulencia del mercado financiero que se desencadenó luego del colapso del sistema de Bretton Woods de tipo de cambio administrado en 1973. Luego de este colapso muchos bancos incurrieron pérdidas por tipo de cambio. En respuesta a estas y otras perturbaciones en los mercados financieros internacionales, los gobernadores de los bancos centrales de los países del G-10 establecieron un Comité de Reglamentación y Supervisión Bancaria a finales de 1974, más tarde renombrado como Comité de Supervisión Bancaria de Basilea (en adelante el Comité). El Comité fue diseñado como un foro para la cooperación entre sus países miembros en materia de supervisión bancaria con el objeto de impulsar la estabilidad financiera mediante la mejora de conocimientos técnicos de supervisión y la calidad de la supervisión bancaria en todo el mundo.

El Comité busca lograr sus objetivos estableciendo normas que sirvan como un estándar mínimo para la regulación y supervisión de los bancos; mediante el intercambio de cuestiones de supervisión, enfoques y técnicas para promover un entendimiento común y para mejorar la cooperación transfronteriza; y mediante el intercambio de información sobre la evolución del sector bancario y los mercados financieros para ayudar a identificar los riesgos actuales y emergentes para el sistema financiero mundial. Además, el Comité trabaja con otros organismos para comprometerse con los desafíos presentados por los conglomerados financieros. Desde la primera reunión en febrero de 1975, se han celebrado reuniones regularmente tres o cuatro veces al año.

Luego de haber iniciado como un cuerpo del G10, el Comité amplió su membresía en 2009 y en 2014, incluyendo en la actualidad 28 jurisdicciones. Actualmente, el Comité también reporta a un órgano de supervisión, el Grupo de Gobernadores de Bancos Centrales y Jefes de Supervisión (GHOS), que comprende a los gobernadores de bancos centrales y los bancos (no centrales). Los países están representados en el Comité por su banco central y también por la autoridad con la responsabilidad formal de la supervisión prudencial de la actividad bancaria.

Las decisiones del Comité no tienen fuerza legal. Más bien, el Comité formula las normas y directrices de supervisión y recomienda buenas prácticas en la expectativa de que las autoridades nacionales individuales las implementaran. El Comité alienta aplicación plena, oportuna y coherente de sus normas por parte de los miembros y, en 2012, comenzó a monitorear la implementación para mejorar la resistencia del sistema bancario mundial, promover la confianza del público en relaciones prudenciales y fomentar la igualdad de condiciones de regulación para los bancos internacionalmente activos.

Desde sus comienzos, un objetivo importante del Comité era cerrar la brecha en la cobertura de la supervisión internacional de manera que (i) ningún establecimiento bancario extranjero quedara fuera de supervisión; y (ii) la supervisión fuera adecuada y consistente a través de las jurisdicciones miembros. Un primer paso en esta dirección fue el papel emitido en 1975 conocido como el "Concordato". El Concordato establece los principios para compartir la responsabilidad de supervisión de las sucursales extranjeras de los bancos, filiales y *joint ventures* entre las autoridades de supervisión de las casas matrices. En mayo de 1983, el Concordato fue revisado y reeditado bajo el nombre "Principios para la supervisión de los establecimientos extranjeros de los bancos". En abril de 1990, se publicó un suplemento con el objetivo de mejorar el flujo transfronterizo de información prudencial entre los supervisores bancarios. En julio de 1992, ciertos principios del Concordato se reformularon y fueron publicados como los estándares mínimos para la supervisión de los grupos bancarios internacionales y sus filiales. En octubre de 1996, el Comité publicó un informe sobre la supervisión de la banca transfronteriza, elaborado por un grupo de trabajo conjunto que incluía a los supervisores de las jurisdicciones no G10 y centros offshore. Este documento presentaba propuestas para sobrellevar los impedimentos de una supervisión consolidada efectiva de las operaciones off-shore de bancos internacionales. Además, este reporte ayudó a forjar relaciones entre los supervisores de los países de origen y los de operaciones. La participación de los supervisores no-G10 también jugó un papel vital en la formulación de los principios básicos del Comité. El impulso para la preparación de este documento proviene de un informe de 1996 por los ministros de Finanzas del G-7 que requerían una supervisión eficaz en todos

los mercados financieros importantes, incluyendo los de las economías emergentes. Cuando se publicó por primera vez en septiembre de 1997, el documento establecía 25 principios básicos que el Comité considero importantes para una supervisión eficaz. Después de varias revisiones, la última en septiembre de 2012, el documento abarca actualmente 29 principios, que cubre las facultades de supervisión, la necesidad de la intervención temprana y acciones de supervisión oportunas, las expectativas de supervisión de los bancos, y el cumplimiento de normas de supervisión.

### **Acuerdo de Capital de Basilea (Basilea I)**

Con las base de la supervisión establecida, la suficiencia de capital pronto se convirtió en el foco principal de las actividades del Comité. A principios de la década de 1980, la crisis de la deuda latinoamericana intensificó las preocupaciones del Comité de que los ratios de capital de los principales bancos internacionales se estaban deteriorando a medida que se incrementaban los riesgos internacionales. Respaldado por los gobernadores del G-10, el Comité decidió detener la erosión de los estándares de capital en sus sistemas bancarios y trabajar hacia una mayor convergencia en la medición de la suficiencia de capital. Esto dio lugar a un amplio consenso sobre un enfoque ponderado a la medición de riesgos, tanto dentro como fuera de los balances de los bancos. Hubo un fuerte reconocimiento de la necesidad de un acuerdo multinacional para reforzar la estabilidad del sistema bancario internacional y de quitar una fuente de desigualdad competitiva derivada de las diferencias en los requisitos nacionales de capital. A raíz de los comentarios sobre un documento de consulta publicado en diciembre de 1987, se aprobó un sistema de medición de capital conocido como el Acuerdo de Capital de Basilea (Acuerdo de 1988). El Acuerdo de 1988 requería un ratio mínimo de capital a activos ponderados por riesgo del 8%. Este marco se introdujo no sólo en los países miembros, sino también en casi todos los países con presencia de bancos internacionales. En septiembre de 1993, el Comité emitió un comunicado confirmando que los bancos de los países del G-10 cumplían los requisitos mínimos establecidos en el Acuerdo. El Acuerdo siempre fue pensado para que fuera actualizado de acuerdo a lo necesario. Fue modificado por primera vez en noviembre de 1991. Esta reforma dio una mayor precisión

en la definición de las disposiciones generales o reservas generales para pérdidas crediticias que podrían incluirse en el cálculo de la adecuación de capital. En abril de 1995, el Comité emitió una enmienda para reconocer los efectos de la compensación bilateral de las exposiciones de crédito de los bancos en los productos derivados y para ampliar la matriz de otros factores. En abril de 1996, se emitió otro documento con el fin de explicar cómo los miembros del Comité reconocerían los efectos de la compensación multilateral. Además, se perfeccionó el marco para abordar otros riesgos aparte del crediticio. En enero de 1996, el Comité emitió la llamada Enmienda de Riesgo de Mercado al Acuerdo de Capital, diseñado para incorporar dentro del Acuerdo de una exigencia de capital para los riesgos de mercado. Un aspecto importante de esta enmienda fue que se les permitió a los bancos comenzar a utilizar modelos internos para la medición de sus necesidades de capital de riesgo de mercado, sujetos a estrictas normas cuantitativas y cualitativas.

### **El Nuevo Acuerdo de Capital (Basilea II)**

En junio de 1999, el Comité emitió una propuesta para un Nuevo acuerdo de adecuación de capital para reemplazar el Acuerdo de 1988. Esto condujo a la publicación del Marco Revisado de Capital en junio de 2004, conocido como Basilea II. El marco revisado comprende tres pilares: 1) requerimientos mínimos de capital que busca desarrollar y ampliar las normas estandarizadas establecidas en el Acuerdo de 1988; 2) supervisión de la adecuación del capital de la institución y el proceso de evaluación interna; y 3) disciplina de mercado que tiene que ver con el uso eficaz de medios de divulgación sobre prácticas bancarias saludables. El nuevo marco fue diseñado para mejorar la forma en que los requerimientos de capital reflejaban los riesgos subyacentes. La publicación del marco en junio de 2004 fue seguida de un periodo de preparación intensiva. Durante este período, el Comité consultó ampliamente con los representantes del sector bancario, los organismos de supervisión, los bancos centrales y los observadores externos en un intento de desarrollar significativamente requerimientos de capital más sensibles al riesgo.



Tras el lanzamiento en junio de 2004, que se centró principalmente en la cartera de intermediación, el Comité centró su atención en la cartera de negociación. En estrecha cooperación con la Organización Internacional de Comisiones de Valores (IOSCO), el Comité publicó en julio de 2005 un documento de consenso que rige el tratamiento de las carteras de negociación de los bancos en el nuevo marco. Este nuevo texto se integró con el documento emitido en junio de 2004 y se publicó una versión completa del marco revisado: Basilea II: Convergencia internacional de medidas y normas de capital. Los países miembros del Comité y varios países no miembros acordaron adoptar las nuevas reglas, aunque en diferentes escalas de tiempo. A partir de entonces, la aplicación del nuevo marco se convirtió en una tarea más difícil para el Comité. Uno de los retos que los supervisores de todo el mundo enfrentaron fue la necesidad de aprobar el uso de ciertos métodos de medición del riesgo en múltiples jurisdicciones. Si bien esto no era un concepto nuevo para la supervisión, Basilea II amplió el alcance de dichas homologaciones y exigió un mayor grado de cooperación entre los supervisores de países de origen y de operaciones. Para ayudar a abordar esta cuestión, el Comité publicó una guía sobre el intercambio de información en el año 2006.



### **Basilea III**

Incluso antes de que Lehman Brothers quebrara en septiembre de 2008, la necesidad de un fortalecimiento del marco de Basilea II era evidente. El sector bancario había entrado en la crisis financiera con demasiado apalancamiento y colchones de liquidez insuficientes. Estos defectos fueron acompañados por una mala gestión de riesgos, e inapropiada estructura de incentivos. La peligrosa combinación de estos factores se demostró por la mala medición de los riesgos de crédito y liquidez, y el exceso de crecimiento del crédito. En respuesta a estos factores de riesgo, el Comité emitió los Principios para una gestión y supervisión sólida del riesgo de liquidez. En julio de 2009, el Comité emitió un nuevo paquete de documentos para fortalecer el marco de Basilea II, en particular en relación con el tratamiento de ciertas posiciones de titulización complejas, vehículos fuera de balance (fideicomisos financieros) y exposiciones de la cartera de negociación. Estas mejoras fueron parte de un esfuerzo más amplio para fortalecer la regulación y supervisión de los bancos con actividad internacional, a la luz de las deficiencias reveladas por la crisis del mercado financiero.

En septiembre de 2010, el Grupo de Gobernadores y Jefes de Supervisión anunciaron mayores estándares mínimos de capital para los bancos comerciales seguido a un acuerdo alcanzado en julio de 2010 con respecto al diseño general del paquete de reforma de capital y liquidez, conocido como "Basilea III". En noviembre de 2010, las nuevas normas de capital y liquidez fueron aprobadas en la Cumbre de Líderes del G-20 en Seúl y en la reunión del Comité en diciembre de 2010. Las normas propuestas fueron emitidas por el Comité, a mediados de diciembre de 2010. Las versiones de diciembre de 2010 se publicaron con los siguientes títulos "Basilea III: Marco internacional para la medición del riesgo de liquidez, las normas y la supervisión" y "Basilea III: Marco regulador global para reforzar los bancos y sistemas bancarios". El marco de Basilea fortalece los tres pilares establecidos por Basilea II. No obstante, también amplía el marco con varias innovaciones, como por ejemplo: un límite adicional de capital común que actúa como colchón de conservación de capital. Cuando este nuevo límite es excedido, se restringe la distribución de resultados con el objetivo de proteger el requisito mínimo de capital ordinario;

un colchón contra cíclico de capital; un ratio de apalancamiento; requerimientos de liquidez de corto-mediano plazo (un ratio de liquidez mínima, el ratio de cobertura de liquidez o LCR por sus siglas en inglés) destinados a proporcionar el dinero suficiente para cubrir las necesidades de financiación durante un período de 30 días de estrés; y ratio de largo plazo (el ratio de fondeo estable o NSFR por sus siglas en inglés) destinado a gestionar los descalces de plazos sobre todo el balance; y propuestas adicionales para los bancos de importancia sistémica, incluyendo los requisitos para el capital complementario, capital contingente ay disposiciones reforzadas para la supervisión y resolución transfronteriza.



Universidad de  
**San Andrés**

#### 1.2.4. Marco regulatorio actual para riesgo de mercado

De acuerdo al marco regulatorio vigente cada banco debe cumplir de manera diaria un requerimiento de capital por riesgo de mercado expresado como la suma de:

- El máximo entre el VaR del día anterior y el promedio de las medidas de VaR de los 60 días precedentes multiplicado por un factor de multiplicación  $mc$ , y
- El máximo entre el último valor disponible de VaR estresado y el promedio de las medidas de VaR estresado de los 60 días precedentes multiplicado por un factor de multiplicación  $ms$ .<sup>1</sup>

El requerimiento de capital  $C$  se calcula de acuerdo a la siguiente formula:

$$C = \max\{VaR_{t-1}(h, \alpha), mc \times \overline{VaR \text{ promedio}}\} + \max\{sVaR_t(h, \alpha), ms \times \overline{sVaR \text{ promedio}}\}$$

Donde tanto  $mc = (3 + k)$  como  $ms = (3 + k)$  y son determinados por una autoridad individual supervisora de acuerdo a su evaluación de la calidad del sistema de administración de riesgo de la entidad sujeto a un mínimo de 3.

---

<sup>1</sup> La última revisión del marco normativo según Basilea II distingue entre los factores de multiplicación  $mc$  y  $ms$ . No obstante, la definición de cada factor en dicho documento no distingue el cálculo para cada uno. El marco requiere que ambos factores estén sujetos a un mínimo absoluto de 3 al que se le deberá agregar un *plus* directamente relacionado con el *backtesting* (*desempeño ex post*) del modelo. El *backtesting* se realizará solo sobre las medidas de VaR normales y no sobre las medidas estresadas.

El factor k representa un *plus* directamente relacionado con el desempeño ex post del modelo, y su rango va desde 0 a 1 como se muestra en la siguiente tabla de penalidades:

<b>Zona</b>	<b>Número de violaciones de VaR</b>	<b>k</b>
Verde	0-4	0
Amarilla	5	0,4
	6	0,5
	7	0,65
	8	0,75
	9	0,85
Roja	>10	1



Universidad de  
**San Andrés**

## 1.3 Problemática

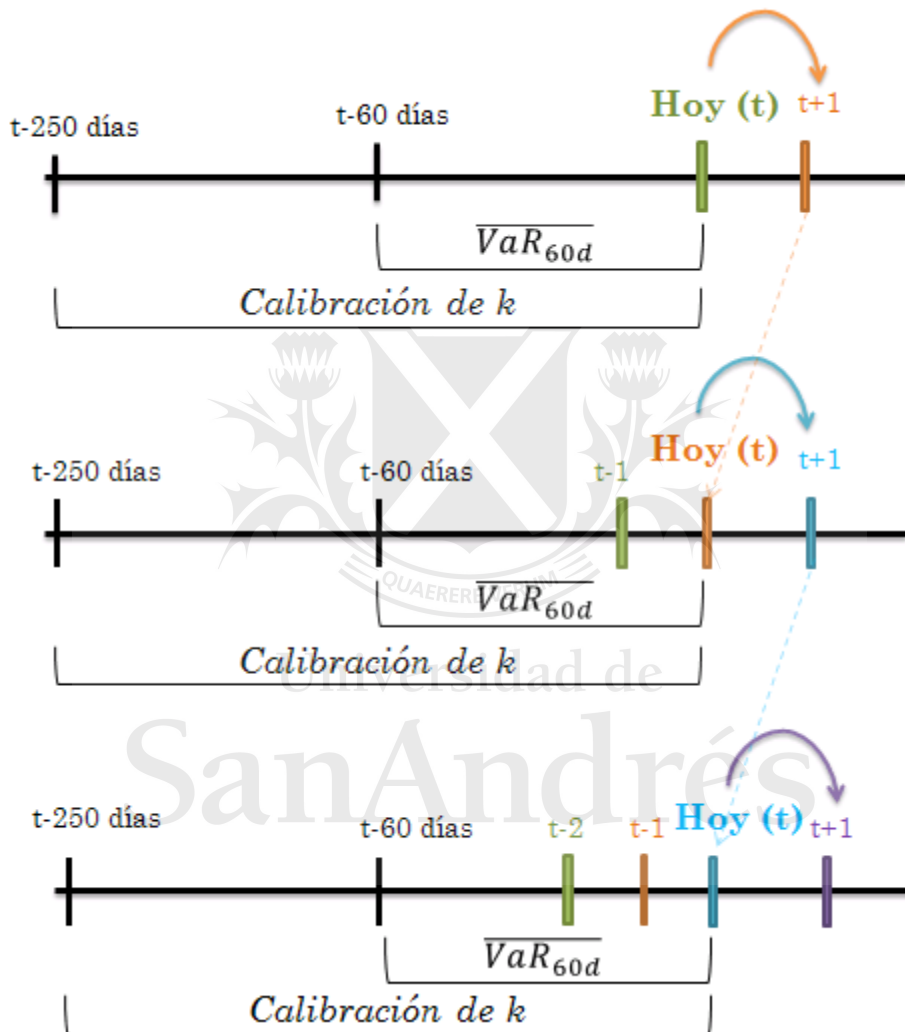
### 1.3.1. Problema actual

La gestión de la cartera de inversión sujeta a una restricción de capital involucra la elección en el momento  $t$  de la composición de la cartera que maximice el vector de retorno  $\mu_t w_i'$  considerando que esta decisión tendrá un impacto directo en el momento posterior  $t+1$  en la determinación de los límites de VaR y restricción de capital. En otras palabras, se trata de un problema dinámico en el sentido de que la decisión que tome el administrador de la cartera hoy (momento  $t$ ) lo afectará mañana (momento  $t+1$ ) a través de las siguientes variables de estado:

- El capital disponible: el capital total asignado a la unidad expuesta a riesgo de mercado que al momento  $t+1$  depende de lo utilizado en el momento  $t$
- Promedio de las medidas de VaR de los 60 días precedentes (momentos  $t - 60$ )
- Valor del factor plus  $k$  que depende de las excepciones de los 250 días precedentes (momentos  $t - 250$ ).

Universidad de  
San Andrés

El administrador de la cartera de inversión debe elegir el vector de pesos  $w_t$  teniendo en cuenta que la elección del vector  $w_{t+1}$  estará condicionada por la decisión en el momento  $t$ . La gestión de la cartera de inversión es entonces una gestión dinámica como se puede ver en el siguiente diagrama:



La expresión **estática** del problema de optimización de una cartera de inversión sujeta a una restricción de capital mercado puede asumir la siguiente forma:

$$V(\text{Función de valor}) = \max \text{imizar } \mu w_i'$$

Sujeto a:

$$K \text{ disponible} \geq \max\{VaR_{t-1}(h, \alpha), mc \times \overline{VaR \text{ promedio}}\} + \\ \max\{sVaR_t(h, \alpha), ms \times \overline{sVaR \text{ promedio}}\}$$

Donde:

- $K$  es el monto máximo de capital por riesgo de mercado disponible, y
- $mc = (3 + k)$  y  $ms = (3 + k)$  son los factores de multiplicación determinados por una autoridad individual supervisora de acuerdo a lo detallado en página 4.

Esta forma de abordar el problema es estática en el sentido de que no contempla el impacto que tendrá la composición elegida de  $w_i$  en  $t$  en el momento  $t+1$  en términos del capital disponible. Por esta razón para llegar a una aproximación a la forma dinámica del problema es necesario considerar en el problema de optimización las siguientes variables de estado:

- $K$ : el capital asignado a la cartera de negociación cuya disponibilidad al momento  $t$  depende de lo utilizado en el momento anterior.
- $X_t$ : promedio de las medidas de VaR de los 60 días precedentes (momentos  $t-60$ )
- $V_t$ : vector de violaciones al límite de VaR que se utiliza para calibrar el factor *plus k*

La función de valor debería incluir un segundo término que contemple el impacto de las variables de estado en la solución del problema de optimización.

La forma dinámica del problema puede expresarse, entonces, de la siguiente manera:

$$V(\text{Función de valor}) = \max [\mu_t w'_i + \beta E(V(x_{t+1}, V_{t+1} | \mu, H, K))]$$

Donde:

- $\mu_t w'_i$  es el retorno de la cartera,
- $\beta$  es un factor de descuento
- $E(V(x_{t+1}, V_{t+1} | \mu, H, K))$  es el valor esperado de los distintos valores posibles para las variables de estado  $x_{t+1}$  y  $V_{t+1}$  dado el valor de  $\mu_i$  (retorno de los activos),  $H$  (matriz de covarianzas y varianzas de los activos) y  $K$  el capital disponible.

Sujeto a:

$$K \text{ disponible} \geq \max\{VaR_{t-1}(h, \alpha), mc \times \overline{VaR \text{ promedio}}\} + \max\{sVaR_t(h, \alpha), ms \times \overline{sVaR \text{ promedio}}\}$$

Donde:

- $K$  es el monto máximo de capital por riesgo de mercado disponible, y
- $mc = (3 + k)$  y  $ms = (3 + k)$



### 1.3.2. Propuesta de otros trabajos para la solución del problema

Santos-Nogales-Ruiz-Dijk (2012) proponen una solución al problema actual presentando un modelo alternativo (en adelante modelo de Santos) que busca sobrellevar las desventajas de sobre o subestimar el VaR, al tratar de encontrar un equilibrio entre el nivel de VaR y el número de violaciones del límite, logrando el nivel mínimo posible de capital incluyendo una restricción de retorno mínimo dentro del problema de optimización. De acuerdo al modelo de Santos el capital a integrar en  $t+1$  es determinado como el máximo entre la estimación actual de  $VaR^2$  y el VaR promedio de los 60 días precedentes multiplicado por el factor de multiplicación.

$$C_{t+1} = \max\{VaR_t(h, \alpha), (3 + k) \times \overline{VaR}_{t,60}(h, \alpha)\} + \max\{sVaR_t(h, \alpha), (3 + k) \times \overline{sVaR}_{t,60}(h, \alpha)\}$$

- Donde  $VaR_t(h, \alpha)$  y  $sVaR_t(h, \alpha)$  son las estimaciones del VaR y el VaR estresado en el día  $t$  para un período de  $h$  días y un nivel de confianza  $\alpha \in (0,1)$ , y
- $\overline{VaR}_{t,60}(h, \alpha)$  y  $\overline{sVaR}_{t,60}(h, \alpha)$  corresponden al promedio de las medidas de VaR y VaR estresados de 60 días, y  $k$  es el *plus* que oscila entre 0 y 1, y depende del número de violaciones del límite de VaR durante los últimos 250 días. Los autores utilizan un promedio hipotético basándose en la composición del portafolio que está siendo determinada para  $t+1$ .

---

<sup>2</sup>. El VaR está dado por la siguiente expresión:  $VaR_{t+1} = \mu_{p,t+1} + \sigma_{p,t+1}q$ . Donde:

- $\mu_{p,t+1} = w_t' \mu_{t+1}$  siendo  $w_t'$  el vector de pesos de los activos del portafolio, y,  $\mu_{t+1}$  el vector de retornos esperados de los activos;
- $\sigma_{p,t+1} = (w_t' \times H_{t+1} \times w_t)^{1/2}$  siendo  $H_{t+1}$  la matriz de covarianzas, y  $q$  el cuantil  $\alpha$  de la distribución  $z_{p,t+1}$

De acuerdo al modelo de Santos la construcción de la cartera consiste en encontrar el vector de pesos  $w_i$  tal que minimice los cargos de capital sujeto a una restricción de número de violaciones del límite de VaR.

### Número de violaciones

Una violación del límite de VaR ocurre cuando el retorno del portafolio en un determinado día cae por debajo de la estimación del límite de VaR. Esto puede caracterizarse con una función de indicador:

$$1(w' \mu_{t+1} < w' \mu_{t+1} + (w' H_{t+1} w)^{1/2} q) ,$$

que toma el valor 1 cuando el argumento es verdadero, es decir, cuando una violación del VaR ocurre en  $t+1$ . De esta manera, los autores restringen el número de violaciones de VaR en los 250 días precedentes a que sean menores a determinado umbral  $\delta^3$  que puede elegirse de acuerdo a la tabla de valores posibles del factor plus, o de penalidad  $k$ .

$$\sum_{j=1}^{250} 1(w' \mu_{t+1} < w' \mu_{t+1} + (w' H_{t+1} w)^{1/2} q) \leq \delta$$

Por ejemplo, si se quiere evitar que el número de violaciones caiga en la zona roja, debería utilizarse un  $\delta = 9$ .

Santos-Nogales-Ruiz-Dijk (2012) también utilizan una restricción en el peso de los activos,  $w \in \Omega$ , para evitar las posiciones cortas (*short-selling*) y lograr cierto nivel de diversificación, y un retorno objetivo,  $w' \mu_{t+1} \geq \Xi$ , donde  $\Xi$  es el retorno mínimo buscado.

---

<sup>3</sup> Debido a la presencia de una función indicador, la restricción expresada de esta es no diferenciable, discontinua y no convexa. Santos-Nogales-Ruiz-Dijk (2012) proponen una aproximación convexa mediante la eliminación de la función indicador. Los autores reformulan la restricción al número de violaciones y proponen una aproximación convexa donde  $\tilde{\delta}$  es un parámetro que debe ser calibrado para alcanzar el resultado deseado:  $\frac{1}{250} \sum_{j=1}^{250} (w' \mu_{t+1-j} + (w' H_{t+1-j} w)^{1/2} q - w' R_{t+1-j}) < \tilde{\delta}$ .

## Limitaciones

Si bien el modelo de Santos intenta abordar el problema actual, lo hace a través de una aproximación dual y estática. Dual en el sentido de que su función de valor busca minimizar un costo (en este caso el requerimiento de capital), mientras que el problema actual busca maximizar el retorno de la cartera de inversión. Adicionalmente, esta función de valor no contempla las variables de estado del problema actual, y por ende, no incorpora el impacto en el momento  $t+1$  que pueda tener la decisión que se toma en el momento  $t$ , siendo por lo tanto, una aproximación estática. Finalmente, algunos de los supuestos tomados por los autores son limitantes en cuanto a la dependencia de la trayectoria, y el resultado del problema de optimización.

### Pérdida de la dependencia de la trayectoria (o *path dependence*):

El marco regulatorio da importancia a la historia de las medidas de riesgo a través del promedio de medidas de 60 días precedentes, y de la calibración del factor plus. No obstante, en el modelo de Santos el VaR promedio de los 60 días precedentes se calcula de manera hipotética, es decir, se supone una composición de portafolio constante<sup>4</sup> (composición del día  $t+1$ ). De esta manera, no incorpora la trayectoria del VaR en el problema de optimización.

### Elección de una cartera segura sujeta a un costo de oportunidad de retorno

El modelo de Santos incorpora una restricción de retorno mínimo. Esto difiere con la aproximación tanto dinámica como estática del problema actual que maximiza el retorno de la cartera. El inconveniente es que el problema de optimización no se comporta de la misma manera ante una restricción de retorno mínimo que ante el objetivo de maximizar retorno y por esta razón, las soluciones pueden no ser óptimas desde el punto de vista del retorno de la cartera.

---

<sup>4</sup> El supuesto de composición de portafolio constante (es decir,  $w$  constantes) también se utiliza para la restricción del número de violaciones en los 250 días precedentes dado que se calcula un promedio hipotético. Por lo tanto, también podría argumentarse la pérdida de *path dependence* en esta restricción.



## **Segunda Parte**

Universidad de

**San Andrés**

## 2.1. Objetivo

El presente trabajo buscará analizar en el contexto de regulación bancaria las implicancias de la restricción de capital por riesgo de mercado en la elección de la cartera de inversión. Con este fin, se plantea una aproximación estática y simplificada del problema actual con el fin de analizar el impacto del requerimiento de capital diario en la construcción de la cartera de inversión.

## 2.2. Modelo Propuesto

Se simplificará el problema actual para poder analizar el impacto que tiene la restricción de capital en la elección de la cartera de inversión. Dado el marco regulatorio actual, se considerará una aproximación cuasi dinámica en el sentido de que se contemplará el impacto de la elección de la cartera de inversión sólo en  $t+1$  y no en los períodos posteriores.

La entidad deberá cumplir de manera diaria un requerimiento de capital expresado como el máximo entre el VaR del día anterior y el promedio de las medidas de VaR de 2 días multiplicado por un factor de multiplicación  $mc$ . Donde  $mc = (3 + k)$  y el factor  $k$  representará un *plus* directamente relacionado con el desempeño ex post del modelo sujeto a un mínimo absoluto de 3. El factor  $k$ , o plus, puede obtener los siguientes valores:

Vector $V_t$	Suma de violaciones	$k$	$mc$
(0,0)	0	0	3
(0,1) ó (1,0)	1	0,5	3,5
(1,1)	2	1	4

Donde el vector  $V_t$  corresponde a las excepciones en los momentos  $t - 1$  y  $t$ . El factor  $k$  entonces, puede obtener un valor de 0 en caso de que no hubieran violaciones en los días precedentes; 0.5 en caso de que hubiera una sola violación en alguno de los dos días precedentes, y 1 en caso de que hubiera violaciones en ambos días. Finalmente,  $mc$  corresponde al factor de multiplicación.

Se considerarán las siguientes variables de estado:

- $K$ : capital máximo disponible asignado a la unidad expuesta a riesgo de mercado (dato exógeno).
- $V_t$ : vector de violaciones del límite de VaR que puede tomar cuatro combinaciones posibles, (0,0), (0,1), (1,0) o (1,1).
- $X_t(VaR_{t-1}, VaR_t)$ : vector de medidas históricas de VaR

El inversor puede elegir componer su cartera entre dos activos, 1 y 2, con las siguientes características:

- $\mu_1 > \mu_2$
- $\sigma_1 > \sigma_2$
- $\sigma_2 = 0\%$  y  $\sigma_1$  es constante
- Los retornos se distribuyen normalmente

De esta manera la entidad deberá cumplir de manera diaria un requerimiento de capital expresado como:

$$\text{Requerimiento diario} = \max \{ VaR_{t,1}, (3+k) \times \overline{VaR}_{t,2} \}$$

Donde la medida de VaR se resumirá a la expresión:  $w_1 \sigma_t q$  dado que  $\sigma_2 = 0\%$ .

Sujeto a la siguiente restricción:

$$K \geq \max \{ VaR_{t,1}, (3+k) \times \overline{VaR}_{t,2} \}$$

Donde  $K$  corresponde al capital asignado a la unidad expuesta a riesgo de mercado.

## 2.3. Hipótesis

En un contexto simplificado se analizará el impacto de la restricción de capital por riesgo de mercado en la elección de una cartera de inversión.



Universidad de  
**San Andrés**



## **Tercera Parte**

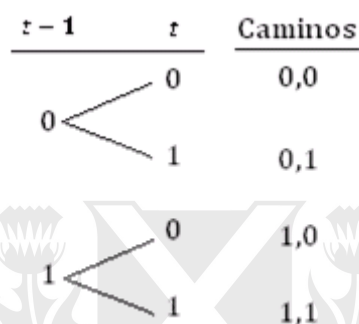
Universidad de  
**San Andrés**



### 3.1. Resultados

El análisis se realizó en base a una sensibilización de las variables. Se han utilizado diferentes valores para la variable  $K$  correspondiente al capital disponible y tomado como variable exógena, y a su vez se han considerado diferentes combinatorias de los vectores  $V_t$  y  $X_t$ , correspondientes al vector de excepciones y medidas de VaR históricas, respectivamente.

Se construyeron los siguientes caminos posibles para el vector  $V_t$ :



Mientras que los caminos para el vector  $X_t$  se construyeron de acuerdo un número determinado de posibilidades de composición de la cartera.

	$w_1$	$w_2$	<b>Total</b>	<b>VaR cartera</b>
A	100%	0%	<b>100%</b>	$100\% \times \sigma_1 \times q + 0\% \times \sigma_2 \times q = \mathbf{100\% \times \sigma_1 \times q}$
B	75%	25%	<b>100%</b>	$75\% \times \sigma_1 \times q + 25\% \times \sigma_2 \times q = \mathbf{75\% \times \sigma_1 \times q}$
C	50%	50%	<b>100%</b>	$50\% \times \sigma_1 \times q + 50\% \times \sigma_2 \times q = \mathbf{50\% \times \sigma_1 \times q}$
D	25%	75%	<b>100%</b>	$25\% \times \sigma_1 \times q + 75\% \times \sigma_2 \times q = \mathbf{25\% \times \sigma_1 \times q}$
E	0%	100%	<b>100%</b>	$0\% \times \sigma_1 \times q + 100\% \times \sigma_2 \times q = \mathbf{0\%}$

$q = \text{cuantil}$

Dado que  $\sigma_2 = 0\%$ , entonces los valores posibles para el VaR de la cartera se pueden expresar como  $w_1 \times \sigma_1 \times q$  para todas las combinaciones posibles de  $w_1$  y  $w_2$ .

Los caminos posibles para el vector  $X_t$  son los siguientes:

$t-1$	$t$	Caminos	$t-1$	$t$	Caminos	$t-1$	$t$	Caminos
A	A	A,A	C	A	C,A	E	A	E,A
	B	A,B		B	C,B		B	E,B
	C	A,C		C	C,C		C	E,C
	D	A,D		D	C,D		D	E,D
	E	A,E		E	C,E		E	E,E
$t-1$	$t$	Caminos	$t-1$	$t$	Caminos			
B	A	B,A	D	A	D,A			
	B	B,B		B	D,B			
	C	B,C		C	D,C			
	D	B,D		D	D,D			
	E	B,E		E	D,E			

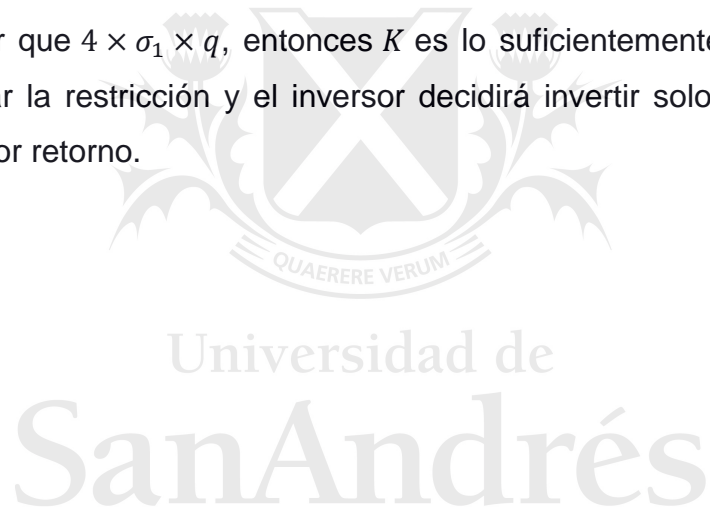
Por ejemplo, si el camino es (A,A) significa que en el momento  $t-1$  la cartera estaba compuesta 100% por el activo 1, y que en el momento  $t$  esta composición se mantiene. Por otro lado, si el camino es (E,C) esto se interpreta como que la cartera en el momento  $t-1$  estaba compuesta 100% por el activo 2 y en el momento  $t$  se elige cambiar la composición a un 50% en cada activo.

**Si  $K$  es lo suficientemente grande entonces el inversor siempre elegirá invertir en el activo 1.**

La restricción de capital  $K \geq \max \left\{ w_{1,t} \sigma_1 q, (3+k) \times \frac{1}{2} \times (w_{1,t} \sigma_1 q + w_{1,t-1} \sigma_1 q) \right\}$  puede reescribirse de la siguiente forma:  $K \geq (3+k) \times \frac{1}{2} \times (w_{1,t} \sigma_1 q + w_{1,t-1} \sigma_1 q)$  dado que se asume que  $\sigma_1$  es constante, y que el segundo término siempre será mayor que el primer término  $w_{1,t} \sigma_1 q$ , la restricción dependerá de que se cumpla solo el segundo término.

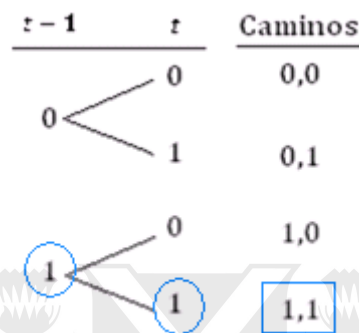
Siendo 1 el valor máximo que puede tomar  $k$ , y que el término  $w_1 \sigma_1 q$  será máximo cuando  $w_1 = 100\%$  (tanto en el momento  $t$  como en el momento  $t-1$ ), la restricción de capital se resume en la siguiente expresión:  $K \geq 4 \times \sigma_1 \times q$ .

Si  $K$  es mayor que  $4 \times \sigma_1 \times q$ , entonces  $K$  es lo suficientemente grande como para no activar la restricción y el inversor decidirá invertir solo en el activo 1 que tiene mayor retorno.



Si  $K$  es igual a  $3.5 \times \sigma_1 \times q$  entonces la restricción de capital se activa para  $V_t = (1, 1)$  y  $X_t = (A, A)$

Dada la restricción  $K \geq \max \{w_{1,t}\sigma_1q, (3+k) \times \frac{1}{2} \times (w_{1,t}\sigma_1q + w_{1,t-1}\sigma_1q)\}$ , si  $K = 3.5 \times \sigma_1 \times q$  entonces la restricción se activa cuando la cartera está compuesta 100% por el activo 1 en el momento  $t-1$  y se mantiene en el momento  $t$ , y además el vector  $V_t$  siguió los caminos:



Dado  $K \geq \max \{w_{1,t}\sigma_1q, (3+k) \times \frac{1}{2} \times (w_{1,t}\sigma_1q + w_{1,t-1}\sigma_1q)\}$ , la restricción se activa cuando  $K < \max \{w_{1,t}\sigma_1q, (3+k) \times \frac{1}{2} \times (w_{1,t}\sigma_1q + w_{1,t-1}\sigma_1q)\}$ . Siendo  $\sigma_1$  constante, y el segundo término siempre mayor que el primero, entonces la restricción se activa cuando:

$$K < (3+k) \times \frac{1}{2} (w_{1,t} \times \sigma_1 \times q + w_{1,t-1} \times \sigma_1 \times q).$$

Si  $K = 3.5 \times \sigma_1 \times q$ ,  $k = 1$  (con dos violaciones en los días precedentes y de acuerdo a la tabla expuesta en la página 13), y tanto  $w_{1,t}$  como  $w_{1,t-1}$  son 100%, entonces:

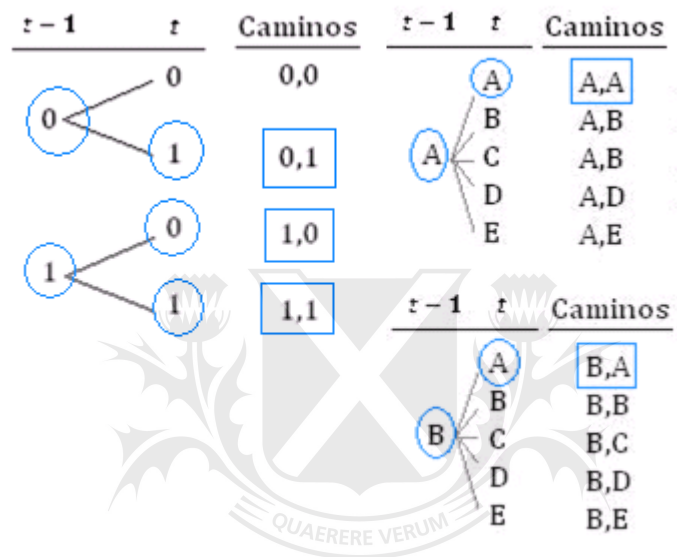
$$3.5 \times \sigma_1 \times q < (3+1) \times \frac{1}{2} (100\% \times \sigma_1 \times q + 100\% \times \sigma_1 \times q)$$

$$3.5 \times \sigma_1 \times q < 4 \times \sigma_1 \times q$$

Esto significa que ante estas combinaciones si el inversor invirtió 100% en el activo 1 en el momento  $t-1$ , deberá cambiar la composición de la cartera en el momento  $t$  invirtiendo más en el activo 2.

Si  $K$  es igual a  $3 \times \sigma_1 \times q$  entonces la restricción de capital se activa para varias combinaciones y el inversor deberá contemplar la restricción al momento de elegir la composición de la cartera en el momento  $t$ .

Dada la restricción  $K \geq \max\{Var\$_t, (3+k) \times \overline{Var\$_{t,2}}\}$ , si  $K = 3 \times \sigma_1 \times q$  entonces la restricción se activa cuando los vectores  $V_t$  y  $X_t$  siguen los caminos:



Por ejemplo, para la combinación  $X_t = (B, A)$  y  $V_t = (0, 1)$  la restricción se activa:

$$K < (3 + k) \times \frac{1}{2} (w_{1,t} \times \sigma_1 \times q + w_{1,t-1} \times \sigma_1 \times q).$$

$$3 \times \sigma_1 \times q < (3 + 0.5) \times \frac{1}{2} (75\% \times \sigma_1 \times q + 100\% \times \sigma_1 \times q)$$

$$3 \times \sigma_1 \times q < 5.75 \times \sigma_1 \times q$$

Entonces si en el momento  $t-1$  la cartera estaba compuesta por 75% el activo 1 y 25% el activo 2, el inversor no puede elegir invertir 100% en el activo 1 en el momento  $t$  si el vector de violaciones sigue el camino  $V_t = (0, 1)$ . De esta manera, deberá elegir mantener la misma composición que en  $t-1$  o aumentar la inversión en el activo 2.

**Bajo el supuesto de volatilidad constante de un período a otro en el activo riesgoso, la libertad del inversor baja en términos de la elección de los activos a medida que el monto de capital disponible para la unidad expuesta al riesgo de mercado es menor.**

El análisis hasta el momento incluye el supuesto de volatilidad constante para el activo 1. A continuación se presenta un análisis si se quita este supuesto, es decir, si  $\sigma_{1,t-1} \neq \sigma_{1,t}$ .

Los resultados en general indican que la dependencia de la trayectoria cobra mayor importancia, y que el impacto de la variación de la volatilidad puede analizarse desde dos perspectivas: el nivel, y la magnitud.

**Si  $K$  es lo suficientemente grande pero la volatilidad del activo 1 se duplica de un período a otro, es decir  $\sigma_{1,t} = 2 \times \sigma_{1,t-1}$ , entonces la restricción de capital se activará y el inversor deberá contemplar la restricción al momento de elegir la composición de la cartera en el momento  $t$ .**

A diferencia del análisis con el supuesto de volatilidad constante, aunque  $K$  sea mayor que  $4 \times \sigma_1 \times q$ , si la volatilidad del activo 1 se duplica del período  $t-1$  al período  $t$ , entonces la restricción se activa en todos los caminos que puede tomar el vector  $V_t$ , y el inversor pierde libertad.

Por ejemplo, si  $X_t=(A,A)$ , es decir que en el momento  $t-1$  la cartera estaba compuesta en un 100%, en el momento  $t$  el inversor no puede elegir mantener esta composición sin activar la restricción de capital. Así también, si por ejemplo,  $X_t=(D,A)$ , en otras palabras que en el momento  $t-1$  la cartera estaba compuesta 25% por el activo 1 y 75% por el activo 2, el inversor no puede invertir el 100% en el activo 1 en el momento  $t$ .

Los resultados no varían ante diferentes niveles de volatilidad siempre y cuando la magnitud de la variación no cambie. Es decir, que el análisis es insensible ante una variación en la volatilidad de 1% a 2% o de 5% a 10%. No obstante, si la magnitud de la variación en la volatilidad cambia, los resultados del análisis se ven afectados. Por ejemplo, si  $K$  es lo suficientemente grande

pero la volatilidad de un período al otro se triplica,  $\sigma_{1,t} = 3 \times \sigma_{1,t-1}$ , entonces se activan más combinaciones de los vectores  $V_t$  y  $X_t$ , y se da el caso en el que bajo ninguna circunstancia el inversor puede elegir invertir 100% en el activo 1 en t.

**De esta manera, aunque  $K$  sea lo suficientemente grande, cuanto mayor sea la magnitud de la variación en la volatilidad, más restringe la restricción de capital y menos libertad tiene el inversor.**

Por el contrario, si la volatilidad baja del período t-1 al período t, entonces menos combinaciones de los vectores  $V_t$  y  $X_t$  activarán la restricción de capital. La libertad del inversor para elegir la composición de la cartera dependerá, al igual que en el caso de un aumento de la volatilidad, de la magnitud de baja.

**Si  $K$  es lo suficientemente grande, entonces, no importa la magnitud de la caída en la volatilidad de un período al siguiente, dado que la restricción de capital no se activa, y el inversor elegirá invertir siempre en el activo 1.**

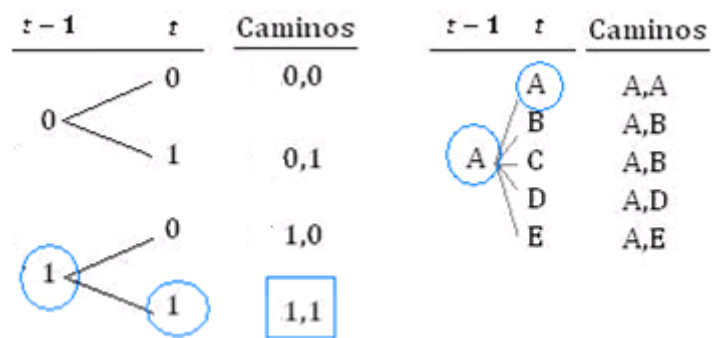
La restricción de capital  $K \geq \max \left\{ w_{1,t} \sigma_1 q, (3+k) \times \frac{1}{2} \times (w_{1,t} \sigma_1 q + w_{1,t-1} \sigma_1 q) \right\}$  puede reescribirse de la siguiente forma:  $K \geq (3+k) \times \frac{1}{2} \times (w_{1,t} \sigma_1 q + w_{1,t-1} \sigma_1 q)$  dado que el segundo término será el que determine si la restricción se cumple.

Si  $K$  es mayor que  $4 \times \sigma_{1,t-1} \times q$  (asumiendo  $w_1 = 100\%$ ) entonces  $K$  es lo suficientemente grande como para no activar la restricción en el momento t y el inversor decidirá invertir solo en el activo 1 que tiene mayor retorno.

La caída en la volatilidad de un período al siguiente libera alternativas para el inversor. No obstante, si esta caída no es suficiente, entonces la restricción de capital dejará de activarse solo en determinadas combinaciones y el inversor no tendrá aún libertad máxima de elección.

Si la volatilidad de un período al otro, cae un 1% en lugar de 50%, y si  $K$  es igual a  $3.5 \times \sigma_{1,t-1} \times q$  (es decir que no es lo suficientemente grande) el inversor no puede invertir siempre en el activo 1.

En este caso, la restricción se activa cuando  $X_t = (A, A)$  y  $V_t = (1,1)$



De esta manera, si la cartera estaba compuesta en un 100% por el activo 1 en el momento  $t-1$ , el inversor no puede elegir mantener esta composición en el momento  $t$  por más que la volatilidad haya caído.



## 3.2. Conclusiones

Al sostenerse el supuesto de que la volatilidad del activo riesgoso no cambia de un período al siguiente, la elección de la cartera de inversión depende del capital disponible para la unidad expuesta al riesgo de mercado. Mientras este capital disponible sea lo suficientemente grande, el inversor elegirá invertir el 100% de su cartera en el activo más riesgoso dado que tiene un mayor retorno. No obstante, si el capital disponible no es lo suficientemente grande el inversor tendrá menos libertad para elegir la composición de la cartera.

Por otro lado, si se quita el supuesto de volatilidad constante, la elección de la cartera de inversión no solo dependerá del capital disponible, sino también de la magnitud del cambio en la volatilidad.

De esta manera, se puede concluir que la restricción de capital obliga al inversionista a considerar el impacto que tendrá su decisión en un momento posterior, así también, como a contemplar los potenciales cambios en las características de los activos.

## Bibliografía

- Alexander, G. 2002. "Economic implications of using a mean-VaR model for portfolio selection: A comparison with mean-variance analysis". *Journal of Economic Dynamics and Control*. 26 (7-8): 1159-1193.
- Alexander, G.J., A.M. Baptista, and S. Yan. 2007. "Mean-variance portfolio selection with 'at-risk' constraints and discrete distributions". *Journal of Banking and Finance*. 31 (12): 3761-3781.
- Bank for International Settlements. 1996. Amendment to the Capital Accord to incorporate market risks. Basel Committee Publications, Bank For International Settlements.
- Bank for International Settlements. 1999. Credit Risk Modelling: Current Practices and Applications. Basel Committee Publications, Bank For International Settlements.
- Bank for International Settlements. 2004. International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. Basel Committee Publications, Bank For International Settlements.

- Bank for International Settlements. 2006. International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. Basel Committee Publications, Bank For International Settlements.
- Bank for International Settlements, 2009. Revisions to the Basel II Market Risk Framework. Basel Committee Publications, Bank for International Settlements.
- Bank for International Settlements, 2015. A Brief History of the Basel Committee. Basel Committee Publications, Bank for International Settlements.
- CUOCO, D, and H LIU. 2006. "An analysis of VaR-based capital requirements". *Journal of Financial Intermediation*. 15 (3): 362-394.
- DeMiguel, V., Garlappi, L., & Uppal, R. (January 01, 2009). Optimal Versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/ N Portfolio Strategy?. *The Review of Financial Studies*, 22, 5, 1915-1953.
- Dowd, Kevin. 2005. Measuring market risk. Chichester, England: John Wiley & Sons.

- Engle, Robert. 2002. "Dynamic Conditional Correlation". *Journal of Business & Economic Statistics*. 20 (3): 339-350.
- Leibowitz, Martin L, and Stanley Kogelman. 1991. "Asset allocation under shortfall constraints". *The Journal of Portfolio Management*. 17 (2): 18-23.
- Lucas, André, and Pieter Klaassen. 1998. "Extreme Returns, Downside Risk, and Optimal Asset Allocation". *The Journal of Portfolio Management*. 25 (1): 71-79.
- Markowitz, Harry. 1952. "PORTFOLIO SELECTION\*". *The Journal of Finance*. 7 (1): 77-91.
- Rachel, Campbell, Huisman, Ronald, and Kees Koedijk. 2000. "Optimal portfolio selection in a Value-at-Risk framework". *Journal of Banking & Finance*. 25.
- Santos, A.A.P., F.J. Nogales, E. Ruiz, and D.V. Dijk. 2012. "Optimal portfolios with minimum capital requirements". *Journal of Banking and Finance*. 36 (7): 1928-1942.

- Sharpe, William F. 1994. "The Sharpe Ratio". The Journal of Portfolio Management. 21 (1): 49-58.



Universidad de  
**San Andrés**