



UNIVERSIDAD DE SAN ANDRÉS
ESCUELA DE EDUCACIÓN
DOCTORADO EN EDUCACIÓN

Tesis Doctoral

“Razonamiento, solución de problemas matemáticos y rendimiento académico”

*Presentado por: Mario Orlando
Dirección: Dr. Guillermo Macbeth*

Ciudad de Buenos Aires – Marzo 2014



Universidad de
San Andrés

Agradecimientos

Simplemente quiero expresar mi profundo agradecimiento a todas las personas que me han acompañado en el desarrollo de este trabajo.

Agradecer a mi director de Tesis Doctoral por aceptarme para realizar esta tesis. A la Dra. Catalina Wainerman, por servir como norte y ejemplo infatigable de dedicación a la función investigadora y por darme la oportunidad de compartir sus amplios conocimientos. A la Dra. Ruth Sautu, por tantas horas de ayuda desinteresada, por su paciencia, consejos y cercanía; pero sobre todo, por su honestidad intelectual, su saber hacer, y por su capacidad para transformar lo difícil en fácil.

A mis compañeros Analía Palacios, Fernando Acero, Giselle González, Marcela Martins, Andrés Peregalli, Ariana De Vincenzi y Rodolfo De Vincenzi, que de una manera u otra, fueron cómplices de esta realización. Gracias a todos por los buenos momentos compartidos que contribuyeron a aliviar su peso, por la ayuda desinteresada y el apoyo prestado.

En el plano personal, mi más sentido agradecimiento va dirigido, por supuesto, a mi compañera y a su amparo incondicional. Quiero expresar el apoyo y la comprensión brindados ante todas las decisiones que han ido marcando mi vida, así como su cariño y esfuerzo, que han hecho posibles llegar a este momento.

Muchas Gracias a todos.



Universidad de
San Andrés

ÍNDICE

1. Planteamiento del problema y objetivos de la investigación.....	17
1.1 ¿Qué pretende esta tesis?.....	17
1.2 - Relevancia del tema.....	19
1.3 Planteamiento del problema.....	21
1.4 Contexto de la investigación.....	27
1.5 Objetivos de la investigación.....	31
2. Fundamentos teóricos.....	33
2.1 Habilidades cognitivas, metacognición y autorregulación del aprendizaje.....	33
2.1.1 Habilidades Cognitivas.....	33
2.1.2 La Metacognición.....	35
2.1.3 Autorregulación del Aprendizaje.....	37
2.2 Cambio Conceptual.....	38
2.2.1 Los conocimientos previos.....	39
2.2.2 Perspectivas teóricas acerca del cambio conceptual.....	41
2.2.3 El modelo de conflicto cognitivo.....	46
2.2.4 Incidencia de la metacognición en el cambio conceptual.....	47
2.2.5 Implicancias del cambio conceptual para el curriculum.....	48
2.3 Teoría Triárquica de la Inteligencia.....	49
2.4 Conocimiento, Procesos y Habilidades.....	54
2.5 Desarrollo de Competencias Matemáticas.....	57
2.6 Rendimiento Académico.....	62
2.6.1 El problema de la medida del Rendimiento Académico.....	64
2.6.2 Predictores del rendimiento académico.....	65
2.6.3 Tipos de Predictores.....	66
2.7 Síntesis del Apartado.....	68
3. Pensamiento, razonamiento y solución de problemas matemáticos.....	69
3.1 La solución de problemas.....	69
3.2 Teorías Asociacionistas.....	73
3.3. Teoría de la Gestalt.....	74
3.4.- Teorías basadas en el Modelo del Procesamiento de la Información.....	78
3.4.1 Modelos basados en la comprensión.....	82
3.4.2 Modelos basados en los procesos de resolución.....	86
3.4.3 Estrategias generales.....	90
3.4.4 Dominio específico del conocimiento.....	95
3.5 La perspectiva Piagetiana de la solución de problemas.....	98
3.6 Perspectiva Sociocultural sobre Problemas.....	100
3.7 El papel de la Mediación Socialcultural.....	102
3.8 Inducción y Analogía en la Resolución de Problemas Matemáticos.....	103
3.9. Representación Mentales y Resolución de Problemas.....	110

3.10 La Metacongnición en la Resolución de Problemas.....	114
3.11 Modelos de Resolución de Problemas Matemáticos.....	116
3.11.1 Modelo de Pólya.....	117
3.11.2 teoría de Mayer.....	119
3.12 Síntesis del apartado.....	121
4. Metodología.....	123
4.1 Planeamiento y objetivo general de la investigación.....	123
4.2 Modelo Teórico.....	128
4.3 Variables e Hipótesis.....	142
4.3.1 Definición de variables.....	142
4.3.2 Selección de la muestra.....	144
4.3.3 Instrumentos de la investigación.....	148
4.3.4 Análisis de la información: codificación de datos.....	160
4.3.5 Validez de los resultados.....	161
4.4 Operacionalización de las variables.....	169
4.5 Hipótesis a contrastar.....	171
4.6 A modo de síntesis.....	175
5. Análisis de los datos y resultados.....	177
5.1 - Estadísticos descriptivos.....	177
5.2 –Razonamiento matemático.....	177
5.2.1–Análisis comparativo de las pruebas de nivel.....	178
5.2.2 –Correlaciones entre las variables.....	181
5.2.3 – Análisis de predicciones.....	183
5.2.4 – Análisis de varianza univariante.....	192
5.3 – STAT (Sternberg Triarchic Abilities Test).....	196
5.3.1–Análisis de las puntuaciones del STAT.....	197
5.3.2–Análisis predictivo de las componentes del STAT en relación con el THRM	200
5.3.3–Análisis de conglomerados.....	206
5.3.4 - Análisis de correlaciones del STAT en relación con el THRM.....	210
5.4 – Trayectoria académica	214
5.5 – Factores asociados a la trayectoria académica.....	221
5.6 – Análisis discriminante.....	235
5.7 Síntesis del apartado.....	245
6 - conclusiones e implicancias.....	247
6.1 - Contraste de proposiciones Teóricas o Hipótesis.....	247
6.2 - Conclusiones en relación con las preguntas de investigación.....	259
6.2.1 Formulaciones de la fase I.....	259
6.2.2 Formulaciones de la fase II.....	265
6.2.3 Formulaciones de la fase III.....	268
6.3 Implicaciones teóricas y prácticas.....	271
7. Bibliografía.....	275

ÍNDICE DE TABLAS

		Página
Tabla 4.1	Evaluación de las tres modalidades de la inteligencia	149
Tabla 4.2	Puntuaciones básicas del STAT (Rainbow Project)	160
Tabla 4.3	Indicadores de la variable Rendimiento Académico	161
Tabla 4.4	Poder de Discriminación y Nivel de dificultad- Prueba de Razonamiento Matemático	164
Tabla 4.5	Rendimiento en porcentaje discriminado por nivel y grupo	164
Tabla 4.6	Validación del instrumento – Índice de dificultad y discriminación del THRM	166
Tabla 4.7	Variables Interés y Preferencia de conocimiento	169
Tabla 4.8	Grupos Motivación	169
Tabla 4.9	Variable Rendimiento Académico	170
Tabla 4.10	Tipos de Trayectoria Académica	170
Tabla 4.11	Variables asociadas a la competencia para resolver problemas Matemáticos	176
Tabla 5.1	Estadísticos Básicos – Razonamiento Matemático . Muestra conjunta de las dos carreras	178
Tabla 5.2	Estadísticos de Calificaciones- razonamiento Matemático. Muestra conjunta de las dos carreras	178
Tabla 5.3	Estadísticos básicos de puntuaciones del THRM	178
Tabla 5.4	Frecuencia de aciertos discriminado por problema y por proceso del THRM – IFTS 6 y 17	179
Tabla 5.5	Correlaciones simples entre Resolución y Cálculo y las categorías del THRM	181
Tabla 5.6	Correlaciones simples entre el Razonamiento Matemático y las categorías del THRM	182
Tabla 5.7	Estadísticos de confiabilidad	182
Tabla 5.8	Estadísticos total- elemento	182
Tabla 5.9	Matriz de correlaciones inter - elementos	182
	A.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DEL DOMINIO LINGÜÍSTICO-SEMÁNTICO CON LA RESOLUCIÓN Y CÁLCULO.	
Tabla 5.10	Correlaciones simples entre el dominio Lingüístico-Semántico y la Resolución y Cálculo	183
Tabla 5.11	Resumen del Modelo	183
Tabla 5.12	ANOVA	183
Tabla 5.13	Coefficientes	183
	B.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DE LA COMPRENSIÓN Y PLANEAMIENTO CON EL PROCESO DE RESOLUCIÓN Y CÁLCULO.	
Tabla 5.14	Correlaciones simples entre la Comprensión y Planeamiento y el Proceso de Resolución y Cálculo	184
Tabla 5.15	Resumen del Modelo	184
Tabla 5.16	ANOVA	184
Tabla 5.17	Coefficientes	184
	C.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DEL PROCESO DE ARGUMENTACIÓN Y ESTRATEGIAS CON EL PROCESO DE RESOLUCIÓN Y CÁLCULO.	
Tabla 5.18	Correlaciones simples entre el Proceso de Argumentación y Estrategias y el de Resolución y Cálculo	185
Tabla 5.19	Resumen del Modelo	185
Tabla 5.20	ANOVA	185
Tabla 5.21	Coefficientes	185
	D.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DE LA ADQUISICIÓN DE NUEVA INFORMACIÓN CON EL PROCESO RESOLUCIÓN Y CÁLCULO.	
Tabla 5.22	Correlaciones simples entre el Adquisición de Nueva Información y el Proceso Resolución y Cálculo.	186

Tabla 5.23	Resumen del Modelo	186
Tabla 5.24	ANOVA	186
Tabla 5.25	Coefficientes	186
E.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DEL DOMINIO LINGÜÍSTICO-SEMÁNTICO CON EL RENDIMIENTO EN EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).		
Tabla 5.26	Correlaciones simples entre el dominio Lingüístico-semántico y THRM Total General	187
Tabla 5.27	Resumen del Modelo	187
Tabla 5.28	ANOVA	187
Tabla 5.29	Coefficientes	187
F.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DE LA COMPRESIÓN Y EL PLANEAMIENTO DE RESOLUCIÓN CON EL RENDIMIENTO EN EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).		
Tabla 5.30	Correlaciones simples entre la Argumentación y Planeamiento de Resolución y THRM Total General	188
Tabla 5.31	Resumen del Modelo	188
Tabla 5.32	ANOVA	188
Tabla 5.33	Coefficientes	188
G.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DE LA ARGUMENTACIÓN Y LAS ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN CON EL RENDIMIENTO EN EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).		
Tabla 5.34	Correlaciones simples entre el proceso de Argumentación y Estrategias y el THRM Total General	189
Tabla 5.35	Resumen del Modelo	189
Tabla 5.36	ANOVA	189
Tabla 5.37	Coefficientes	189
H.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DE LOS PROCESOS DE RESOLUCIÓN Y CÁLCULO CON EL RENDIMIENTO EN EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).		
Tabla 5.38	Correlaciones simples entre el Comprensión Lectora y THRM Total General	190
Tabla 5.39	Resumen del Modelo	190
Tabla 5.40	ANOVA	190
Tabla 5.41	Coefficientes	190
I.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DE LA ADQUISICIÓN DE NUEVA INFORMACIÓN CON EL CON EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).		
Tabla 5.42	Correlaciones simples entre el Adquisición de Nueva Información y el Proceso Algorítmico	191
Tabla 5.43	Resumen del Modelo	191
Tabla 5.44	ANOVA	191
Tabla 5.45	Coefficientes	191
Tabla 5.46	Medias de conglomerados discriminados por variables	192
Tabla 5.47	Número de casos de cada conglomerado	192
Tabla 5.48	ANOVA (conglomerados)	194
Tabla 5.49	Estadísticos Descriptivos de los Conglomerados	195
Tabla 5.50	Contraste de Levene sobre la igualdad de las varianzas	195
Tabla 5.51	Pruebas de los efectos inter-sujetos	195
Tabla 5.52	Comparaciones múltiples DHS de Tukey	196
Tabla 5.53	Subconjuntos Homogéneos DHS de Turkey	196
Tabla 5.54	Puntuaciones discriminadas por componentes del STAT- IFTS 6 y 17	197
Tabla 5.55	Estadísticos Básicos de las puntuaciones del STAT	199
Tabla 5.56	Estadísticos Básicos de las puntuaciones de los contenidos del STAT	199
A.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DE LA HABILIDAD ANALÍTICA CON EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO		
Tabla 5.57	Correlaciones simples entre la Habilidad Analítica y el Rendimiento General en Razonamiento Matemático (THRM Total General)	200
Tabla 5.58	Resumen del Modelo	200

Tabla 5.59	ANOVA	200
Tabla 5.60	Coefficientes	200
	B.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DE LA HABILIDAD PRÁCTICA CON EL CON EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).	
Tabla 5.61	Correlaciones simples entre la Habilidad Práctica y el Rendimiento General en Razonamiento Matemático (THRM Total General)	201
Tabla 5.62	Resumen del Modelo	201
Tabla 5.63	ANOVA	201
Tabla 5.64	Coefficientes	201
	C.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DE LA HABILIDAD CREATIVA CON EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).	
Tabla 5.65	Correlaciones simples entre la Habilidad Creativa y el Rendimiento General en Razonamiento Matemático (THRM Total General)	202
Tabla 5.66	Resumen del Modelo	202
Tabla 5.67	ANOVA	202
Tabla 5.68	Coefficientes	202
	D.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DE LA MODALIDAD DE LENGUAJE VERBAL DEL STAT, CON EL CON EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).	
Tabla 5.69	Correlaciones simples entre la modalidad de lenguaje Verbal y el Rendimiento General en Razonamiento Matemático (THRM)	203
Tabla 5.70	Resumen del Modelo	203
Tabla 5.71	ANOVA	203
Tabla 5.72	Coefficientes	203
	E.- PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN DE LA MODALIDAD DE LENGUAJE CUANTITATIVA DEL STAT, CON EL CON EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).	
Tabla 5.73	Correlaciones simples entre la modalidad de lenguaje Cuantitativa y el Rendimiento General en Razonamiento Matemático (THRM)	204
Tabla 5.74	Resumen del Modelo	204
Tabla 5.75	ANOVA	204
Tabla 5.76	Coefficientes	204
	F.- PREDICCIÓN DE LA COVARIANCIA DE LA MODALIDAD DE LENGUAJE FIGURAL DEL STAT, CON EL CON EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).	
Tabla 5.77	Correlaciones simples entre la modalidad de lenguaje Figural y el Rendimiento General en Razonamiento Matemático (THRM)	205
Tabla 5.78	Resumen del Modelo	205
Tabla 5.79	ANOVA	205
Tabla 5.80	Coefficientes	205
Tabla 5.81	Medias de conglomerados discriminados por variables	206
Tabla 5.82	Número de casos de cada conglomerado	206
Tabla 5.83	ANOVA	208
Tabla 5.84	Estadísticos descriptivos de los Conglomerados	208
Tabla 5.85	Contraste de Levene sobre la igualdad de las varianzas	209
Tabla 5.86	Pruebas de los efectos inter-sujetos	209
Tabla 5.87	Comparaciones múltiples DHS de Tukey	209
Tabla 5.88	Subconjuntos Homogéneos DHS de Turkeya	210
Tabla 5.89	Correlaciones simples entre el Razonamiento Matemático y las componentes del STAT	210
Tabla 5.90	Resumen del Modelo	211
Tabla 5.91	Estadísticos de confiabilidad	211
Tabla 5.92	Estadísticos total-elemento	211
Tabla 5.93	Matriz de correlaciones inter-elementos de componentes del STAT	212
Tabla 5.94	Correlaciones simples entre el Razonamiento Matemático y las modalidades de lenguaje del STAT	212
Tabla 5.95	Resumen del Modelo	213
Tabla 5.96	Estadísticos de confiabilidad	213

Tabla 5.97	Estadísticos total-elemento	213
Tabla 5.98	Matriz de correlaciones inter-elementos de las modalidades del STAT	213
Tabla 5.99	Variable Rendimiento Académico	214
Tabla 5.100	Estadísticos Básicos. Rendimiento Académico	214
Tabla 5.101	Estadísticos básicos de los componentes de la variable Rendimiento	214
Tabla 5.102	Combinación de los Indicadores en función de las Trayectorias	215
Tabla 5.103	Ponderación de componentes de la variable Rendimiento Académico	215
Tabla 5.104	Correlaciones simples entre los indicadores de Rendimiento y el Tipo de Trayectoria	216
Tabla 5.105	Resumen del Modelo	216
Tabla 5.106	Estadísticos de confiabilidad	217
Tabla 5.107	Estadísticos total-elemento	217
Tabla 5.108	Matriz de correlaciones inter-elementos	217
Tabla 5.109	Correlaciones del THRM y el STAT con relación a la Trayectoria Académica	218
Tabla 5.110	Resumen del Modelo	219
Tabla 5.111	Estadísticos de confiabilidad	219
Tabla 5.112	Estadísticos total-elemento	219
Tabla 5.113	Matriz de correlaciones inter-elementos	219
Tabla 5.114	Coefficientes	220
Tabla 5.115	Relación de los atributos de la persona con el rendimiento general del Test de Habilidades de Razonamiento Matemático (THRM)	222
Tabla 5.116	Telación del Nivel de Estudios de los padres con el rendimiento del Test de Habilidades de Razonamiento Matemático (THRM)	223
Tabla 5.117	Correlaciones del Nivel educativo de los padres con THRM	223
Tabla 5.118	Resumen del Modelo	223
Tabla 5.119	Coefficientes	224
Tabla 5.120	Relación de los atributos de comportamiento con el rendimiento del Test de Habilidades de Razonamiento Matemático (THRM)	225
Tabla 5.121	Correlaciones del Nivel educativo de los padres con THRM	226
Tabla 5.122	Resumen del modelo	226
Tabla 5.123	Coefficientes	227
Tabla 5.124	Correlación del Tiempo en llegar al instituto y el Lugar de Residencia	228
Tabla 5.125	Variable Motivación	228
Tabla 5.126	Combinación de los Indicadores en función del Interés (I)	229
Tabla 5.127	Combinación de los Indicadores en función de las Preferencias de Conocimientos (PC)	229
Tabla 5.128	Grupos Motivación	230
Tabla 5.129	Estadísticos Básicos. Variable Motivación	230
Tabla 5.130	Estadísticos básicos de los componentes de la variable Motivación	230
Tabla 5.131	Combinación de los Indicadores en función de las Motivaciones	231
Tabla 5.132	Correlaciones simples entre los Grupos de Motivación y sus componentes	232
Tabla 5.133	Resumen del Modelo	232
Tabla 5.134	Estadísticos de confiabilidad	232
Tabla 5.135	Estadísticos total-elemento	232
Tabla 5.136	Matriz de correlaciones inter-elementos	233
Tabla 5.137	Coefficientes	233
Tabla 5.138	Correlaciones simples entre la variable Motivación y la puntuaciones del THRM	234
Tabla 5.139	Resumen del Modelo	234
Tabla 5.140	Coefficientes	234
Tabla 5.141	Resumen del procesamiento para el análisis de casos	236
Tabla 5.142	Pruebas de igualdad de las medias de los grupos	236
Tabla 5.143	Resultados de la prueba	237

Tabla 5.144	Variables en el análisis	237
Tabla 5.145	Variables introducidas/excluidas	238
Tabla 5.146	Lambda de Wiks	238
Tabla 5.147	Coefficientes estandarizados de las funciones discriminantes canónicas	238
Tabla 5.148	Coefficientes de las funciones canónicas discriminantes	238
Tabla 5.149	Resumen de las funciones canónicas discriminante - Autovalores	239
Tabla 5.150	Resumen de las funciones canónicas discriminante Lambda de Wilks	239
Tabla 5.151	Matriz de estructura	240
Tabla 5.152	Función en los centroides de los grupos	240
Tabla 5.153	Resumen del proceso de clasificación	241
Tabla 5.154	Probabilidades previas para los grupos	241
Tabla 5.155	Resultados de la Clasificación	241



ÍNDICE DE CUADROS

	Página	
Cuadro 2.1	Diagrama de la Teoría Triárquica de la Inteligencia, basado en Sternberg (1985)	53
Cuadro 2.2	Factores asociados con el Rendimiento Académico.	67
Cuadro 3.1	Ejemplo gráfico del método de comprensión	75
Cuadro 3.2	Diferencias entre el Asociacionismo y la teoría de la Gestalt	76
Cuadro 3.3	Ejemplo gráfico del Problema de la Torre de Hanoi	83
Cuadro 3.4	Esquema general del razonamiento por analogía	108
Cuadro 3.5	Fases del modelo de Pólya para plantear y resolver problemas	118
Cuadro 3.6	Fases del Modelo de Mayer de la resolución de problemas matemáticos	119
Cuadro 3.7	Esquema de resolución de problemas, basado en Mayer, (1985)	120
Cuadro 4.1	Metodología de la Investigación	127
Cuadro 4.2	Modelo de competencia para resolver problemas matemáticos	130
Cuadro 5.1	Mapa Territorial	243

ÍNDICE DE GRÁFICAS

		Página
Gráfica 4.1	Distribución de la variable Edad	145
Gráfica 4.2	Distribución de la Antigüedad en el Empleo	146
Gráfica 4.3	Distribución del Título de nivel medio obtenido	146
Gráfica 4.4	Distribución de la variable Estado Civil	147
Gráfica 4.5	Distribución de la variable cantidad de Hijos	147
Gráfica 4.6	Distribución de la variable Función que desempeña en el trabajo principal	147
Gráfica 4.7	Distribución de la variable Cantidad de horas trabajadas	148
Gráfica 4.8	Distribución de la variable Años transcurridos desde la finalización del nivel medio	148
Gráfica 4.9	Rendimiento en porcentaje de cada nivel.	165
Gráfica 4.10	Índice de dificultad de los Ítems (p)	167
Gráfica 4.11	Índice de Discriminación de los Ítems (D)	168
Gráfica 5.1	Porcentajes de aciertos discriminados por problemas y por procesos	180
Gráfica 5.2	Administración Tributaria-porcentaje de aciertos por Problemas y Procesos	180
Gráfica 5.3	Administración Aduanera – porcentaje de aciertos por Problemas y Procesos	181
Gráfica 5.4	Porcentaje de casos por conglomerado	193
Gráfica 5.5	STAT Porcentaje de aciertos por componentes	198
Gráfica 5.6	Porcentaje de alumnos por Puntuación Total del STAT	198
Gráfica 5.7	Porcentaje de casos por conglomerado	206
Gráfica 5.8	Porcentaje de alumnos discriminados por grupo	216
Gráfica 5.9	Media de Rendimiento THRM y STAT en función del Tipo de Trayectoria	220
Gráfica 5.10	Media de Rendimiento total del THRM y del Nivel de Estudios del padre	224
Gráfica 5.11	Media de Rendimiento total del THRM y del Nivel de Estudios de la Madre	224
Gráfica 5.12	Media de Rendimiento total del THRM y del Lugar de Residencia	227
Gráfica 5.13	Media de Rendimiento total del THRM y del Tiempo empleado en llegar al Instituto	227
Gráfica 5.14	Media de Rendimiento total del THRM y de la Calificación en Matemática	227
Gráfica 5.15	Media de Rendimiento total del THRM y de la Calificación en Lengua y Literatura	227
Gráfica 5.16	Porcentaje de alumnos discriminados por componentes y por grupo de Motivación	231
Gráfica 5.17	Media de Rendimiento de las variables Interés y Preferencia de Conocimientos en función del Grupo de Motivación	233
Gráfica 5.18	Media de Rendimiento del THRM en función del Grupo de Motivación	235

Resumen

El objetivo del presente trabajo de investigación es identificar los procesos cognitivos y los factores contextuales asociados a la competencia para resolver problemas matemáticos en distintos grupos de carreras de educación superior y determinar su relación con el rendimiento académico y las habilidades que actúen como predictores del mismo.

Expone las principales cuestiones teóricas con relación al desarrollo de competencias para sustentar y determinar las variables asociadas a la competencia para resolver problemas en el dominio de la matemática; a tal fin considera las habilidades cognitivas, los conocimientos previos, la inteligencia exitosa y los factores no intelectuales que intervienen en su desarrollo inicial como elementos constituyentes, tanto generales como específicos del dominio estudiado.

Analiza la relación de las habilidades cognitivas para resolver problemas matemáticos con el nivel de desarrollo de las competencias: para transformar información en un modelo mental, la lingüístico-semántica, para identificar la naturaleza del problema y la elección de un plan de resolución, para seleccionar estrategias, para la ejecución correcta de algoritmos matemáticos y para adquirir nueva información o recordar la existente.

Propone la aplicación de la teoría triárquica de la inteligencia, porque hace posible concebir operaciones de medición que permiten evaluar las capacidades postuladas por la teoría de manera confiable y válida y porque ofrece información sobre cómo se aplica la inteligencia a las diferentes tareas, situaciones o contextos.

Conocidas las variables que intervienen en la competencia para resolver problemas del campo de la matemática e identificadas las habilidades cognitivas asociadas, se proyecta determinar su nivel de desarrollo en un grupo de sujetos con el objeto de predecir su rendimiento académico para lo cual se evaluarán alumnos de dos carreras de educación superior (Técnico Superior en Aduanas y en Administración Tributaria); su selección obedece al hecho de ser el nivel educativo de mayor demanda en los últimos años y de disponer de una amplia cobertura en la Ciudad de Buenos Aires, lo que facilitará un rápido acercamiento al objeto de estudio.

La hipótesis general del trabajo refiere a que la competencia para resolver los problemas matemáticos ha de estar relacionada con habilidades cognitivas y conocimientos específicos de base, la capacidad intelectual y los factores contextuales y de motivación de

los sujetos, y resulta un factor predictivo del rendimiento académico. Para ponerla a prueba se administró el *STAT (Sternberg Triarchic Abilities Test)*, nivel *H (Modificado)* -considerado como el test apropiado para valorar la habilidad cognitiva general en la resolución de problemas novedosos-, una encuesta de factores contextuales y motivación de los alumnos y un Test online de Razonamiento Matemático.

Se utilizó la estrategia de la simulación mediada por computadora para obtener datos que sustenten los resultados como predictivos de la trayectoria escolar. El porcentaje de aciertos de los alumnos a las preguntas formuladas en el Test de Habilidades en los campos de comprensión lingüístico-semántica, conocimiento esquemático, conocimiento estratégico y ejecución algorítmica -esta última asociada con la habilidad para asimilar nueva información y ponerla en práctica-, se complementa con las puntuaciones de las tres calificaciones básicas del STAT: Analítico, Práctico y Creativo. Como medida de rendimiento escolar se tomó un conjunto de indicadores referidos a la escolaridad de cada alumno: el promedio de calificaciones obtenidas por los estudiantes en las materias troncales de la carrera, el promedio de las calificaciones de todas las materias en el primer año de estudio y el porcentaje de aprobación de materias cursadas (índice de aprobación).

El Test de Habilidades y el STAT permitió evaluar probabilidades para las trayectorias escolares teniendo en cuenta las distintas categorías consideradas, en tanto que los coeficientes de correlación ofrecieron una medida de la asociación lineal entre las variables estudiadas, que refleja el grado de relación de una variable y otra. La asociación con los perfiles de trayectoria escolar de las variables consideradas se valoró por el nivel de significación entre cada una de ellas y la pericia demostrada para resolver los problemas planteados.

Los datos han aportado algunas conclusiones relevantes que apuntan a evidenciar la conveniencia de construir las trayectorias académicas considerando un conjunto de indicadores que permitan determinar el rendimiento y la diversidad de trayectorias que despliegan los estudiantes. La consideración de la trayectoria como variable discreta permite analizar los datos relevados, a partir de medidas de probabilidad condicional.

Los resultados obtenidos demuestran una clara tendencia de la asociación entre el tipo de trayectorias, las calificaciones obtenidas en el test de habilidades para resolver problemas y las puntuaciones del STAT. Esto hace posible afirmar que el grado con que se pueden predecir los perfiles de trayectoria resulte una aproximación al mismo. Lo anterior surge porque la trayectoria se asocia a diversas variables o características de los estudiantes lo que, a su vez, torna la problemática de la *validez predictiva* de una gran complejidad.

El grado de asociación medido a través de la probabilidad condicional ofrece una aproximación; sin embargo, habrá que atender a algunas cuestiones que surgen del análisis de los datos, como la de los estudiantes de altas calificaciones con una trayectoria baja y la de los estudiantes de calificaciones bajas que se caracteriza por trayectorias altas.

Por último, se destaca que los dos Tests aplicados permiten un cierto grado de predicción del rendimiento académico. La caracterización de la competencia para resolver problemas y los distintos perfiles de trayectoria identificados han hecho posible orientar el trabajo y comprender mejor las dinámicas presentes dentro de escenarios individuales y grupales.



Universidad de
San Andrés



Universidad de
San Andrés

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.1 ¿Qué pretende esta tesis?

Un importante objetivo de la enseñanza de las matemáticas y las ciencias naturales es desarrollar en los estudiantes sus capacidades y destrezas cuantitativas, espaciales, de probabilidades, de relaciones, empíricas y de lógica experimental. De esta manera, el conocimiento y comprensión de los conceptos fundamentales de estas ciencias los habilitará tanto para realizar funciones de investigación como para llevar adelante tareas de decisión personal de manera exitosa, participar en asuntos cívicos, sociales, culturales y económicos.

Los estudiantes de América Latina no logran alcanzar las metas que sus propios sistemas educativos les han propuesto, sea en el ámbito de las ciencias o el de las matemáticas. Independiente de su posición en LLECE (Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación) o SERCE (Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo), la totalidad de países de la región participantes en PISA (Programme for International Student Assessment de la OCDE) o en TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) se han ubicado en posiciones alarmantemente rezagadas. Sumado a este mal desempeño, la mayoría de los currículos, programas de estudio o estándares de la región enfrentan serios desafíos.

Frente a esta preocupante situación, se vuelve imperativo revisar la evidencia de los logros actuales en la enseñanza de las matemáticas y las ciencias. Resulta entonces fundamental analizar las características macro de los sistemas de enseñanza, y coordinar políticas que se traduzcan en una sustancial y efectiva mejora del rendimiento de nuestros alumnos.

A lo largo del tiempo, la actividad docente me ha permitido ser espectador de las dificultades que manifiestan los estudiantes para enfrentar las exigencias de los cursos de matemática de los primeros años de carreras de educación superior. Esta observación me ha llevado a reflexionar sobre la problemática; el trabajo que aquí se presenta, en parte, es producto de esa inquietud.

Esta preocupación se sustenta en el hecho de que la mayoría de los estudios e investigaciones, de fácil acceso, fueron llevados a cabo por profesionales de campo de la

psicología cognitiva o especialistas provenientes de área de educación, con poca formación en el dominio de la matemática o por lo menos sobre su enseñanza. Los trabajos sobre la deficiencia que presentan los estudiantes en esta materia, producidos por docentes de matemática, son muy pocos. En todo caso, y sin hacer una afirmación categórica sobre ello, lo que he percibido es una significativa división entre las dos áreas de conocimiento, que se manifestaba en la falta de respuestas a los interrogantes que surgen de la práctica y a la sensación de estar participando en un contexto que presenta serias fallas en desarrollar la cultura matemática requerida por la sociedad.

Siguiendo esta línea de pensamiento, otra de las razones del trabajo es identificar las dificultades que presentan los estudiantes y buscar elementos que influyan favorablemente en el desarrollo de las habilidades cognitivas y en la capacidad de resolver problemas que requieren conocimientos y competencias matemáticas. Creo firmemente que el sistema educativo debería asegurar a los estudiantes los métodos de aprendizajes que consideren sus experiencias de vida, que los contenidos sean pertinentes a su futuro, pero también significativos a sus vidas cotidianas. Es así como toma sentido la expresión: “Cualquier sociedad humana se transforma, en todo contexto cultural lo tradicional se opone a lo nuevo, pero el cambio tiende a imponerse por el concepto de desarrollo que éste implica; cada quien lo encara a su manera, con su propia herencia, con su propia cultura, y lo transforma al hacerlo suyo, con todas las consecuencias que un proceso de cambio trae consigo¹”

Por otra parte, la experiencia indica que el gran desafío de los docentes de matemática es optar por estrategias innovadoras en la administración de conocimientos, con el objeto de abandonar la enseñanza tradicional, que mucho ha incidido en el fracaso de generar esa cultura matemática básica. Entonces, ¿Qué pretende esta tesis? Como se ha mencionado, la primera motivación de este trabajo consiste principalmente en identificar las dificultades en el campo de la matemática y su relación con el rendimiento académico, y estudiar actividades que podrían influir favorablemente para mejorar su capacidad para resolver problemas. Esta búsqueda reclamó un estudio sobre el desarrollo de habilidades cognitivas, la metacognición y el cambio conceptual que llevó a la teoría sobre la vida exitosa propuesta por Sternberg, temas que se encuentran comprometidos con la mejora de la enseñanza y la resolución de problemas matemáticos.

¹ Organización de las Naciones Unidas para la educación, la ciencia y la cultura. Una educación de calidad para todos los jóvenes: Desafíos, tendencias y prioridades. Conferencia Internacional de Educación 47a Reunión; Ginebra; Junio de 2003; p 32)

La información recopilada en torno a la resolución de problemas, muestra la clara tendencia de promover los procesos educativos que permiten visualizar al alumno como el actor central de las acciones de formación; esto provoca la necesidad de generar mecanismos para que el estudiante se adapte de mejor manera al ambiente educativo, al fortalecimiento de sus habilidades de estudio y de trabajo. Atender al cuestionamiento de cuáles son los factores que influyen en el rendimiento académico puede llevar al encuentro de respuestas muy variadas, aunque con algunos conceptos en común. El rendimiento escolar tiene sus consecuencias en el desarrollo de competencias del estudiante, lo que sugiere que el profesorado que participa en su formación, debe construir, y reconstruir su práctica docente, en el orden de facilitar dominios básicos y específicos como: creatividad y análisis crítico, pensamiento independiente, capacidad de trabajo en equipo, nuevos métodos pedagógicos y didácticos que faciliten la adquisición de técnicas y capacidad de comunicación, entre otros. Este estudio puede ser un aporte para ello.

1.2 - Relevancia del tema

El rendimiento escolar puede derivar en el fracaso que afecta a alumnos, padres, profesores y, por ende, al conjunto de la sociedad. En el concepto de rendimiento escolar convergen distintas variables y diferentes formas de medición, si bien la medida más utilizada es la nota y las distintas pruebas de rendimiento. Este tipo de medidas considera frecuentemente la información y no contempla contenidos procedimentales y aptitudinales; así las notas constituyen el criterio social legal del rendimiento del alumno. Generalmente, el criterio que identifica el rendimiento es la calificación, indicador de la capacidad productiva y refleja el resultado del trabajo de los alumnos en un curso. Las calificaciones suelen ser también producto social porque responden a lo estipulado por la legislación. Sirven para reconocer un grado de conocimiento con repercusiones académicas y personales.

El hecho de considerar las calificaciones escolares como expresión del rendimiento académico resulta relativa si se piensa que no hay un criterio único para todos los Institutos, cursos, asignaturas y profesores. A pesar de las limitaciones de las calificaciones, son los indicadores más invocados del rendimiento académico.

El conjunto de factores que asociados con el éxito o fracaso escolar son considerados condicionantes del rendimiento escolar. Se pueden diferenciar los personales conformados por variables cognitivas y motivacionales, y los contextuales constituidos por variables socioambientales, institucionales e instruccionales. Las variables personales incluyen aque-

llas que caracterizan al alumno como aprendiz: inteligencia, aptitudes, estilos, conocimientos previos, estrategias, género, edad y motivaciones.

Inteligencia y aptitud son variables que con mayor frecuencia son usadas como *predictoras del rendimiento escolar*, ya que todo aprendizaje exige la puesta en práctica de procesos cognitivos.

Aunque no hay acuerdo en la definición de inteligencia ni en los mecanismos subyacentes, se encuentran relevantes autores que, desde los modelos cognitivistas y la Teoría del Procesamiento de la Información, identifican el pensamiento humano con la resolución de problemas.

La experiencia acumulada en el aula me ha puesto de manifiesto las limitaciones importantes que muestran algunos alumnos en sus actividades, operaciones y recursos cognitivos a la hora de enfrentarse a la resolución de problemas matemáticos. En muchos casos estas limitaciones no van asociadas a carencias o deficiencias intrínsecas sino a fallos relacionados con no saber qué hacer ante una tarea, falta de planificación al intentar abordarla, no sentirse capaz de resolverla o no disponer de la estrategia adecuada. Esto supone que aun disponiendo de los medios y recursos cognitivos, determinados alumnos no tienen los resultados esperados.

El desarrollo de las competencias para resolver problemas implicados en el rendimiento escolar inicial de la educación superior, ha adquirido relevancia. Se oye hablar del tema en diferentes y variados círculos, pero, ¿qué es lo que lo hace importante?, ¿en qué consiste su valor para la vida cotidiana? La clave está en su relación con la adquisición de aprendizajes complejos, y cómo a través de dichas competencias se logra la habilidad para emplear procedimientos basados en la lógica. En este sentido es importante aprender unos de otros y aplicar estrategias para abordar la resolución de situaciones problemáticas que tienen como resultado un más alto nivel de habilidades y un conocimiento mejor organizado.

Las teorías cognitivas han formulado modelos explicativos de los factores que intervienen en el rendimiento escolar. Los estudios orientados a identificar aquellas *habilidades específicas de dominio asociadas a la competencia matemática* muestran que el éxito o el fracaso para resolver problemas se puede explicar en parte acudiendo a diferencias individuales en inteligencia general y en aptitudes intelectuales específicas. La mayoría de las investigaciones publicadas en las últimas décadas reportan asociaciones significativas entre expertez en un dominio y factores de inteligencia (Castejón Costa y Navas, 1992; Castejón, J, 1996; Pardo Merino y Olea Díaz, 1993; Castejón Costa y Miñano, 2008).

Uno de los factores considerados clave en el desarrollo de las competencias para resolver problemas matemáticos es la habilidad para organizar los conocimientos (Gardner, 1983; Sternberg y Grigorenko, 2003). Otro factor de importancia es la incidencia del ambiente de aprendizaje. (Feuerstein, 1979; Resnick y Ford, 1981).

El presente estudio se centra en las teorías cognitivas que tratan de explicar la adquisición de las competencias para resolver problemas matemáticos, con el objetivo de identificar y precisar los factores asociados a la trayectoria del alumno, la relación con el rendimiento escolar y su potencial predictivo. ¿Por qué se ha optado por esta línea de pensamiento? Este conjunto de factores podrá ser analizado en grupos de estudiantes de carreras de educación superior y determinar los condicionantes del rendimiento académico relacionados con la habilidad intelectual para resolver problemas matemáticos.

1.3 Planteamiento del problema

Evaluada la relevancia del problema, queda por precisar el problema de estudio y las preguntas a las que se intentará dar respuesta.

Es evidente que cada vez se requieren más títulos y especialidades debido a que la oferta de trabajo es escasa en relación con la demanda, por lo cual el estar más preparado se convierte en uno de los principales requisitos para ingresar a un mundo laboral cada día más fragmentado y especializado. Todo esto va de la mano de una precarización creciente del sistema social que influye en esta tendencia. En este escenario las instituciones escolares deben asumir el desafío de superar su propia inercia y prestan mayor atención a los procesos de aprendizaje de los alumnos, como respuesta a la demanda social de formar personas con competencias para aprender eficazmente y resolver correctamente problemas de la vida real. Esto requiere conocer el modo de cómo el estudiante procesa la información que necesita para solucionar un problema, de cuáles son las destrezas utilizadas y determinar qué características de éste afectan más su trayectoria escolar, es decir, determinar *“Cuáles son habilidades necesarias para alcanzar el éxito en la vida en términos de los estándares individuales, dentro de un contexto sociocultural”* (Sternberg, 2003)

La experiencia muestra que un deficiente desarrollo de la competencia matemática, se asocia con el éxito o fracaso escolar y resulta condicionante del rendimiento escolar. Un gran número de alumnos que ingresan a la educación superior no logran resolver problemas matemáticos de varias fases ni comprender significativamente las situaciones que estos

problemas plantean. Dominan las habilidades memorísticas como el cálculo, la resolución de problemas rutinarios y la aplicación de fórmulas. Pocos saben utilizar los conocimientos de base que poseen para solucionar problemas más complejos, no son capaces de aplicar espontáneamente lo que saben para resolver problemas poco estructurados o ambiguos. Les cuesta ir más allá del nivel memorístico y pensar de forma crítica o diferente. Esto parecería mostrar la existencia de deficiencias en el desarrollo de competencias iniciales básicas para resolver problemas y alcanzar la mayor pericia en el dominio de la matemática.

Estas dificultades pueden deberse a la presencia de un esquema cognitivo inadecuado y no solamente como consecuencia de una falta de conocimientos específicos. Las deficiencias no aparecen por azar sino que surgen en un marco conceptual consistente, basado en los conocimientos adquiridos previamente. También se debe tener en cuenta que las oportunidades de los estudiantes para aprender un dominio específico dependen del entorno, del tipo de tareas y discurso de los que participan, lo que marca las actitudes que tienen hacia ese dominio del conocimiento.

Identificadas las dificultades, requiere operacionalizar el término “competencia para resolver problemas” para estandarizar su significado y establecer mecanismos de identificación de la competencia para resolver problemas del campo de la matemática. Precisar y clarificar el término “competencia para resolver problemas matemáticos” es el punto de partida para responder *¿cuáles son las características de esa competencia?* El concepto de competencia está ligado al concepto de inteligencia porque del estudio de este último surge el primero, no obstante ser conceptos diferenciados (Gardner, 1983; Sternberg, 1986; Gagné 1993; Renzulli, 1999).

Mayer (1986) identifica pensamiento, resolución de problemas e inteligencia y afirma que la inteligencia refiere a las características cognitivas internas relativas a las diferencias individuales en el rendimiento para la resolución de problemas. Así, el rendimiento académico es considerado una consecuencia de la calidad del pensamiento de las personas; la resolución de problemas surge como uno de los factores relevantes para la detección de la inteligencia de los sujetos. Esta línea de pensamiento considera que la competencia experta en el campo de la matemática es función de la capacidad, la motivación, las creencias, las experiencias y las oportunidades.

La temática en la que se inserta el problema de investigación está relacionado con dos campos de estudio independientes: la competencia para resolver problemas en el campo de la matemática y el rendimiento académico. La abundante literatura disponible muestra que no existen investigaciones que clarifiquen la relación entre ellos, que analicen el

desarrollo de la competencia -de desde el punto de vista cognitivo- en el campo de la resolución de problemas matemáticos y el rendimiento académico, con su correlato en la trayectoria escolar. Se sitúa tratando de demostrar su actualidad, importancia y pertinencia, dando razones que justifican la necesidad de abordar investigaciones sobre la competencia en el campo de la resolución de problemas matemáticos como factor asociado al éxito académico, que sustentan una serie de preguntas y objetivos de la investigación, con los cuales se trata de dar operatividad al problema planteado.

Actualmente, existe una mayor conciencia respecto a la relación entre las dificultades para resolver problemas y el aprendizaje. Esto determina la necesidad de un mayor conocimiento sobre los procesos de identificación de las estrategias más adecuadas para dar respuestas a estas dificultades. Sin embargo, a pesar del mayor conocimiento generado por la psicología cognitiva, las necesidades educativas diferenciadas de los alumnos no son suficientemente atendidas. La mejora de los procesos de identificación hará visible el nivel de desarrollo de las habilidades alcanzadas y permitirá una mejor orientación de los alumnos para emprender con éxito carreras que respondan a sus motivaciones, intereses particulares, capacidades y talentos que aseguren la igualdad de oportunidades.

El proceso identificatorio se relaciona con el concepto de diversidad que refiere a la calidad de una población cuando las unidades que lo conforman no son todas iguales. En el sistema educativo, la diversidad del alumnado se manifiesta en sus diferentes capacidades, facultades físicas y psíquicas, intereses, motivaciones, ambiente sociocultural, entre otros factores. Esto determina promover la atención de las diferencias individuales. La diversidad implica reconocer y responder mediante acciones educativas concretas a las diferencias derivadas de las habilidades cognitivas desarrolladas, de lo contrario se genera una mayor exclusión de los alumnos (Ruíz de Miguel, C. y Castro, M. 2006)). Lo anterior lleva a reflexionar la afirmación de R. Sternberg (1997) ... *“En la enseñanza los alumnos que se consideran ineptos no tienen otra culpa que poseer un estilo que no encaja con el de su enseñante.”*

Muchas personas, que no han desarrollado plenamente sus capacidades, ven limitadas sus posibilidades de acceder a ciertas carreras de educación superior o de realizar trayectorias eficaces -en cuanto a tiempo de permanencia y resultados obtenidos-, debido a las dificultades de aprendizaje que presentan. Los ciudadanos deberían contar con una cultura matemática que les permita resolver adecuadamente problemas; no obstante ello la realidad muestra que sólo aquellos que alcanzan una alta capacidad en este campo, logran ser usuarios de las matemáticas como científicos, matemáticos, ingenieros, arquitectos,

estadísticos, economistas, técnicos e investigadores. Los aspectos formales desarrollados en la resolución de problemas matemáticos, conforman estructuras de pensamiento que se aplicarán a situaciones de la vida cotidiana (Armendáriz, Azcárate y Deulofeu ; 1993). Esta situación hace relevante disponer de estrategias de identificación del nivel de desarrollo de las competencias en el campo de la resolución de problemas matemáticos, con el fin de evitar las frustraciones y los fracasos que genera la elección de carreras para las cuales no se disponen de las habilidades y competencias básicas necesarias.

Las investigaciones sobre la competencia para resolver problemas se han centrado en tres grandes temas: el concepto de problema, en las habilidades cognitivas presentes la resolución y en su relación con el conocimiento. La resolución de problemas, como objeto de estudio, ha sido abordada desde múltiples paradigmas y perspectivas teóricas que se han sucedido en el tiempo y desde esas perspectivas, cada cual ha considerado lo que significa e implica resolver problemas. La investigación realizada sobre el tema no ha permitido obtener una definición unánime aceptada de los conceptos problemas y resolución de problemas. Evidentemente, para este trabajo es de interés fijar la atención en los aportes provenientes del ámbito de la psicología cognitiva y de la didáctica de las matemáticas.

En general, la investigación coincide en destacar que la evaluación para identificar dificultades en el desarrollo de habilidades cognitivas es tan sólo el inicio de un proceso que posibilita proporcionar la ayuda y los recursos necesarios para alcanzar el desarrollo de las capacidades de los sujetos; permite generar modificaciones al contexto de aprendizaje y definir estrategias de enseñanza. En los últimos años se han realizado investigaciones sobre la competencia relacionadas con la resolución de problemas, pero falta más especificidad en cuanto a las estrategias y errores que se cometen en vía de una intervención educativa que considere tanto las soluciones correctas como los errores que se cometen en la resolución de problemas matemáticos.

Las estrategias y acciones institucionales centradas en el aprendizaje de los estudiantes y orientadas a mejorar el rendimiento escolar, deberían partir de la información que permita conocer las características académicas y personales de los alumnos que se incorporan a las distintas ofertas educativas. Es importante determinar el dominio de conocimientos de los alumnos para implementar intervenciones académicas eficientes que mejoren el aprendizaje y disminuir la deserción. En ese sentido, el perfil de ingreso pone de manifiesto el grado de habilidades cognitivas desarrolladas por el individuo a través de la escuela y la trayectoria escolar indica el recorrido que realiza un estudiante desde su ingreso a la carrera que se caracteriza en términos de aprobación, deserción, rezago, egreso

y titulación, entre otros aspectos. Tanto el perfil como la trayectoria están asociadas con el rendimiento escolar, por tanto es una información que deberían disponer las instituciones de Educación Superior en atención a la capacidad predictiva del rendimiento.

Muchas universidades habilitan al ingreso de carreras del campo tecnológico centrándose en las puntuaciones de los tests de inteligencia (CI), dejando de lado otros criterios de identificación del nivel de desarrollo de las habilidades cognitivas; la incorporación nuevas formas de identificación que permitan poner en evidencia la capacidad para resolver problemas matemáticos, haría posible disponer de un predictor del rendimiento académico de los alumnos que inician carreras con materias troncales que requieren del razonamiento lógico matemático. Aquí se impone preguntar *¿qué se mide en los tests?* y *¿con qué tipo de ítems se trata de identificar el desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos?* Muchos tests de identificación de habilidades matemáticas promueven el cálculo aritmético, privilegiando la capacidad del cálculo matemático por sobre otras formas de pensar matemáticamente. Otros tests focalizan los resultados cuantitativos por sobre los cualitativos, al considerar la cantidad de ítems acertados; no atienden al razonamiento aplicado. Sin embargo, para Johnson (1983) las habilidades cognitivas para resolver problemas matemáticos, se ponen de manifiesto en la forma de razonar matemáticamente.

En la actualidad, se han diseñado estrategias de identificación de los alumnos con mayor desarrollo de habilidades cognitivas para determinar el acceso a distintas carreras de educación superior. En este sentido se debe mencionar las pruebas SAT utilizadas por numerosas universidades norteamericanas y más recientemente, el proyecto Arco Iris desarrollado por Sternberg y colaboradores que evalúa tres componentes de la inteligencia: analítico, práctico y creativo. En general se trata de test psicométricos que tratan de el nivel de desarrollo de habilidades cognitivas que permita el ingreso a las distintas ofertas de las universidades.

Conocer las variables que intervienen en la competencia para resolver problemas del campo de la matemática, identificar las habilidades cognitivas asociadas y determinar su nivel de desarrollo en un grupo de sujetos con el objeto de predecir su rendimiento académico, son las líneas de trabajo del presente estudio. Se pretende caracterizar la competencia para resolver problemas y desde una perspectiva diagnóstica, evaluar un conjunto de alumnos de distintas carreras de educación superior, para determinar el vínculo entre inteligencia y competencia que permita establecer categorías que sirvan de predictores del rendimiento académico.

Se estima que el proceso de identificación debe servir para conocer aspectos cualitativos relacionados con la resolución de problemas, además de las puntuaciones de los sujetos en el test de inteligencia. La producción de los sujetos en la resolución de problemas de matemática se torna relevante para determinar la competencia alcanzada y su vinculación con los estudios posteriores.

El desarrollo de habilidades cognitivas para resolver problemas de razonamiento constituye un objetivo primordial de las instancias curriculares del nivel primario y secundario, y está presente en un gran número de carreras de educación superior; en consecuencia, los alumnos que egresan del nivel medio son una fuente importante de información sobre la formación recibida en no menos de 12 años de enseñanza formal. Indagar en esta área conduce al planteo de los siguientes interrogantes:

- ✓ *¿Cuáles son los modelos teóricos de la psicología cognitiva que tratan de explicar la habilidad para resolver problemas matemáticos?*
- ✓ *¿Cuáles son los factores cognitivos que intervienen en el desarrollo de la competencia para resolver problemas de razonamiento lógico-matemático?*
- ✓ *¿Cuáles son los indicadores de competencia asociados al rendimiento académico y a la trayectoria escolar?*
- ✓ *¿Los sujetos con altas puntuaciones en STAT-H manifiestan competencias vinculadas a la capacidad para resolver problemas matemáticos?*
- ✓ *¿Existe correlación entre las puntuaciones del STAT-H y las del Test de Habilidades de Razonamiento Matemático?*
- ✓ *¿Qué validez tiene la prueba de razonamiento matemático como diagnóstico de la competencia alcanzada?*

Los aportes de la psicología han puesto de relieve la importancia de las estrategias en la resolución de problemas. No caben dudas que el análisis de las estrategias empleadas por los estudiantes permite determinar el nivel de competencia alcanzado. Caben dudas sobre si el tipo de problemas seleccionados para la prueba de razonamiento matemático, permitirán poner en juego estrategias de resolución que servirán de indicador de la competencia desarrollada.

- ✓ *¿Es posible identificar habilidades cognitivas asociadas a la competencia para resolver problemas matemáticos en las estrategias de resolución utilizadas por los estudiantes? ¿Cuáles son esas habilidades?*

Obtenido algún tipo de respuestas a las preguntas anteriores que aporten un mayor

conocimiento sobre las habilidades cognitivas puestas en juego en la resolución de problemas por parte de los sujetos que manifiestan un alto rendimiento en dicho campo, se puede plantear la siguiente pregunta:

- ✓ *¿Es posible prever el rendimiento académico a partir de los indicadores de competencia considerados?*

En ese sentido, el perfil de ingreso y la trayectoria escolar que indica el recorrido que realiza un estudiante desde su ingreso a la carrera aportaría información relevante sobre la cuestión. Esto amerita formular las siguientes preguntas:

- ✓ *¿La capacidad predictiva del rendimiento académico se vincula con la capacidad para resolver problemas matemáticos?*
- ✓ *¿Cuáles son los perfiles de trayectoria académica presentes en un grupo en relación a la competencia para resolver problemas matemáticos ?*
- ✓ *¿Cuáles son las habilidades específicas, que surgen del análisis de los perfiles de trayectoria diferenciales, que muestran mejor asociación con la competencia para resolver problemas matemáticos?*

Para dar respuesta a estas preguntas es necesario indagar y determinar las habilidades presentes en el desarrollo de la competencia para la resolución de problemas matemáticos; requiere considerar la naturaleza y estructura de las aptitudes intelectuales para identificar la competencia e identificar los factores que facilitan alcanzarla y los que se constituyen como predictores cognitivos de dicha competencia. El trabajo se propone la realización de un estudio que permita dar respuestas a las preguntas formuladas y, también, que posibilite cuantificar los fenómenos de trayectoria escolar para lograr una aproximación a las causas o factores que la determinan. Se busca tener una perspectiva más completa sobre la relación de la competencia para resolver problemas con el rendimiento académico y los aspectos que integran la trayectoria escolar para identificar los motivos de su comportamiento. Es objetivo del trabajo, proporcionar elementos para explicar cómo son las trayectorias escolares de los estudiantes, cómo transitan por la institución y cómo hacen uso de las posibilidades que se les proporcionan para realizar los estudios con un alto grado de probabilidad de éxito académico.

1.4 Contexto de la investigación

La información sobre el perfil sociodemográfico de los alumnos, las trayectorias escolares previas, el nivel socioeconómico y educativo, la condición de actividad, la vinculación

con el campo profesional para el que se forman, sus expectativas y motivaciones para la elección de la carrera, así como la percepción acerca de la carrera que cursan, permite contar con herramientas para revisar y ajustar los diseños curriculares y las estrategias de enseñanza. Como todo trabajo de investigación busca obtener respuestas a las preguntas formuladas que tienden a reforzar la práctica educativa; parte del supuesto de que el nivel de competencia para resolver problemas en un dominio están relacionadas con las habilidades cognitivas, los conocimientos específicos y otros factores personales y contextuales, lo que determina que se focalice el problema de investigación en las siguientes habilidades y variables:

- ✓ *El dominio lingüístico-semántico es un elemento básico para comprender el significado del problema.*
- ✓ *El conocimiento previo de tipo conceptual declarativo en un dominio sustenta el conocimiento procedimental.*
- ✓ *La pericia para analizar problemas matemáticos no rutinarios se relaciona con la elaboración de propuestas de resolución.*
- ✓ *La representación mental del problema a partir de los esquemas cognitivos hace posible integrarlos en una categoría y elegir el planteamiento adecuado de resolución.*
- ✓ *El nivel de apropiación de estrategias cognitivas y metacognitivas permite planificar y organizar los pasos del proceso a seguir.*
- ✓ *El desarrollo de competencias cognitivas hace posible ejecutar las operaciones necesarias para llegar a la solución del problema.*
- ✓ *Existen factores asociados, directa o indirectamente, que facilitan o dificultan el desarrollo de la competencia para resolver problemas.*
- ✓ *La inteligencia está íntimamente relacionada con el rendimiento escolar.*
- ✓ *La motivación y el autoconcepto de los alumnos para el aprendizaje se relaciona con el rendimiento escolar.*
- ✓ *La inteligencia se caracteriza por la habilidad para resolver problemas, habilidad verbal, habilidad social y motivación para aprender. Sternberg (1985a).*

La investigación se desarrolla en dos instituciones de formación técnica que conforman el subsistema de Educación Superior de la Ciudad de Buenos Aires y con los alumnos incorporados durante el año 2011 a las carreras: Despachante de Aduanas y Administración tributaria. Esto determina diferentes referentes tanto institucionales como socioeconómicos

La experiencia internacional evidencia en las últimas décadas un importante desarrollo de la educación superior, tanto de las instituciones y carreras universitarias tradicionales como de las que ofrecen formación de carácter superior no universitario, en especial las de formación técnico profesional. Entre las causas de este desarrollo², se pueden mencionar:

- El incremento del número de egresados del nivel medio.
- Los cambios en las demandas laborales, especialmente en las áreas técnicas. Las instituciones no universitarias, más ágiles y estrechamente ligadas al mundo de la producción, parecen ser más flexibles para adaptarse a estos cambios.
- La aparición de un variado y nuevo universo de alumnos a los sistemas educativos, aspirantes a cursos de capacitación y nivelación, etc.
- La necesidad de cursos más cortos y menos costosos que las carreras tradicionales.
- El requerimiento social de un acceso más equitativo a la educación superior y, consecuentemente, al mercado laboral.

El desarrollo de la formación técnico-profesional del nivel superior no universitario es más reciente que la formación docente y forma parte del proceso de diversificación de la oferta de educación superior; está conformada por carreras que tienen por objetivo la formación técnica y profesional de mandos medios que pueden agruparse en tres grandes áreas según se vinculen con: el sector terciario de la economía orientado a la administración y a la prestación de servicios, el sector industrial y agropecuario y, el sector salud. A partir de 1983 se inicia un proceso sostenido de creación de carreras con un marco normativo heterogéneo.

En la Ciudad de Buenos Aires, la configuración del nivel de educación superior se caracterizó por la conformación de un sistema binario con dos sectores institucionales diferenciados y con poca o ninguna conexión entre sí: el superior universitario y el no universitario. Esta situación es consecuencia de la aplicación de políticas educativas fragmentadas e implementadas por diversos gobiernos, con diferentes proyectos políticos de educación. Así, el nivel superior del sistema educativo contiene diversos tipos de instituciones que respondieron a distintos tipos de proyectos políticos y educativos, y que en muchos casos, fueron pensados como soluciones parciales de problemas coyunturales o estructurales.

² Sigal, Víctor y Wentzel Claudia (2002): *La formación técnico profesional: situación nacional y experiencias internacionales*. Documentos de Trabajo N° 72. Universidad de Belgrano, Buenos Aires.

También, las diferencias simbólicas relacionadas al prestigio académico y social ayudan a la fragmentación que se reafirma con el hecho de que las universidades nacionales son autónomas y autárquicas en virtud del Artículo 75, inciso 19, de la Constitución Nacional, mientras que las instituciones no universitarias de educación superior están bajo la órbita del Ministerio de Educación de la Ciudad de Buenos Aires desde la transferencia de los servicios (1992). Se podría afirmar que, aún hoy, no se ha logrado instalar la identidad propia del subsistema transferido a la Ciudad de Buenos Aires, de acuerdo con el peso y la relación que tiene con la formación de los recursos humanos requeridos por la sociedad actual y la estructura de producción.

La oferta educativa correspondiente al nivel superior no universitario que se imparte en distintos tipos de establecimientos como las Escuelas Normales Superior, los Institutos de Formación Docente Superior e Institutos de Formación Técnica Superior, es amplia y combina carreras de formación docente y carreras de formación técnica. Veintiuna de estas instituciones forman docentes para diversos tipos y niveles educativos en distintas ramas del conocimiento: más de la mitad se orientan a carreras de formación para la docencia en los niveles inicial y primario; cuatro ofrecen carreras docentes para diferentes especialidades (educación física, educación especial e idiomas) y el resto se orienta a profesorado disciplinarios para el nivel medio. La oferta formativa técnica se conforma con 32 carreras de diferentes áreas, tales como: Administración, Comercio, Bancos y Seguros, Informática, Tecnológica, Producción y Servicios, Comunicación e Información, Lengua y Ciencias Sociales, Salud y Seguridad Social, Deportes y Recreación, Turismo, Hotelería y Afines.

El objetivo principal que tienen los Institutos de Formación Técnica Superior (IFTS), es el brindar a los adultos que han finalizado sus estudios secundarios y se desempeñan en una actividad laboral, la oportunidad de realizar estudios de nivel terciario integrados totalmente con el perfeccionamiento técnico de su ámbito laboral y cubrir los tramos intermedios entre el nivel medio y el universitario³. De ahí surge la condición de desarrollar una actividad laboral afín con la carrera como requisito de ingreso.

La cantidad de carreras en el ámbito privado es significativamente más numerosa y diversa en especialidades que las tecnicaturas de nivel superior de gestión estatal. Los Institutos de Formación Técnica Superior están distribuidos geográficamente en 7 de los 21

³ Resolución Ministerial 425/83. Creación de los Centros Educativos de los Centros Educativos de Nivel Terciario. Ministerio de Educación y Justicia de la Nación

distritos escolares en que está dividida la Ciudad de Buenos Aires, con una significativa concentración en el 1. Esta distribución tiene su origen en los convenios de los CENT con sindicatos y empresas que tienen su sede principal en el centro de la ciudad; situación que se mantuvo al transformarse en Institutos de Formación Técnica Superior (IFTS), el año 2006. El cumplimiento de los requisitos de promoción de la carrera se acredita con el título de Técnico Superior en la especialidad, salvo algunas carreras que tienen otra denominación: Entrenador Deportivo, Enfermero Profesional, Bibliotecario Profesional, Realizador y Productor Televisivo, Despachante de Aduanas. La mayoría de los planes tienen una duración de tres años otros como Psicopedagogía, cuatro años.

Por lo general, los planes de estudios presentan una estructura similar de materias anuales y cuatrimestrales distribuidas en tres años con un sistema de correlatividades que requiere de la asistencia diaria obligatoria de los alumnos. La distribución en años responde a la necesidad de introducir los contenidos más generales y abarcativos en los primeros años y gradualmente los específicos de la especialidad.

La matrícula de la formación técnica superior de la Ciudad de Buenos Aires ha evidenciado un significativo crecimiento en los últimos años. Entre los años 2008 y 2010 se ha incrementado en un 24%, lo que representa más de 7.500 alumnos. En perspectiva histórica, el nivel superior crece en forma sistemática desde 1997, con una incorporación de más de 43.000 alumnos. El sector privado, cuya oferta institucional se amplía en el período, explica la parte más importante del aumento. El incremento en los institutos terciarios se da en el contexto de un sistema de enseñanza superior dominado por las instituciones universitarias. Los institutos terciarios que dependen del MEGC, cuentan con el 77% de su alumnado en la zona centro de la Ciudad, mientras que el resto se distribuye en las franjas norte (20%) y sur (4%).

1.5 Objetivos de la investigación

Objetivo General

Señalados los principales conceptos tenidos en cuenta en la investigación, se establecen los objetivos del análisis y las hipótesis a contrastar.

El objetivo principal de la investigación es:

Identificar los factores asociados al desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos, las habilidades cognitivas que intervienen y valorar su asociación con el rendimiento académico de estudiantes de carreras de educación superior, después del primer año de estudio.

Con la finalidad de recabar información sobre los factores y habilidades cognitivas específicas que favorecen el desarrollo de competencias para resolver problemas del dominio de la matemática, que afecta el rendimiento académico y se relaciona con la adquisición del aprendizaje complejo de la educación superior, se plantean los siguientes:

Objetivos específicos

- ✓ *Identificar los factores cognitivos que intervienen en el desarrollo de la competencia para resolver problemas.*
- ✓ *Tipificar los procesos cognitivos asociados a la competencia para resolver problemas del dominio de la matemática.*
- ✓ *Establecer la pertinencia y validez del STAT-H modificado en nuestro medio para evaluar el nivel de competencia alcanzado en la resolución de problemas matemáticos, por un grupo de individuos.*
- ✓ *Analizar los perfiles aptitudinales en un grupo de individuos en diferentes fases de desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos.*
- ✓ *Indagar la validez del test de habilidades para resolver problemas matemáticos como diagnóstico del grado de competencia alcanzado.*
- ✓ *Evaluar la posibilidad de prever el rendimiento académico a partir de indicadores de competencias considerado*

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este apartado aborda el marco teórico en el que se sustenta el estudio que se complementa con el próximo capítulo que focalizada la problemática en el campo de la matemática. Plantea los factores que se relacionan con la resolución de problemas, en general; hace referencia a los aspectos instruccionales de la adquisición de habilidades intelectuales y los cambios posibles en la organización conceptual, revisando los aportes de la teoría triárquica de la inteligencia de Sternberg, las propuestas de aprendizaje situado, las perspectivas sobre el desarrollo de competencias y las variables relacionadas con el éxito académico de los estudiantes, para lo cual se analiza el desarrollo de estrategias que los ayude a aprender de forma autónoma y autorregulada.

Explicita la posición teórica que sustenta para la inteligencia, tres componentes que actúan en paralelo: práctica, analítica y creativa, con claras diferencias individuales; por último, analiza los factores asociados con el rendimiento académico.

2.1 Habilidades cognitivas, metacognición y autorregulación del aprendizaje

En la actualidad, la autorregulación del aprendizaje ha surgido como un nuevo constructo que estimula el debate en torno al aprendizaje, por que involucra la capacidad de desarrollar conocimientos, estrategias metacognitivas y actitudes que pueden ser transferidas de un contexto de aprendizaje a otro.

2.1.1 Habilidades cognitivas

Los estudios e investigaciones sobre procesos mentales, estructuras de memoria, habilidades y diferentes operaciones de las que hace uso una persona en una determinada situación, han realizado un aporte significativo en el aspecto científico del aprendizaje y la enseñanza.

Para Gagné (1971), las habilidades son procesos de pensamiento, estrategias de aprendizaje o estrategias cognoscitivas; señala que las estrategias cognoscitivas son capacidades internamente organizadas de las cuales se hace uso para guiar la atención, el aprendizaje, el recuerdo y el pensamiento; también afirma que se utiliza una estrategia cognoscitiva cuando se presta atención a varias características de lo que se está leyendo, para seleccionar y emplear una clave sobre lo que se aprende, y otra estrategia para recuperarlo. Lo más importante es que el individuo emplea estrategias cognitivas para pensar acerca de lo que ha aprendido y para resolver problemas.

Mayer (1986), considera que habilidad es la acción que al ser reiterativa se convierte en un hábito y que al ejecutarla adecuadamente genera satisfacción para el sujeto que la realiza; considera que para mantener el nivel de motivación, el desarrollo de la habilidad debe ser acompañada cada vez de un grado mayor de dificultad.

Según Pozo y Monereo (1999), las habilidades cognitivas o estrategias de aprendizaje refieren a los procedimientos que permiten al sujeto controlar los propios procesos de aprendizaje, y la regulación intencionada de recursos cognitivos superiores. En esta línea, Díez y Pérez (1990) definen la estrategia cognitiva como el conjunto de procesos que sirven de base para la realización de tareas intelectuales.

Voss, Wiley y Carretero (1996) presentan un resumen de las investigaciones relacionadas sobre habilidades cognitivas. De las conclusiones que obtienen, y que son de interés para esta investigación se destacan:

- i. Relación del conocimiento previo con el aprendizaje y el razonamiento.
- ii. Diferencias en los procesos seguidos por los estudiantes en cuanto a la adquisición de conceptos matemáticos.
- iii. Asociación de los aspectos sociales y culturales en el desarrollo de las habilidades cognitivas.

Psicólogos cognitivos, como Domínguez (1980), de Bono (1998) y Feuerstein (1990) categorizan cuatro grandes habilidades cognitivas:

- i. habilidades descriptivas (contar, resumir, enumerar, resaltar, describir narrar, esquematizar, entre otros);
- ii. habilidades analíticas (clasificar, relacionar, cotejar, agrupar, analizar, comparar, contraponer, generalizar, medir);
- iii. habilidades críticas (evaluar, enjuiciar, justificar, apreciar, criticar, elegir, matizar, discutir, discernir entre otros);
- iv. Habilidades creativas (transformar, inventar, aplicar, imaginar, diseñar, detectar problemas, cambiar, redefinir, encontrar analogías diferentes, producir ideas originales, entre otros)

Las habilidades cognitivas son facilitadoras del conocimiento y operan directamente sobre la información: recogiendo, procesando y guardando información en la memoria, para poder recuperarla y utilizarla convenientemente en otra situación. En general son:

- i. Atención: es la habilidad de exploración, fragmentación y de selección.
 - ii. Comprensión: incluye técnicas de trabajo intelectual que se desarrolla en la capta-
-

ción de ideas, traducción de un lenguaje, interpretación de gráficos, redes, esquemas y mapas conceptuales; a través del lenguaje verbal y escrito.

- iii. Elaboración: considera habilidad de cuestionamiento, de metáforas, de analogías, organizadores, apuntes y mnemotecnias.
- iv. Memorización/recuperación están presentes los hábitos de estudio, se refiere a la codificación y generación de respuestas como leer, recitar, revisar.

Hartman y Sternberg (1993) indican que las habilidades cognitivas son inherentes a la adquisición del conocimiento, su actuación estratégica se proyecta en la selección, organización y disposición de las habilidades que caracterizan el sistema cognitivo del individuo. Son las habilidades que apuntan directamente a las distintas capacidades intelectuales, que resultan de la capacidad que demuestran los individuos al hacer algo. Pueden ser numerosas, variadas y de gran utilidad, a la hora de trabajar en las distintas áreas de conocimientos y cuya actividad específica se ve afectada por una diversidad de factores que dependen de la materia, de la tarea, de las actitudes y de las variables del contexto donde tienen lugar la participación de la persona.

En este trabajo se entiende por habilidades cognitivas, a las facultades del sujeto para expresar, manejar y construir, el conocimiento, y que al abordar un problema se ponen en juego una combinación de habilidades que dependen en gran medida de las experiencias previas y habilidades de la persona.

2.1.2 La Metacognición

En el análisis de las habilidades cognitivas no se debe dejar de lado el concepto de metacognición, término que agrupa los elementos orientados a la comprensión de la forma como se desarrolla la actividad cognoscitiva, es decir, la planificación, puesta en marcha y coordinación de procesos elementales, toma de decisiones en el curso de la actividad y evaluación del resultado final.

Para Antonijevick y Chadwick (1982), la metacognición es el grado de conciencia que se tiene acerca de las propias actividades mentales, es decir, del propio pensamiento y aprendizaje.

Los trabajos de Flavell (1996) y los investigadores que realizaron estudios sobre la transferencia de los aprendizajes en situaciones distintas a las que se produjeron, confirman que las personas son capaces de reflexionar sobre sus propios procesos de análisis, conocer, aprender y resolver problemas, es decir, pueden tener conocimiento sobre sus propios procesos cognitivos, y entonces hacer metacognición.

Al inicio de la década de los ochenta, se replantea el concepto de metacognición y se distingue en su estudio dos aspectos o componentes centrales:

- i. el conocimiento sobre los procesos cognitivos (saber qué) relativo a personas, estrategias o tareas y
- ii. la regulación de los procesos cognitivos (saber cómo), relacionada con la planificación, el control y la evaluación de los procesos cognitivos (Brown, Bransford, Ferrara y Campione, 1983).

Las vertientes que convergen alrededor de la metacognición se pueden sintetizar en tres: la primera se refiere al conocimiento estable y consciente que las personas tienen acerca de la cognición, la segunda se centra en la autorregulación y el monitoreo por parte de los estudiantes de sus propias destrezas cognitivas, y la última gira en torno a la habilidad para reflexionar tanto sobre su conocimiento como sobre sus procesos de manejo de ese conocimiento.

Las estrategias metacognitivas se inscriben en el componente de la regulación de los procesos cognitivos y como parte de las denominadas estrategias de aprendizaje. En líneas generales parece existir un acuerdo en la conexión entre el componente de regulación y las estrategias metacognitivas. En este sentido, se distinguen tres dimensiones: planificación, control y evaluación (Schraw y Moshman, 1995).

- i. La planificación incluye la selección de estrategias previas a la ejecución así como la selección de los recursos adecuados para la realización de la tarea.
- ii. El control, por su parte, se refiere a la revisión que se realiza durante la tarea o a la autoevaluación durante la ejecución.
- iii. La evaluación comprende la consideración de los productos o resultados de la ejecución y una valoración de la actividad, así como la toma de una decisión al respecto.

Monereo (1995), indica que la autorregulación metacognitiva consiste en la posibilidad de explicitar las propias ideas, de pensar en voz alta, situación ésta que se observa en prácticas tan dispares como las confesiones religiosas, el diálogo filosófico o la terapia psicoanalítica. En el marco de la enseñanza, se pretende que el propio alumno sea consciente de lo que piensa y de cómo lo piensa, para que a largo plazo, él mismo pueda analizarlo y modificarlo, de manera autónoma, según sus necesidades.

En síntesis, la investigación relativa a los procesos metacognitivos plantea el debate acerca de la naturaleza autorreguladora y/o consciente de tales procesos, así como de los niveles de explicitación de los mismos, ello indica que el esfuerzo pedagógico y psicoló-

gico en esta área debe centrarse en la toma de conciencia y la estimulación de la autorregulación de los procesos cognitivos; este esfuerzo debe orientarse hacia la formación de sujetos centrados en resolver aspectos concretos de su propio aprendizaje y no sólo a resolver una tarea determinada, es decir, orientar al estudiante a que se cuestione, revise, planifique, controle y evalúe su propia acción de aprendizaje.

2.1.3 Autorregulación del aprendizaje

El concepto de autorregulación está relacionado con el pensamiento, los sentimientos y las acciones generadas por el sujeto cuando se orienta hacia sus propias metas. Demetriou (2000), la define como:

“aquellas acciones dirigidas a modificar el estado presente de un sistema o actividad, lo cual es necesario, ya sea porque el presente estado (o actividad) sea diferente al de una meta prefijada o porque la misma meta necesite cambiarse”.

Si un sistema que cumpla con las siguientes tres condiciones, se le puede aplicar esta definición:

- i. Incluir un control propio.
- ii. Incluir también un sistema propio de "verse" a sí mismo.
- iii. Disponer de habilidades y estrategias que puedan aplicarse al sistema o actividad actuales para proyectarlas a otras actividades.

La autorregulación del aprendizaje no se podrá lograr si alguna de estas condiciones no se cumple porque el control y la modificación de las acciones por uno mismo sólo es posible, con un sistema de representaciones propio que proporcione los criterios para evaluar la actividad presente y permita reorientarla.

El establecimiento de metas no se logra sin un soporte estratégico, los conocimientos estratégicos no aseguran la implementación de las estrategias, las estrategias, a su vez, deben adaptarse a los contextos en que se encuentran los estudiantes, ya que los entornos sociales y ambientales deben considerarse como recursos más que como impedimentos para el aprendizaje.

Las metas y la planificación estratégica dependen de la auto evaluación que, a su vez, se relaciona con el autocontrol. Los estudios de Zimmerman (1999) muestran que cuando se han establecido metas realistas, implantado estrategias efectivas y controles adecuados se obtienen, generalmente, resultados favorables.

La autorregulación del aprendizaje es un constructo complejo que contiene aportes de campos muy diversos. Esto ha dado origen a diversas líneas de pensamiento, según se basen en investigaciones sobre estilos de aprendizaje, en la dirección del aprendizaje o en la autorregulación de metas propias. En los últimos años, numerosos investigadores han publicado trabajos sobre este tema: Pintrich (1999, 2000), Boekaerts (1999), Zimmerman (1999), Niemivirta (1999), Zeinder (2000) y Demetriou (2000).

El modelo que propone Demetriou (2000) parte de la capacidad de los seres humanos de ser concientes de sus conocimientos (self-understanding) y de autorregularse porque disponen de procesos que ellos mismos pueden orientar (self-oriented), los cuales se especializan en la representación y manipulación de los procesos para comprender e interactuar con el mundo. Este proceso de "auto orientación" proporciona una enorme adaptabilidad debido a que puede percibir cualquier variación en el medio. Lo cual, a su vez, origina que cada individuo pueda desarrollar o construir su propio perfil de capacidades y habilidades para relacionarse e interactuar en la sociedad y el mundo en general.

La efectividad del proceso de aprendizaje está relacionada con la capacidad de "ver metacognitivamente" lo que se está aprendiendo y con la autorregulación que desarrolle el estudiante para poder armonizar su personalidad con sus metas, necesidades, preferencias y distintos factores externos.

El estudiante, ha recibido influencias e información de la sociedad que junto con sus creencias y valores van a reflejarse en la motivación que tiene para estudiar y en las metas que desea alcanzar. La sociedad le proporciona las facilidades para el estudio y de ella recibirá una crítica o aceptación del trabajo realizado lo que influirá en la autorregulación del proceso en función de las modificaciones que decida hacer.

En los procesos cognitivos y metacognitivos, la autorregulación interviene para organizar y controlar los procesos cognitivos. Para alcanzar su objetivo de aprendizaje, el estudiante necesita organizar el proceso que llevará a cabo, adaptándolo del modelo escolar en función de su propio estilo de aprendizaje que, a su vez, refleja su personalidad

2.2 Cambio conceptual

El proceso de cambio conceptual refiere al del aprendizaje y de la adquisición de conocimientos, y por su relevancia e implicancia en el rendimiento académico, en este trabajo se abordará la identificación las características constituyentes y se avanzará en la comprensión del mismo y su relación con la adquisición de habilidades intelectuales.

Se parte de que el conocimiento es producto de la interacción con el entorno cotidiano, al atribuir significación a la información que va surgiendo. La vida diaria lleva a experimentar situaciones que enfrentan la tarea de adquirir información. Afrontar las situaciones, determina la activación de un conjunto de mecanismos y procesos como la atención, la percepción, la memoria, el lenguaje y el pensamiento que permiten delimitar y configurar una concepción que se tiene del mundo cotidiano. Así, el sistema cognitivo opera para optimizar la adaptación de los sujetos al medio. El conocimiento resulta entonces, uno de los elementos esenciales para la adaptación del sujeto a su entorno (Rodríguez Moneo y Carretero, 1996).

El conocimiento del medio permite hacer predicciones, resolver problemas, actuar en él para sobrevivir, y construir explicaciones cuando se requieren para desenvolverse en el entorno. En líneas generales, esta interacción se inicia mucho antes de recibir formación y genera concepciones intuitivas cargadas de sesgos provenientes de lo que resulta más sobresaliente y característico de los fenómenos, en lugar de basarse en las características definitorias del mismo. Si bien este conocimiento se ajusta a los intereses de los individuos, no favorece la construcción de conocimiento fundado, el científico, y obstaculiza la aplicación de la motivación para aprender y a modificar las ideas intuitivas previas.

Tanto la edad escolar como el inicio de la vida académica comienzan a definir y orientar un proceso de aprendizaje en el contexto formal que acerca al conocimiento científico y que exige un cambio conceptual. Este marco de referencia permite visualizar variadas prácticas de aprendizaje y contextos donde se activan, adquieren y procesan las concepciones del sujeto. Así, adquisición del conocimiento se logra en diversos contextos, situaciones y dominios a lo largo del curso evolutivo, durante el cual el contexto académico, para los sujetos escolarizados, cobra significación al permitir cambios en la organización del conocimiento.

2.2.1 Los conocimientos previos

Los estudiantes que han construido representaciones basadas en experiencias de aprendizaje del pasado, pueden recurrir a ese conocimiento previo cuando tienen que estudiar un material relacionado: el conocimiento previo permite al estudiante relacionar conceptos, pensar ejemplos y estructurar el material de aprendizaje, para dar soporte a los procesos de construcción de un nuevo conocimiento, con una comprensión más profunda (Vermunt, 1996).

A partir de los ochenta la psicología cognitiva le da impulso al estudio del aprendi-

zaje desde el punto de vista de los procesos internos del individuo. Toman fuerza las investigaciones acerca del cambio conceptual, con interrogantes relacionados con el qué cambia, cómo y por qué, así como el interés por los factores explicativos del cambio en el contexto instruccional.

Las respuestas a esta pregunta se enmarcan en las teorías de representación del conocimiento. Así, el cambio conceptual se interpretará según la clase de representación del conocimiento. Se lo ha estudiado desde las siguientes tres posiciones:

1. Epistemológicas contemporáneas, (Kuhn, 1986; Lakatos, 1985; Piaget, 1978; Piaget y García, 1984; Nerssesian, 1989; Strike y Posner, 1992)
2. De la psicología cognitiva -Pozo, 1989, 1997; también podrían incluirse a Piaget (1978)
3. Muchas de las investigaciones realizadas acerca del progreso cognitivo del pensamiento científico (Strike y Posner, 1982, 1992; Pozo, 1989, 1994, 1997; Piaget, 1978; Piaget y García, 1984 y otros) incluyen a ambas líneas de análisis, a aportes de la epistemología contemporánea, de la historia de la ciencia, como así también de la psicología cognitiva. Autores como Kuhn (1986), Lakatos (1985) ponen su foco de atención de la investigación en un análisis eminentemente epistemológico.

Es así como el contexto empieza a adquirir un nuevo protagonismo para explicar el proceso de construcción y uso del conocimiento. La perspectiva cognitiva en el marco del procesamiento de la información, postula que el aprendizaje depende del tipo de información presentada y de cómo se la procesa; el foco está en el recorrido creativo que realiza el aprendiz independientemente del resultado final. Entre el estímulo y la respuesta surge un proceso de adquisición y reestructuración que incluye procesos de la memoria, procesos selectivos, y pensamiento, entre otros. El cambio conceptual implica un cambio en el sentido del pensamiento en un dominio de contenido así como una diferenciación entre contextos de interpretación (Pozo, 1989).

La perspectiva teórica que incluye ambas líneas de análisis, adopta el marco de la cognición situada y queda reflejada en los estudios del cambio conceptual a través de los modelos situados, desde los cuales el cambio supone una transformación en el conocimiento procedimental de los sujetos y el mecanismo que origina dicha transformación es la aplicación multicontextual. Desde el mecanismo de aplicación multicontextual se insiste en la adecuación del conocimiento al contexto de aplicación, manteniendo las concepciones alternativas para los contextos cotidianos, si en ellos son efectivas.

2.2.2 Perspectivas teóricas acerca del cambio conceptual

El término “cambio conceptual” refiere tanto al resultado como al proceso de transformación de las concepciones de los individuos; consiste en cambiar las estructuras de conocimiento de los sujetos que ingresan al sistema educativo, conformadas con nociones cotidianas superficiales, por otras más académicas y profundas. Este cambio conceptual, constituye una temática cuyo tratamiento educativo hace referencia a las modificaciones en los esquemas que rigen los aprendizajes; es un proceso continuo que tiene en cuenta las situaciones inicial y final. Este proceso implica formación de ideas, las cuales no se logra fácilmente ni en breve tiempo. Hay consenso entre diversos especialistas que consideran que los cambios producidos mediante la formación pueden ser reestructuraciones débiles o superficiales- (enriquecimiento de los saberes previos, sin que ello implique su revisión) y fuertes o profundas- (transformación significativa de los conceptos en el sistema) .

La concepción constructivista considera al aprendizaje como un problema de descubrimiento personal, dónde el aprendiz da respuestas a las necesidades ambientales a partir de su estilo individual, la autorregulación y el aprendizaje reflexivo (Cooper, 1993). Por tanto, se aprende cuando se es capaz de elaborar una representación personal sobre un objeto de la realidad o contenido; esta respuesta se construye desde la experiencia, los intereses y los conocimientos previos (Solé y Coll, 1993).

Entonces, el aprendizaje resulta una construcción interna, en contextos situados y en colaboración con otros que orientan la adquisición del conocimiento. Implica la toma de conciencia que se inicia en la confrontación de las ideas previas con nuevas evidencias conceptuales o procedimentales que hacen explícito el conocimiento y permite reestructurar las ideas previas cotidianas hacia las concepciones científicas. A esta reestructuración se la denomina cambio conceptual (Pozo, 1994).

La investigación relacionada con las ideas previas ha puesto de relieve su importancia en la enseñanza y el aprendizaje de la ciencia. Por ser un mecanismo de adaptación al medio resulta importante identificarlas en todos los ámbitos del conocimiento y no sólo en el aprendizaje de la ciencia. Las ideas previas son construcciones que se elaboran para dar respuesta a la necesidad de interpretar fenómenos o conceptos y para brindar explicaciones, descripciones o predicciones. Son construcciones personales, resistentes al cambio que persisten a pesar de largos años de instrucción escolarizada. Muchas investigaciones avalan que constituyen una red conceptual (o red semántica) o esquema de pensamiento más o menos coherente, que difieren del esquema conceptual científico.

Las situaciones o información que contradiga los esquemas de representaciones de los sujetos (Mulford y Robinson, 2002) resultan difícilmente aceptadas, por parecer errónea. Entonces son ignoradas, rechazadas o reinterpretadas a la luz de sus propios esquemas de representación, o también, pueden ser aceptadas haciendo pequeños cambios en sus concepciones. Por ello, resulta importante conocer los esquemas de representación de los estudiantes y reflexionar sobre la importancia que tienen dichos esquemas en el aprendizaje de la matemática. Así surge la necesidad de transformar estos esquemas en conceptos con fundamentos científicos. Es necesario reflexionar sobre la naturaleza del cambio conceptual con el fin de plantear cambios en la metodología de enseñanza de la matemática. Entonces el propósito de la educación matemática radica en la transformación de los esquemas de representación en concepciones de carácter científico. Pero, ¿qué cambia en el cambio conceptual?

Strike y Posner (1985) consideran al aprendizaje como una actividad racional y analizan la manera que tienen los aprendices de incorporar a sus estructuras cognitivas, nuevas concepciones y cómo, son reemplazadas por otras nuevas. Consideran dos formas de cambio: la asimilación y la acomodación. La primera implica tipos de aprendizaje donde no se requiere una revisión conceptual muy grande, en cambio la acomodación es un proceso gradual que implica una reestructuración para obtener una nueva concepción, esta también puede ser visualizada como una competición entre concepciones.

Esta línea de pensamiento plantea que se requieren las siguientes condiciones para el cambio conceptual:

1. sentir insatisfacción con las concepciones existentes;
2. tener una clara comprensión de la nueva concepción ;
3. la nueva concepción debe ser aceptable, desde el inicio, y
4. la nueva concepción debe ser fecunda y amplia, es decir aplicable a un gran grupo de eventos; además debe resolver los problemas creados por concepciones previas y explicar nuevos conocimientos y experiencias.

Propone interdependencia entre las ideas; es decir, los conceptos que posee el individuo determinan qué nuevas concepciones está en condiciones de aceptar y al ser incorporadas en la red conceptual existente, la modifican. La acomodación queda determinada por anomalías frente a las expectativas del individuo; su experiencia previa; sus creencias metafísicas, y el conocimiento que tenga de otros campos, que genera una competición

entre concepciones que da como resultado el cambio conceptual. En este proceso intervienen factores afectivos y sociales que influyen de manera decisiva en el cambio conceptual.

Chi (2003) distingue en el cambio conceptual, las preconcepciones y las concepciones alternativas o ideas previas. Las ideas alternativas se conforman con piezas de conocimiento dispersas y con poca coherencia entre sí, y con la posibilidad de ser modificadas de forma relativamente independiente unas de otras. El cambio conceptual sería así, el incremento en la coherencia, desde las dispersas ideas previas. La reparación de las preconcepciones resultaría una *reorganización conceptual* y el *cambio conceptual* se produce con la reparación de ideas previas. Para Chi el cambio conceptual es el proceso de reparar ideas previas, por medio de la reasignación de categoría de un concepto. El conocimiento puede ser representado como un conjunto de proposiciones interrelacionadas llamados modelos mentales. Algunos de ellos son incoherentes o fragmentados, surgidos de proposiciones que no se encuentran interconectadas. Hay modelos coherentes pero defectuosos, cuya estructura se organiza alrededor de un conjunto de creencias o principios que son incorrectos. Las representaciones mentales pueden usarse para generar explicaciones, hacer predicciones y resolver preguntas de una manera consistente y sistemática.

Las investigaciones de Chi, Glaser y Rees (1982) indican que los principiantes clasifican los problemas siguiendo criterios superficiales, y los expertos lo hacen mediante criterios conceptuales. Esos criterios superficiales son los que organizarían las teorías implícitas, que tienen origen en aprendizajes asociativos, como la semejanza o la contigüidad; actúan como reglas heurísticas para activar el conocimiento que componen las teorías. (Carretero, 1993; Vosniadou, 1994).

Según Chi, los procesos que pueden reparar modelos mentales defectuosos son: asimilación y acomodación. La asimilación implanta la proposición entrante dentro un modelo mental existente y la acomodación realiza una profunda revisión de la creencia incorrecta. Esto implica un cambio en la estructura de una representación mental. En el mismo contexto, Chi incorpora el concepto de inconmensurabilidad, proveniente de Khun (1962) y referido a diferencias irresolubles en los conceptos, creencias y explicaciones de teorías.

Los conceptos inconmensurables se definen en el ámbito de los siguientes procesos:

1. reemplazo: el concepto inicial se sustituye por otro alternativo diferente;
 2. diferenciación : divide el concepto inicial en dos o más nuevos conceptos, inconmensurables con el inicial o entre sí, y
 3. coalescencia: dos o más conceptos son colapsados dentro de un concepto nuevo, reemplazando al original.
-

Estos tres procesos son una base para pasar de una categoría a otra y permiten el cambio conceptual que es el proceso de cambiar un concepto de categoría ontológica.

Las principales dificultades para lograr el cambio conceptual son:

- El sujeto no es consciente de la necesidad de cambiar de categoría. Por ejemplo, cuando el signo $>$ se lo considera un operador y se ubica en la categoría de *operadores*, en lugar de incorporarlo como parte de la categoría de *proceso*.
- Falta de categorías alternativas, es decir, al estudiante le falta construir una categoría. Por ejemplo el sujeto no distinguen diferencias cualitativas entre función o ecuación.

Los procesos emergentes presentan mayor dificultad para el cambio conceptual. Se caracterizan por comprometer un nivel macroscópico que surge del comportamiento de los elementos constituyentes y cuyas propiedades no se corresponden con la suma de las características de los individuos del nivel micro. Existe gran dificultad para entender las diferencias entre lo macroscópico y lo microscópico. Diferentes estudios muestran al carecer de la definición para los procesos emergentes, los estudiantes se ven impedidos para recategorizar y reparar las concepciones alternativas relacionadas.

Los trabajos de Vosniadou (1994) consideran que el *cambio conceptual* sucede a través de modificaciones graduales del modelo mental que se tiene acerca del mundo físico y se logra a través de *enriquecimiento* o de *revisión*. El enriquecimiento se produce por adición de información a las estructuras conceptuales existentes, mientras que la revisión puede generar cambios en las creencias, en las presuposiciones o en la estructura relacional de una teoría. Las *concepciones alternativas* son los intentos de los estudiantes para interpretar la información científica desde la perspectiva de una *teoría marco* que contiene información contradictoria para el punto de vista científico. De esta propuesta se puede inferir que la escuela permite forjar concepciones alternativas y que les corresponde a los docentes reconocer el modelo que el alumno trae al ingresar a la escuela para evitar que la intervención genere concepciones alternativas.

La propuesta parte de que el estudiante conoce a través de los sentidos y de sus creencias y presuposiciones ontológicas y epistemológicas y construye un conjunto de *teorías específicas* para cada dominio de conocimiento que conforman su marco de referencia. Así, el cambio conceptual se genera al atacar las creencias epistemológicas y no sólo los síntomas o ideas previas. Según Vosniadou, existen presuposiciones *atrincheradas* organizadas en un marco teórico ingenuo de la ciencia que son las que causan mayores dificultades en el

aprendizaje. Las teorías específicas consisten en un conjunto de proposiciones interrelacionadas o creencias que describen las propiedades y comportamiento de objetos físicos, generadas a través de la observación o de la información cultural.

Esta perspectiva diferencia dos tipos de cambio conceptual: el sencillo, referido al enriquecimiento de las teorías específicas y el más complejo, que implica la revisión de éstas y de la teoría marco. El enriquecimiento refiere a la adición de nueva información dentro de sistemas teóricos existentes y la revisión surge cuando la información que se adquiere es inconsistente con creencias existentes. Las deficiencias en el aprendizaje ocurren cuando el proceso de adquisición requiere de la revisión de presuposiciones atrincheradas que pertenecen a la teoría marco y se manifiestan en la inconsistencia, en el conocimiento inerte o en la creación de ideas previas.

Carey (1985a) reconoce también dos tipos de cambio en la red conceptual del estudiante: el *débil* y el *fuerte*. El *débil* corresponde a modificaciones pequeñas en los conceptos, que no implican cambios profundos en su red conceptual, a diferencia de lo que ocurre cuando el estudiante realiza modificaciones profundas en sus concepciones, es decir en el cambio *fuerte*, que correspondería al *cambio conceptual*.

Caravita y Halldén (1994) consideran que es erróneo comparar un proceso que se da en el individuo con el que ocurre en la comunidad científica, porque existen diferencias fundamentales entre ellos. En la comunidad científica son los propios investigadores quienes determinan el problema específico que intentarán resolver y cuentan con un marco amplio de conocimientos; conocen otras investigaciones realizadas al respecto y tienen los datos producidos por sus propios experimentos. En cambio, el estudiante no cuenta con ese caudal, no selecciona el problema por sí mismo, sabe que el profesor puede identificar cuándo el alumno se ha equivocado de perspectiva o de procedimiento y puede sentir que “*está jugando un juego*” cuyas reglas no son del todo claras.

El científico escoge herramientas acordes con el fin que persigue y si las existentes no le resultan útiles, puede generar sus propios instrumentos, en cambio el alumno no conoce las herramientas, no las elige, sino que le son impuestas por el docente y no las puede cambiar. En la comunidad científica existen jerarquía, pero entre los estudiantes no la hay.

Con referencia al cambio conceptual, estos autores consideran al desequilibrio como un conflicto cognitivo y proponen también dos niveles de cambio: el *aprendizaje paradigmático* y del *no paradigmático*. El primero corresponde a la asimilación y sería equiparable al cambio débil de Carey, mientras que el no paradigmático corresponde a la equilibración y equivale al cambio fuerte de Carey.

Di Sessa y Sherin (1998), desde su formación lingüística, proponen analizar el problema del cambio conceptual y sustituyen los conceptos por “*constructos teóricos*” introduciendo lo que llaman “*coordinación de clase*”, como una categoría de conceptos. Determinan que hay aprendizajes muy diferentes, que implican demandas intelectuales de distinta profundidad. Así, no es lo mismo aprender qué es un perro a aprender qué es una sustancia y cómo se unen los átomos que forman sus moléculas.

La comprensión de la naturaleza de los conceptos que pertenecen a la categoría de coordinación de clase constituye la cuestión medular en la búsqueda del cambio conceptual.

2.2.3 El modelo de conflicto cognitivo

El modelo de conflicto cognitivo fue adoptado por investigadores y docentes como respuesta a ¿cómo transformar las ideas previas en concepciones aceptadas por la comunidad científica? Si la insatisfacción es condición para cambiar una concepción, entonces resultaría suficiente presentar a los estudiantes evidencias de situaciones en las que dicha concepción no es capaz de explicarla, o casos en los que las predicciones basadas en la idea original estarían muy alejadas de la realidad, para lograr la insatisfacción y allanar el proceso del cambio conceptual. Los resultados de estrategias de enseñanza aplicada por docentes e investigadores evidenciaron que no siempre conducían al cambio conceptual.

Las investigaciones de Hawkes (1992) y Kind (2004) tratan de explicar el fracaso del conflicto cognitivo para lograr el cambio conceptual. Muchas personas mantienen profundos vínculos emocionales con sus explicaciones del mundo y la confrontación con otra explicación opuesta genera más emoción que análisis racional; entonces buscan pruebas que la sustenten, en vez de pruebas que la refuten. Por otra parte, Barker (2002) apunta que las estrategias que buscan el conflicto cognitivo frecuentemente son “percibidas más como confusión entre los modelos usados al enseñar un concepto (por ejemplo de series numéricas) que como un conflicto entre las preconcepciones y el punto de vista científico”.

El análisis del modelo de cambio conceptual de Chi (2003) muestra que si los estudiantes no logran construir la categoría ontológica correspondiente, no podrán percibir la “evidencia”, sea experimental o teórica y, por ende, ni siquiera tendrán conflicto cognitivo.

Nussbaum y Novick (1982) dudan que los aprendices registren el conflicto. En opinión de Vosniadou, la instrucción basada en la presentación de hechos contrainstrutivos, que busca el conflicto cognitivo, no conduce al cambio conceptual, por que no proporciona a los estudiantes toda la información que necesitan tener para *revisar* sus teorías ingenuas.

Por su parte, Di Sessa y Sherin señalan que toda observación tiene bases teóricas y empíricas, lo que determina que “ver” en diferentes situaciones puede constituir la función nuclear de las coordinaciones de clase (los conceptos). “Ver” es un logro del aprendizaje y dependerá de los sentidos y de la teoría que sustente el observador. Esto conduce a que “las evidencias” difícilmente sean vistas o percibidas como fuente de conflicto cognitivo. Los trabajos de Mulford (2002) muestran que difícilmente se produce el conflicto cognitivo por que el estudiante está propenso a modificar la información recibida más que a aceptar la contradicción y revisar sus esquemas de pensamiento.

Hoy el conflicto cognitivo prácticamente se ha abandonado como estrategia de enseñanza para el cambio conceptual. Así resulta necesario reconocer que el cambio conceptual es un proceso complejo, de larga duración, no lineal y, una meta de la educación, sumamente difícil de alcanzar, pero si el estudiante tiene acceso a un amplio menú de informaciones y experiencias de aprendizaje posiblemente logre un cambio de *perfil conceptual* que puede conducir al cambio conceptual.

2.2.4 Incidencia de la metacognición en el cambio conceptual

Los trabajos de Kuhn y colaboradores (1988; 1989) postulan que el desarrollo de las estrategias metacognitivas permite la coordinación efectiva de teoría y evidencia, en el marco del pensamiento científico, y facilita el cambio conceptual. Indican que pensar sobre un tópico es lo más relevante para pensar ‘mejor’ sobre ese tópico.

Los estudios de Reif y Larkin (1991) referidos al cambio conceptual, indican que éste se debe basar en la modificación de las ideas previas de los alumnos, en el conocimiento de las metas del dominio en el cual se producen dichos cambios y los recursos cognitivos que se disponen para conseguirlos. El conocimiento deficiente acerca de metas y requerimientos de un dominio determina el uso de estrategias de aprendizaje inadecuadas, y viceversa.

En esta línea, White y Gunstone (1989) señalan que promover la adopción de una nueva creencia o concepción es relativamente fácil, lo difícil es hacer que los sujetos abandonen sus creencias iniciales reconocidas, donde los procesos metacognitivos desempeñan un papel importante al promover la toma de conciencia. Indican una serie de elementos que condicionan el desarrollo metacognitivo:

- la comprensión del propósito del aprender,
- la importancia del soporte institucional,
- el papel del contexto,

- el cambio en las estrategias de enseñanza,
- el apoyo externo a la hora de facilitar el cambio de las estrategias de enseñanza,
- la motivación personal y
- el soporte para el planteamiento de metas a largo plazo.

Continuando con esta línea de pensamiento, White y Gunstone (1989), señalan que para desarrollar los procesos metacognitivos que inciden en el cambio conceptual, se requiere que los estudiantes se formulen y respondan los siguientes interrogantes:

- ¿Cuál es el tema de estudio?
- ¿Qué conozco sobre este tema?
- ¿Cuán difícil es la tarea que debo realizar?
- ¿Qué estoy haciendo para lograr los objetivos propuestos?
- ¿Cómo puedo comparar el nuevo conocimiento con el que poseo?
- ¿He comprendido todo?

En concordancia con lo anterior, White y Gunstone (1989) utilizaron las mismas preguntas para que los alumnos elaboraran un diario con las respuestas dadas en distintas sesiones del desarrollo de una asignatura. De los resultados obtenidos se deduce la existencia de una serie de elementos externos determinantes de la activación de los procesos metacognitivos en los estudiantes. Estos autores indican la necesidad de tomar conciencia de la importancia de aprender tanto en el contexto formal de lo educativo como fuera de él; también, enfatizan la importancia de que los docentes se involucren en la promoción del cambio conceptual por medio de diferentes estrategias instruccionales, estimulando la motivación y dinamizando los métodos de evaluación hacia prácticas más comprensivas que memorísticas.

En síntesis, la relación entre el cambio conceptual y los procesos metacognitivos requiere de la toma de conciencia como factor relevante para la promoción y desarrollo del cambio conceptual, por que permite contrastar evidencias y autorregular el pensamiento, que facilita el cambio.

2.2.5 Implicancias del cambio conceptual para el curriculum

Campanario y Moya (1999), plantean pautas generales para un programa de enseñanza que promueva el cambio conceptual:

- Las ideas de los alumnos deberían ser una parte explícita del debate en el aula. Las “teorías” de los estudiantes deben tomarse en cuenta en el diseño curricular.
-

- El estatus de las ideas tiene que ser discutido y negociado desde la perspectiva de la ecología conceptual, con criterios epistemológicos acerca del conocimiento científico y acerca de qué constituye una explicación aceptable.
- La justificación de las ideas debe ser un componente explícito del plan de estudios.
- El debate en el aula debe tener en cuenta la metacognición (comentar, decidir la utilidad, plausibilidad y consistencia de las concepciones.)

Todo ello demuestra la necesidad de disponer de un repertorio de técnicas y recursos acordes con las condiciones explicadas. Entre los investigadores existe consenso que para que las estrategias de cambio conceptual tengan algún efecto se requiere que no se apliquen como un conjunto de estrategias aisladas, sino como un enfoque de enseñanza coherente (Kind, 2004). Sin un cambio metodológico que involucre conocimientos declarativos, procedimentales, valores y procesos de evaluación idóneos, no puede producirse ningún cambio conceptual.

En síntesis, la investigación sobre cambio conceptual no está acabada, es un proceso abierto en el que hay ciertos consensos entre los investigadores y docentes, pero aún hay existen ambigüedades y una gran diversidad de posturas (Rodríguez- Moneo, 2003).

Lo que sí está claro que por su complejidad, no se puede esperar que se logre en un solo periodo lectivo o ciclo escolar. No obstante, resulta indispensable que el docente conozca las ideas previas que pueden tener sus estudiantes, las ideas que se encuentran en materiales didácticos y libros de texto, y que busque las estrategias de enseñanza que promueven el cambio conceptual. Por otra parte, los responsables del diseño del curriculum, deben tomar en cuenta las dificultades inherentes al cambio conceptual en todos los ciclos escolares y dar a los contenidos y metodologías los espacios y tiempos adecuados para promoverlo.

2.3 Teoría triárquica de la inteligencia

Sternberg considera la inteligencia como una habilidad para conseguir los objetivos personales en la vida dentro de un contexto sociocultural, es decir, dentro de una cultura concreta. Un comportamiento inteligente en una cultura puede no serlo en otra (Sternberg y Grigorenko, 2006).

Sternberg incorpora a su teoría de la inteligencia la adaptación del sujeto al medio, pero además, añade que el individuo puede modificar el propio entorno e incluso seleccionar el ambiente en el que alcanzar sus objetivos en función a la efectividad que sus destrezas y limitaciones estén mostrando. De la definición de inteligencia, se desprenden tres procesos diferenciados:

- **Adaptación:** supone la capacidad del sujeto para acomodarse a las características del entorno.
- **Modificación:** indica la posibilidad de modificar las características del entorno para ajustarlas a las necesidades del sujeto.
- **Selección:** es la posibilidad del sujeto de dirigirse hacia un entorno más favorable, cuando fallan las dos estrategias anteriores, para aprovechar sus habilidades y compensar debilidades, para el logro de un objetivo.

Sternberg (1997 citado en Coll y Onrubia 2001) amplió su concepción de comportamiento inteligente con la noción de “inteligencia exitosa”; ésta es la que se emplea para lograr objetivos relevantes y que indican a los que han tenido éxito en la vida, y poco tiene que ver con lo que miden las pruebas tradicionales de inteligencia.

El uso de estas estrategias mencionadas anteriormente dependerán de las características personales del sujeto, de los objetivos marcados y del entorno. Una persona inteligente sabe cuándo es necesario adaptarse, modificar o seleccionar un entorno diferente. Entonces, no existe un único criterio para determinar el éxito.

Estos conceptos fueron expuestos por Sternberg (1985a) en la **teoría triáquica de la inteligencia humana**, que considera a la inteligencia como una unidad integral basada en las estructuras cognitivas de la persona, sus comportamientos y los contextos en que éstos se producen; no se limita a ninguno de estos elementos por separado.

Ésta teoría indica que la inteligencia implica un equilibrio en la forma de tratar la información, la cuál puede ser de tipo analítica, creativa y práctica, y puede aplicarse en todos los ámbitos y en todas las áreas del conocimiento. Por otra parte no es incompatible con la Teoría de las inteligencias múltiples.

La habilidad **analítica** surge cuando los componentes se aplican a problemas relativamente familiares. Los componentes de la inteligencia son utilizados para resolver problemas y tomar decisiones.

La habilidad **creativa** es utilizada cuando los componentes se aplican a formular ideas y a resolver problemas novedosos. Los procesos creativos requieren de la participación equilibrada de los aspectos creativos, analíticos y prácticos de la inteligencia. Así, la inteligencia creativa proporciona un puente entre las inteligencias analítica y práctica en una actividad o problema que requiere de los tres elementos interactuando de manera coordinada. Además la creatividad también sustenta aspectos de conocimiento, estilos de pensamiento, personalidad y motivación.

La habilidad **práctica** entra en juego cuando los componentes de la inteligencia son utilizados para aplicar las ideas, análisis y soluciones de problemas a otras situaciones de la vida cotidiana. No cabe duda que existe diferencia entre resolver un problema abstracto y encontrar una solución práctica a un problema en la vida real. La inteligencia práctica va dirigida a la adquisición conocimiento tácito, definido como un conocimiento orientado a la acción, adquirido en forma directa sin intermediarios y que permite conseguir objetivos personales (Horvaht et al., 1994). Este conocimiento, por lo general es inferido por acciones o estamentos de situaciones particulares.

Cada modalidad de inteligencia refiere al uso de los mismos procesos, aplicados a distintas situaciones. No obstante, las tres habilidades actúan de manera conjunta en la resolución de situaciones problemáticas. La base de la inteligencia exitosa radica en el equilibrio alcanzado entre las tres habilidades. El pensamiento creativo permite generar ideas, que son evaluadas por el pensamiento analítico, y son utilizadas en el contexto de la vida cotidiana por el pensamiento práctico. Entonces, lo importante es saber cuándo y cómo usar dichos componentes (Sternberg, 1996,b).

La **teoría triáquica de la inteligencia humana** describe la relación de la inteligencia con tres dimensiones a las que el autor denomina subteorías: **Componencial, Experiencial y Contextual**.

La *primer subteoría* describe los procesos mentales que llevan a una conducta inteligente. Estos procesos se definen en términos de componentes. Un componente “es un proceso de información elemental que opera sobre las representaciones internas de objetos o símbolos” (Sternberg, 1985,a. p.97). La **subteoría componencial** tiene que ver con el mundo interno del individuo, con el pensamiento analítico y académico; investiga, planea y ejecuta. Esta subteoría, reconoce que no existen habilidades universalmente indicativas de inteligencia (Sternberg, 2003; Sternberg y Grigorenko, 2004). No obstante, existen procesos que son comunes a todas las culturas y a lo largo de todos los tiempos que permiten definir problemas y resolverlos, independientemente de la naturaleza de éstos. Estos procesos mentales son de tres tipos: **Metacomponentes** (procesos directivos), **Componentes de ejecución** (procesos ejecutivos) y **Componentes de adquisición de conocimientos** (procesos de aprendizaje).

- Metacomponentes: tienen por función programar las cosas que se deben hacer, controlar como se hacen y su evaluación final. Son: Reconocimiento del problema; Definición del problema; Selección de pasos para la solución; Combinación de
-

pasos dentro de la estrategia; Representación de la información; Localización de fuentes; Supervisión de la solución; Evaluación de la solución.

- Componentes de ejecución: son los procesos que ejecutan las instrucciones de los metacomponentes: Codificación; Inferencia de relaciones; Funcionalización; Aplicación de relaciones; Comparación de alternativas posibles; Justificación de la mejor respuesta.
- Componentes para la adquisición del conocimiento: son los procesos utilizados para aprender a resolver problemas o para el aprendizaje de nuevos contenidos. Son: Codificación selectiva, para separar la información relevante de la irrelevante; Combinación selectiva, que combinan la información relevante de para integrarla a un todo con significado propio; Comparación selectiva, que relacionan la nueva información con la que se posee.

Esos procesos se utilizan de manera diferente dependiendo de las características del problema o actividad; si requiere de un pensamiento más analítico, creativo, práctico, o su combinación.

La segunda *subteoría* implica afrontar nuevas experiencias. La **subteoría experiencial** explica la relación del individuo con el mundo externo; la forma en que maneja la experiencia en las situaciones cotidianas, el pensamiento creativo. Persigue la originalidad y la innovación. Los componentes que la conforman son de dos tipos: las **situaciones novedosas** y la **automatización**.

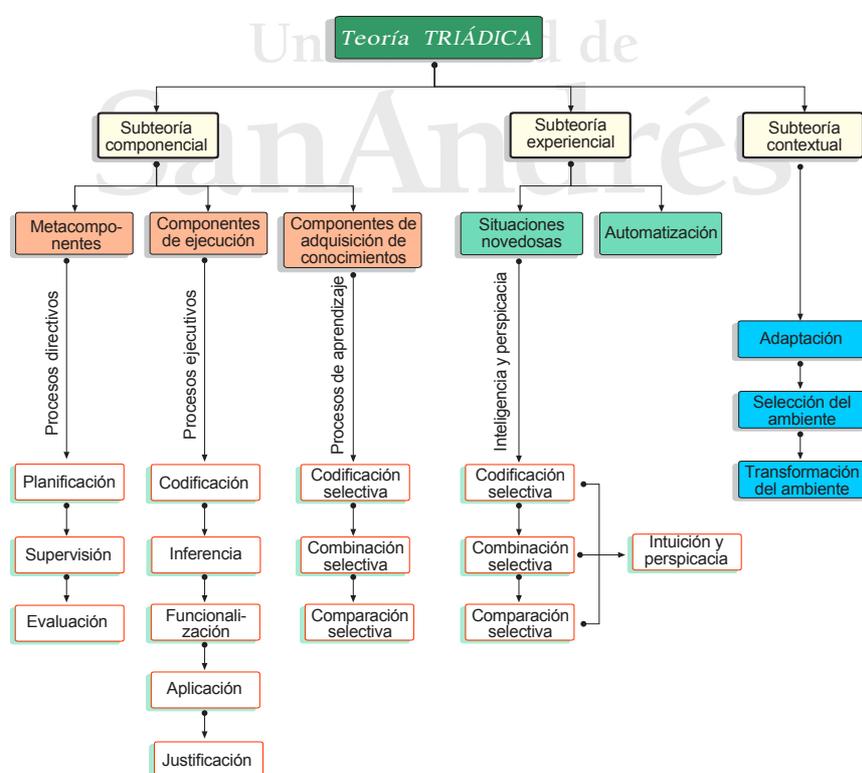
La *tercera parte* de la teoría de Sternberg destaca la importancia de seleccionar el entorno en cuál una persona pueda tener éxito y adaptarse o readaptarse. La cultura es un factor fundamental en la selección de una alternativa, la adaptación y el modelamiento. Lo que funciona en un grupo cultural no necesariamente funcionará en otro. La **subteoría contextual** hace referencia a la forma en que el individuo se mueve en su entorno, al pensamiento práctico (street-smart), adaptativo y exitoso. Implica la solución de problemas. Los elementos que la conforman son de tres tipos: **Adaptarse** activamente al ambiente, **Modificar** el ambiente para satisfacer las necesidades personales y **Abandonar** el ambiente cuando las otras dos opciones no son viables.

Los elementos de la de la **teoría triáquica** de la inteligencia de Sternberg, postulan que la conducta inteligente es el producto de aplicar estrategias de pensamiento, manejar los nuevos problemas con creatividad y rapidez y seleccionar y modificar nuestro entorno. Lo ideal es que la persona pueda identificar la conducta más adecuada para cada ocasión. Ante

situaciones críticas, es necesario determinar si adaptarse al ambiente, modificarlo, o abandonarlo, constituye la opción más eficaz. Las tres son elecciones inteligentes.

La teoría ofrece una base para comprender la inteligencia en un contexto. Los tres tipos de inteligencia implican tres factores o constelaciones de habilidades con diferencias de matiz:

- ✓ La inteligencia general se relaciona con la habilidad de resolución de problemas: “Razona lógicamente y bien”; “identifica conexiones entre las ideas”; “ve todos los aspectos de un problema”; “tiene una mente abierta”, “llega al fondo de los problemas”; “escucha todos los lados de una discusión”; “se enfrenta a los problemas ingeniosamente”.
- ✓ La inteligencia académica se asocia a la habilidad verbal: “Habla de forma clara”; “tiene fluidez verbal”; “conversa bien”; “lee con gran comprensión”; “muestra un buen vocabulario”, “escribe sin dificultad”.
- ✓ La inteligencia de la vida cotidiana se entiende como relación social: “Acepta a los demás por lo que son”; “es sensible a las necesidades de otras personas”; “admite errores”; “muestra interés por el mundo en general”; “llega a tiempo a las citas”; “tiene conciencia social”; “piensa antes de hablar”; “muestra curiosidad”, “es franco y honesto”.



Cuadro 2.1 : Diagrama de la Teoría Triárquica de la Inteligencia, basado en Sternberg (1985)

Esta teoría aporta dos elementos claves para caracterizar la expertez en un dominio: la capacidad para enfrentarse a situaciones novedosas, y la capacidad para automatizar la información. Los expertos, en relación con los novatos, poseen una inteligencia práctica superior que les permiten hacer un buen uso de los procesos para la adquisición del conocimiento, y tienen mayor facilidad para automatizar los rendimientos realizados para ser utilizados en los procesos de resolución de problemas novedosos. La conducta experta es definida como el proceso en curso de adquisición y consolidación de un conjunto de habilidades necesarias para alcanzar un alto nivel de pericia en uno o más dominios del desempeño vital (Sternberg, 1999, 2000; Sternberg y Grigorenko, 2002).

De esta forma los individuos son vistos como novatos capaces de llegar a convertirse en expertos en una variedad de ámbitos, es decir, los que trabajan en un área específica se encuentran en constante proceso de desarrollo de su experticia. Lo hacen a partir de los siguientes atributos:

- Habilidades metacognitivas, que refieren al entendimiento y control que las personas tienen sobre su propia cognición.
- Habilidades de aprendizaje, relacionadas con los componentes de adquisición del conocimiento que permiten aprender de manera consciente y de manera incidental.
- habilidades de pensamiento, vinculadas a los componentes de rendimiento, que permiten analizar, criticar, juzgar, evaluar, comparar, contrastar y crear, descubrir, inventar, e imaginar.
- Conocimiento relevante, tanto declarativo como procedimental.
- Motivación, que es el condicionante de los otros atributos, por ser el motor que activa al resto.
- Contexto que interviene y actúa como mediador en todos los procesos.

En síntesis, los tres tipos de componentes de la inteligencia trabajan armónicamente; unas actividades requieren un progreso más efectivo de uno, mientras que otras requieren el desarrollo en más de uno. Cada componente tiene su propio conjunto de capacidades que pueden ser observadas. El presente estudio se interesa particularmente por los conceptos planteados en la **subteoría componencial** por ser la que propone una explicación para el proceso de resolver problemas.

2.4 Conocimiento, procesos y habilidades

En la Teoría Triárquica de la inteligencia humana, Sternberg (1985,a) especifica los métodos que las personas pueden usar para procesar y analizar la información; los sub-

componentes de los procesos directivos corresponden a los pasos generales para resolver un problema:

- ✓ Definición del problema
- ✓ Formulación de una estrategia para resolverlo
- ✓ Representación mental del problema
- ✓ Distribución de recursos
- ✓ Supervisión de soluciones.

Las conductas inteligentes son derivadas del contexto dónde se aplican, las habilidades de la persona y las capacidades de procesamiento de la información. Sternberg, denomina *inteligencia exitosa* a una conducta adaptativa que se nutre del razonamiento creativo y práctico. Identifica tres diferentes manifestaciones: la inteligencia analítica que permite el comparar, contrastar, juzgar, evaluar y analizar; la inteligencia creativa que está en el proceso de descubrir, inventar, imaginar, suponer y la inteligencia práctica que es equivalente a usar, aprovechar, aplicar.

La mayoría de los investigadores reconoce, aunque con distinta denominación, la existencia de un componente activo de la mente conocido como los “procesos” o las “operaciones”, un componente estático conocido como las “estructuras” o los “esquemas” que están conformados por los conocimientos y la información adquirida y un componente dinámico que permite vincular los dos anteriores y es conocido con el nombre de “estrategias”.

Los *procesos* pueden ser definidos como operadores intelectuales que actúan sobre los conocimientos para transformarlos y generar nuevas estructuras de conocimiento. Los procesos dan lugar al conocimiento procedimental que genera estructuras mentales.

Las *estructuras* son entidades cognoscitivas semánticas en torno de las cuales actúan los procesos; son la materia prima indispensable para que ocurran las operaciones del pensamiento: hechos, conceptos, principios, reglas, teorías, que conforman una disciplina o un campo de estudio así como la información acerca de eventos o situaciones de la vida cotidiana.

Las *estrategias* refieren al saber qué hacer y cuándo hacerlo, qué clase de operaciones mentales se deberían aplicar en diferentes situaciones de aprendizaje (Nickerson, et al, 1990). Las estrategias del pensamiento son mecanismos a través de los cuales se pueden relacionar los procesos y las estructuras, dependen de las demandas, del tipo de situación y tarea; la misma estrategia puede servir a varias situaciones. Los problemas no pueden ser

resueltos mediante un proceso de pensamiento aislado, por ello se debe aprender a combinar dichos procesos en forma productiva (Sternberg, 1986,b).

La aplicación de un proceso se operacionaliza y transforma en una *estrategia o procedimiento*. La práctica del procedimiento en condiciones controladas genera la *habilidad del pensamiento*. El proceso existe por sí mismo, independientemente de la persona que lo ejecuta, mientras que la habilidad es una facultad de la persona, cuyo desarrollo exige un aprendizaje sistemático y deliberado.

Desarrollar una habilidad implica el conocimiento y comprensión de la operación mental que define el proceso, la concientización de los pasos que conforman la definición operacional, la transferencia a distintas situaciones y contextos, la generalización de la aplicación del procedimiento y la evaluación y mejora continua del mismo. Para lograr la habilidad es necesario practicar hasta lograr la utilización en forma natural y espontánea en variedad de situaciones y contextos de acuerdo con los requerimientos de la tarea. En consecuencia, se puede decir que a través del proceso de aprendizaje, el conocimiento conceptual se transforma en imágenes, y el conocimiento procedimental en habilidades o hábitos mentales.

Es posible considerar las siguientes habilidades cognitivas como necesarias para la solución de situaciones problemáticas. Su desarrollo podría tornarse como objetivo de enseñanza:

- ✓ Inferencias de criterios, relaciones, suposiciones, teorías.
 - ✓ Diferenciación de enunciados explícitos e implícitos, de propósitos y perspectivas.
 - ✓ Reconocimiento de principios y pautas de organización.
 - ✓ Identificación de errores o falacias del razonamiento.
 - ✓ Exploración de alternativas para resolver situaciones.
 - ✓ Resolución de problemas de un modo no convencional, novedoso.
 - ✓ Planteo de nuevas cuestiones o dilemas.
 - ✓ Evaluación crítica de ideas, soluciones, propuestas.
 - ✓ Identificación de creencias, opiniones, supuestos, evidencias.
 - ✓ Derivación de juicios sobre consistencia, pertinencia, aplicabilidad, organización de la información.
 - ✓ Comparación y combinación de teorías, modelos explicativos, sistemas.
 - ✓ Creación de estrategias, claves, términos para comunicar, sintetizar.
-

Las habilidades de pensamiento se ponen de manifiesto en las competencias que se activan para la resolución de situaciones problemáticas. Al pensamiento implícito en la resolución de problemas, en la formulación de inferencias, en la creatividad, en la toma de decisiones, se le conoce con el término “pensamiento crítico” (Halpern, 1989). Es ampliamente reconocido que la resolución de problemas requiere diferentes procedimientos, entre ellos: razonamiento, argumentación, comunicación, construcción de modelos, planteamiento y solución del problema, representación, y utilización de operaciones y lenguaje técnico, simbólico y formal.

2.5 – Desarrollo de competencias Matemáticas

Los continuos cambios en los sistemas productivos, financieros, en la tecnología y la ciencia, imponen nuevas reglas para la construcción de la sociedad que propician cambios en la producción y en el trabajo; la situación demanda sujetos con habilidades para enfrentar los desafíos emergentes de la globalización y para participar de forma creativa e innovadora en la solución de los problemas sociales y productivos. La perspectiva, requiere de personas con competencias centradas en el aprendizaje que muestren desempeños competentes y pertinentes con la problemática social y productiva para promover el desarrollo de la sociedad.

Desde las perspectivas epistemológica y ontológica, un grupo de autores del campo de la sociología, la epistemología y la antropología señalan cómo los nuevos cambios y desafíos de la modernidad se realizan en el entorno de las llamadas nuevas realidades. Algunos de ellos son: Bauman (2001, 2007) y la Modernidad Líquida; Giddens (2002), Giddens, Bauman, Luhmann y Beck, (2007) y la fragmentación de la identidad y la autoidentidad; Kallinikos (2003) y el hombre modular; Beck y Luhmann (en Giddens, et al., 2007) en la globalización y la sociedad del riesgo. Estos autores plantean que estamos en momentos históricos en los cuales las formas de comprensión, abordaje, e intervención que se han construido históricamente para resolver los problemas, en las actuales condiciones no constituyen soluciones a los nuevos problemas planteados y surgidos en la presente *modernidad*.

El *paradigma de la complejidad* intenta establecer y estudiar las multidimensiones que constituyen los fenómenos en las nuevas lógicas del conocimiento. Morin (1994) es una de las figuras más representativas en el estudio de la complejidad que se ha dedicado a dar una base conceptual, metodológica y aplicada de dicho paradigma.

En este contexto surge el concepto de competencias desde una perspectiva integral y

compleja, discutiendo la dicotomía dualista dominante en la actualidad, entre las competencias cognitivas y las competencias laborales. Se propone un acercamiento de las competencias centrado en que son una condición de vida y su desarrollo implica efectos en la calidad de vida de las personas y en los grupos sociales a los que pertenecen.

El concepto de competencia ha recorrido un largo camino hasta llegar a formar parte del sistemas educativos. En la última década el tema fue abordado en profundidad a partir de diferentes estudios e investigaciones que trataron de identificar y definir las competencias básicas que debían ser desarrolladas por la institución escolar; analizaron la manera de integrarlas en el currículum para determinar cómo desarrollarlas durante toda la vida en un proceso de aprendizaje.

A finales de 1997, la OCDE inició un proyecto con el fin de brindar un marco conceptual firme para servir como fuente de información, para la identificación de competencias claves y el fortalecimiento de las encuestas internacionales que miden el nivel de competencia de jóvenes y adultos. En el 2003 publicó sus conclusiones, uno de los trabajos más relevantes en el campo de las competencias, el Proyecto DeSeCo: Definición y selección de competencias: los fenómenos teóricos y conceptuales. En este proyecto se define la competencia como la:

“Capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada. Supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz”.

Es así como surge la perspectiva de la educación basada en competencias, que enfatiza el desarrollo constructivo de habilidades, conocimientos y actitudes que permitan a los estudiantes insertarse adecuadamente en la estructura laboral y adaptarse a los cambio y reclamos sociales.

En 2005 la Unión Europea define la competencia como una: “Combinación de destrezas, conocimientos y actitudes adecuadas al contexto”. Y las competencias básicas como:

“aquellas que todas las personas precisan para su realización y desarrollo personal, así como para la ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo”.

Estas deberían haber sido desarrolladas para el final de la vida adulta y deberían seguir desarrollándose, manteniéndose y actualizándose, como parte de un aprendizaje a lo largo de la vida.

Conocer los estilos particulares de cada individuo es un aspecto fundamental en la definición de las competencias, puesto que son los estilos, por ejemplo de aprendizaje, de pensamiento, de solución de problemas, de gestión de conflictos, etc., los que posibilitaran direccionar el aprendizaje y el desarrollo de las mismas competencias. La dimensión de los motivos o motivacional se relaciona con las condiciones de preferencia y elección que los individuos organizan y deciden al enfrentarse a las condiciones del medio. (Tejada 2003, 2006a, 2006b, 2007a, 2008).

De allí, surge que la construcción de la identidad e individualidad debe ser una condición consistente en la formación a través de las competencias, y que las competencias, son conceptos que refieren a capacidades, es decir, a acciones que producen resultados o logros específicos en situaciones en las que se requiere de alguna destreza o habilidad específica para alcanzar dichos logros. Las competencias se aplican, como términos pertinentes, a condiciones en que se definen problemas por resolver o resultados por producir (Ribes, 1990, p.239).

Todas estas definiciones se pueden sintetizar de forma clara y concisa afirmando que:

Competencia es el uso eficiente y responsable del conocimiento para hacer frente a situaciones problemáticas relevantes⁴

Es decir, conocimiento es lo que se sabe y la competencia es saber aplicar lo que se sabe.

Los individuos necesitan de un amplio rango de competencias para enfrentar los complejos desafíos del mundo de hoy. A través del proyecto DeSeCo, la OCDE ha colaborado con un amplio rango de académicos, expertos e instituciones para identificar un conjunto pequeño de competencias clave, que tengan áreas múltiples de utilidad y sean necesarias para todos.

Según la OCDE, las competencias clave para el aprendizaje permanente son ocho:

1. comunicación en la lengua materna;
2. comunicación en lenguas extranjeras;
3. competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología;
4. competencia digital;
5. aprender a aprender;
6. competencias interpersonales, interculturales y sociales, y competencia cívica;
7. espíritu de empresa, y
8. expresión cultural.

⁴ GOÑI, J.M. (2009). "El desarrollo de la competencia matemática en el currículo escolar de la Educación Básica". *Educatio Siglo XXI*, Vol.27.1, pp.36.

La necesidad de plantear como finalidad educativa la mejora de las capacidades de las personas para poder actuar adecuadamente y con eficacia, impone centrar el currículum en las competencias básicas.

A los fines de este trabajo, se tratará de delimitar el concepto al de competencia matemática y sus características. No cabe duda, que la realidad actual se requiere de individuos competentes en matemáticas, capaces de enfrentarse a una sociedad compleja y de rápida transformación. El no saber utilizar los conceptos matemáticos posibilita tomar decisiones poco informadas en la vida profesional y social. Es por ello, que la competencia matemática, resulta una de las competencias básicas que actualmente promueven todas las instituciones educativas.

Mogen Niss (1999, 2002), plantea que la competencia matemática es la: “Habilidad para entender, juzgar, hacer y usar la Matemática en una variedad de contextos y situaciones intra y extra matemáticos en los que la matemática juega o podría jugar su papel.”

Consecuentemente con ello, propone ocho competencias matemáticas para promover la educación matemática que fueron adaptadas por el proyecto KOM⁵ (Competencias y Aprendizaje de la Matemática, 2002), iniciado por el Ministerio de Educación de Dinamarca. Posteriormente las tomó el proyecto PISA con el nombre de procesos matemáticos.

El equipo internacional de expertos que participó en la elaboración del bloque de matemáticas de PISA, enmarcó su trabajo en la “Matemática Realista” de Hans Freudenthal (1973-1984); propuso para su marco teórico las conclusiones de trabajo de De Lange (1999)⁶ y las competencias de Niss (2002). Así surge la noción de mathematical literacy, que en los documentos de PISA en versión castellana se ha traducido como Competencia Matemática, con el objeto de hacer hincapié en el carácter funcional del conocimiento matemático y en la posibilidad de aplicarlo de forma variada, reflexiva y perspicaz a una multiplicidad de situaciones. Dicho uso requiere de un considerable volumen de conocimientos y habilidades matemáticas fundamentales explicitadas en la definición de competencia:

“La capacidad de identificar y comprender el rol que las matemáticas juegan en el mundo, hacer juicios bien fundamentados y usar y comprometerse con la matemática de formas que se logren satisfacer las necesidades de la vida propia como ciudadano constructivo, preocupado y reflexivo.”⁷

⁵ *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project*. IMFUFA, Roskilde University, Denmark. Niss, M. (2002)

⁶ Citado en PISA 2003

⁷ Proyecto PISA 2003, pp.28

El término mundo, es tomado como el entorno natural, social y cultural en que habita el individuo. La expresión utilizar y participar se aplica para abarcar el uso de la matemática y la resolución de problemas matemáticos. Esta definición de competencia matemática engloba el uso funcional de la matemática en sentido estricto, la preparación para poder seguir estudiándola, los elementos estéticos y de esparcimiento de la matemática. La referencia “su vida” incluye la vida privada, laboral y social del sujeto con sus compañeros y familiares, y también la vida como ciudadano dentro de una comunidad.

Es necesario observar que la definición tiene implícito la aptitud para plantear, formular, resolver e interpretar problemas a través de la matemática en diferentes situaciones y contextos.

Aquí se hace necesario aclarar que si bien las actitudes y emociones relacionadas con las matemática, no forman parte de la definición de competencia matemática, pero contribuyen a ella. No resulta probable que alguien pueda ejercer y llevar a la práctica tal competencia si no cuenta con cierto grado de confianza en sí mismo, curiosidad, percepción de su interés e importancia y el deseo de comprender y resolver problemas matemáticos.

Por otra parte, el proyecto DeSeCo⁸, pone énfasis en el proceso, la actividad y en los conocimientos. La competencia matemática implica la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas).

En esta perspectiva, la resolución de problemas matemáticos, requieren de un buen conocimiento de números, de medidas y estructuras, de las operaciones básicas y las representaciones matemáticas, y la comprensión de los términos y conceptos matemáticos involucrados.

Así, las personas deberían contar con las capacidades necesarias para aplicar los principios y los procesos matemáticos básicos en situaciones cotidianas de la vida privada y profesional, también para seguir y evaluar cadenas argumentales. Deberían ser capaces de razonar matemáticamente, comprender una demostración matemática y comunicarse en el lenguaje matemático. En consecuencia, se podría afirmar que la competencia matemática se conforma con la habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión, información, datos y argumentos, lo que permite incrementar las posibilidades reales de seguir aprendiendo a lo largo de la vida, tanto en el ámbito escolar o académico como fuera de él, y favorece la participación efectiva en la vida social.

⁸ Las competencias clave para el bienestar personal económico y social. OECD. 2006

Asimismo esta competencia implica el conocimiento y manejo de los elementos matemáticos básicos (números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.) en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana, y la puesta en práctica de procesos de razonamiento que llevan a la solución de los problemas o a la obtención del conocimiento. Estos procesos permiten aplicar ese conocimiento a una variedad de situaciones y contextos, seguir cadenas argumentales identificando las ideas fundamentales, y estimar y enjuiciar la lógica y validez de argumentaciones e informaciones.

Esta competencia supone, entonces, la habilidad para seguir determinados procesos de pensamiento (como la inducción, la deducción, la analogía, entre otros) y aplicar el cálculo o elementos de la lógica, que permiten identificar la validez de los razonamientos y valorar el grado de certeza asociado a los resultados derivados de los razonamientos válidos.

En síntesis, la competencia cobra realidad y sentido en la medida que los elementos y razonamientos matemáticos son utilizados para enfrentarse situaciones cotidianas que los precisan. En ella están incluidas la identificación de tales situaciones, la aplicación de estrategias de resolución de problemas, y la selección de técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible.

2.6 Rendimiento Académico

El rendimiento como conjunto de logros obtenidos por el estudiante, cognitivos, de habilidades y aptitudinales, es el punto de referencia para saber si una institución educativa consigue los objetivos que pretende. Muchos trabajos de investigación se han orientado en saber qué variables son las que mejor predicen el rendimiento, y otros al aspecto de la objetividad de su medida.

Toda definición de un constructo conlleva una limitación y una posición teórica que siempre difiere de la neutralidad. Las definiciones del rendimiento académico han evolucionado desde concepciones unicriteriales a enfoques multidimensionales. Así, surgen diferentes concepciones de lo que es el rendimiento académico.

Las primeras conceptualizaciones del rendimiento académico lo asimilaron a la voluntad del alumno (García Correa, 1989); rendía de acuerdo a su buena o mala voluntad o a su inteligencia: a mayor inteligencia, mayor rendimiento académico y al contrario. Esta visión muy práctica y tranquilizante sin embargo no es siempre verdadera.

Sin embargo, es cierto que para alcanzar un rendimiento satisfactorio es necesario contar con la aptitud y motivación adecuada, el rendimiento académico no depende ex-

clusivamente del alumno, sino que existen numerosas interrelaciones: entorno socio-económico, clima familiar, relaciones profesor-alumno, factores docentes y organizativos de la escuela, factores didácticos, etc.

Posteriormente se ha estudiado desde un enfoque multidimensional, integrando un complejo sistema de interrelaciones con otras variables, dando origen al concepto de rendimiento académico como producto.

Algunas teorías lo conceptualizan como un producto del alumno. El rendimiento académico es la productividad del alumno alcanzada mediante el esfuerzo, escalonado por las características personales y por la percepción correcta de las tareas que le son asignadas⁹. Otras, aunque lo siguen considerando como un producto, ponen el acento en la escuela; por ejemplo, Zabalza Beraza (1994) "Rendimiento escolar es lo que se espera que produzca la escuela", y algunas toman como vía de aproximación al tema, las definiciones de tipo operacional. En esta línea están Gómez Castro (1986) y Carabaña (1987).

Una definición que considera el rendimiento académico como un producto, es la generada por García Correa (1989) "el rendimiento académico es una parte del producto educativo, el producto es el resultado de una acción o de un proceso; en nuestro caso sería el resultado del proceso educativo del alumno tanto en su proyección individual como social". Esta definición diferencia el producto que depende de la institución, escolar y el producto que depende de factores sociales y familiares.

Se puede notar que en todas estas definiciones existe un intento de universalización, de aplicación generalizada a distintos contextos y situaciones, pero tanto la conceptualización como producto del esfuerzo, como consecuencia de la voluntad de trabajo, o como el resultado de mediciones, no aportan ninguna explicación de su naturaleza.

Por otra parte, es necesario notar el componente ideológico de la sociedad impide una definición universal de rendimiento académico. Todo sistema educativo tiene de base un concepto singular de educación que responde al modelo de individuo y sociedad asumido. Consecuentemente con ello, la valoración del rendimiento debe responder a ese modelo de referencia. La educación implica valores y objetivos, que deben ser considerados en la definición y evaluación del rendimiento académico. Entonces, el rendimiento escolar satisfactorio resulta de la adquisición de un conjunto de valores, actitudes, conductas y conocimientos que la legislación, la sociedad y la institución escolar determinan como objetivos necesarios (González, 1988).

⁹ Se toma como base la definición de Forteza (1975)

2.6.1 El problema de la medida del rendimiento académico

Un problema inherente al tema del rendimiento académico es el de su medición. Debido a que el aprovechamiento escolar no es observable ni cuantificable de forma directa, se hace necesario definirlo por medio de una serie de mediciones operativas que permitan averiguar lo que el alumno sabe y no sabe. Este escenario conlleva a dificultad de operativizar la evaluación de la adquisición y del patrón de socialización que los objetivos educativos representan.

La mayoría de los estudios e investigaciones sobre esta problemática adoptan como referencia de medida, las pruebas objetivas y las calificaciones, para determinar si el conjunto de conocimientos que conforman el currículo académico ha sido adquirido por el alumno.

Las pruebas objetivas estiman una medida controlada y analizable estadísticamente, de un conjunto de saberes. Las calificaciones, si bien evalúan la adquisición de conocimiento, incorporan un conjunto de factores que tienen un cierto nivel de subjetividad, que pueden llegar a sesgar la medición (concepto del profesor, relación profesor alumno, consenso grupal de las evaluaciones, etc.).

Los estudios realizados por González (1988) indican que tanto las pruebas objetivas como las calificaciones tienen un substrato común, pero contenidos diferenciados. Afirma que el rendimiento escolar no puede ser reflejado sólo por un conjunto de pruebas objetivas, pero tampoco se puede aceptar que la calificación del docente como medida óptima de la adquisición de conocimientos. Estima que la falta de una definición operativa del concepto a medir, genera esta relación problemática entre las medidas. La elaboración de todo instrumento para medir el rendimiento, que permita un análisis objetivo y científico, debe partir de una definición concreta del rendimiento escolar que incluya adquisición de conocimientos, conductas, actitudes y otros componentes del proceso de socialización.

En la misma línea Carabaña (1987) define al rendimiento académico como el resultado de las mediciones social y académicas relevantes. Así, una medición académicamente relevante sería las notas académicas, puesto que son el criterio válido para tomar las decisiones burocráticas correspondientes para pasar de un nivel a otro de enseñanza. Rodríguez (1982); Molina y García, (1984) y Martín Rodríguez (1985), llegan a las mismas conclusiones que los anteriores y apoyan el uso de las calificaciones escolares como criterio de rendimiento académico.

En general todos los autores acuerdan que, pese a las dificultades que traen consigo, las notas escolares son un criterio válido y positivo del rendimiento académico, dentro del ámbito social y escolar, aunque reconocen su falta de rigor científico y objetivo.

2.6.2 Predictores del rendimiento académico

Todos los modelos explicativos del rendimiento académico intentan predecirlo a partir de un conjunto de variables que actúan como correlatos del mismo. En consecuencia resulta de suma utilidad establecer cuáles son las variables más importantes que contribuyen a la explicación del rendimiento.

Los factores determinantes del rendimiento académico han sido abordados por diversos autores con el fin de establecer modelos predictivos y/o explicativos de éste.

Rodríguez Espinar (1982) diferencia dos tipos de determinantes del rendimiento académico:

- a) psicológicos, relacionados con características del sujeto (aptitudes, personalidad, motivación, autoconcepto y ansiedad) , y
- b) sociológicos, vinculados con la familia y la escuela (nivel cultural y características estructurales)

De Miguel Díaz (1988) añade a los determinantes psicológicos y sociológicos los predictores pedagógicos, los cuales tienen que ver fundamentalmente con aspectos relacionados con el rendimiento anterior del alumno (rendimiento anterior, factores de escolarización, asistencia a preescolar, técnicas de base para el estudio)

Pelechano (1989) además de los determinantes de tipo sociológico y psicológico, introduce determinantes contextuales de tipo educativo tales como el clima psicosocial de la institución escolar o el clima pedagógico (clima psicosocial de la institución, clima de la organización, y clima pedagógico)

Alvaro Page et al. (1990) presenta un modelo con variables predictoras del rendimiento académico de carácter personal, escolar y familiar. Dentro de las variables escolares diferencian entre variables relativas a la escuela, al profesor y al alumno.

Gómez Dacal (1992) diferencia dos tipos de variables predictoras del aprovechamiento escolar referidas al entorno sociofamiliar y a características personales de los alumnos.

- i. Entorno sociofamiliar: (estructura de la familia, recursos culturales, clima familiar, tiempo escolar que dispone el alumno en el hogar, atención de los padres al desarrollo formativo de los hijos, características generales del entorno familiar, tipo de habitat familiar)

- ii. Rasgos personales de los alumnos (edad, sexo, inteligencia, estilos cognoscitivos y estrategias de aprendizaje, variables afectivo-actitudinales: personalidad, autoconcepto, locus de control, motivación, expectativas, actitudes y conducta)

En síntesis, se puede observar que el conjunto de los modelos considerados incorporan variables personales y variables relacionadas con el entorno familiar y con la institución educativa, tanto de carácter estructural y objetivo, como las referidas a las percepciones que los alumnos tienen sobre la dinámica de la familia y de la institución educativa.

2.6.3 Tipos de predictores

Para hacer cualquier predicción se debe disponer de predictores y de criterios de predicción. Así se pueden categorizar los estudios predictivos de la siguiente forma¹⁰:

- Predictor global que utiliza un criterio global de predicción.
- Predictor global que utiliza un criterio multidimensional de predicción.
- Predictor multidimensional que utiliza un criterio global de predicción.
- Predictor multidimensional que utiliza un criterio multidimensional de predicción.

El predictor global alude a una medida global que abarca todas las variantes de dicho predictor, como por ejemplo el Cociente Intelectual obtenido con la prueba de Weschier. En cambio, el predictor multidimensional trata de medir distintas facetas, por ejemplo, cuando se usan las aptitudes diferenciales como predictores del rendimiento.

El criterio global refiere a la nota media del rendimiento y el multidimensional hace referencia a las calificaciones de las distintas materias del plan de estudios.

La utilización de la predicción es útil y valiosa porque permite conocer los posibles resultados antes de que se produzcan, cambiar las estrategias de actuación para mejorar los resultados, o bien, reorientar a determinados alumnos para dominios de conocimientos dónde tengan mayor probabilidad de éxito. No obstante, es útil tener presente que el método predictivo tiene limitaciones. Rodríguez Espinar (1982), identifica las siguientes:

- Las ecuaciones de predicción que se obtienen sólo explican una parte del criterio, por lo que la predicción nunca es total ni exacta.
- Se debe tener cuidado con los errores e inconsistencias de los instrumentos de medida.
- El método predictivo ofrece dificultades técnicas que lo hacen inaccesible a muchos profesionales.

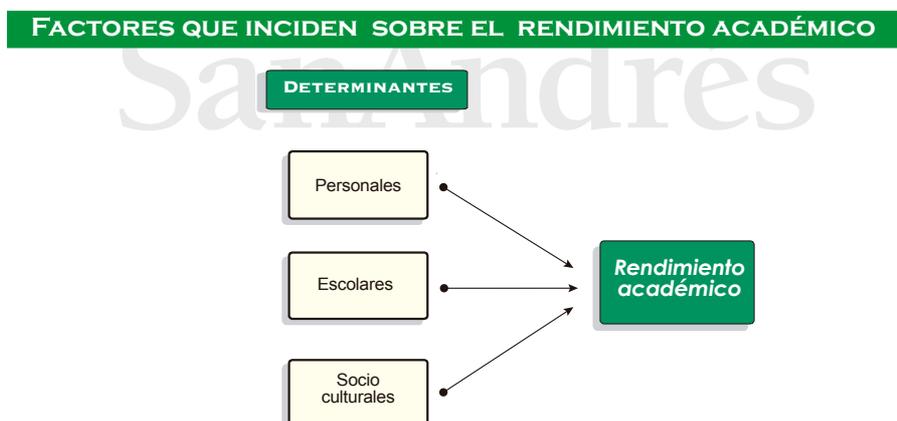
¹⁰ Lavin, D.E. (1965) *The Prediction of Academic Performance*. Nueva York, russell Sage Foundation.

- Los procesos estadísticos devuelven únicamente lo que antes se ha dado. No se pueden hacer predicciones en la que intervengan previsiones subjetivas de quien realiza la predicción.

En consecuencia, se debe buscar las variables que se asocian con más fuerza con el rendimiento académico, considerando que cuanto más variables se introduzcan en la ecuación de predicción mayor será su valor predictivo. Sobre el rendimiento influyen aptitudes, rasgos de personalidad, variables socio económicas, rendimientos previos, etc; todas estas variables han sido usadas como predictores de muchos estudios, tal como se ha visto en este apartado. La variedad de factores y heterogeneidad existentes entre los diferentes estudios dificulta la comparación; no obstante es posible identificar las variables principales. Tourón (1985) determina que el rendimiento previo, los test de aptitud académica, los tests de inteligencia y de aptitudes diferenciales, que se complementan con cierta relatividad y sólo en algunos casos, con variables de personalidad.

Esta investigación, asume que el rendimiento académico, esta asociado con los siguientes tipos de factores:

1. Personales, que incluyen variables académicas, intelectuales y motivacionales.
2. Escolares, conformada por variables vinculadas con la institución educativa.
3. Socioculturales, que comprende las variables relativas al nivel sociocultural y al clima educativo familiar.



Cuadro 2.2 : Factores asociados con el Rendimiento Académico.

Se han utilizado las siguientes variables, estimadas como predictivas del rendimiento académico:

- Personales:** Capacidad Intelectual (Inteligencia analítica, práctica y creativa), Motivación (Interés y preferencia de conocimientos); Capacidad para resolver

problemas (Habilidad cognitiva: Lingüístico-semántica, Comprensión y planeamiento, Argumentación y estrategias, Resolución y cálculo, y adquisición de información).

- ii. **Escolares:** rendimiento académico (Calificación en Matemática, Promedio de materias del primer año de estudio e Índice de aprobación.
- iii. **Socioculturales:** (Nivel de escolaridad de los padres, vivienda, funciones que desempeña en el trabajo principal, cantidad de horas trabajadas, cantidad de libros leídos por año).

2.7 Síntesis del apartado

A partir de las consideraciones teóricas examinadas, fue necesario profundizar el estudio de la autoregulación del aprendizaje, las habilidades cognitivas y la metacognición, el análisis del cambio conceptual y sobre cómo se concibe el aprendizaje. Igualmente, se destacó la contribución de la teoría triárquica de la inteligencia, que tiene en cuenta la conducta inteligente para interactuar con el mundo cotidiano. Finalmente, se señaló el desarrollo de competencias como medio de aproximación a la adquisición de conocimiento, promover el aprendizaje y generar el proceso de cambio conceptual de los estudiantes; se hizo necesario profundizar acerca de qué factores son relevantes en su desarrollo, y por ende, en el rendimiento académico.

Según lo expuesto, parece haber un amplio abanico de variables implicadas en el proceso del cambio conceptual y en el desarrollo de competencias, tantas como factores que afectan a los procesos de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, se estima que existe un amplio consenso acerca del papel relevante, tanto de las estrategias metacognitivas como del desarrollo de competencias y el cambio conceptual.

En la actualidad las investigaciones enfatizan los interrogantes que son cruciales para entender los cambios en los procesos de socialización y aprendizaje de las nuevas generaciones y, focalizan el tema en la comprensión de los procesos necesarios para alcanzar una vida exitosa que requiere habilidad para resolver problemas, habilidad verbal, habilidad social y motivación para aprender.

3. PENSAMIENTO, RAZONAMIENTO Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

En este apartado se presenta una aproximación a la competencia *para resolver problemas matemáticos*, que permite externalizar el proceso constructivo de aprender, convirtiendo en acciones los conceptos, las proposiciones o los ejemplos. Complementa al apartado anterior, al focalizar la temática de la resolución de problemas en el campo de la matemática, y completa el marco teórico que fundamenta en este trabajo.

La problemática se aborda desde diferentes perspectivas y se focaliza la atención en los sujetos que resuelven problemas, para indagar qué factores influyen en la resolución, los procesos puestos en juego y su vinculación con la inteligencia. Se plantea la naturaleza del problema y se realiza un rápido recorrido por los modelos psicométricos, antropológicos y de procesamiento de la información. Estas perspectivas teóricas se complementan con una breve exposición sobre la relación del pensamiento analógico e inductivo con la resolución de problemas, considerados como puente entre el funcionamiento mental de las personas, en cuando tratan de resolver problemas, y las condiciones específicas enunciadas en el mismo.

Por último se destaca la relevancia de la representación mental para el proceso de resolución y el papel de la metacognición como facilitador de los procesos de solución de problemas; se presenta una síntesis de los modelos de resolución de problemas que ha cobrado especial relevancia en el panorama científico de los últimos años, que fundamentan la conducta inteligente y la resolución de problemas desde una triple concepción jerárquica, en la que intervienen *componentes cognitivos*, la *experiencia* y el *contexto* de la persona.

3.1 La solución de Problemas

La solución de problemas, junto con la formación de imágenes y representaciones mentales, la comprensión del lenguaje, la elaboración de juicios morales o sociales, han sido objeto de interesantes debates que han marcado el desarrollo de la psicología, renovando, en forma particular, el estudio y la explicación del funcionamiento mental. La solución de problemas ha sido abordada como un campo donde se ponen a prueba diferentes enfoques teóricos, que han construido modelos explicativos e interpretativos de los procesos psicológicos involucrados en la resolución de problemas y de las características individuales de los sujetos en situación de resolución. En consecuencia, para contextualizar el problema de investigación, resulta de suma utilidad realizar un análisis de

los conceptos centrales asociados que conforman el núcleo problemático de las principales teorías.

La capacidad de resolución de problemas posibilita al sujeto externalizar el proceso constructivo de aprender, convirtiendo en acciones los conceptos, las proposiciones y los ejemplos. Esta actividad es evaluadora tanto del aprendizaje como de los procesos cognitivos que desarrolla. Resulta un caso especial de aprendizaje significativo, en cuanto la tarea requiere incorporar nueva información en la estructura cognitiva del sujeto que la realiza (Novak, 1982). Otros investigadores sostienen la misma opinión y defienden la resolución de problemas como medio para promover tal aprendizaje (Costa y Moreira, 2001).

Diferentes enfoques teóricos, asociacionistas, psicología de la gestalt, teorías de corte piagetiano y postpiagetiano, cognitivismo clásico o el conexionismo, han buscado explicar e interpretar los comportamientos, las acciones y los procesos mentales que se ponen en juego al resolver problemas de la vida cotidiana.

En los años 70, se profundiza la investigación de algunas conductas complejas como la comprensión del lenguaje, la resolución de problemas y los aprendizajes de conocimientos. La literatura psicológica muestra consenso en relación al lugar que ocupan las situaciones problémicas como generadoras de la actividad cognitiva humana. Las personas piensan y organizan su actividad cognoscitiva, cuando advierten que la falta de conocimientos se transforma en obstáculo para conseguir una meta. La situación problemática se experimenta subjetivamente como una tensión o necesidad, que origina diversos procesos cognitivos y afectivos; estos procesos han sido objeto de estudio de la psicología y de las ciencias cognitivas.

La psicología ha investigado la solución de problemas generando hipótesis y poniendo teorías sobre el funcionamiento mental y sobre la manera de construir soluciones de situaciones que plantea la realidad o ante una tarea, de la que no se tiene respuestas dadas o soluciones conocidas.

“Resolver un problema es abordar una situación con un cierto número de esquemas de respuestas que se ha intentado aplicar pero que se muestran ineficaces y que es necesario modificar o que es necesario reemplazar por otras que el sujeto invente. Hay problema cuando el sujeto se encuentra verdaderamente desarmado delante de los estímulos, de lo cual se deduce la importancia atribuida a la invención”.¹¹

¹¹ Oléron, P. (1980). Les Activités Intellectuelles. En P. Fraisse & J. Piaget, *Traité de Psychologie Expérimentale* (pp. 42-62). Paris: PUF .

Por otra parte, Oléron (1980) afirma que sólo se puede hablar de problema cuando una solución es posible. El sujeto puede encontrarse en una situación en la cual es imposible conseguir el fin y ante la cual se encuentra derrotado; una ecuación de segundo grado o una raíz cuadrada no son problemas para un niño de 6 años o para un analfabeto. La solución debe ser posible por medios intelectuales. Si el sujeto consigue resolver la situación por el solo desarrollo de una capacidad o de una habilidad adquirida, se trata solamente de adaptación o aprendizaje. En estos términos, un problema es una situación nueva y su resolución implica una invención, los procedimientos que pone en obra provienen de situaciones anteriores.

El concepto de problema se ha definido de diferentes maneras. Mayer (1986) considera que: “Un problema existe cuando una situación, en un estado inicial, es percibida como que requiere ser cambiada hacia un estado meta, y no hay manera obvia de transformarla desde el estado dado al estado final.” La expresión, “manera obvia”, refiere que cuando es necesario probar, verificar, o evaluar una o más posibles soluciones, se tiene un problema. Cuando una tarea puede realizarse sin la previa comprobación de posibles soluciones, la tarea no es un problema.

En estos términos, un problema empieza con un estado que se quiere cambiar y para hacerlo se necesita un motivo, el cual existe cuando el estado presente se siente como no agradable, o cuando el estado que uno se representa mentalmente se vuelve una meta y produce sentimientos más agradables que los provocados por el estado inicial. Un problema toma existencia si se quiere cambiar el estado presente sin percibir una manera obvia de hacerlo. Encontrar una solución es salir del estado presente, para lograr un estado meta, que resulta ser más agradable (Mayer, 1985).

Siguiendo con el significado de la palabra problema, una situación no es un problema si alguien no la siente como tal; un problema siempre existe para alguien. Desde un punto de vista psicológico, no existe problema independientemente de un individuo. Un problema es una situación que alguien quiere cambiar; y se quiere cambiar porque provoca sentimientos desagradables, o porque la representación de un estado meta provoca un sentimiento que es mejor que el evocado por la situación presente. (Mayer, 1985).

Una situación dada siempre será un problema para una persona, porque ciertos sentimientos la motivan a intentar cambiarla. En consecuencia, una prueba de la solución es el incremento del grado de bienestar. Adicionalmente, las personas desarrollan, con frecuencia, maneras habituales de resolver sus problemas (Barón, 1994).

El análisis de la solución de problemas ha sido significativo para la psicología cogni-

tiva. El ser humano tiene la necesidad de pensar y organizar su actividad relacionada con el conocimiento. Así, la situación problemática pasa a ser vivida subjetivamente como una tensión o necesidad que da origen a procesos cognitivos y afectivos. La psicología cognitiva ha planteado desde sus inicios una estrecha conexión entre la adquisición de conocimientos, el aprendizaje y la solución de problemas.

Los modelos de mayor relevancia e influencia en el campo científico de los últimos años, que explican específicamente los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de problemas matemáticos, consideran a ésta como una actividad inherente al ser humano (Piaget 1980). Las experiencias internas y externas y la necesidad continua de acomodación al medio ambiente, exigen una actividad mental inteligente que posibilite la resolución continua de problemas. Pacheco (1991) señala que las diferencias individuales frente a la resolución, surgen como consecuencias de la edad, la experiencia, la habilidad cognitiva, la estructuración de conocimientos, la motivación, etc. También la experiencia hace posible la automatización de respuestas a numerosas actividades cotidianas, que no se perciben como problemas, al no requerir mayor esfuerzo intelectual. Las tareas profesionales por ser más formales, generan problemas que demandan una mayor atención y esfuerzo cognitivo para su resolución.

Cada uno de los modelos estudiados presenta sus propias características a la hora de definir y explicar los procesos mentales, implicados en la resolución de problemas. Sin embargo, una buena parte de los autores analizados admite los siguientes elementos básicos (Mayer, 1983):

1. **Datos:** Todo problema presenta determinadas condiciones, objetivos, fragmentos de información, etc., que están presentes al comienzo del trabajo.
 2. **Objetivos:** El estado terminal del problema consiste en alcanzar unos objetivos y el pensamiento deberá transformar el problema desde el estado inicial dado al estado terminal deseado. Reitman (1965, citado en Mayer, 1983) establece cuatro categorías de problemas, según el grado de especificación del estado inicial y final:
 - a) estado inicial y final bien definidos;
 - b) estado inicial bien definido y final mal definido;
 - c) estado inicial mal definido y final bien definido; y
 - d) estado inicial y final mal definidos.
 3. **Obstáculos:** El que piensa tiene a su disposición algunas vías para modificar el estado dado y llegar al estado terminal, pero inicialmente no conoce la secuencia correcta de comportamientos que resolverán el problema.
-

Con este marco de generalidades, se pueden analizar las características específicas de los modelos más relevantes.

3.2 Teorías Asociacionistas

Los primeros estudios sobre resolución de problemas giraron en torno de la teoría asociacionistas, que acordaba que el elemento central en la situación de solución de un problema eran la respuesta del individuo frente al medio y el cúmulo de respuestas que disponía el sujeto. La solución era considerada como el producto de tentativas y ensayos sucesivos por medio de los cuales la persona ponía a prueba una de las respuestas de las cuales disponía. Si una de ellas cumplía el objetivo, mantenía el lazo entre la respuesta y la situación; si no, se continuaba la búsqueda con nuevos ensayos. Esta perspectiva no contemplaba que la actividad del sujeto modificaba el medio o que podía transformar el problema mismo y las representaciones que se tenían de él. Tampoco tomaba en cuenta las representaciones mentales que tiene la persona del medio, del problema y de sí mismo, las que varían de acuerdo con los fines y las condiciones particulares en que se desarrolla la actividad.

En este modelo, la resolución de problemas se entiende como la aplicación, por *ensayo y error*, del caudal de respuestas preexistentes o hábitos adquiridos a los estímulos que se presentan. En cada problema, existen asociaciones a varias posibles respuestas: R_1 , R_2 , R_3 , etc., ordenadas jerárquicamente de acuerdo con el éxito obtenido en anteriores ocasiones. Se establece el estímulo (situación particular de resolución de problemas), las respuestas (comportamientos particulares de resolución) y las asociaciones establecidas entre estímulos y respuestas, como elementos básicos del pensamiento. Resolver un problema implica adquirir una nueva conducta mediante conexiones específicas entre estímulos y respuestas que se establecen de acuerdo con la ley del ejercicio – las conexiones entre estímulos y respuestas se fortalecen con la práctica- y la ley del efecto - sólo se fortalecen las conexiones que van seguidas de un estado de satisfacción-. El principal representante de esta teoría es Edward Thorndike (1898).

La idea asociacionista tradicional se ve modificada con la posibilidad de que el pensamiento pueda contener cadenas de respuestas encubiertas. Surgen, así, las teorías *mediacionales* del modelo neoconductista (Kendler y Kendler, 1962; Berlyne, 1965; Underwood, 1965; Osgood, 1966; entre otros, citados por Mayer, 1983). Estos autores entienden la resolución de problemas como un proceso más complejo que la mera asociación de estímulos y respuestas.

En esta perspectiva teórica, el pensamiento implicado en la resolución de problemas es básicamente *reproductivo*; se aplican las soluciones que anteriormente han permitido resolverlo y la experiencia asume un papel fundamental para consolidar la asociación. No obstante ello, es evidente que los procesos de asociación son insuficientes para explicar la complejidad de los procesos del cálculo, porque no es posible memorizar todos los resultados y operaciones que se pueden presentar.

3.3. Teoría de la Gestalt

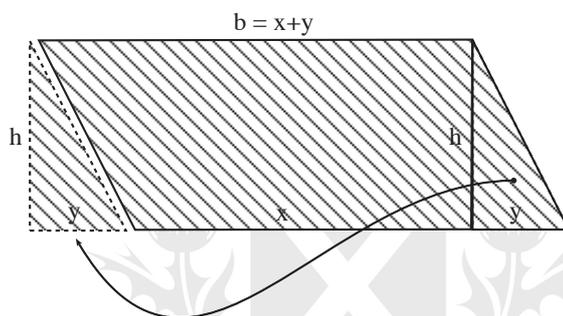
En la misma época, la psicología de la gestalt propone otra manera de entender la solución de problemas. Autores como Köhler (1925), Maier (1932), Duncker (1945) y Wertheimer (1945) trabajaron sobre nociones como las de estructuración, re-estructuración e insight. La explicación se focaliza en la organización estructural de los elementos que constituyen la situación y el descubrimiento de dicha organización permite al individuo la aprehensión de la relación de conjunto que posibilita la solución del problema. Esto puede darse súbitamente, o a partir de la acción del sujeto. El descubrimiento repentino de la solución a partir de la percepción de la nueva organización constituye el insight, elemento básico dentro de esta perspectiva.

Esta teoría, que coexiste con la asociacionista-conductista, se interesa por llegar a una *comprensión estructural del problema*. Estudia los *procesos de reorganización mental* de los elementos que llevan a la solución, y la creación de soluciones novedosas ante situaciones nuevas, en lugar de los procesos asociativos del modelo anterior. La tesis central radica en que la mente trata de interpretar las sensaciones y las experiencias que llegan como un conjunto organizado y no como una colección de unidades de datos separados. Así, la secuencia numérica: 13579111315 no se percibe como una secuencia aleatoria de cifras, sino como la sucesión de los números impares menores que 16.

El enfoque de la Gestalt distingue el pensamiento *productivo*, que crea una nueva solución al problema, y el pensamiento *reproductivo*, que se limita a reproducir hábitos o comportamientos ya adquiridos. El modelo pone el acento en el pensamiento *productivo*, en lugar del *reproductivo* del modelo anterior. Al afrontar un problema, la mente activa y reestructura la información hasta *crear* la solución. Estudia los procesos mentales implicados en la resolución de problemas novedosos o mal definidos, en los que se debe aplicar la capacidad cognitiva para generar o crear una solución. Esto implica una manipulación (interna) de ítems de información en pos de encontrar el patrón de relaciones que los elemen-

tos de un problema guardan entre sí; encontrado éste, se produce el “insigh” y la solución (Köhler, 1925, citado en Resnick y Ford, 1981);

Werheimer (1959, citado en Mayer,1983) se preocupó especialmente del aprendizaje y de la enseñanza de la matemática. Se interesó por el pensamiento basado en la apreciación de la estructura (pensamiento productivo). El método de comprensión muestra cómo los alumnos aprenden el área del paralelogramo por comprensión por sobre el aprendizaje memorístico de la fórmula, al trasladar el triángulo de un extremo al opuesto que reestructura la figura en un rectángulo. También comprueba que el método incrementa la capacidad para aplicar aprendizajes particulares a situaciones novedosas.



Cuadro 3.1 : Ejemplo gráfico del método de comprensión.

Lo que señala esta teoría es que la demostración de un resultado no garantiza el insight del alumno, que surge como un aspecto del proceso de descubrimiento. La visión gestáltica de la resolución de un problema afirma que el insight surge de su comprensión como un todo y de la relación de las partes con el todo. A pesar del valor que se le asigna al insight, no especifica claramente cómo se alcanza.

El hecho, de que el conocimiento dependa, en cierto modo, del fin por el que ha sido adquirido, o que esté más o menos limitado por este fin, es un tema que ha sido ilustrado por las experiencias de Duncker (1945), de Maier (1932) y de gran cantidad pensadores e investigadores. La dificultad en resolver un problemas radica en la tendencia del sistema cognitivo a ordenar los datos percibidos con arreglo a su caudal de experiencia anterior, en aras de hacer más sencilla y fácil la comprensión de la situación. Pero en este caso la experiencia previa no sólo no facilita, sino que obstaculiza la solución. Los elementos que integran el problema poseen para la gente una fijación perceptiva o funcional. Mientras que Duncker estima que la experiencia basada en aplicación de hábitos, puede tener un efecto entorpecedor en los procesos de resolución productiva, Maier (1945, citado en Sternberg, 1982) consideran que la experiencia previa constituye una fuerte evidencia de *transferencia* que aumenta la probabilidad de resolución del problema.

Cuadro 3.2 - Diferencias entre el Asociacionismo y la teoría de la Gestalt	
Asociacionismo	Gestalt
Aplica hábitos para solucionar problemas a partir de experiencias pasadas.	Soluciones creativas para nuevas situaciones.
La solución del problema involucra intentar soluciones posibles hasta que una de ellas funcione.	Contempla el proceso mental como un reordenamiento de los elementos del problema.
Asociación estímulo-respuesta.	Estructuras, organizaciones mentales, comunidad de pensamiento
Tipo de tarea: reproductiva	Tipo de Tarea. Productiva

Para la Gestalt, la resolución de un problema implica traspasar el proceso de ensayos y errores y dirigirse hacia la consecución de una meta. Se pone énfasis en delimitar las etapas que son necesarias para la resolución de un problema. Así Wallas (1926, citado por Schoenfeld, 1985) señala que éstas incluyen las siguientes fases:

1. La preparación, es la fase en la cual el solucionador analiza el problema, intenta definirlo en forma clara y recoge hechos e información relacionada con el problema.
2. La incubación, es la fase en la cual el solucionador analiza el problema de manera inconciente.
3. La inspiración, es la fase en la cual la solución al problema surge de manera inesperada.
4. La verificación, es la fase que involucra la revisión de la solución.

Otros autores influenciados por este modelo teórico señalan que las etapas en la resolución de problemas sirven para enfatizar el pensamiento conciente y para aproximarse analíticamente a la solución, así como también para ofrecer una descripción de las actividades mentales de la persona que resuelve el problema. En tal sentido, Polya (1984) propone las siguientes:

- ✓ Comprender el problema. Es la fase de familiarización con el problema. Significa leer el enunciado para tener una visión global de la situación. Determinar la incógnita, los datos y las condiciones específicas.
- ✓ Concebir un plan para llegar a la solución. Surgen las siguientes preguntas: ¿Ha habido alguna situación parecida? ¿Qué relación existe entre los datos y la incógnita? ¿Pueden existir alternativas? ¿Cuál es el plan de resolución? En esta fase aparece el insight.
- ✓ Ejecutar el plan. En la ejecución se debe comprobar cada paso. Presentar cada paso de la solución con la exactitud y correlación para que no ofrezcan ninguna duda.
- ✓ Verificar el procedimiento. Analizar la solución desde varios puntos de vista y bus-

car los puntos de contacto con conocimientos previamente adquiridos. Examinar el método que ha tenido éxito, es decir, el que lo ha conducido al resultado adecuado y determinar si puede ser transferido a la resolución de otras situaciones similares.

Duncker, que se dedicó a estudiar las estrategias generales de resolución de problemas, distinguió entre el procesamiento “de arriba-abajo”, que partía del análisis de los objetos y del planeamiento del problema, y el proceso “de abajo-arriba”, que partía del análisis de los elementos del problema. Así, resulta difícil diferenciar en la práctica los procesos de arriba-abajo de los de abajo arriba; en la ejecución matemática parece que siempre están actuando recíprocamente.

Pero la distinción tiene un interés pedagógico, porque surgen enfoques de enseñanza alternativos. Duncker intentó estudiar las etapas en la resolución empírica de un problema, planteando a un sujeto que manifestara en voz alta el proceso de pensamiento que seguía a medida que él mismo intentaba solucionarlo. Observó cuatro pasos básicos en este proceso de resolución:

- ✓ **Solución o valor funcional.** Los elementos del problema deben considerarse en términos de su utilidad general o funcional en el problema. Primero se plantean soluciones generales y luego soluciones específicas.
- ✓ **Reformulación.** La resolución del problema involucra etapas sucesivas de reestructuración del problema. Esta etapa implica la formulación de soluciones parciales que generan nuevos problemas específicos.
- ✓ **Sugerencia desde arriba.** Reformular la meta para hacerla más estrechamente relacionada con los datos, es decir, más cercana a los datos.
- ✓ **Sugerencia desde abajo.** Reformular los datos a fin de que estén más estrechamente relacionados con la meta.

La visión gestáltica de la resolución de problemas aporta varias ideas para el estudio del pensamiento y los procesos de resolución de problemas, como la distinción entre el pensamiento productivo y reproductivo, la idea de que el pensamiento se produce por etapas y el concepto de reorganización, como estrategia básica para resolver los problemas. Sin embargo, las explicaciones no han pasado del nivel de los ejemplos concretos; apuntan a cosas importantes, pero no enseñan a generalizar sus descubrimientos para determinar principios pedagógicos que se puedan aplicar a las variedades del contenido matemático y a los problemas concretos. Es una teoría demasiado imprecisa para ser comprobada y verificada empíricamente. Así, Resnick y Ford (1981) puntualizan: “Es más fácil demostrar el funcionamiento de las ideas estructurales en el contexto de problemas muy específicos que

definir exactamente y de forma abstracta en qué consisten dichas estructuras. Y es más difícil todavía dar una presentación teórica completa de la estructura como fenómeno general en la resolución de problemas matemáticos”¹².

3.4.- Teorías basadas en el modelo del procesamiento de la información

Un problema sobreviene cuando se tiene un objetivo, un estado al cual se quiere llegar, y el modo de lograrlo no es inmediatamente evidente. Así, se puede pensar a la resolución de problemas a partir de la metáfora de las localizaciones espaciales. Se trata de analizar las secuencias de eventos que ocurren como caminos metafóricos que llevan de un lugar a otro. Esta perspectiva se inscribe en la reformulación de una teoría general de la resolución de problemas realizada por Newell & Simón (1972) quienes, desde la psicología computacional, son los precursores de un cambio sobre la orientación cognitiva en los estudios sobre el tema.

Según Simon (1978), la simulación de estrategias por computadora tiene más éxito en los problemas llamados “MOVE” o problemas con estado inicial y final bien definidos, y el conjunto de operadores que permiten los movimientos necesarios para resolverlos. Estos problemas, requieren aplicar *operadores* (movimientos permitidos) a las descripciones mentales que el sujeto hace en cada etapa de su resolución. Se describe la resolución de problemas como una interacción entre el “*sistema de procesamiento de la información*” del sujeto y un “*ambiente de la tarea*” tal como la describe el experimentador. Este enfrentamiento produce en el sujeto que resuelve el problema una representación mental del problema denominada “*espacio del problema*” y que contiene el estado actual del problema, el estado final (o meta) y todos los estados intermedios. La resolución de un problema conlleva una búsqueda -dirigida por el objetivo- a través del espacio del problema.

Así, la solución se relaciona con la consecución del fin y con el conjunto de operadores que aseguran la transformación del estado inicial en el estado-fin, respetando las condiciones del problema. El espacio problema está compuesto por todos los estados que pueden ser virtualmente alcanzados utilizando los operadores; la resolución es un conjunto de operadores que pueden transformar el estado inicial en el estado-fin, siempre y cuando se respeten las condiciones; el método es el procedimiento que permite encontrar la solución entre todos los caminos posibles que se desprenden del estado inicial y el estado-fin. El análisis del espacio problema produce un resultado matemático; se puede hacer un cálculo según la profundidad de la búsqueda, la cual hace crecer el tamaño del espacio pro-

¹² Resnick y Ford, 1981, p.168

blema. Entonces, unas pocas operaciones simbólicas, tales como codificar, comparar, localizar, almacenar, etc., pueden dar cuenta de la inteligencia humana y la capacidad para crear conocimientos, innovaciones y tal vez expectativas con respecto al futuro (Lachman, Lachman y Butterfield, 1979).

En esta perspectiva, la mente es un sistema de procesamiento de información y un problema se define por un estado inicial, un estado final a alcanzar y una sucesión de acciones que conectan estos dos estados. La situación supone un sujeto capaz de aprehender, organizar, almacenar, recuperar, activar la información recibida, por medio de un sistema de memorias a corto y largo plazo. Supone que la actividad mental que se despliega en la acción de resolución, se vincula con el conjunto de esquemas y/o modelos mentales, conocimientos declarativos y procedimentales, construidos y puestos en acción por el sujeto, para desarrollar estrategias que le permiten alcanzar el estado final. Lo central está en los procedimientos que el sujeto desarrolla para encontrar la solución y en los procesos de control. La resolución de problemas realizado desde este enfoque, aporta un modelo abstracto productivo para la investigación.

Inicialmente, cada grupo de autores explica la resolución de problemas en función de sus ensayos experimentales. Miller, Galanter y Pribram (1960) dicen que las personas tienen representaciones cognitivas de los estados ideales de sus conductas, de los objetos del entorno, y de los sucesos. También son concientes del estado actual de su conducta, de su entorno y sucesos. Cuando las personas encuentran una discrepancia, adoptan un plan de acción que conducirá a un acuerdo o congruencia entre los estados. La congruencia es motivacional.

Miller, Galanter y Pribram plantean el comportamiento humano como un sistema de control con aprendizaje, es decir, el plan variará en tanto y en cuanto la conducta varíe. El método se basa en la descripción que realizan los sujetos cuando intentan resolver un problema; se analizan los protocolos de un cierto número de sujetos con el objeto de deducir los procesos mentales seguidos para resolver un problema. Un programa informático permite verificar la similitud de ambos protocolos; si la concordancia es amplia, se concluye que el pensamiento humano es similar a los procesos del programa y, si existen discrepancias se puede obtener la información requerida para generar las modificaciones que maximicen la aproximación al programa.

El surgimiento de este enfoque introduce la utilización de auto-observaciones en las investigaciones sobre resolución de problemas. Simon (1978a) determina que se puede invertir mucho tiempo en la ejecución de una tarea y la única evidencia accesible sobre la

naturaleza y la organización de los procesos que se ponen en juego es la información verbal proporcionada por el sujeto mientras la realiza.

Newell y Simon (1972) introducen la utilización del análisis de protocolos y, partiendo de los informes verbales, infieren los procesos subyacentes en la ejecución; los programas de simulación posibilitaron la contrastación del modelo construido con la conducta observada. Las verbalizaciones han sido utilizadas desde entonces muy ampliamente, y también han sido ampliamente criticadas.

La investigación en este campo tecnológico tuvo su correspondiente reflejo en los estudios sobre resolución de problemas en humanos. Así nació el “**Solucionador General de Problemas**” (GPS) de Ernst y Newell (1969, citado en Mayer, 1983). Estos crearon su modelo general de estrategia para la resolución de problemas sin tener en cuenta el contenido al que se aplicaban. Para su creación, tanto Ernst y Newell como más tarde Newell y Simon (1972) se apoyaron en la verbalización de la resolución de problemas por parte de diversos sujetos que resuelven el problema propuesto para extraer, seguidamente, la estrategia subyacente y tratar de generalizarla. Describen la actividad mental del proceso de resolución, considerando el problema como activador de un “traductor cognitivo” que lo convierte en una representación mental interna y genera las técnicas que conducen a la solución.

El GPS almacena en su memoria una tabla de conexiones para cada uno de los posibles estados de un tipo de problema, y una lista de la distancia que existe entre dos estados. Para resolver el problema, lo divide en subobjetivos que va alcanzando mediante la aplicación de los operadores programados para cada uno de ellos. Para resolver un problema, el GPS sigue los siguientes procesos:

- ✓ Traduce el problema en estado inicial, final y operadores que hay que aplicar.
- ✓ Guarda la tabla de conexiones de la diferencia entre los estados.
- ✓ Plantea una jerarquía de objetivos y subobjetivos para llegar a la solución.
- ✓ Aplica el principio de análisis de medios-fines, para reducir la diferencia entre el estado actual y el del siguiente subobjetivo.
- ✓ Cumplido el subobjetivo anterior, avanza hacia el siguiente, hasta solucionar el problema.

Para Stewart y Atkin (1982), la importancia de este trabajo se ha dejado sentir en varias áreas generales:

- ✓ La elaboración de los conceptos del ámbito de la tarea (definición objetiva de problema) y el espacio del problema (representación interna del sujeto solucionador sobre el problema).
- ✓ El uso de un formato de “**pensamiento**” en voz alta como un método para indagar las estrategias utilizadas por el sujeto que resuelve un problema.
- ✓ El uso del modelo de computador y sistemas de producción para la representación de los pasos realizados en la resolución.
- ✓ El reconocimiento de que mientras puede haber muchas estrategias o heurísticas generales para la resolución de problemas, tales como el análisis de medios-fines, existe bastante evidencia que sugiere que las estrategias son específicas del contenido.

Esta perspectiva teórica, distingue los procesos de comprensión o representación interna en la memoria del sujeto que resuelve el problema, de los procesos de búsqueda de la solución (Mayer, 1983 y 1987, y Pacheco, 1991).

Entonces, comprender un problema implica transformar la información recibida en una representación interna en la memoria del sujeto, e integrarla en un *esquema cognitivo* que permita darle significado. Esta perspectiva se inscribe en la reformulación de una teoría general de la resolución de problemas. Enuncia para el espacio-problema la existencia de cuatro elementos que lo conforman:

- ✓ un estado inicial,
- ✓ un estado-fin por alcanzar,
- ✓ un conjunto de operadores o acciones posibles y,
- ✓ las condiciones que indican lo que no es permitido y las consecuencias de la selección de una u otra acción.

Esta teoría asume que la mente es un sistema de procesamiento de información y cualquier problema se podría definir por un estado inicial, un estado final a alcanzar y una sucesión de acciones que conectan estos dos estados. Supone un sujeto capaz de aprehender, organizar, almacenar, recuperar, activar la información recibida, por medio de un sistema de memorias a corto y largo plazo. Supone que en la explicación de la actividad mental que el sujeto despliega, tienen un lugar especial el conjunto de esquemas y/o modelos mentales, conocimientos declarativos y procedimentales, que éste construye y pone en acción, para desarrollar las estrategias que le permiten alcanzar el estado final. El acento se coloca en los procedimientos que el sujeto desarrolla para encontrar la solución;

también se le da un lugar central a los procesos de control, los cuales pueden ser simulados a través de programas de computador.

3.4.1 Modelos basados en la Comprensión

El análisis de la resolución de problemas realizado desde el enfoque del análisis de tareas, ha aportado un modelo eminentemente abstracto, pero muy productivo para la investigación. Cada autor expresa sus propias ideas sobre la concepción de *esquema cognitivo*, (Bartlett, 1958, citado en Mayer, 1983; Greeno, 1978; Cooper y Sweller, 1987; Sternberg, 1982, entre otros), no obstante, se pueden observar características comunes:

- Conforman una *estructura general* que se puede utilizar en diferentes situaciones para ubicar la información recepcionada.
- En la mente *existe como conocimiento*.
- Se *organizan en torno a una temática*.
- Actúan como *facilitadores de la comprensión*, al posibilitar el llenado de los huecos que dispone con la información entrante.

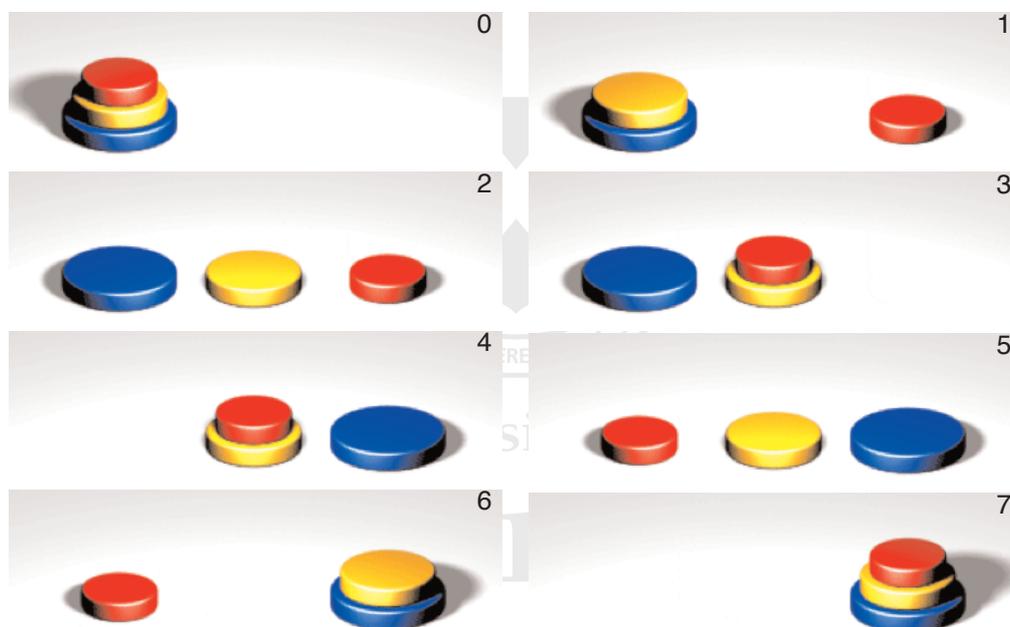
El modelo identifica al proceso comprensivo con la *representación del espacio del problema* que se ve facilitado por los esquemas mentales. Constituye un aporte significativo en la resolución de problemas matemáticos (Simon, 1978; Greeno, 1978; Mayer, 1983 y 1985, entre otros).

La representación del espacio del problema, en especial de los problemas bien definidos, (torre de Hanoi, problemas aritméticos, etc.), es fundamental para su comprensión y aplicación posterior de las estrategias de resolución (Sternberg, 1982).

La Torre de Hanoi, es un ejemplo de problema bien definido que se ha sido estudiado por Simon (1978); los elementos físicos que lo componen son una serie de n discos numerados, graduados en función de su tamaño y siendo 1 el más pequeño, tres postes denominados A , B y C . En el estado inicial, los n discos están colocados en el poste A por orden de tamaño, con el disco mayor en la base y el menor en la parte superior. La meta del problema es colocar todos los discos en C , debiendo quedar en la misma posición del estado inicial. Las reglas u operaciones permitidas prescriben que sólo se puede mover un disco cada vez, sólo el que está en la parte superior de una pila, y que no puede colocarse un disco mayor encima de otro más pequeño. Los sujetos deben intentar llegar a la meta en el menor número de movimientos; no requiere de experiencia previa y el número mínimo de pasos para alcanzar la solución es igual a $2^n - 1$, donde n es el número de discos (en un

problema con tres discos la ejecución óptima exigiría dar 7 pasos, 15 con cuatro discos, 31 con cinco, etc.).

A partir de las verbalizaciones, algunos trabajos se han centrado en demostrar que se pueden extraer conclusiones sobre qué procesos se ponen en juego mientras se realiza la tarea. Hayes y Simon (1974), a partir del protocolo de un solo individuo enfrentado a un problema isomorfo de la Torre de Hanoi (Ceremonia del Tê), construyeron un programa (Understand) que simula su conducta; su objetivo esencial era explicar cómo se construía el **espacio del problema**. Anzai y Simon (1979) utilizaron la verbalización de una joven para describir las distintas estrategias que puso en juego en los cuatro intentos de solución del problema de la Torre de Hanoi.



Cuadro 3.3 : Ejemplo gráfico del Problema de la Torre de Hanoi.

Se puede concluir que las verbalizaciones no interfieren el proceso de resolución y son útiles para inferir aspectos del procesamiento que no son directamente observables.

Simon (1978), señala que el **espacio del problema** se conforma con todas las posibles secuencias de operadores que conoce la persona, aunque no todas tienen el mismo grado de eficacia para llevar a la solución. En el se pueden diferenciar los siguientes elementos:

- ✓ **Estado inicial** : representación interna de los primeros datos.
- ✓ **Estados intermedios** : son sucesivos pasos donde se aplica algún operador a los datos iniciales.
- ✓ **Estado final** : representa el objetivo final a lograr.

✓ **Operadores** : son las reglas permitidas que posibilitan los estados intermedios.

Para explicar la representación mental del sujeto Greeno (1973, citado en Mayer, 1983) utiliza el modelo de la memoria; la descripción del problema con sus elementos básicos, se realiza en la *Memoria a Corto Plazo* que activa la *Memoria a Largo Plazo* para almacenar los datos. La comprensión consiste en la construcción de representaciones mentales por parte del sujeto. Se definen varios niveles de representación mental posibles. El modelo de la situación (MS) es la representación de mayor nivel de elaboración mental propuesta por Van Dijk y Kintsch (1983). Para construirla el sujeto debe superar la información suministrada y relacionarla con su conocimiento previo. En estas condiciones aparecen dos procesos cognitivos:

- ✓ Activación del conocimiento previo apropiado;
- ✓ Realización de inferencias para crear nuevo conocimiento (no incluido en el discurso) uniendo 2 ó más segmentos de información diferente del discurso, o segmentos del discurso ofrecido y segmentos del conocimiento previo. Con ello se amplía el conocimiento previo, se crea la posibilidad de aplicar a nuevos contextos lo aprendido, se delimita el campo de validez o de aplicación, etc.

Esta teoría se aplicó a los problemas aritméticos con enunciado (Kintsch y Greeno, 1985) y permitió postular la existencia de un nivel de representación, específico de los problemas, que ellos llamaron **Modelo del Problema (MP)**: más allá de la representación de los objetos y eventos del mundo observable, los problemas matemáticos y científicos requieren también de abstracciones en términos de magnitudes, números, operaciones, ecuaciones, etc. El conocimiento que un sujeto que resuelve un problema debe poseer, se amplía para incluir la capacidad de representar relaciones de un modo abstracto y la capacidad de realizar las operaciones matemáticas necesarias para llegar a la solución pedida. La representación mental construida depende de la interacción de su base de conocimientos con las proposiciones del texto.

Otras investigaciones se han basado en las diferencias en la ejecución de problemas matemáticos entre expertos y novatos. Schoenfeld (1982) sostiene que los expertos son generalmente mejores que los novatos para resolver problemas incluso cuando se enfrentan con problemas situados fuera de sus áreas de pericia específicas. En lo que más se distinguen es en el manejo de sus recursos. Sin quitarle importancia al conocimiento específico del terreno. La calidad y el éxito en la solución de problemas dependen también de la presencia o ausencia de una conducta eficaz de manejo. En palabras de Schoenfeld (1983) “...precisamente cuando los esquemas o producciones de solución de problemas del

experto no funcionan bien, es cuando las habilidades de manejo sirven para construir una pericia”.

Las diferencias se localizan en la diferente percepción de los problemas. Los expertos perciben la *estructura profunda*, basada en los principios y conocimientos que fundamentan el problema, mientras que los novatos sólo se fijan en la *estructura superficial*, basada en su apariencia y características generales. Los expertos tienden más que los novatos a proceder a una “revisión ejecutiva” de un proceso en el que están implicados, especialmente cuando ese proceso parece que empieza a obstruirse. Los expertos tienen unos “monitores” que disparan esas revisiones, y los novatos carecen de ellos. Es casi como si el experto hubiese desarrollado la capacidad de asumir simultáneamente los papeles de actor y de observador. Trabaja en la solución del problema y se vigila críticamente mientras lo hace.

El trabajo de Chi y Glaser (1985), acerca de la categorización y la representación de problemas por sujetos expertos y novatos, señala que la representación interna de un problema es construida por el sujeto que resuelve sobre la base de su conocimiento específico y su organización en ese dominio. Así, la representación es construida en el contexto de conocimiento disponible para problemas tipo, y ese conocimiento es indicado -en el sentido de ser localizado o ubicado en un índice de entrada- cada vez que un problema es colocado en una categoría.

En consecuencia, las diferencias entre expertos y novatos en las caracterizaciones de los problemas estarían relacionadas con la estructura y el contenido de las representaciones de diferentes problemas tipo. Durante el proceso de categorización se activan los esquemas pertinentes a esas categorías.

El análisis, a partir de las verbalizaciones que realizan los sujetos que resuelven los problemas, permite convertir a los protocolos en *reglas de producción* que hace posible la visualización de la dinámica de la representación. Las reglas de producción son estructuras de condiciones y acciones, tipo *si-entonces* o *si-cuando*.

Esta decisión metodológica obedece al modelo cognitivo subyacente que consiste en postular no sólo representaciones -que son interpretadas en términos de esquemas de problemas-, sino también de *procesos* que actúan sobre ella. Así se infiere que algunas de esas producciones activan los esquemas que les permiten resolver los problemas. Concluyen que los expertos atienden a la estructura profunda del problema mientras los novatos los clasifican por los aspectos superficiales. Esto llevaría a que unos y otros “no ven” los mismos problemas.

Kotovsky y Simon (1990) intentaron una aproximación al problema de la inteligencia y de las diferencias individuales. El trabajo se centró en el estudio de las estructuras de relación (series de letras, series de números, etc.), solución de problemas aritméticos, el rompecabezas de la Torre de Hanoi, la percepción en el ajedrez, la comprensión de instrucciones y la escritura. Los resultados de los estudios realizados condujeron a identificar una serie de aptitudes básicas, como por ejemplo la aptitud para detectar las relaciones de idéntico, próximo y complemento entre pares de símbolos, la familiaridad con los símbolos usados y conocimiento de los alfabetos utilizados, almacenados en la memoria a largo plazo; aptitud para retener y acumular las estructuras relacionales nuevamente adquiridas.

En las estructuras de relación las diferencias individuales aparecen asociadas a los niveles de dificultad y a la presencia de relaciones espurias en la secuencia. En problemas aritméticos las diferencias individuales se asocian con la tendencia a usar principalmente procesos sintácticos, o a guiarse por algún tipo de representación semántica, o por el uso de ambos. Comprueban que la dificultad para representar los problemas aritméticos se relaciona con el número de operadores que se han de aplicar. La mayor cantidad de operadores necesarios para llegar al estado final, incrementa las dificultades para construir la representación interna, dificultades que pueden ser superadas por medio de la utilización de procedimientos algorítmicos que automaticen las reglas y los operadores.

3.4.2 Modelos basados en los procesos de resolución

Los modelos de procesamiento de la información basados en los recursos cognitivos utilizados para llegar a la solución de problemas, se relacionan con el *conocimiento de los procedimientos operativos* y los *planes de acción* que guían la aplicación de las operaciones que aplican. Consideran que la resolución de problemas se refiere a los procesos mediante los cuales las situaciones inciertas se clarifican e implican el uso de conocimientos y procedimientos por parte del sujeto que resuelve el problema (Gagné 1965, Ashmore et al. 1979) así como la reorganización de la información almacenada en la estructura cognitiva (Novak 1977). La palabra resolución sirve para designar la actividad que consiste en resolver el problema desde la lectura del enunciado, pudiendo establecerse una distinción entre el tratamiento lógico-matemático y la propia actividad de resolución, analizada a menudo en términos de encadenamiento de procesos, y la solución o respuesta, producto de dicha actividad (Dumas-Carré 1987).

El éxito para solucionar los problemas depende, en buena parte, del grado de automatización de estos procedimientos. La automatización libera más mecanismos

mentales para tratar con la novedad. Por tanto, en la medida que se automatizan algunos aspectos, se liberan recursos para prestar más atención a otros aspectos del problema, facilitando, así, su solución (v. gr., Schiffrin y Dumais, 1981; Anderson, 1980 y Gagne, 1993).

Estos modelos suelen ser conocidos con el nombre de *modelos o teorías de la automaticidad*, y su característica fundamental y más común a todos ellos, es la dicotomía que establecen entre dos formas de procesamiento de la información: automático y no automático, este último es también conocido con el nombre de procesamiento conciente o, también, con el nombre de procesamiento controlado. Los estudios se han centrado en determinar ; cómo se controla un proceso y qué variables son cruciales para su control. También, han estimado que no se puede hablar de procesos totalmente automáticos o totalmente controlados; las múltiples alternativas a la naturaleza de los procesos se pueden resumir en dos:

- i. Asumir que la mayor parte de los procesos son mixtos, es decir poseen componentes automáticos y controlados (Kahneman y Treisman, 1984; Myers y Fisk, 1987; Schneider, Dumais y Shiffrin, 1984), y
- ii. Postular que los procesos automáticos y controlados no son cualitativamente distintos, sino que se encuentran ubicados a lo largo de un continun (Naveh-Benjamin, 1987; Naveh-Benjamin y Jonides, 1986; Zbrodoff y Logan, 1986) con lo que la diferencia entre procesos automáticos y controlados tan sólo es cuestión de grado.

Sternberg (1985c) postula que los procesos mentales de automatización facilitan la resolución de los problemas y resultan buenos indicadores del grado de experiencia e inteligencia. Entiende los procesos operativos como operaciones mentales que conducen a la solución del problema; la capacidad para enfrentarse y resolver problemas novedosos permite llegar de forma rápida y efectiva a la automatización. Así resulta que la automatización es la capacidad para interiorizar lo aprendido. Los factores que ayudan a aumentar la eficacia de la automatización son:

- a. la coherencia en el proceso de la información;
 - b. la ejecución correcta del proceso que se quiere automatizar -los errores sirven como fuente de aprendizaje-
 - c. la práctica continua que lleva a la consolidación de lo aprendido;
 - d. la atención concentrada en lo que se está haciendo;
-

- e. el considerar los diferentes contextos para ejecutar la tarea; la generalización apropiada de lo aprendido; y
- f. la motivación.

Lindsay y Norman (1972) distinguen tres tipos de procedimientos operativos en resolución de problemas: hechos, algoritmos y heurísticos.

- ✓ **Hechos:** conformadas por proposiciones básicas memorizadas que resuelven un *8 dividido 4*?, se responde con el resultado memorizado 2.
- ✓ **Algoritmos:** son una serie de reglas, anteriormente aprendidas, que aplicadas generan la resolución automática un problema. Para hallar el valor de x en la ecuación, $2x + 4 = 10$, se aplica la propiedad uniforme que permite despejar la incógnita haciendo pasaje de términos.
- ✓ **Heurísticos:** conformados por los procedimientos de tanteo en la búsqueda de soluciones, cuando no se conocen reglas para la resolución de un problema, en el proceso que guía del estado inicial al estado final del problema. Para hallar la $\sqrt[3]{345}$, se comienza probando con el número 5, para luego probar con un número mayor o menor, según sea el resultado mayor o menor que 345, en este caso $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$, menor de 345, lo que determina probar con el 6 y 7. Así se obtiene que $7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$, entonces:

$$\sqrt[3]{345} = 7$$

La formulación de algoritmos ha permitido resolver infinidad de problemas. Landa (1976) postula que un algoritmo es "la prescripción, generalmente completa y precisa, para realizar (por cada caso particular) una secuencia de operaciones elementales (de un sistema de tales operaciones), con la finalidad de solucionar cualquier problema que pertenezca a cierta clase (o tipo)". Demuestra que en un gran número de situaciones, que los sujetos debe enfrentar, son de carácter algorítmico. Además, el desconocimiento de los algoritmos es causa de errores en la conceptualización y en la aplicación de reglas para la solución de problemas.

Los algoritmos reúnen ciertas características: los pasos de aplicación deben estar estrictamente descritos, cada acción debe ser *precisa*, y debe ser *general*, es decir, que pueda ser aplicable a todos los elementos de una misma clase; el algoritmo deberá llegar a un *resultado específico*. Los algoritmos en si mismos no resuelven problemas, la solución se obtiene por la aplicación de las operaciones determinadas por el algoritmo. La realización de algoritmos es natural e innata en el hombre y en la mayoría de los casos es de

tipo inconciente, en otras palabras, las personas suelen resolver problemas sin tener que recurrir a la aplicación de cierto algoritmo. No obstante al encontrarse con problemas de un grado de dificultad mayor es necesario detenerse a analizar y pensar en la resolución.

La mayor parte de las investigaciones en el área de la matemática, directa o indirectamente, han tenido por objeto describir y crear modelos que reflejan los procesos mentales implícitos en la resolución de problemas. Así los trabajos de Groen y Parkman (1972, citados en Mayer, 1985) exploran cómo los niños de los primeros grados resolvían problemas de suma con números menores de diez.

Examinaron cinco modelos del tipo: $m + n = ?$, y midieron el tiempo que un sujeto requiere para dar respuesta al problema. Se supone que este tiempo debe estar en función del número de los procesos cognitivos requeridos para resolverlo. En su primer estudio presentaron a niños de primer grado problemas de suma del tipo $3+2=?$. Los niños recibieron la instrucción de emitir la respuesta en el menor tiempo posible. Se comprobó que los datos obtenidos se ajustaban al algoritmo simple de la suma y se observaron tres procesos algorítmicos:

- ✓ En la suma de $2+3$, se cuenta 1, 2 y se continúa con 3, 4, 5, es decir se cuenta desde cero un sumando y continúa con el siguiente.
- ✓ Se parte de 2 y se continúa con 3, 4, 5. Se comienza a contar desde el primer sumando.
- ✓ Se parte de 3 y se continúa con 4, 5. Supone comenzar a contar desde el mayor sumando hasta llegar al número de unidades que contiene el menor.

A partir de estos trabajos se han estudiado muchos otros procesos aritméticos, tales como resta, multiplicación, fracciones, y los modelos se han extendido para explicar otros procesos. En este ámbito del análisis cronométrico, Resnick y Glaser (1976) estudian los modelos algorítmicos para las operaciones de sustracción del tipo $m - n = ?$:

- ✓ **Incremento:** Se parte de n y se cuenta hasta llegar a m . Por ejemplo: en $5-3$, a partir del 3 se cuentan 2 unidades.
- ✓ **Diminución:** Se parte de m y se cuentan n unidades hacia atrás. En el ejemplo anterior se parte de 5 y se cuentan 3 unidades hacia atrás.
- ✓ **Elección:** Se elige uno de los dos procesos en función de la rapidez del cálculo. En $8 - 6 = ?$, se elegiría el modelo de *disminución* y, en $8 - 3 = ?$, el de *incremento*.

3.4.3 Estrategias generales

La búsqueda de procedimientos de solución, recurre a métodos heurísticos, en lugar de examinar todas las combinaciones posibles. Algunos de ellos son generales y ampliamente aplicables; otros son específicos y dependen de condiciones particulares; estos métodos han aportado un nuevo campo para la investigación.

El papel de la heurística en la resolución de problemas fue destacado por Pólya (1956). Aquí, el fin es analizar los métodos y las reglas del descubrimiento. Un razonamiento heurístico no es definitivo o riguroso; es un razonamiento provisional orientado a descubrir una solución bajo la perspectiva de tener “una mejor comprensión de las operaciones mentales generales, típicas que intervienen en el descubrimiento de una solución” (Pólya, 1945/1985). El razonamiento heurístico cumple una función importante para construir pruebas rigurosas.

Lindsay y Norman (1972) distinguen en la resolución de problemas, los operadores algorítmicos y los heurísticos. Estos últimos hacen referencia a procedimientos de tanteo en la búsqueda de soluciones cuando no se conocen reglas para la resolución de un problema. Identifican las estrategias generales como heurísticos, entendiéndolos como procesos *generales de acción* que guían y facilitan la resolución del problema, pero no garantizan su solución.

Los métodos heurísticos son estrategias generales de resolución y reglas de decisión utilizadas por los resolutores de problemas, basadas en la experiencia previa con problemas similares. Estas estrategias indican las vías o posibles enfoques a seguir para alcanzar una solución. Así, los procedimientos heurísticos son acciones que permiten un cierto grado de variabilidad y su ejecución no garantiza la consecución de un resultado óptimo como, por ejemplo, reducir el espacio de un problema complejo a la identificación de sus principales elementos. Entonces, se puede afirmar que un heurístico es un procedimiento que ofrece la posibilidad de seleccionar estrategias que nos acercan a una solución.

Los métodos heurísticos pueden variar en el grado de generalidad. Algunos son muy generales y se pueden aplicar a una gran variedad de dominios, otros pueden ser más específicos y se limitan a un área particular del conocimiento. La mayoría de los programas de entrenamiento en solución de problemas enfatizan procesos heurísticos generales como los planteados por Pólya (1968) o Hayes (1981).

En los trabajos de Pólya, se plantea la identificación de las fases que siguen los sujetos en la resolución de problemas. Schoenfeld, (1985) se refiere a los procedimientos que Pólya llama heurísticos como estrategias heurísticas y llega a considerar además una

cantidad de subestrategias dentro de ellas, diferentes entre sí, con la intención de precisar el significado de “pensar matemáticamente”. En esta categorización, Schoenfeld (1985, p.44) considera que los heurísticos son estrategias para progresar en problemas difíciles o que no son familiares.

Para Pólya (1968), la inducción es un heurístico que proporciona regularidad y coherencia a los datos obtenidos a través de la observación y tiene por finalidad principal el descubrimiento. Los procedimientos que utiliza son la analogía, la generalización y la particularización.

- ✓ **Analogía:** se dice que dos situaciones son analógicas si comparten un mismo patrón de relaciones entre sus elementos constituyentes. En la resolución de problemas, se utiliza la analogía porque comporta puntos comunes con la resolución de otro problema, conocida por el sujeto que lo resuelve.
- ✓ **Generalización:** se la considera como una actividad empírica inductiva en la que se acumulan ejemplos y se reconoce y sistematiza una regularidad. Por ejemplo: la suma de la serie de números naturales elevados al cubo $1^3 + 2^3 = 3^2$; $1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$; $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 =$; permite concluir que existe gran probabilidad de que: $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n)^2$
- ✓ **Particularización:** se pasa de una clase total a un objeto contenido. Por ejemplo, comprobar una propiedad que cumplen los números pares en un conjunto finito de dichos números.

Pólya (1968) considera dos tipos de razonamientos asociados a la resolución de problemas matemáticos:

- ✓ razonamiento demostrativo: es seguro, definitivo, está más allá de toda controversia y tiene modelos rígidos, codificados y aclarados por la lógica. Asegura el conocimiento matemático, y
- ✓ razonamiento plausible: es azaroso, discutible, provisional y es la clase de razonamiento que se utiliza en la vida diaria. Permite apoyar las conjeturas que se formulan.

Mientras se asegura el conocimiento matemático mediante el razonamiento demostrativo, se apoyan las conjeturas por medio del razonamiento plausible. Ambos tipos de razonamientos se complementan (Pólya, 1968).

Para Schoenfeld (1985) son insuficiente las estrategias planteadas por Pólya para la resolución de problemas. Establece cuatro aspectos que intervienen y deben ser tenidos en cuenta, en la resolución de problemas:

- ✓ **Recursos cognitivos:** se conforman con los conocimiento previos, o bien, el dominio del conocimiento.
- ✓ **Heurísticas:** son estrategias o reglas para progresar en situaciones que presentan dificultad.
- ✓ **Control:** son estrategias metacognitivas que permiten el uso eficiente de los recursos disponible.
- ✓ **Sistema de creencias:** se conforma con el conjunto de ideas o percepciones que los estudiantes poseen a cerca de la matemática.

Schoenfeld señala que, en la resolución de un problema, el control del proceso es tan importante como la heurística (conocimiento metaestratégico); El control se ejecuta a través de decisiones, es decir, qué hacer en un problema. Estas decisiones ejecutivas tienen consecuencias globales para la evolución del proceso de resolución de un problema determinando, la eficacia de los conocimientos y los recursos puestos en juego. Para abordar este proceso de resolución sugiere cuatro pasos:

1. Análisis y comprensión del problema: implica dibujar un diagrama, examinar un caso especial, intentar simplificarlo.
2. Diseño y planificación de una solución
3. Exploración de soluciones: requiere considerar problemas equivalentes y modificaciones del problema original.
4. Verificación de la solución.

Desde esta perspectiva, considera que las dificultades en la resolución de problemas matemáticos residen en la enseñanza de estrategias generales, descuidando las estrategias concretas de dirección sobre el cuándo y cómo aplicarlas.

Mayer (1981 y 1983) analiza varios estudios de Schoenfeld y Rubinstein, en donde se enseñan heurísticos para resolver problemas matemáticos.

Estas estrategias vienen a configurar una parte importante del campo metacognitivo y facilitan el conocimiento algorítmico, esquemático y lingüístico-semántico.

Sternberg (1982), también coincide en esta consideración, señalando la importancia de los procesos ejecutivos o metacomponentes en las estrategias de resolución de problemas.

Ann Brown (1977, 1978, 1980) define a la metacognición como el control efectuado de una forma deliberada y conciente de la propia actividad cognitiva. Las actividades metacognitivas suponen mecanismos de autorregulación y de control que le sirven al sujeto cuando se muestra activo en la resolución de problemas. Según Brown (1977) la eficacia demostrada en la resolución de problemas presupone el conocimiento de una forma explícita del funcionamiento cognitivo.

La investigación en metacognición en el área de resolución de problemas ha tratado de identificar procesos estratégicos que pueden aplicarse a todo tipo de problemas, más que áreas específicas. Brown (1978) identificó varios procesos estratégicos que los estudiantes deben adquirir para ayudarlos a convertirse en resolutores efectivos de problemas. Estos son:

- ✓ Conocer las limitaciones como aprendiz.
- ✓ Estar conciente de las estrategias que se sabe cómo usar y cuándo cada una de ellas es apropiada.
- ✓ Identificar el problema a resolver.
- ✓ Planificar las estrategias apropiadas.
- ✓ Chequear y supervisar la efectividad del plan diseñado para resolver el problema.
- ✓ Evaluar la efectividad de los pasos anteriores de manera que el resolutor de problemas sepa cuando finalizar de trabajar en el problema.

Investigaciones sobre el tipo de conocimiento involucrado en la resolución de un problema, comprobaron que los resultados apoyan la noción de que la eficiencia en la resolución está relacionada con el conocimiento específico del área en cuestión (Mayer, 1983; Stenberg, 1986, b). En este sentido, estos autores coinciden en señalar que los tipos de conocimiento necesarios para resolver problemas incluyen:

- ✓ Conocimiento declarativo: por ejemplo, saber que en toda proporción el producto de los medios es igual al de los extremos.
- ✓ Conocimiento lingüístico: conocimiento de palabras, frases, oraciones.
- ✓ Conocimiento semántico: dominio del área relevante al problema, por ejemplo, saber que si un número *a* es mayor o igual que otro *b*, esto implica que el número *b* nunca puede superar a número *a*.
- ✓ Conocimiento esquemático: conocimiento de los tipos de problema.
- ✓ Conocimiento procedimental: conocimiento de los algoritmos necesarios para resolver el problema.

- ✓ **Conocimiento estratégico:** conocimiento de los tipos de conocimiento y de los procedimientos heurísticos.

Las investigaciones realizadas por Newell y Simon, 1972; Hayes, 1980; Mayer, 1983; Bassock, 1990; han abordado el estudio de los procedimientos heurísticos generales más utilizados, como:

- ✓ **Trabajar en sentido inverso** (working backwards). Este procedimiento implica comenzar a resolver el problema a partir de la meta o metas y tratar de transformarlas en datos, yendo de la meta al principio. El procedimiento heurístico es utilizado en geometría para probar algunos teoremas; se parte del teorema y se trabaja hacia los postulados. Es útil cuando el estado-meta del problema está claro y el inicial no.
 - ✓ **Subir la cuesta** (hill climbing). Este procedimiento consiste en avanzar desde el estado actual a otro que esté más cerca del objetivo, de modo que la persona que resuelve el problema, al encontrarse en un estado determinado, evalúa el nuevo estado en el que estará después de cada posible movimiento, pudiendo elegir aquel que lo acerque más al objetivo. Este tipo de procedimiento es muy utilizado por los jugadores de ajedrez y en problemas matemáticos en los que los movimientos siguen una secuencia de continuidad. Su eficacia disminuye en problemas que requieren un alejamiento de la meta.
 - ✓ **Análisis medios-fin** (means-ends analysis). Este procedimiento permite al que resuelve el problema trabajar un objetivo a la vez. Consiste en descomponer el problema en submetas, escoger una para trabajar, y solucionarlas una a una hasta completar la tarea eliminando los obstáculos que le impiden llegar al estado final. Según Mayer (1983), el que resuelve el problema debe hacerse las siguientes preguntas: ¿cuál es mi meta?, ¿qué obstáculos tengo en mi camino?, ¿de qué dispongo para superar estos obstáculos? Esta estrategia se utiliza en dos modalidades: “trabajando hacia delante” y “trabajando hacia atrás”. La primera parte de los datos iniciales y pretende llegar al estado final mediante la aplicación de reglas u operaciones permitidos. La segunda consiste en partir de la meta y llegar al estado inicial. Por ejemplo: en los conocidos problemas de laberintos resulta más fácil encontrar el camino correcto comenzando por el final.
 - ✓ **Ensayo y error al azar.** Este procedimiento permite al resolutor aplicar cualquier operador permitido hasta llegar al estado final. Con esta estrategia se aplican mu-
-

chos movimientos inútiles. No resulta un procedimiento eficaz para la resolución de problemas complejos, pero puede ser útil ante problemas muy novedosos o cuando el sujeto se encuentra con mucha tensión interna que bloquea estrategias más adecuadas (Hayes, 1980).

- ✓ **Razonamiento analógico.** Este procedimiento permite comprender un dominio de conocimiento parcial o totalmente desconocido, en función de un dominio conocido o familiar (Espino, 2004). Consiste en la búsqueda de semejanzas (parecidos, relaciones, similitudes) en la memoria de la experiencia, con casos, problemas, juegos etc. que ya se hayan resuelto. El sujeto que resuelve el problema debe formularse las siguientes preguntas: ¿a qué me recuerda? ¿es como aquella otra situación? Esta estrategia suele ir asociada a la particularización y generalización. Interactúa con los anteriores procesos, lo que resulta de mayor utilidad, especialmente ante los problemas mal definidos, porque facilita su reformulación en problemas conocidos. La efectividad del razonamiento analógico depende de los aprendizajes previos acumulados por el sujeto.
- ✓ **Estrategias de simplificación:** Permite pasar de la consideración de un conjunto de objetos dado a otro más pequeño contenido en el conjunto dado. Particularizar la situación haciéndola más concreta y específica, hasta que sea posible hacer algún progreso en la resolución. Esta estrategia se asocia con problemas que resultan de difícil solución, ya sea por su tamaño o por tener demasiados elementos que lo hacen enrevesado y oscuro. Se comienza por la construcción y resolución de un problema similar más sencillo, para luego abordar la resolución del problema propuesto inicialmente. La estrategia resulta especialmente útil para resolver problemas complejos; al simplificar los elementos del problema, la información se retiene mejor en la memoria de trabajo, percibiendo con más claridad los operadores que se han de aplicar para llegar al estado final.

3.4.4 Dominio específico del conocimiento

Puig (1996) indica que lo que es propio de la heurística es el estudio de los modos de comportamiento al resolver problemas y los medios que se utilizan en el proceso de resolverlos que son independientes del contenido y que no suponen garantía de que se obtenga la solución. Recoge la idea de la heurística de Pólya al definir la herramienta heurística como un procedimiento independiente del contenido del problema que lo transforma en

otro. Cualquier herramienta heurística transforma el problema original en otro u otros. Para Newell y Simon (1972) el contenido es un factor a tener en cuenta en la heurística ya que la estrategia depende del dominio específico del conocimiento. Por tanto no se puede pensar que el conocimiento de estrategias generales de pensamiento puede suplir al conocimiento específico del campo concreto.

En cuanto al contenido matemático, las estrategias son formas de ejecución de tareas que ejecutan sobre representaciones de conceptos y relaciones; las estrategias operan dentro de una estructura conceptual y suponen cualquier tipo de procedimiento que pueda ejecutarse, teniendo en cuenta las relaciones y los conceptos implicados (Rico, 1997a). La resolución de problemas, tiene como punto de partida la relación de dependencia del proceso con el contenido en el que se contextualiza el problema. Así, el razonamiento no sólo tiene forma sino también contenido (Pozo 1987). Este enfoque se fundamenta en el estudio de modelos de pensamiento circunscritos a las situaciones específicas de los problemas. La resolución de problemas resulta independiente de su estructura lógica y dependiente de su representación mental y comprensión por parte del sujeto y, en definitiva, de sus ideas previas sobre los conceptos implicados.

Stewart y Atkin (1982) se refieren a los intentos de diversos autores por encontrar estrategias generales de resolución de problemas entre los individuos, las cuales incluirían: el análisis de medios-fines, el planteamiento y la utilización de metas y submetas.

Otra forma de afrontar las estrategias de resolución de problemas es la separación entre expertos o buenos resolutores y novatos o malos resolutores y comparar las estrategias de ambos grupos. Así, Kempa y Nicholls (1983) adoptaron este procedimiento con el objeto de comparar las estructuras cognoscitivas de dos muestras de estudiantes. Larkin (1981) utilizó un programa de computación para simular el comportamiento en la resolución de problemas de novatos y para comprender la transición novato-experto. Esta línea de trabajo aparece comúnmente en las investigaciones sobre concepciones espontáneas donde, mediante la exploración de las estrategias de resolución de problemas de los novatos, intentan poner en evidencia los obstáculos cognitivos -esto es, tales concepciones- para encontrar la solución correcta (Fauconnet 1984).

Esta perspectiva converge con la psicología del procesamiento de la información, al abordar el diseño de sistemas expertos que tratan de solucionar problemas específicos. Compara la resolución de problemas realizadas por expertos y novatos, es decir, entre sujetos que difieren en la cantidad y calidad de sus preconcepciones (Simon y Simon 1978, Camacho y Good 1990). Novak (1977). Los estudios reafirman que la capacidad de

resolución de problemas requiere conceptos bien diferenciados, relevantes para los problemas que se desea resolver. Pozo (1987) señala una serie de características comunes a este tipo de estudios:

- ✓ La diferencia experto-novato se basa en el conocimientos cuantitativo y cualitativo, y no de procesos básicos o capacidades cognitivas; los expertos saben más que los novatos y sobre todo tienen organizados sus conocimientos de una forma distinta.
- ✓ La pericia se circunscribe a áreas específicas de conocimiento; se es experto con respecto a algo. Una persona puede tener distintos grados de pericia para problemas conexos de un mismo campo.
- ✓ La pericia es efecto de la práctica acumulada. Así se dejan de lado los factores innatos y las posibles diferencias individuales.

Las investigaciones de Clement (1983), ponen en evidencia cómo los expertos en un área resuelven problemas en otra que no le era familiar. Comprueba que emplean mucho tiempo para poner a prueba la validez de sus ideas: proponen analogías, descubren sus debilidades y buscan nuevas analogías. Los expertos desarrollan un plan general que incluye varias alternativas y comprueban cada solución a la luz de las opciones empleadas. Mediante las destrezas de verificación y reformulación se aproximan a la solución del problema. En contraste, los novatos por lo general carecen de un plan y fallan a la hora de generar alternativas. En consecuencia, se podría afirmar que los expertos:

- ✓ a través de su experiencia, desarrollan habilidad para resolver problemas.
- ✓ utilizan mejores procedimientos que los novatos para seleccionar la información apropiada para acceder a un determinado dominio: el incremento de la destreza de planificación tiene como correlato un aumento en la habilidad para seleccionar mejor la aproximación a la solución del problema.

Dentro del campo de los procedimientos que favorecen la resolución de problemas, es conveniente destacar las llamadas destrezas metacognitivas, entendidas como las destrezas encaminadas a reflexionar sobre los propios procesos cognitivos. Se ha comprobado que los expertos dedican mayor tiempo a desarrollar estrategias metacognitivas que los novatos y que en general, los estudiantes no muestran mayor interés en comprobar el grado de consistencia de sus producciones.

La metodología y resultados de estos trabajos presentan las siguientes incertidumbres: ¿Cómo se diferencia a los expertos de los novatos? No existe ningún patrón para clasificar

de modo absoluto a los individuos en los dos grupos. Ningún trabajo ha demostrado que expertos y novatos no difieran en sus procesos básicos de razonamiento. Un mismo nivel de pericia presenta notables diferencias individuales que no reciben explicación. Estas diferencias podrían dar lugar a interpretaciones encontradas:

- 1) Los sujetos que difieren en la resolución de un problema son igualmente expertos. Las diferencias halladas responden a la existencia de diversos modelos o sistemas expertos para solucionar un mismo problema. Esto concuerda con las posiciones piagetianas y con la epistemología del conocimiento científico.
- 2) Los sujetos que difieren en la resolución de un problema, no son igualmente expertos. En este caso, el problema radica en averiguar la causa de la diferencia de pericia que podría ser adjudicada al proceso de instrucción o a características individuales.

En cualquier caso, son los métodos heurísticos los más recomendados en el campo de la investigación matemática; se presentan como modelos prescriptivos y con etapas en gran medida comunes a la propuesta de Pólya (1945), definir, planificar, ejecutar y retrotraer, e inciden en las concepciones y procesos que son deducidas a partir de los estudios con expertos.

3.5 La perspectiva piagetiana de la solución de problemas

Las investigaciones de la Escuela de Ginebra sobre la resolución de problemas, suponen un cambio en el centro de interés, al considerar al sujeto psicológico, en lugar del sujeto epistémico; así, se comienza por atender a lo individual en lugar de centrarse en lo universal. Por sujeto psicológico se entiende *lo que es propio de los sujetos individuales como*, por ejemplo, la necesidad de una organización general que debe operarse entre el objetivo a alcanzar, o fin, y los medios disponibles, mientras que el sujeto epistémico hace referencia a “lo que hay de común en las estructuras intelectuales de los sujetos de un mismo nivel de desarrollo” (Inhelder, 1978).

Los retos que implica el análisis de las estrategias de resolución de problemas para la psicología genética establecen la búsqueda de los mecanismos funcionales subyacentes a las estrategias particulares del sujeto individual en sus diferentes niveles de desarrollo. El tener en cuenta el sujeto psicológico en lugar de centrarse en los aspectos estructurales, representa un importante cambio en dirección al reconocimiento del ser humano como sujeto afectado, en la vida cotidiana, por distintas condiciones y factores socioculturales cuando busca resolver las diversas tareas y problemas que se le plantean.

Esta claro que la perspectiva piagetiana sobre la solución cognitiva de un problema involucra tanto la naturaleza del problema particular, como el equipamiento intelectual del sujeto, y que –mientras otras perspectivas se orientan hacia el análisis de los resultados – los autores piagetianos tienen en cuenta los procesos. El método genético ha buscado “reconstruir las formas de evolución del conocimiento en términos de la interacción sujeto-objeto”, el cual “conduce inevitablemente a sistemas coherentes de acciones que mantienen entre sí un conjunto de relaciones analizadas por Piaget en términos de estructuras”. Se trata en definitiva, de establecer cómo se opera el paso de un “saber-hacer” general a un “cómo-hacer” particular (Inhelder, 1978).

El lenguaje ha adquirido cada vez más importancia en el campo de la resolución de problemas. Karmiloff-Smith (1983) hace una analogía entre los procesos de resolución de problemas y la adquisición del lenguaje. Plantea que en el procesamiento que realizan los niños cuando enfrentan la resolución de un problema se pueden distinguir tres fases que tienen en común diversos aspectos con los niveles de desarrollo de las producciones narrativas.

En la primera, la fase procedural, la producción conductual está generada por procesos predominantemente dirigidos por los datos. El niño genera procedimientos orientados por la tarea y tiene en cuenta cuidadosamente los estímulos del medio, con retroalimentación positiva y negativa. Cada unidad conductual es rica y generalmente exitosa en conseguir los objetivos.

En la fase 2, la fase metaprocedural, la producción conductual está generada predominantemente por procesos de control “arriba-abajo” con los que el niño monitorea el flujo de su comportamiento”. En contraste con la fase anterior, la producción conductual se puede ver limitada; hay una organización global de la conducta; esta unidad se da a partir de un procedimiento simplificado, pero rígido. Y si antes los procedimientos eran orientados por los hechos, ahora se orientan por la organización con representaciones procedurales.

La tercera fase está caracterizada por una orientación dinámica entre los procesos dirigidos por los datos y los procesos de control “arriba-abajo”. Ahora se tienen en cuenta los estímulos ambientales, los cuales se coordinan con los mecanismos de control. “No hay predominio de la retroalimentación ambiental ni de los procesos de control” (Karmiloff-Smith, 1983, 21).

Resumiendo, Karmiloff-Smith describe tres fases que se presentan cuando cualquier sujeto hace frente a un problema en cualquier campo: una fase inicial en que el sujeto actúa

dirigido por los datos, luego un periodo de monitoreo, de control rígido y, finalmente, un periodo de interacción entre los dos tipos de procesos dentro de un sentido de unidad y mayor flexibilidad.

3.6 Perspectiva sociocultural sobre problemas

Los planteamientos vygotskianos sirven hoy de base para la conceptualización y la investigación del desarrollo y el aprendizaje humano como procesos asistidos. Un gran número de investigaciones se orientan a describir y explicar los distintos contenidos y procesos del desarrollo en el marco de la actividad conjunta cotidiana de los niños, en diversas condiciones marcadas por coordenadas definidas de lugar y tiempo. Esta actividad colaborativa ha sido analizada por un conjunto amplio de autores.

Dentro de la perspectiva sociocultural, la solución de un problema, implica una situación donde se ponen en acción significados que emergen dentro del interjuego de la dinámica relacional, cuando los individuos actúan con motivaciones concretas, con unos u otros presupuestos, representaciones, expectativas y objetivos, en entornos socioculturales determinados. Por el contexto donde se realiza la actividad, por las características de la tarea, por las metas y motivos¹³ con las cuales se implican los participantes y por los procesos cognitivos que pone de presente la actividad, la situación de solución o realización de una tarea es una situación marcada culturalmente.

“El propósito del pensamiento es actuar eficazmente; las actividades se orientan a una meta (implícita o explícitamente), de acuerdo con una definición social y cultural de las metas y los medios mediante los cuales se abordan los problemas. La estructura de los problemas que los humanos intentan resolver, el conocimiento base que proporciona recursos para lograrlo y las estrategias más o menos eficaces que permiten la solución, se sitúan en una matriz social de propósitos y valores. Los problemas que se plantean, los instrumentos disponibles para resolverlos, y las tácticas elegidas para abordarlos, se construyen a partir de delimitaciones socioculturales y tecnologías disponibles de las que se sirve el individuo en un momento dado”. “Cada generación de individuos en cualquier sociedad hereda, además de sus genes, los productos de la historia cultural, que incluyen tecnologías desarrolladas para apoyar la resolución de problemas” (Rogoff, 1990).

¹³ Dentro de esta orientación la motivación había sido uno de los aspectos menos investigados pero muy recientemente se ha empezado a darle mayor atención y Walter et al. hacen un interesante análisis al respecto (2004).

Todo problema implica un sujeto que se orienta hacia un fin, el cual adquiere su significado como tal en unos contextos y no en otros. Así, los escenarios formales de enseñanza y aprendizaje (la escuela), como los escenarios cotidianos (hogar, la calle, el supermercado, el parque, etc.), plantean problemas que tienen su propia lógica. Según el dominio específico al que corresponde la tarea, según el escenario sociocultural e institucional donde se desarrolla la actividad, los procedimientos que el sujeto pone a prueba para alcanzar la meta varían, los procesos cognitivos cambian: el funcionamiento psicológico no es independiente del contexto social. En estas condiciones se puede decir que los problemas no son elementos neutrales dado que las actividades, las tareas y los objetos llevan en sí mismos encarnados significados culturales que se hacen presentes tanto en las situaciones problemáticas cotidianas como en las situaciones que proponen los investigadores. Se agrega el hecho de que la psicología cognitiva cuestiona la idea de una capacidad cognitiva general; en su lugar se hace referencia al desarrollo del conocimiento en dominios específicos; de esta forma no resulta coherente hablar de la capacidad para resolver problemas, sino de la capacidad de resolver unos problemas.

Toda situación problemática, sea didáctica o de la vida cotidiana, genera la movilización de significados de diverso tipo, que determinan los procesos psicológicos que emergen. Así, se podría llegar a entender que en algunos casos los sujetos en situación de ejecutar una tarea movilizan “estrategias identitarias”, marcando una toma de distancia con aquello que consideran que no les pertenece; la solución que le den a la tarea estará marcada por este significado. (Muller, 2000).

Cada individuo le atribuye a la tarea de resolver un problema significados según sus experiencias previas, según las representaciones que ha construido de la realidad, de las relaciones con los otros, de sí mismo; por lo tanto, en la interpretación que hace de las condiciones del problema, pone en juego unos conocimientos, unas habilidades, unas motivaciones, unos valores que no son universales. La solución de un problema dado no sólo evoca unas significaciones, sino que implica negociación de nuevos significados, pues exige el análisis de los distintos componentes como un sistema integral, con un contenido objetivo, pero también un sentido subjetivo para el agente que actúa, que puede ser reelaborado intersubjetivamente (Wertsch, 1987).

Distintas investigaciones avalan que los diferentes participantes, experimentador-sujeto observado; maestro-alumno; adulto-niño; experto-novicio; etc., en tanto que sujetos participantes de un intercambio social, situados en contextos sociales, culturales, institucionales concretos, deben construir una definición más o menos compartida de la situa-

ción, a partir de un proceso de ajuste y negociación para poder llevar a cabo un fin común; desde allí participan, se implican, y negocian¹⁴.

Rommetveit (2003), cuestiona que la mente humana individual y la colectividad cultural dentro de la cual ésta ha sido socializada son estrictamente entidades disjuntas. se interesa en la coautoría del significado mediado lingüísticamente y defiende una teoría basada en la dialogicidad de la comunicación humana. Desde su punto de vista es claro que los términos mente y mental pueden ser predicados de grupos como también de individuos. Afirma que “Las acciones mentales son, dentro de la teoría sociocultural de la mente, definidas como acciones mediadas, esto es, acciones en las cuales las herramientas culturales se convierten en parte del agenciamiento humano”. Igualmente señala que “Una visión de la mente como algo que se extiende más allá de la piel conlleva un explícito reconocimiento del hecho que las actividades mentales tales como la memoria y el razonamiento son socialmente distribuidas”. Así, dos personas pueden recuperar eventos pasados y llegar a soluciones de problemas más allá de lo que cada uno podría lograr como un individuo y solucionador de problemas.

3.7 El papel de la mediación socialcultural

La zona proximal de desarrollo definida por Vygotski (1979), distingue la solución colaborativa de los problemas y la solución individual; estima que en el proceso de socialización, los adultos son expertos y los niños los aprendices y novatos en la cultura. Ante cualquier tarea, la mediación es concluyente; esta se da no sólo entre las personas con quién interactúa el novato, sino entre los instrumentos semióticos a su alcance y las condiciones que tiene para apropiarse de ellos. A través de la interacción social con un experto, el aprendiz puede alcanzar soluciones y logros. La intervención de un tutor supone una clase de andamiaje que permite al sujeto resolver un problema, llevar a cabo una tarea, alcanzar un fin, los cuales, no podría lograr sin esta asistencia.

La perspectiva sociocultural, indica que el funcionamiento mental está inherentemente situado en espacios históricos culturales e institucionales. Se plantea una interdependencia de las actividades prácticas y los procesos cognitivos, y una dependencia de conjunto del entorno cultural e institucional (Wertsch, 1993). La actividad es el punto de

¹⁴ Ashley & Tomasello (1998) hacen un análisis de la manera como los niños, desde los dos años, dan muestras de estar en capacidad de comprender a las otras personas como agentes mentales con los que pueden compartir perspectivas en la solución de una tarea.

partida para el estudio del funcionamiento mental. El análisis de esta actividad, busca mantener, la relación entre los contenidos vinculados con la actividad conjunta de los actores involucrados y los contenidos relacionados con el desarrollo cognitivo individual. La actividad social involucra a actores de distintas generaciones y edades, con prácticas sociales y culturales concretas; y ocurre bajo diferentes modalidades de interacción y colaboración, de acuerdo con sus propias condiciones socioeconómicas, políticas y culturales. En diferentes escenarios, adultos o pares expertos inician a los novatos en la solución de distintos problemas. En estos escenarios se desarrollan los procesos psicológicos, donde emergen competencias y habilidades.

Investigaciones, en distintos países, intentan explicar las características particulares del andamiaje y la colaboración ofrecida en actividades cotidianas o actividades planeadas. Estos estudios resultan relevantes, en la medida que el andamiaje permite la solución colaborativa de problemas en un escenario facilitador del aprendizaje dentro y fuera de la escuela.

Comprender como el sujeto aprende a solucionar problemas implica comprender el papel que cumplen diversas herramientas físicas y/o simbólicas en la actividades en que se involucra; implica, también, comprender los procesos de comunicación que surge de la interacción con los participante de actividades cotidianas, en la que está involucrado. Estas interacciones se producen en escenarios socioculturales e institucionales concretos, se desarrollan de acuerdo con las particularidades de cada situación, del papel que cumplen los participantes en cuanto a estatus, roles, reglas, deberes y derechos y de las motivaciones y valoraciones específicas.

3.8 Inducción y analogía en la resolución de problemas matemáticos

Por otra parte, el razonamiento inductivo resulta fundamental para el conocimiento científico. Es el razonamiento natural que da lugar al descubrimiento de leyes generales a partir de la observación de casos particulares (Pólya 1985). Es un medio para la adquisición de conocimiento y para realizar descubrimientos matemáticos. La National Council of Teachers of Matemática (2003) indica sobre la importancia de la inducción y del razonamiento inductivo para hacer matemática. En la inducción se trata de pasar de la certeza de una o varias proposiciones particulares a la certeza de la correspondiente proposición general o generalización.

Poincaré (1902) considera a la inducción como la vía para alcanzar el conocimiento científico y en particular al matemático; postula que se deben observar las regularidades

identificadas en situaciones particulares para alcanzar la generalización; Para él, la inducción es el verdadero razonamiento matemático.

Hacer matemática implica descubrir, y la conjetura es el principal camino para el descubrimiento. El razonamiento inductivo permite la construcción del conocimiento matemático, al establecer relaciones entre diferentes elementos a través del descubrimiento. Aunque los logros recaen en la evidencia deductiva, la práctica matemática se basa en la evidencia inductiva (Brown, 1999). Incluso las demostraciones deductivas están basadas en axiomas o primeros principios, cuyo origen se desconocen; la evidencia en sí misma puede ser una posible justificación de los axiomas pero nada más.

El razonamiento inductivo como descubrimiento de conocimiento se relaciona con las investigaciones psicológicas sobre experimentos dirigidos a conocer cómo las personas realizan inferencias a partir del conocimiento de ciertas premisas.

En la década del 70 los psicólogos cognitivos comenzaron a investigar los procesos mentales que ocurren cuando los sujetos resuelven problemas inductivos. Los autores de esta corriente, más próximos a la inteligencia artificial, trataron de construir y testar programas de ordenador capaces de resolver ciertos tipos de problemas de razonamiento inductivo.

Rips (1975), comienza con las investigaciones sobre la inducción basada en categorías; en sus trabajos informaba a los participantes que determinada subcategoría (premisa en la estructura argumentativa) poseía cierta propiedad, luego les preguntaba si creían que esa propiedad, también podía predicarse de otra subcategoría (conclusión en la estructura argumentativa correspondiente a la misma categoría). Encontró que la tendencia a proyectar propiedades vacías dependía de dos factores. El primero de ellos se refiere a la similitud entre la premisa y la conclusión; cuantas más propiedades conocidas compartan dos categorías, más probable será que tengan en común otra desconocida. El segundo factor se refiere a la tipicidad de las premisas (cuánto la subcategoría premisa responde como ejemplo a la categoría supraordenada en juego e.g., la manzana constituye un buen ejemplo de la categoría fruta, pero el tomate no tanto). La tipicidad de una subcategoría depende del grado en que sus propiedades resultan compartidas por las otras subcategorías del mismo nivel taxonómico.

En el caso de un razonamiento con más de una premisa, la inducción deberá combinar la información que todas ellas aportan. Cuanto mayor sean las diferencias entre las subcategorías premisa, mayor grado de probabilidad conferirán a la conclusión (principio de diversidad), sea particular (i.e., otra subcategoría) o general (i.e., la categoría

supraordenada). Por ejemplo, la conclusión: $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n)^2$ debería ser postulada con más seguridad a partir del conocimiento de que la cumplen: $1^3 + 2^3 = 3^2$, $1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$ y $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 10^2$. Por otra parte, el principio de monotonicidad hace referencia a que el agregado de premisas, del mismo nivel taxonómico, otorga más fuerza a un argumento.

Las investigaciones de Osherson, Smith, Wilkie, López y Shafir (1990) proponen un modelo matemático, basado en la similitud de las categorías de un argumento, para explicar datos como los obtenidos por Rips (1975) y poner en evidencia cómo operan los principios de diversidad y monotonicidad. El modelo indica que la fuerza que las personas atribuyen a una conclusión se basa en el efecto aditivo de dos componentes: similitud y cobertura.

Si las subcategorías premisas son del mismo nivel que la conclusión (e.g., al transferir una propiedad desde palomas y gallinas hacia canarios, se configura la similitud entre las dos premisas y la conclusión, tomándose como resultado la similitud que haya resultado mayor. Cuando se transfiere una propiedad hacia una conclusión de un nivel supraordenado (e.g., desde palomas y gallinas hacia aves), se calcula la similitud entre las subcategorías premisa y cada una de las subcategorías de la categoría conclusión (e.g., entre el par palomas-gallinas y las subcategorías canario, tero, ñandú, etc.), conservándose de cada comparación los máximos. La similitud entre las premisas y la conclusión surge de promediar esos máximos. El componente de cobertura hace referencia al nivel en el que las premisas abarcan a la categoría supraordenada inmediata que incluye a todas las subcategorías de un argumento, y se computa de manera similar al modo en que se calcula la similitud entre dos o más premisas y una categoría supraordenada.

Para Sternberg (1986), si una persona recupera automáticamente una solución a un problema, desde el punto de vista psicológico, no se produce un proceso de razonamiento. Así, la resolución de problemas se debe analizar desde el proceso y no exclusivamente desde la solución que se presenta. La teoría del pensamiento postula que el razonamiento se puede obtener de diferentes procesos de pensamiento, de acuerdo con las proposiciones desde las que se parta, la inferencia que se realice y el objetivo de la misma (Duval, 1999). Cuando se alude a los procesos de pensamiento se hace referencia a procesos de inferencia en tareas de razonamiento deductivo e inductivo y al marco general en el que se insertan estas inferencias como son la toma de decisiones y la resolución de problemas (González, 1998).

Por otra parte, en la actualidad se reconoce que el razonamiento matemático no se puede reducir a la deducción puramente formal. Descartes y Kant están de acuerdo en colocar, junto al razonamiento formal o silogístico, un tipo nuevo de razonamiento llamado razonamiento intuitivo o constructivo (Piaget y Beth, 1980, p. 25). Una nueva lógica surge al aplicar los métodos matemáticos a la lógica antigua. Así, se abre un nuevo período cuando las matemáticas se convierten en objeto de la Lógica, donde lo deductivo vuelve a primar sobre lo inductivo. Esta lógica se inicia con Boole, al considerarla como un cálculo algebraico y al desarrollar la lógica de clases y la lógica proposicional. Boole (1815-1864) utiliza lenguajes formales que permiten enunciar prácticamente todas las tesis principales de las matemáticas modernas.

El razonamiento deductivo se ha relacionado con la resolución de problemas. Uno de estos problemas es el de las tarjetas de Wason (1969). La tarea consiste en mostrarle a un sujeto una pila de tarjetas que presentan, por un lado, letras (vocales o consonantes) y por el otro, números (pares o impares). Se separan cuatro tarjetas y se las coloca sobre la mesa, de manera que se vea una sola de las caras de las tarjetas. Las cuatro tarjetas tienen en su lado visible una vocal, una consonante, un número par y un número impar. El sujeto debe indicar la tarjeta (o tarjetas) que es necesario dar vuelta (para ver su lado oculto) para saber la verdad o falsedad de la regla: Si una carta tiene una vocal en un lado, entonces tiene un número par en el otro. Los resultados mostraron que el 10 % de las personas que intentaron solucionar el problema, se dieron cuenta de cuáles son las tarjetas que hay que dar vuelta para resolverlo (Wason, 1969). La justificación de estos resultados radica en que la mayoría de las personas no se percatan de la utilidad de la falsación frente a la verificación. La tarea de las tarjetas requiere plantear qué ocurre con las caras ocultas de las mismas.

Pese a que la tarea de las tarjetas fue enfocada al estudio del razonamiento deductivo (Evans, 1982), otros autores como Gilhooly (1982) incluye la experiencia con este problema dentro de la inducción. Parece posible que la tarea de Wason implique procesos tanto deductivos como inductivos. Entonces, aún cuando pudieran establecerse fronteras filosóficas precisas entre lo inductivo y lo deductivo, desde el punto de vista funcional podría suceder que las manifestaciones identificadas como inductiva o deductiva respondieran a procesos subyacentes análogos que lleven a la confusión (Santamaria, 1995; Duval 1999). También, la investigación en el campo de la Educación Matemática, Ibáñez (2001) confirma la imposibilidad práctica de separar los esquemas de trabajo inductivos y deductivos, pues los esquemas inductivos y deductivos existen simultáneamente. En la

resolución de problemas es donde más se pueden dar tanto procesos inductivos como deductivos,

Además de los razonamientos inductivo y deductivo, con frecuencia se encuentra el razonamiento analógico que tiene algunas características comunes con el razonamiento inductivo. La resolución de problemas requiere de conceptos, esquemas y representaciones mentales que permiten anticipar características y aplicar procesos que operan para alcanzar el estado final. El pensamiento analógico y el inductivo hacen posible la comparación de datos similares que permiten ir de “particulares conocidos a particulares desconocidos” (Minervino, Trench y Adover, 2010).

La analogía ayuda a comprender situaciones complejas a partir de otras ya conocidas, por ejemplo:

$$\text{Si } \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha,$$

por analogía se deduce que $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha,$

pues se relaciona $\sin 2\alpha = \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha,$

Aquí, la característica de los elementos que se comparan determina una similitud de relaciones. En otros casos, se pueden comparar atributos porque se parecen (similitud de atributos) o dos relaciones vinculadas por una que las abarque (similitud entre sistemas de relaciones)¹⁵. Para resolver problemas que requieran de la creatividad, no resultan eficaces las soluciones que recurren a los caminos lógicos y deductivos, es necesario recurrir a los enfoques analógicos y metafóricos.

La analogía está asociada a los siguientes pasos:

- ✓ Recuperación del análogo base conocido, almacenado en la memoria a largo plazo, a partir del análogo meta.
- ✓ Determinación de correspondencia entre los elementos análogos.
- ✓ Formulación de inferencias, a partir de las relaciones enunciadas.
- ✓ Evaluación del proceso, para determinar la validez para el análogo meta.
- ✓ Incremento de un esquema que recoge lo que comparten los análogos.

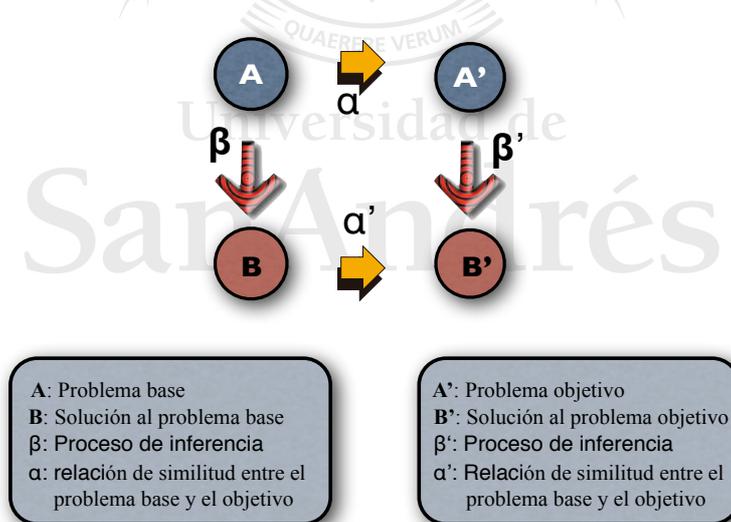
La analogía tiene una naturaleza heurística y expresa la manifestación más genuina del razonamiento matemático. El establecimiento de analogías, junto a la generalización, juega un papel esencial en la resolución de problemas matemáticos. Se pueden encontrar analo-

¹⁵ Esta clasificación corresponde a Holyak y Thagard, 1995

gías entre teoremas, entre demostraciones, y se pueden distinguir analogías entre teorías. Por ejemplo, obtener la diagonal de un paralelepípedo rectangular -sólido cuyas caras son paralelogramos en vez de rectángulos-, es fácil si se sabe cómo obtener la diagonal de un rectángulo. La analogía también puede buscarse en el método de resolución. La analogía no siempre es la solución, como bien dice Pólya, "*no funciona como la magia*" (Polya 1945, p.10), sin embargo en la mayoría de los problemas que se resuelven se utiliza la analogía. Así, ante un problema de Álgebra lo primero que se considera es plantear una ecuación; en un problema de Probabilidad o de Combinatoria se realiza un diagrama en árbol o una tabla de contingencia; y ante un problema de Geometría se dibuja la figura para intentar encontrar las relaciones lógicas que se establecen entre sus elementos.

El pensamiento analógico ha sido abordado de formas diversas. Kedar-Cabelli (1988) propuso un modelo unificado de analogía que intenta dar una visión unificada de los procesos basados en analogías. El tipo de problema que pretende resolver tiene la siguiente forma:

Dada una situación objetivo como entrada, se pretende alcanzar una representación incrementada de la misma, como resultado, en la que consten las inferencias analógicas obtenidas de una situación base.



Cuadro 3.4 : Esquema general del razonamiento por analogía

El objetivo es alcanzar B' sin tener que calcular β', utilizando los resultados conocidos (β) y las analogías (α y α').

Aquí el Problema base representa el problema resuelto con anterioridad; el Dominio base: es el dominio de conocimiento en el que se define el problema base; el Conocimiento base: toda información disponible respecto al problema base y su dominio; el Problema

objetivo: representa el problema que se pretende resolver utilizando información referente a uno o varios problemas base; el Dominio objetivo: es el que se define en el problema objetivo ; y el Conocimiento objetivo: es el conocimiento necesario para resolver el problema objetivo y que se obtiene por transformación de parte del conocimiento base. Este modelo unificado se basa en 5 fases:

- ✓ **Recuperación:** consiste en recuperar de la base de casos resueltos un caso potencialmente análogo al problema objetivo.
- ✓ **Elaboración:** dado el problema base y el conocimiento disponible, derivar atributos, relaciones o cadenas causales adicionales que puedan ser utilizados sobre el problema objetivo.
- ✓ **Mapeo:** a partir de la descripción aumentada del caso base, mapear los atributos y relaciones seleccionadas sobre el problema objetivo.
- ✓ **Justificación:** justificar la validez del mapeo realizado sobre el problema objetivo.
- ✓ **Aprendizaje:** consiste en guardar la representación aumentada del problema objetivo resuelto con el fin de poder acceder a él, como problema base en futuros razonamientos analógicos.

La transferencia de aprendizajes es frecuentemente definida como la habilidad para aplicar lo que ha sido aprendido en un determinado contexto a un nuevo contexto. Tradicionalmente esta transferencia se ha medido verificando si los estudiantes podían aplicar lo que había sido aprendido en un problema a nuevos problemas isomórficos. Los estudiantes resuelven problemas usando con asiduidad analogías entre problemas como guías de resolución. Sin embargo, cuando el problema fuente (con el que se aprende) y el problema diana (con el que se mide la transferencia) pertenecen a diferentes disciplinas y son superficialmente desemejantes, se hace más difícil la transferencia.

Los resultados de Catrambone y Holyoak (1989) muestran que puede conseguirse transferencia entre problemas desemejantes mediante entrenamiento con ejemplos y manipulaciones que promuevan la abstracción del esquema de problema (esto es, en definitiva, promover el conocimiento esquemático de problemas). En el proceso de abstracción de esquemas de resolución de problemas, la eficacia de comparar ejemplos de estructura idéntica o muy similar, ha sido probada como un buen método para facilitar la transferencia analógica (Loewenstein y Thompson, 1999). Recientemente se ha mostrado que comparar entre sí problemas propuestos se muestra muy eficiente en el proceso de abstracción y recuperación de esquemas de resolución (Kurtz y Loewenstein, 2007)

Gentner y Rattman (1991) indican que la resolución de tareas analógicas requiere como condición disponer del conocimiento relacional necesario y que existe un progreso infantil desde la aplicación de similitudes de atributos de objetos hacia las analogías entre relaciones que se completa con analogías entre sistemas de relaciones.

Halford, Wilson y Philips, (1999) postularon que el desarrollo del pensamiento analógico depende de las restricciones de procesamiento que impone la memoria de trabajo en las diferentes edades. Al comparar dos situaciones relativamente complejas, el adulto tiende a buscar un sistema de relaciones compartido antes que un conjunto común de hechos aislados (principio de sistematicidad)¹⁶. Este principio parece necesario para comprender analogías complejas que se presentan al comparar un problema base, de cuya solución es conocida, con un problema meta que se pretende resolver.

3.9. Representación mentales y resolución de problemas.

La teoría de modelos mentales propuesta por Johnson-Laird (1983) dio origen a numerosos estudios sobre la vinculación de los modelos mentales con el razonamiento y la resolución de problemas. Supone que la mente construye modelos internos del mundo externo y que usa estos modelos mentales para razonar y tomar decisiones. Pero ¿qué es un modelo mental? con relación a la solución de un problema, se podría decir que el modelo mental es una representación a pequeña escala de la realidad denotada en el texto del problema. La información con la cual se construye el modelo contiene además de la explicitada en el texto, la que proviene de la interacción entre el texto y el conocimiento previo del sujeto.

Los trabajos experimentales en Psicología Cognitiva sugieren que los sujetos resuelven problemas a través del uso de representaciones internas que pueden ser mentalmente inspeccionadas y procesadas, es decir, a través de simulaciones de eventos en forma de modelos mentales (Johnson-Laird, 2000). Así, el modelo mental sería una representación psicológica de una situación hipotética que incluiría el resultado del procesamiento de aquello que es: percibido, imaginado, previamente almacenado como conocimiento, y la situación que aparece explícita en el texto o en el discurso.

Cada modelo mental representa una posibilidad en el razonamiento y comprensión de fenómenos, situaciones o procesos, y reproduce aquéllos captando sus elementos y atri-

¹⁶ Minervino, Trench y Adover, 2010. *Desarrollo de la capacidad para transferir conocimiento a través del pensamiento analógico e inductivo.*

butos más característicos. Pueden representar relaciones entre entidades tridimensionales o abstractas; pueden ser estáticos o dinámicos; y pueden servir de base a imágenes, aunque muchos de sus componentes no sean visualizables. A diferencia de las representaciones proposicionales, los modelos mentales no tienen estructura sintáctica: son representaciones que reproducen de modo análogo la estructura de aquello que se intenta representar. No obstante, en ellos se pueden utilizar representaciones en forma de proposiciones o imágenes mentales

Los modelos no son representaciones duraderas, en la memoria a largo plazo, como los esquemas de conocimiento; son constructos que se concretan con los datos que en un momento preciso percibe el individuo, esto es, se procesan en la memoria a corto plazo o memoria de trabajo. De hecho, los problemas en los que generan dos o tres modelos mentales resultan más difíciles que aquellos en los que sólo se requiere uno (Johnson-Laird y Bara, 1984).

Si se focaliza la problemática en la resolución de problemas, se hace necesario indicar que otros psicólogos cognitivos también han recurrido a los modelos mentales como estructuras cognitivas que elaboran los estudiantes en los procesos de resolución. Así, Anderson (1995) considera los modelos mentales como la síntesis del conocimiento declarativo en un constructo que va siendo optimizado para resolver los problemas. Aquí se interpreta el conocimiento declarativo como *el saber qué*, es decir, es el contenido específico o conocimiento factual dentro de una disciplina o dominio que incluye hechos, conceptos y principios. Este autor estima que, para resolver problemas hay que hacer funcionar y reestructurar modelos mentales preexistentes, lo que requiere del desarrollo de una sólida base de conocimiento declarativo. Entonces el desarrollo de modelos mentales resulta clave para tener éxito en la resolución de problemas.

Para explicar la resolución de problemas, Mayer (1986) propone un modelo cognitivo que puede resumirse en *dos pasos*: traducción e integración del problema, y planificación y ejecución de la solución.

- El *primer paso*, se requiere que el resolutor transforme la información del enunciado, de acuerdo con el conocimiento disponible, en un modelo mental.
- En el *segundo paso*, se perfila una estrategia de resolución del problema que depende de la transformación eficaz del problema en un correcto modelo mental.

La planificación de la resolución requiere ensamblar la información proporcionada por el problema, incluyendo lo que pide en el problema, con la que se encuentra almacenada en la memoria de trabajo en los esquemas de conocimiento. Este ensamblaje es lo que hace

posible obtener una estrategia de resolución. Meyer (1986) recomienda enseñar a los estudiantes a identificar estrategias de resolución comunes a través de diferentes problemas y contextos.

Entonces, los modelos mentales no deben ser identificados con una imagen mental icónica ya que la información procesada incluye no sólo la explícita en el texto o discurso sino aquella que proviene del propio sujeto, por tanto una representación perceptiva no reflejaría al objeto particular sino que también sería el producto de información interna como aquella que deriva de las experiencias comparativas iniciales. En este sentido parte de la información que aporta el propio sujeto para la construcción del modelo mental podría ser de carácter experiencial (por ejemplo, la experiencia previa con las magnitudes durante sus inicios con la aritmética).

Por otra parte, según la teoría de Van Dijk y Kinstch (1983), cuando un estudiante lee o estudia un texto también crea representaciones mentales del mismo en su mente. Postula que, tras la lectura de un texto y para su comprensión, se construyen dos representaciones mentales diferentes: Base del Texto (BT) y Modelo de la Simulación (MS).

La BT se elabora a partir de las proposiciones del texto y expresa su contenido semántico a nivel global y local, y se elabora a partir de proposiciones. Esta representación refleja las relaciones de coherencia interna entre las proposiciones y su organización.

El MS se construye mediante la integración del contenido textual en los esquemas de conocimiento previo que el lector ha desarrollado en sus experiencias anteriores con el Mundo. Ambas representaciones no son independientes. Los datos apuntan que “la base del texto es un paso necesario hacia el modelo de la situación (van Dijk y Kinstch, 1983; Vidal-Abarca y Sanjosé 1998). La construcción de una adecuada BT es condición necesaria aunque no suficiente para la elaboración de un MS apropiado. Así, el MS resulta una representación mental comparable a la que Jhonson-Laird (1983) denomina modelo mental. La BT influye en el recuerdo de los lectores y puede ser evaluada mediante tareas de recuerdo libre. Sin embargo, el MS afecta a la capacidad de generalizar y transferir la información a nuevos contextos de aplicación. Por ello, el MS se evalúa con más eficacia por medio de tareas de alto nivel cognitivo como, por ejemplo, la resolución de problemas.

Entonces, el modelo mental es producto de la comprensión, y por tanto, la representación perceptiva es una activación de dicho modelo mental o parte de su significado. En este sentido, el modelo mental refleja aquello que el sujeto ha comprendido en un cierto momento, y puede ser actualizado con nuevos elementos a medida que nueva información es procesada. En estos términos, la comprensión es el proceso que convierten un texto en una

realidad interna o en un constructo adecuado para ser manejado y almacenado convenientemente. El proceso de comprensión desemboca en una representación mental que incluye: información del texto, información que estaría relacionada con el texto, y aquellas inferencias que se generan durante el proceso.

El término comprender está asociado a la capacidad de leer dentro y por tanto comprender estaría asociado a esa lectura del interior de las cosas. En este sentido, comprender es poner en contacto la realidad externa con la realidad interna formada a partir de la primera. Decir que se ha comprendido algo, es afirmar que se ha logrado adecuar u organizar aquello de lo que se es consciente en ese momento. En la resolución de un problema matemático, el proceso de comprensión está íntimamente ligado a una correcta ejecución de la tarea. Los sujetos que mejor y más efectividad tienen a la hora de resolver problemas, son aquellos que emplean considerablemente más tiempo comprendiendo el problema antes de ejecutar la operación correspondiente (Csikszentmihalyi & Getzels, 1971; Gick & Holyoak, 1983). Decir que se ha comprendido el problema a resolver, es manifestar que ha procesado la información para extraer significado (McNamara & Magliano, 2009), siendo dicho significado la representación interna del mismo.

En síntesis y a los fines de la solución de problemas matemáticos, se podría decir que la representación perceptiva concreta es la que compone ese modelo mental (isomórfico y cualitativo), por un lado reflejando cierta analogía ligada a la disposición espacial de los elementos que forman parte de ella; por otro lado, traduciendo la información numérica del texto en información cualitativa en forma de magnitudes que pueden ser comparadas, ya que estarían dispuestas espacialmente en una relación comparativa.

Por ejemplo, en la resolución del problema:

Un caracol sube verticalmente por una tapia de 10 metros de altura. Durante el día sube 2 metros, y durante la noche resbala, retrocediendo un metro.

¿Cuántos días tardará en subir la tapia?,

no sería descartable un significado más corpóreo o asociado a una representación perceptiva de la magnitud. En otras palabras, esa representación perceptiva no sería una imagen mental de la situación denotada en el texto explícito, sino una activación perceptiva que mantendría un carácter cualitativo, donde los símbolos numéricos se han sustituido por sus referentes asociados a la magnitud y mantienen un carácter espacial organizativo, esto es, el valor de uno depende de la relación dimensional con el otro. Es esa relación y la activación de una representación de la magnitud numérica al procesar las cantidades, lo que podría dar

cuerpo a la naturaleza perceptiva de la representación mental, en línea con los trabajos de Vosgerau (2006), quien propone una naturaleza perceptiva de los modelos mentales.

3.10 La metacognición en la resolución de problemas

El conocimiento sobre su cognición, permite al sujeto identificar y trabajar estratégicamente sobre el estado inicial, el proceso y el estado final de un problema. El tener un conocimiento acerca de la resolución de problemas en general y los propios procesos mentales en particular, permite resolver mejor los problemas (Davidson y Sternberg, 1998).

Las investigaciones actuales en metacognición tienen sus orígenes en la psicología cognitiva de los años 60, principalmente con los estudios de Hart (1965, 1967) y en la psicología postpiagetiana de los años 70, con el trabajo de Flavell (1979). Este último autor señala el conocimiento metacognitivo se da sobre tres ámbitos:

1. las propias capacidades cognitivas (conocer las fortalezas individuales)
2. las tareas (si resulta de interés, familiar, etc.),
3. las estrategias metacognitivas (conocer las estrategias de mayor efectividad, en cada caso).

Estudios posteriores generaron un modelo¹⁷ de metacognición conformado por dos niveles: el *nivel-objeto* y el *meta-nivel*, donde resultan fundamentales los aspectos de monitorización y control (Nelson y Narens, 1990; 1994 y Nelson 1996). El *nivel-objeto* está formado por las cogniciones de los objetos externos, en cambio, en el *meta-nivel* están las cogniciones respecto a las cogniciones del primer nivel. De esta forma, un nivel inferior puede ser capturado por otro nivel superior y, a su vez, los dos niveles pueden ocurrir simultáneamente. Este sistema se completa con la *monitorización* y el *control*, donde el primer término lo conformaría el flujo de información originado por el objeto que se transmite al meta nivel y el *control* resultaría de la información proveniente del *meta-nivel* que va al *nivel-objeto*. Así, se puede decir que mientras el monitoreo informa y el control actúa.

Según Davidson y Sternberg (1998), la meta cognición actúa como facilitadora en la resolución de problemas, porque permiten:

¹⁷ Narens, Graf y Nelson (1996), a los niveles objeto-meta le agregaron sucesivos niveles-objetos y meta-nivel, configurando modelos más complejos.

-
- Codificar estratégicamente la naturaleza del problema y lograr una representación mental de sus elementos.
 - Seleccionar las estrategias adecuadas para alcanzar el objetivo.
 - Identificar los obstáculos que impiden y dificultan el proceso.

Aquí surge la necesidad de aclarar que una persona puede ser consciente de no entender un problema y no aplicar ninguna estrategia para superar el obstáculo. El hecho de conocer la propia cognición no implica que se utilicen, automáticamente, procesos cognitivos (Whitebread,1999).

En la resolución de problemas se ha comprobado que la verbalización favorece mecanismos metacognitivos, pues permite tener una mayor consciencia de las estrategias de resolución, las dificultades que presenta y el monitoreo del proceso. Así, muchos trabajos de investigación han utilizado la técnica de *pensar en voz alta*, porque la verbalización facilita la resolución correcta, además de analizar todos y cada uno de los procesos necesarios.

El valor de ésta técnica reside principalmente en ser conciente de los procesos metacognitivos empleados en la resolución de un problema (Dominowski,1998), es decir, el tipo de pensamiento implicado en la resolución, es lo que provoca una modificación en la resolución. El efecto que produce la verbalización depende, también, del tipo de verbalización.

Ericson y Simon (1980, 1984) distinguen la verbalización *retrospectiva*, realizada al finalizar la tarea y la *concurrente*, que se realiza durante la resolución del problema. La primera implica la búsqueda en la memoria a largo plazo, lo que hace posible la invención involuntaria de la respuesta, aquí la verbalización no influye en la resolución, ya que siempre es posterior a ella, en cambio, la verbalización concurrente, se caracteriza por ser metacognitiva que facilita la evolución del procedimiento usado para la resolución del problema; este tipo de verbalización requiere de práctica, pues el resolutor debe exteriorizar su pensamiento interno. Así, parece que esta técnica no resulta de todo adecuada para estudiar la resolución de problemas en muestras numerosas, por implicar una recogida de datos lenta y dificultosa.

En síntesis, la importancia de las experiencias metacognitivas radica en que:

- Son los sentimientos y sensaciones que experimenta el sujeto en el proceso de resolución de un problema.
 - Están íntimamente relacionadas con la resolución de problemas, pues pueden afectar
-

tanto a los objetivos, como al conocimiento metacognitivo y a las estrategias utilizadas en la resolución (Flavell, 1979)

En el ámbito de la resolución de problemas las experiencias metacognitivas más trabajadas son las experiencias metacognitivas de ejecución, centradas en el estudio del proceso subyacente en la obtención de la respuesta exitosa de los problemas, y las experiencias metacognitivas de la dificultad (Metcalfé y Wiebe, 1987, Stankov, 2000, Efklides, 2002).

La experiencia metacognitiva de conocimiento, no tiene un papel relevante en el ámbito de la resolución de problemas, ya que no interesa si el resolutor sabe o no la respuesta de antemano, sino el proceso de resolución en sí mismo.

Las experiencias metacognitivas de conocimiento, dificultad, ejecución, etc. aportan información complementaria al proceso metacognitivo de la resolución de problemas, pues, al conocer las sensaciones del resolutor durante todo el proceso de la resolución de problemas posibilita configurar un marco global de resolución.

Por otra parte, respecto a la relación entre la meta cognición, la inteligencia y la resolución de problemas, los estudios muestran que un nivel alto en la capacidad metacognitiva puede compensar una baja capacidad intelectual, ya que aporta información de cómo resolver un problema (Swanson, 1990).

La diferencia entre los resolutores de alto rendimiento y los de bajo resultados, radica en que los primeros saben cuándo modificar su representación, mientras los otros persisten en aplicar un método que resulta inadecuado para resolver el problema.

En ese sentido, Davidson y Sternberg (1984) señalan que los estudiantes con capacidad intelectual media han recibido información sobre qué datos codificar, qué información comparar y cómo hacerlo, resuelven los problemas de forma similar a los estudiantes de alta capacidad intelectual; estos últimos sí utilizan en forma espontánea la selección y comparación de la información. Se observa una diferencia significativa cuando los sujetos con capacidad intelectual media no reciben ayuda para la resolución.

3.11 Modelos de resolución de Problemas matemáticos

La solución de problemas matemáticos constituye un proceso de pensamiento general, resultado de un conjunto de procesos cognitivos básicos, que se interrelacionan entre sí para conformar procesos psicológicos complejos. Como se ha visto, los aportes de la psicología cognitiva, de estas últimas décadas, ha consistido en aislar e identificar estos procesos básicos que subyacen en las tareas cognitivas complejas, y expresarlos en forma de

modelos psicológicos.

Estos modelos intentan lograr una aproximación descriptiva de los pasos o fases por las que atraviesa el sujeto cuando aborda la tarea de resolución de un problema. En este contexto, se han elaborado diferentes procedimientos para inferir los procesos cognitivos que aplica el sujeto, al abordar una actividad.

En el campo de la solución de problemas matemáticos, las investigaciones han recorrido formas muy dispares para inferir los procesos cognitivos que subyacen a los procedimientos de solución de problemas. Así, se han comparado procesos de solución de problemas de alumnos expertos e inexpertos, se han grabado a alumnos mientras resuelven problemas y luego se ha pedido que expliciten los procedimientos seguidos en cada caso, se han elaborado instrumentos de evaluación de habilidades cognitivas y metacognitivas a modo de entrevista como el Mathematical Problem Solving Assessment (MPSA), etc. Los resultados obtenidos han dado lugar a diferentes modelos de procesos cognitivos que subyacen a la solución de problemas matemáticos.

Estos modelos tuvieron su origen en los aportes de Pólya en la década de los 40, quien expuso una descripción de los procesos que realizan los alumnos al resolver problemas basado en 4 fases: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan, y visión retrospectiva (Pólya, 1985).

En la década de los 70, Mayer retomó esta descripción y reformuló las 4 fases en la solución de problemas: comprensión del problema, integración de la información, planificación y supervisión, y ejecución del plan (Mayer, 2002). En los últimos años, otros autores han diseñado procedimientos para el entrenamiento en habilidades de solución de problemas.

3.11.1 Modelo de Pólya

Pólya (1985) realizó las primeras descripciones de los procesos puestos en juego en la solución de problemas matemáticos con el objetivo de obtener una guía para los profesores que enseñan a resolver problemas. A pesar que su libro: "How to Solve It, (Cómo plantear y resolver problemas), fue escrito en 1957, su pensamiento y su propuesta siguen vigentes.

El modelo propone 4 fases y preguntas que orientan y protocolizan el itinerario de la búsqueda y exploración de las alternativas de respuesta, con una situación inicial, una final desconocida y una serie de condiciones y restricciones que definen la situación.

Cuadro 3.5 - Fases del modelo de Pólya para plantear y resolver problemas

Fase 1 - Comprender el problema

- ¿Cuál es la pregunta? ¿Cuáles son sus datos? ¿Cuáles son las condiciones? ¿Es posible satisfacer las condiciones? ¿Son suficientes las condiciones para determinar lo desconocido? ¿Hay redundancias? ¿Hay contradicciones? Haga una figura. Introduzca notación adecuada. Separe las partes que puedan tener las condiciones o los datos. ¿Puede escribirlas?

Fase 2 - Crear un plan

Encontrar las conexiones entre los datos y la incógnita o lo desconocido. Se puede considerar problemas auxiliares. Se debe encontrar un plan para determinar la solución.

- ¿Lo ha visto antes? O, ¿ha visto el mismo problema bajo una forma diferente? ¿Conoce un problema relacionado? ¿Conocer un teorema o una regla que podría ser útil?
- Observe la pregunta, la incógnita. ¿Puede pensar en un problema que le sea familiar y que tenga la misma pregunta o la misma incógnita?
- Si encuentra un problema similar que haya resuelto antes, ¿puede usarlo ahora? ¿Puede usar los resultados? ¿Puede usar el procedimiento? ¿Debe introducir algún elemento auxiliar, que ya conoce, para usarlo?
- ¿Puede enunciar el problema de otro modo? ¿Puede enunciarlo aún en otra forma? Regrese a las definiciones, a los conceptos que tiene que utilizar.
- Si no puede resolver el problema trate primero de resolver otro relacionado con él. ¿Puede imaginarse un problema parecido más accesible, más fácil? ¿Uno más general? ¿Uno más específico? ¿Uno parecido? ¿Puede resolver una parte del problema?
- Mantenga sólo una parte de las condiciones; abandone el resto, ¿hasta qué punto queda determinada la incógnita? ¿Cómo varía la incógnita? ¿Puede deducir algo útil de los datos? ¿Puede pensar en otros datos para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita, o los datos, ambos, o de modo que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cerca?
- ¿Usó todos los datos? ¿Usó todas las condiciones? ¿Ha tomado en cuenta todos los conceptos esenciales incluidos en el problema?

Fase 3 - Ejecutar el plan

- Al desarrollar su plan verifique cada uno de los pasos. ¿Puede estar seguro de que cada uno está correcto? ¿Puede demostrar (o argumentar) que está correcto?

Fase 4 - Mirar hacia atrás

- ¿Puede comprobar la respuesta? ¿Puede comprobar los argumentos?
- ¿Puede obtener el resultado por un camino diferente? ¿Puede *ver* la respuesta de una sola mirada?
- ¿Puede usar el resultado o el procedimiento para resolver otro problema?

El cuadro muestra que además de las 4 fases principales, el modelo recoge otros procesos elementales. Así por ejemplo, las preguntas referidas a buscar otros problemas similares al propuesto dan origen de lo que después Mayer llama integración.

3.11.2 Teoría de Mayer

Mayer (1986), desde el modelo del procesamiento de la información, sistematiza buena parte de las aportaciones que se han expuesto y propone un modelo de resolución de problemas matemáticos, también de 4 fases: ***traducción del problema, integración del problema, planificación de la solución y supervisión, y ejecución de la solución.***

Este modelo se ha generado a partir de observaciones de los procedimientos seguidos por los alumnos al resolver problemas, y de la comparación de esos procedimientos en alumnos con alto y bajo rendimiento en solución de problemas. El modelo se plantea en términos operativos; ofrece descripciones de carácter procedimental en las que cada proceso se trata de presentar como una descripción de los procedimientos o de los procesos operativos que realiza un alumno mientras resuelve un problema. Está basado en los procesos de ***comprensión y solución***, en los que intervienen cinco campos específicos de conocimiento: ***lingüístico, semántico, esquemático, estratégico y operatorio.***

Cuadro 3.6 - Fases del Modelo de Mayer de la resolución de problemas matemáticos

Componente	Tipo de conocimiento	Procesos realizados
Traducción del problema	Lingüístico	Comprensión lingüística del enunciado
	Semántico	Comprender los hechos que se comunican y que llevan a la representación interna del problema.
Integración del problema	Esquemático	Integración del problema a una estructura cognitiva y saber lo que debe hacer para resolverlo.
Planificación y supervisión del plan	Estratégico	Generación de estrategias de solución que planifique, organice, aplique y evalúe las operaciones necesarias. Monitoreo de las estrategias aplicadas
Ejecución de la solución	Procedimental	Aplicación de operaciones y reglas necesarias para resolver el problema.

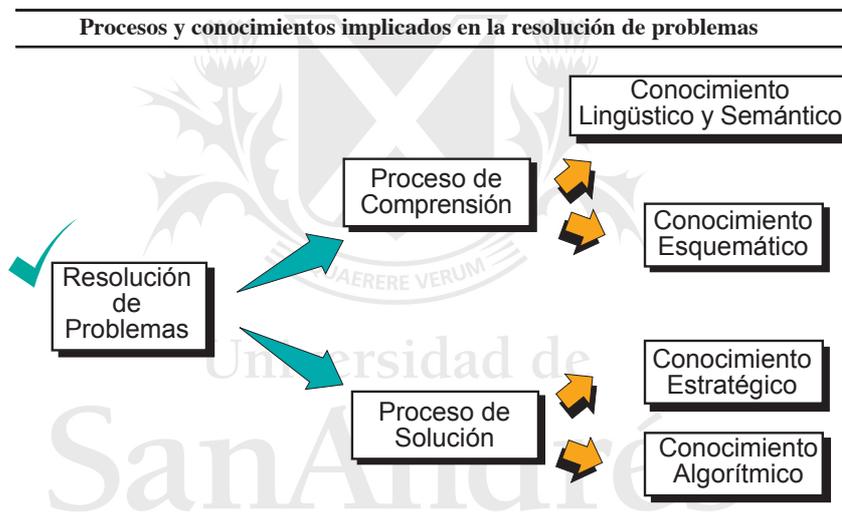
La ***traducción del problema*** se refiere a la habilidad del sujeto para transformar las afirmaciones del enunciado en una representación interna. Según Mayer, esta habilidad requiere de dos tipos de conocimiento: conocimiento lingüístico (conocimiento del idioma en que está escrito el enunciado), y conocimiento semántico (para comprender los hechos que se comunican; por ejemplo en un problema de geometría, saber que un triángulo rectángulo es una figura con 3 lados y un ángulo recto).

El proceso de ***integración del problema*** refiere a la capacidad para integrar las afirmaciones del problema en una representación coherente de la información. Según Mayer, este proceso requiere de conocimiento esquemático, que le permita integrar el pro-

blema en una estructura cognitiva, saber lo que ha de hacer para resolverlo y clasificar el problemas en tipologías preestablecidas. Además, incluye la capacidad para distinguir entre información relevante e información irrelevante para la solución del problema.

La **planificación y supervisión del problema**, hace referencia a la habilidad del sujeto para generar un plan mediante el planteamiento de objetivos y subobjetivos dentro del problema, y a la habilidad para supervisar procedimientos mediante los que se sigue el plan. Requiere del conocimiento estratégico, que implica la capacidad para crear o aplicar estrategias que ayuden a resolver problemas.

El cuarto **proceso de solución** es la ejecución de la solución; requiere del conocimiento operatorio o algorítmico para realizar las operaciones que son necesarias para resolver el problema y la aplicación de las regla de la aritmética siguiendo el plan anteriormente elaborado.



Cuadro 3.7 – Esquema de resolución de problemas, basado en Mayer, (1985)

Los dos modelos expuestos coinciden básicamente en distinguir cuatro fases generales en el procedimiento de solución de problemas matemáticos: una primera fase de comprensión, una fase de identificación de la naturaleza del problema proyección de estrategias, una fase de planificación y de comprobación, y una fase en la que se realizan los cálculos y se ofrece la respuesta final. La fase de lectura y comprensión se constituye en la fase de la que dependen el resto de procesos cognitivos, es decir, ambos modelos contemplan una estructura jerárquica.

Estos modelos contemplan una fase en la que los alumnos integran el problema a una categoría preestablecida con el objetivo de identificar la estructura profunda del problema. No presentan un proceso de estimación de la respuesta, ni contemplan la distinción

entre procesos cognitivos y metacognitivos; estos elementos aparecen como un componente más del procedimiento, pero se aplican en momentos específicos, y no a lo largo de todo el proceso.

Estos modelos reflejan de modo exhaustivo los procesos cognitivos que realizan los alumnos mientras resuelven problemas matemáticos. Sin embargo, no prestan atención al sistema afectivo y motivacional que afecta de modo significativo el desempeño de los alumnos en las tareas académicas.

El modelo que toma como base el presente trabajo es el planteado por Meyer, sin embargo, se ha tratado de complementar esta visión, con los componentes de procesamiento de la información, aportado por la teoría triárquica de la inteligencia (Sternberg 1985a). Para ello se trata de integrar al modelo de procesos cognitivos y los metacomponentes, los componentes de ejecución y los de adquisición de conocimiento, implicados en la resolución de problemas, con el objeto de relacionar procesos afectivos y motivacionales con el rendimiento académico.

La decisión se ha tomado teniendo en cuenta el paradigma de la psicología cognitiva que ha trabajado sobre la tesis de que el funcionamiento cognitivo de los sujetos y su sistema afectivo y motivacional guardan una estrecha relación de mutua interacción e influencia.

3.12 Síntesis del apartado

La información recopilada pone en evidencia que aún no se ha alcanzado un estado consensuado en torno a las variables que intervienen en la resolución de problemas y a las estrategias tendentes a mejorar los procesos. Podría decirse que la situación es un síntoma más de la aparente transición por la que atraviesa la didáctica de las ciencias, con un modelo didáctico constructivista, sometido a ciertas tensiones en aras de abrirlo a otros parámetros educativos y de articularlo en la práctica instructiva, antes de poder hablar de una teoría constructivista de la enseñanza-aprendizaje. Y en este movimiento, la resolución de problemas se halla en el centro de la disputa, cuando se reclama desde la filosofía de la ciencia o desde su didáctica que el objetivo de la ciencia es “resolver problemas” o que la enseñanza debe concebirse como un proceso de investigación, respectivamente. Lo que sí parece demostrado es la importancia que tiene la resolución de problemas en cualquier enfoque asumido para la enseñanza de las ciencias y de las matemáticas.

Este reconocimiento debería conducir al logro de una mayor atención entre los

investigadores para dar respuesta a numerosas preguntas, como ser:

- ✓ ¿Qué variables son más relevantes para una resolución de problemas eficiente, las dependientes o las independientes del contexto?
- ✓ ¿Qué tipos de estrategias realistas habría que usar para resolver problemas de diferente naturaleza?
- ✓ ¿Cómo integrar la resolución de problemas en una perspectiva constructivista de la enseñanza-aprendizaje?
- ✓ ¿Cómo incorporar los resultados de la investigación educativa en los manuales de resolución de problemas?



Universidad de
San Andrés

4. METODOLOGÍA

En razón a los contenidos tratados en la parte teórica presentada, se expone en este capítulo el desarrollo del estudio realizado. Analiza el conocimiento obtenido sobre la capacidad para resolver problemas matemáticos y su relación con el rendimiento académico, con el fin de lograr una aproximación a la función predictiva de las trayectorias seguidas por los estudiantes de carreras de educación superior. Así se pretende obtener información relevante relacionada con las habilidades puestas en juego en el proceso de resolución y las características diferenciales de los alumnos en toda una serie de variables que se relacionan con la capacidad intelectual para resolver problemas como son los procesos de insight, las habilidades metacognitivas, los procesos de comprensión, de planeamiento, de proyección de estrategias, de ejecución de resolución, y la capacidad de adquirir nueva información para ser utilizada en la resolución de otros problemas.

A tal fin se determina un modelo explicativo que posibilita la formación de una base para la operacionalización de las variables utilizadas; se define la selección de la muestra y se realiza una descripción general del procedimiento de investigación aplicado. También, se aborda la descripción del método elegido para intentar dar respuesta a las preguntas de investigación formuladas, las características descriptivas de los alumnos participantes, la estructura de los instrumentos de recolección de datos y el procedimiento y análisis realizado. Se cierra el capítulo con una síntesis de lo tratado.

4.1 Planeamiento y objetivo general de la investigación

La estructura del diseño de investigación empleado distingue tres fases con tareas diferenciadas e identidad propia. La primera refiere al análisis y determinación de las características asociadas a la competencia para resolver problemas matemáticos y su relación con el rendimiento académico; considera las perspectivas teóricas consideradas para obtener respuesta a las preguntas de la investigación y para construir un modelo explicativo que sirva de base para la operacionalización de las variables determinadas. El objetivo principal de esta fase es dar respuesta a tres preguntas:

- ✓ *¿Cuáles son los modelos teóricos de la psicología cognitiva que tratan de explicar la habilidad para resolver problemas matemáticos?*
- ✓ *¿Cuáles son los factores cognitivos que intervienen en el desarrollo de la competencia para resolver problemas de razonamiento lógico-matemático?*

- ✓ *¿Cuáles son los indicadores de competencia asociados al rendimiento académico y a la trayectoria escolar?*

La segunda fase, estrechamente ligada a la anterior, se orienta hacia el análisis de las características diferenciales de sujetos con distinto nivel de desarrollo de las habilidades cognitivas para resolver problemas matemáticos. Esta tarea implica la identificación y selección de las variables, la determinación de la muestra y de los instrumentos de relevamiento de datos, la validación de dichos instrumentos y operacionalización de las variables.

Dentro de esta segunda tarea, se someten a prueba una serie de hipótesis teóricas con el objetivo de demostrar, en forma experimental, la consistencia de las decisiones tomadas en la etapa de identificación de los factores asociados a la competencia para resolver problemas; el enfoque de contrastar varias hipótesis pretende mostrar la significatividad de las comparaciones realizadas entre las variables representativas de los datos recogidos con objeto de incrementar el peso y la credibilidad de los resultados obtenidos.

El diseño utilizado tiene características *ex post facto* puesto que los sujetos participantes están ya seleccionados mediante criterios de ingreso fijados por la institución escolar y no se tiene control sobre las variables independientes puesto que las manifestaciones reflejan el nivel de desarrollo de habilidades cognitivas ya determinado por las acciones de otro nivel educativo (escuela primaria y media).

En esta etapa se hizo necesario disponer de una prueba de evaluación de la capacidad intelectual de los participantes, que responda a una de las perspectivas teóricas que estudia el tema; a tal efecto se optó por la teoría triárquica de la inteligencia de Sternberg, porque propone una definición operativa de competencia para resolver problemas. También requirió contar con un conjunto de pruebas que posibilitaran recabar información sobre las habilidades puestas en juego para la resolución de problemas matemáticos. Es, en esta fase de la investigación donde se ha realizado la traducción y adaptación del Sternberg Triarchic Abilities Test, Rainbow Project, STAT- Nivel H, provisto por el autor, y la elaboración del Test de Habilidades de Razonamiento Matemático (THRM).

Otra tarea que integra esta fase es la aplicación a la muestra de las pruebas piloto de ambos test y de una encuesta: Motivación y Contexto Sociocultural. Tiene como principal objetivo preparar y aplicar los instrumentos de recolección de datos para indagar:

- ✓ *¿Los sujetos con altas puntuaciones en STAT (Rainbow) manifiestan competencias vinculadas a la capacidad para resolver problemas matemáticos?*
-

- ✓ *¿Existe correlación entre las puntuaciones del STAT (Rainbow) y las del Test de Habilidades de Razonamiento Matemático?*
- ✓ *¿Qué validez tiene la prueba de razonamiento matemático como diagnóstico de la competencia alcanzada?*
- ✓ *¿Es posible identificar habilidades cognitivas asociadas a la competencia para resolver problemas matemáticos en las estrategias de resolución utilizadas por los estudiantes? ¿Cuáles son esas habilidades?*

La tercera fase pretende contrastar empíricamente las hipótesis desarrolladas a partir del modelo mencionado. En principio, se utilizan las calificaciones parciales y totales de los alumnos obtenidas en el primer año de estudio para fijar los indicadores relacionados con la trayectoria escolar y para determinar perfiles asociados. Esta fase de la investigación tiene como principal objetivo dar respuesta a las siguientes situaciones:

- ✓ *¿Es posible prever el rendimiento académico a partir de los indicadores de competencia considerados?*
- ✓ *¿La capacidad predictiva del rendimiento académico se vincula con la capacidad para resolver problemas matemáticos?*
- ✓ *¿Cuáles son los perfiles de trayectoria académica presentes en un grupo en relación a la competencia para resolver problemas matemáticos ?*
- ✓ *¿Cuáles son las habilidades específicas, que surgen del análisis de los perfiles de trayectoria diferenciales, que muestran mejor asociación con la competencia para resolver problemas matemáticos?*

Desde esta perspectiva y a partir de los aportes científicos expuestos en los capítulos anteriores, se ha planificado el estudio empírico que pretende alcanzar el siguiente objetivo general de:

Identificar los factores asociados a la competencia para resolver problemas matemáticos, los procesos cognitivos que intervienen en la resolución y las variables personales y contextuales, valorar su asociación con el rendimiento académico y en la trayectoria seguida, en un grupo de estudiantes de carreras de educación superior.

Con el conjunto de las tareas de investigación definidas y el objetivo general propuesto se presenta la hipótesis general que guía todo el proceso de investigación así como la planificación y los procedimientos seguidos, describiendo la muestra seleccionada y los instrumentos elaborados, expresamente, para llevar a cabo este estudio.

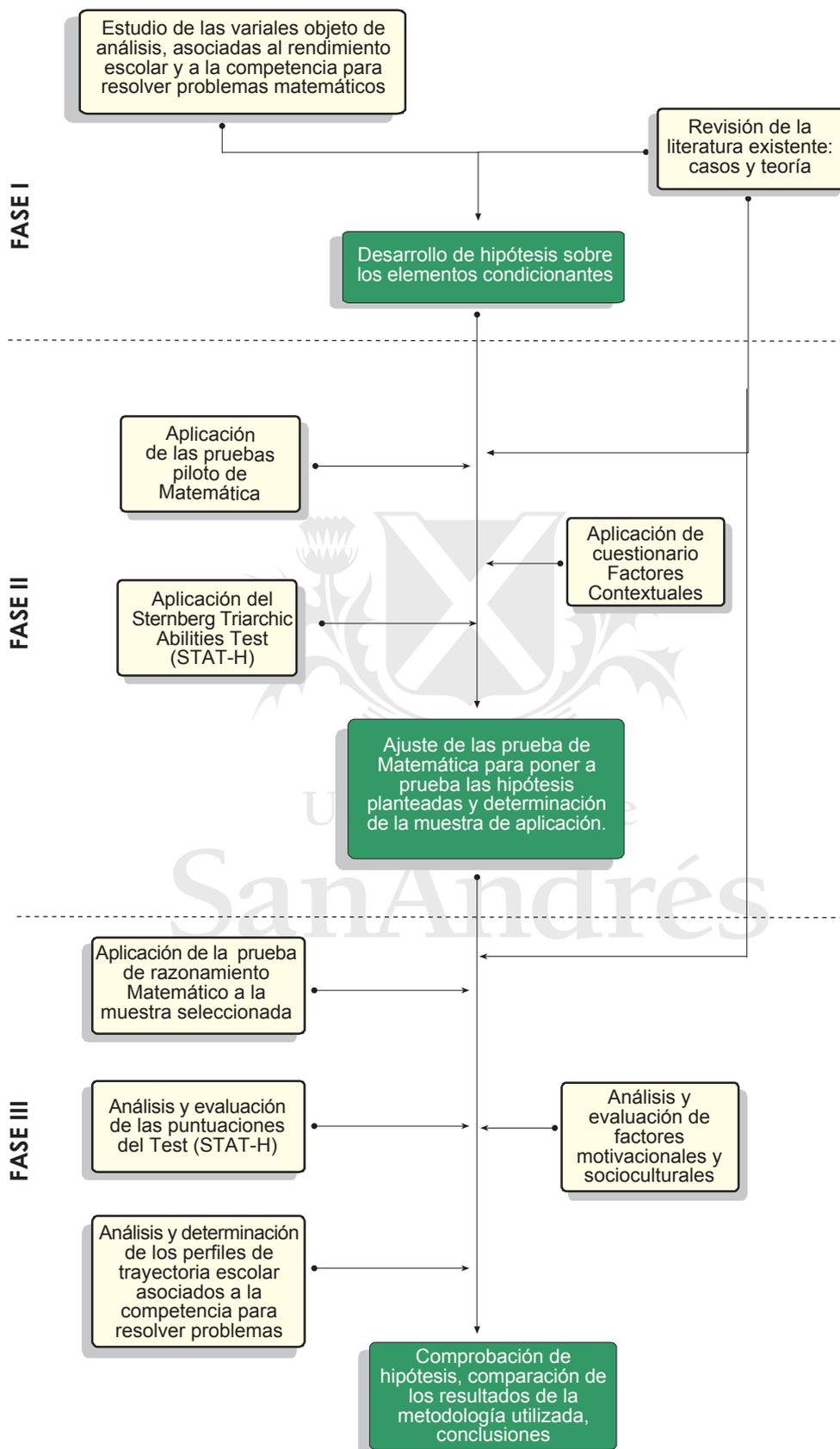
La competencia para resolver problemas matemáticos ha de estar relacionada con habilidades cognitivas, los conocimientos específicos de base, la capacidad intelectual y los factores no intelectuales de los sujetos; dichos componentes resultarían predictivos del rendimiento académico.

Partir de la base de que la competencia para resolver problemas en un dominio está relacionada con dichos factores, implica considerar supuestos que focalizan las siguientes habilidades y variables:

- ✓ *La comprensión es un elemento básico para interpretar el significado del problema.*
 - ✓ *El conocimiento previo en un dominio sustenta los procedimientos utilizados para el aprendizaje complejo .*
 - ✓ *La capacidad para analizar problemas matemáticos no rutinarios se relaciona con la elaboración de propuestas de resolución.*
 - ✓ *La representación mental del problema a partir de los esquemas cognitivos hace posible integrarlos en una categoría y elegir el planteamiento adecuado de resolución.*
 - ✓ *El nivel de apropiación de estrategias cognitivas y metacognitivas permite planificar y organizar los pasos del proceso a seguir.*
 - ✓ *El desarrollo de competencias cognitivas hace posible ejecutar las operaciones necesarias para llegar a la solución del problema.*
 - ✓ *Existen factores asociados, directa o indirectamente, que facilitan o dificultan el desarrollo de la competencia para resolver problemas.*
 - ✓ *La motivación está íntimamente relacionada con el rendimiento académico.*
 - ✓ *La inteligencia se caracteriza por la habilidad para resolver problemas, habilidad verbal, habilidad social y motivación para aprender. Sternberg (1985a).*
-

Cuadro 4.1

Metodología de la investigación



4.2 Modelo Teórico

El análisis de la literatura de interés para este estudio, sin dudas, resulta incompleto; el tiempo y el espacio le han puesto sus límites. No obstante, ha permitido constatar ciertos aspectos y tomar ciertas decisiones que le han dado forma y sentido al trabajo.

Se ha asumido que la resolución de problemas es un proceso complejo, sujeto a imperativos del sistema educativo, no siempre favorecedores de las mejores opciones. Como elemento básico, inherente a todo el proceso de enseñanza y aprendizaje, lo orienta y dirige. Se ha reconocido la existencia de la función pedagógica, herramienta de mejora constante del desarrollo de la competencia para resolver problemas, en la medida en que facilita el reajuste de los conocimientos previos desde el mismo comienzo del proceso de resolución, y la función social-acreditativa, herramienta de control social, de certificación de la consecución de conocimientos y competencias asociadas con el éxito y rendimiento académico.

La vasta información disponible sobre la resolución de problemas, pone en evidencia que aún se carece de una definición consensuada de *problema* y de la naturaleza compleja del proceso que se debe seguir para resolverlo. Al mismo tiempo, la mayoría de las investigaciones acerca de las concepciones sobre los problemas, realizadas hasta la fecha, se centran más en el proceso de resolución de problemas que en la noción de problema en sí. Dos tendencias contrapuestas se hallan en disputa: la que intenta definir el problema independientemente del resolutor y la postura de que su existencia depende de un potencial resolutor que así lo perciba. En este escenario, el trabajo adhiere a la segunda posición.

En relación con este punto y con la falta de consenso del mundo académico, se ha adoptado la perspectiva de la teoría triárquica de la inteligencia de Sternberg porque aporta una definición operativa que permite materializar y abordar el objeto de estudio. Así pues, en este trabajo, se entiende por competencia para resolver problemas, a la capacidad que una persona construye como fruto de sus interacciones diarias y que revierte en las interacciones problemáticas subsiguientes. De este modo los procesos afianzados en aquellas relaciones y conocimientos, son el fundamento que permiten resolver aspectos de la realidad que resultan problemáticos, en un cierto y determinado momento.

Junto con las limitaciones de las investigaciones sobre la resolución de problemas realizadas hasta el momento, se ha puesto de manifiesto la insuficiencia de estudios sobre el desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos. Esta situación fundamenta la conveniencia de estudiar el desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos alcanzado por los alumnos, luego de doce años de escolaridad, y de cuál es su relación con el rendimiento académico, para permitir una aproximación predictiva de las trayectorias escolares resultantes.

El estudio empírico se enmarca en el esquema teórico y metodológico presentado anteriormente, y se basa en un modelo que reúne los componentes más relevantes que forman parte de las teorías y modelos explicativos sobre la competencia para resolver problemas (Pólya 1965; Newell y Simon, 1972; Nobak, 1982; Schoenfeld, 1982; Mayer, 1983; Kahneman y Treisman, 1984; Dumais y Shiffrin, 1984; Sternberg, 1985a, 1998a, 1999a; Chi y Glaser, 1985). El modelo pone de manifiesto los elementos principales que conforman la generación de competencia para resolver problemas matemáticos y establece la relación de los factores cognitivos que intervienen. La relación supone que estos factores influyen directa o indirectamente sobre los conocimientos y habilidades que determinan la competencia.

El esquema propuesto permite poner a prueba la teoría sobre resolución de problemas de Sternberg , alternativas e hipótesis explicativas referentes al desarrollo de la competencia para resolver problemas enunciadas en el marco teórico del presente trabajo. Así también, la relevancia de las habilidades cognitivas generales, el peso de los conocimientos previos, los diferentes aspectos de la inteligencia y la relación de los factores no intelectuales con el rendimiento académico.

Para contrastar este modelo se requiere de un diseño metodológico y técnicas de análisis de datos que permitan revelar las complejas interrelaciones de los factores asociados al desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos.

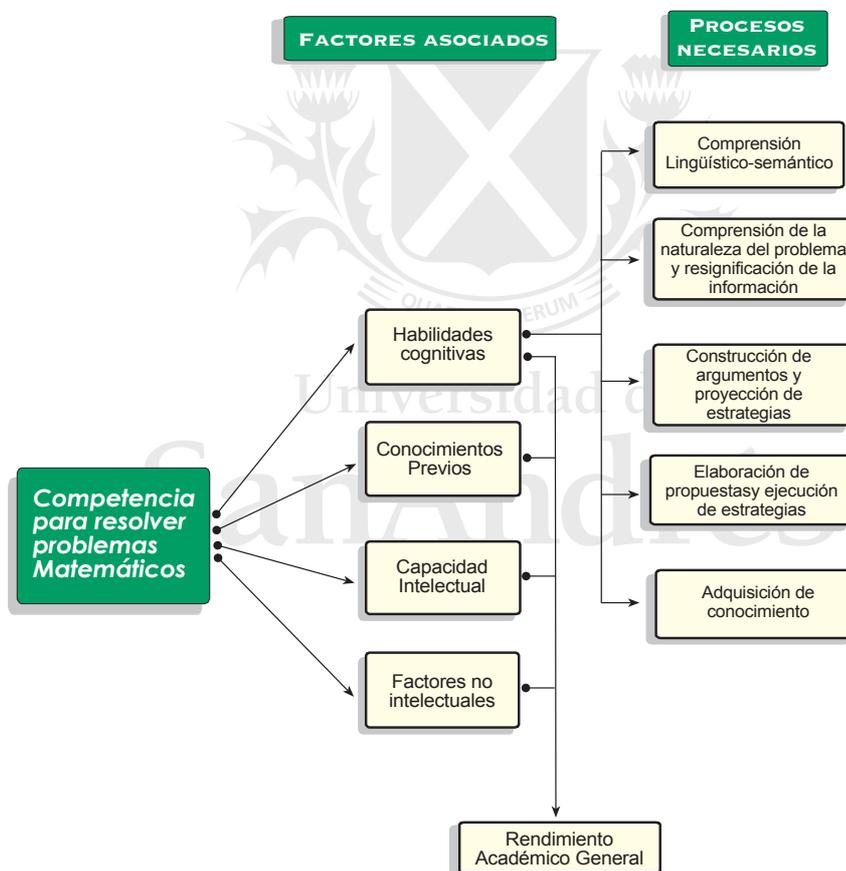
En primer lugar se hizo necesario integrar las distintas hipótesis explicativas sobre el desarrollo de esta competencia, las habilidades cognitivas complejas asociadas, en un modelo metodológico de carácter heurístico que hiciera posible evidenciar las relaciones existentes entre las variables que conforman los modelos teóricos. Esto posibilita la definición operativa de nuevas variables para evaluar las estrategias empleadas por los estudiantes en situación de resolución de problemas, las actividades lingüístico-semánticas, para comprender las situaciones, construir argumentos y elaborar propuestas.

En segundo lugar, se requirió identificar las principales variables que se ponen en juego en la situación de resolución de problemas matemáticos que determinan los procesos de comprensión y de resolución y, establecer su contribución específica al valor predictivo del rendimiento académico y de las trayectorias de los estudiantes. Se analizaron los factores cognitivos identificados y se trató de establecer la relación entre la competencia para resolver problemas con la capacidad intelectual y con los resultados académicos del estudiante.

Por último, requirió considerar las características diferenciales de los alumnos con niveles específicos de desarrollo de la competencia para resolver problemas, para hacer posible la formulación de un modelo causal de tipo estructural que permitió identificar las interrelaciones entre las variables y su asociación con el rendimiento académico.

A partir de estas consideraciones se presenta un modelo que recoge los factores más importantes que forman parte de las teorías que tratan de explicar la competencia para resolver problemas matemáticos. Básicamente, se conforma de cuatro componentes: las habilidades cognitivas, los conocimientos previos, la capacidad intelectual que reemplazan a un único componente general (factor g) y los factores no intelectuales.

Cuadro 4.2
MODELO DE COMPETENCIA PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS



A.- Competencia para resolver problemas matemáticos: un problema es un obstáculo abordado por la inteligencia para ser superado, una dificultad que exige ser resuelta, una cuestión que reclama ser aclarada. Una situación es reconocida como problema cuando no se dispone de un procedimiento automático para solucionarla de forma más o menos inmediata (Lester, 1983). La competencia para resolver problemas implica

disponer de las habilidades necesarias para realizar las tareas que convierten en acciones los conceptos, las proposiciones o los ejemplos y evidencian los procesos cognitivos que intervienen en la respuesta correcta. Esta habilidad integra en forma operativa otros elementos contemplados en el modelo de Sternberg (1999), como son los procesos de comprensión y de resolución.

Dentro de la perspectiva sociocultural, la solución de un problema implica una situación donde se ponen en acción significados que emergen del interjuego de la dinámica relacional, cuando los individuos actúan con motivaciones concretas, con unos u otros presupuestos, representaciones, expectativas y objetivos, en entornos socioculturales determinados. De esta manera, por el contexto donde se realiza la actividad, por las características de la tarea, por las metas y motivos con las cuales se implican los participantes y por los procesos cognitivos que ponen en juego en la actividad, la situación de solución o realización de una tarea es una situación marcada culturalmente.

El papel activo del sujeto, al resolver un problema, aparece con toda su significación si se tiene en cuenta que los problemas se presentan como tales en un mundo culturalmente constituido y que la actividad conjunta en la cual participa para resolverlos, no sólo lo conecta en una situación presente con los contenidos micro de lo que sucede en la interacción social, sino con el pasado, con la cultura acumulada con la historia de su comunidad (Wenger, 1998; Rogoff, 1998, 1990; Lave, 1991).

Todo problema implica un sujeto que orienta su acción hacia un fin, el cual adquiere su significado como tal en ciertos contextos y no en otros. Tanto los escenarios formales de enseñanza y aprendizaje (la escuela), como los escenarios cotidianos (el comedor familiar, la calle, el supermercado, el parque, etc.), plantean, cada uno, unos problemas que tienen su propia lógica (Rogoff, 1998).

Según el dominio específico al que corresponde la tarea, según el escenario sociocultural e institucional donde se desarrolla la actividad, los procedimientos que el sujeto pone a prueba para alcanzar la meta varían, los procesos cognitivos cambian.

En estas condiciones se puede decir que los problemas no son elementos neutrales dado que las actividades, las tareas y los objetos llevan en sí mismos encarnados significados culturales que se hacen presentes tanto en las situaciones problema cotidianas como en las situaciones que proponen los investigadores. A esto se agrega el hecho de que la psicología cognitiva ha cuestionado la idea de una capacidad cognitiva general; en su lugar se hace referencia al desarrollo del conocimiento en dominios específicos; de esta

forma no resulta coherente hablar de la competencia para resolver problemas, sino de la competencia de resolver ciertos problemas, en este caso, del campo de la matemática.

B.- Las **habilidades cognitivas**. La investigación adoptó el concepto de habilidades cognitivas propuesta por Sternberg (1999), entendiéndolas como las facultades del ser humano para expresar, manejar y construir el conocimiento. En estos términos, resultan ser el conjunto de operaciones que permiten integrar la información adquirida básicamente a través de los sentidos, en una estructura de conocimiento significativa.

El desarrollo de una habilidad implica el conocimiento y comprensión de la operación mental que define el proceso, la concientización de los pasos que conforman la definición operacional, la transferencia a distintas situaciones y contextos, la generalización de la aplicación del procedimiento y la evaluación y mejora continua del mismo. Para lograr la habilidad es necesario practicar hasta lograr la utilización en forma natural y espontánea en variedad de situaciones y contextos de acuerdo con los requerimientos de la tarea.

En la teoría triárquica de la inteligencia de Sternberg (1999a), las habilidades cognitivas refieren preferentemente a la eficacia del procesamiento de la información, mientras que la inteligencia remite más al ajuste o a la adaptación, por lo cual incluye aspectos no cognitivos (de habilidades de tipo social por ejemplo). Hay personas que pueden obtener muy malos resultados en una evaluación de matemáticas, pero a la vez pueden tener una exitosa carrera en deporte o en alguna profesión que no necesite matemáticas. Ese caso se tiene alta inteligencia pero bajas habilidades cognitivas de dominio matemático.

La perspectiva de Sternberg (2000), considera que el sujeto en situación de resolver problemas desarrolla sus habilidades en un área concreta con la intención de llegar a una experticia en ella. Los individuos se encuentran constantemente en un proceso de desarrollo de experticia cuando trabajan en un área específica.

El análisis de la forma en cómo una persona aprende a solucionar diferentes problemas implica comprender el papel que cumplen diversas herramientas físicas y/o simbólicas en la actividades en que se involucra; los instrumentos utilizados en estas actividades incluyen diferentes sistemas de signos y símbolos (que son propios de cada tipo de actividad –cotidiana, productiva, lúdica, didáctica, etc.

El trabajo selecciona cinco habilidades cognitivas de acuerdo con Sternberg (1982) y Mayer (1983) que entran en juego en la tarea de resolución de problemas matemáticos. Esta selección se realizó considerando las situaciones problemáticas que regularmente son abordadas en el campo de la matemática, y el grado de dominio de estas habilidades que

debería poseer el estudiante para resolver las situaciones planteadas. No obstante ello, se asume que en el abordaje de un problema se pone en juego una combinación de habilidades que dependen en gran medida de las experiencias previas y capacidades de la persona.

Así, para tratar de resolver problemas matemáticos se deben activar ciertas habilidades que permiten establecer conexión entre el mundo real donde se generan los problemas y las matemáticas. Las capacidades básicas que se estiman más cercanas al rendimiento académico son:

1. Comprensión lingüístico-semántico: Uno de los aspectos más relevantes en términos de comunicación es el análisis y comprensión del discurso, tarea que supone enormes dificultades debido a la compleja naturaleza semántica y discursiva del lenguaje. La lengua en general sirve para expresar cualquier experiencia de orden intelectual, sea cual fuere la clasificación de la realidad que la subyace. Cada persona se apropia y conceptualiza de forma distinta el mundo y esto se refleja en las formas lingüísticas que al constituirse como prácticas lingüísticas y ser parte de la cultura se reproducen y crean visiones del mundo que influyen en la forma en que cada uno lo percibe. El dominio lingüístico implica el conjunto de conocimientos que permiten comprender y producir oraciones gramaticalmente correctas que incluye cierto conocimiento acerca de la adecuación del enunciado al contexto de situación en que se produce. Los estudios de Mayer (1982) sobre los componentes de codificación, indican una vinculación directa entre la capacidad para resolver los problemas matemáticos y la habilidad para comprender los enunciados de los mismos.

2. Comprensión de la naturaleza del problema y resignificación de la información: El individuo construye el conocimiento de la realidad a partir de los conocimientos que conserva. Otorga significado y sentido a las observaciones, vivencias y experiencias no simplemente por estar en contacto con la realidad sino que hace una “lectura”, una “interpretación” de ella mediante los esquemas de asimilación que posee y que se van modificando por esas mismas experiencias y contactos significativos con la realidad.

El mundo real no es un contexto fijo, no es sólo el universo físico, es una construcción social que plantea problemas, donde las personas, objetos, espacios y creaciones culturales, políticas o sociales, adquieren un sentido peculiar en virtud de las coordenadas sociales e históricas que determinan su configuración.

En estos términos, la resolución de problemas implica esencialmente la transformar la información en una representación interna que se integra a un esquema de asimilación ya existente (Sternberg, 1982a; Mayer, 1985). La representación integrada permite resignificar la información del problema que hace posible percibir su naturaleza y aplicar estrategias de resolución. Sternberg (1982a) indica que este proceso se realiza mediante los metacomponentes cognitivos que permiten acceder a la información almacenada en la memoria a largo plazo (Teoría triárquica de la inteligencia). El desarrollo de la habilidad para identificar el problema y seleccionar el plan acertado es esencial para la resolución de problemas matemáticos.

3. Construcción de argumentos y proyección de estrategias: se conforma con habilidades cognitivas que tratan de superar impresiones y opiniones particulares, por lo que requiere claridad, exactitud, precisión, evidencia y equidad. El empleo de la lógica intenta superar el aspecto formal para entender y evaluar los argumentos en un contexto y para distinguir lo razonable de lo no razonable y lo verdadero de lo falso. Requiere de la utilización de datos observacionales conectados con los procesos subyacentes y sus causas, la elaboración de justificaciones y la evaluación de hipótesis. Toda situación problemática implica, en cierta forma, la construcción de argumentos que justifiquen y avalen su resolución. Identificado el problema y determinado el plan para resolverlo, se hace necesario aplicar estrategias que organicen y evalúen la secuencia de pasos o argumentos a seguir para alcanzar la solución. Esta selección que ordena los pasos y posibilita la resolución surge del accionar de los metacomponentes de selección de estrategia (Sternberg y Rifkin, 1979); de esta forma, los estudios realizados indican la vinculación de las estrategias que organizan las operaciones con la capacidad de resolver problemas.

4. Elaboración de propuestas y ejecución de estrategias: Toda propuesta debe mostrarse, en forma organizada, clara y precisa para alcanzar cada uno de los objetivos específicos. Esto determina la necesidad de contar con las competencias requeridas para reflejar la estructura lógica y el proceso de análisis de la situación problemática que permita elegir un enfoque metodológico específico y la forma en cómo se van a interpretar y presentar los datos de la realidad que fundamentan la propuesta surgida.

En general, las situaciones problemáticas se reducen a representaciones numéricas y a estadísticas. Es evidente que una formación lógico-matemática aportará una visión

adecuada para la vida práctica. Las investigaciones sobre el funcionamiento cognitivo que involucra el cálculo indican que el desarrollo de esta habilidad requiere de un conjunto de procesos mentales que establece combinaciones y relaciones entre ellos cada vez más complejas. Si la habilidad de cálculo se relaciona significativamente en la capacidad lógico-deductiva, la ejecución exacta de los procesos para realizar una tarea, que involucra tanto cálculos aritméticos como algebraicos, esta asociada con la resolución de problemas y con el rendimiento general de matemáticas. Sternberg (1985c) postula que la práctica de los procesos algorítmicos, permite conseguir la automatización que facilitar la resolución de problemas.

5. Adquisición de conocimiento: La habilidad para adquirir nueva información, recordar la información adquirida previamente y transferir lo aprendido a otro contexto, es utilizada en el proceso de resolución de problemas. El procesamiento de la información disponible requiere poner en marcha tres operaciones (Sternberg, 1987): **Codificación selectiva**, **Combinación selectiva** y la **Comparación selectiva**. Primero se separa la información relevante de la irrelevante en el contexto dado, luego se combina la información codificada de una forma selectiva y por último, se relaciona la información nueva con la adquirida en el pasado. Esta operación también se utiliza para recuperar la información de la memoria y relacionarla con los conocimientos adquiridos.

C.- Los **conocimientos previos** se vinculan con la **adquisición de un nuevo conocimiento**; este depende en alto grado de las ideas pertinentes que ya existen en la estructura cognitiva. El aprendizaje significativo ocurre a través de una interacción de la nueva información con estas ideas que ya existen en la estructura cognitiva (Ausubel, 1968). Para promover el aprendizaje de nuevos conocimientos es necesario tener en cuenta los conocimientos factuales y conceptuales de un determinado dominio que interactúan con la nueva información y se relacionan directamente en los procesos de aprendizaje.

Una de las variables que se relaciona, significativamente, en el rendimiento de los estudiantes de educación superior, especialmente en el área de matemáticas, es el nivel de conocimientos que se tiene del dominio. El conocimiento conceptual en el aprendizaje y el razonamiento resultan ser condicionante del desarrollo de habilidades relacionadas con la competencia para resolver problemas matemáticos. La instrucción formal es más beneficiosa si se construye sobre ese conocimiento intuitivo (Resnik, 1989; Resnick y Singer,

1993). El conocimiento bien organizado del dominio de las matemáticas, resulta fundamental para adquirir la competencia para resolver problemas. (Ericsson, 1999).

D.- La Capacidad Intelectual. Se vive en el mundo tratando continuamente de adaptarse a él. La percepción, la atención, la capacidad de observación, la memoria y, sobre todo, el aprendizaje permiten una adaptación activa puesto que desencadenan respuestas a la realidad. En este proceso de adaptación, cuando el ser humano se enfrenta a situaciones nuevas, sobre todo si estas son problemáticas, entra en funcionamiento la inteligencia. En la inteligencia intervienen variables como la atención, la capacidad de observación, la memoria, el aprendizaje, las habilidades sociales, que permiten al individuo enfrentarse al mundo diariamente, adaptarse a la realidad que lo rodea y solucionar sus problemas con eficacia.

Bajo esta perspectiva se entiende a la inteligencia como la capacidad para conseguir los objetivos personales en la vida dentro de un contexto sociocultural, es decir, dentro de una cultura concreta. Un comportamiento inteligente en una cultura puede no serlo en otra (Sternberg y Grigorenko, 2006).

Sternberg (1997) incorpora a su teoría de la inteligencia la adaptación del sujeto al medio, pero además, añade que el individuo puede modificar el propio entorno e incluso seleccionar el ambiente en el que alcanzar sus objetivos en función a la efectividad que sus destrezas y limitaciones estén mostrando. De esta concepción de inteligencia, se desprenden tres procesos diferenciados: *Adaptación, Modificación y Selección*. Amplia la concepción de comportamiento inteligente con la noción de “inteligencia exitosa”; ésta es la que se emplea para lograr objetivos relevantes y que indican a los sujetos que han tenido éxito en la vida, y poco tiene que ver con lo que miden las pruebas tradicionales de inteligencia.

El uso de estas estrategias dependerán de las características personales del sujeto, de los objetivos marcados y del entorno. Una persona inteligente sabe cuándo es necesario adaptarse, modificar o seleccionar un entorno diferente. Entonces, no existe un único criterio para determinar el éxito. Así, este modelo de inteligencia se basa en las operaciones mentales que realiza el individuo; define como inteligencia a toda conducta que tenga como objeto la adaptación consciente, la selección, y la configuración del medio ambiente en función de los intereses y necesidades de la persona.

El modelo sustituye en forma operativa al factor g, como único componente la inteligencia general, al estimar tres aspectos constituyentes de la misma: analítico, práctico y creativo. Los enfoques psicométricos y factorialistas han permitido establecer relaciones

entre las habilidades intelectuales y los resultados del aprendizaje escolar. No obstante ello, resultan insuficientes para comprender las relaciones entre aptitudes y rendimiento escolar y para valorar el potencial de aprendizaje de los estudiantes (Feuerstein, Rand y Hoffman, 1979; Sternberg, 1985a).

La teoría de la inteligencia exitosa supone una reformulación de la teoría triárquica de la inteligencia humana (Sternberg, 1984, 1985). Bajo esta teoría, la inteligencia se entiende como la habilidad para conseguir los objetivos marcados en la vida dentro de un contexto socio-cultural; consiste en aprovechar los puntos fuertes y compensar o corregir las debilidades o deficiencias de cada uno; con el fin de adaptarse al ambiente, modificar o seleccionar entornos favorables; y (para ello es necesario combinar las habilidades analíticas, creativas y prácticas (Sternberg, 1997, 1999, 2005).

Sternberg entiende la inteligencia como una habilidad para conseguir los objetivos personales en la vida dentro de un contexto sociocultural. Esto significa que es muy difícil establecer un umbral exacto sobre el que determinar quién es (exitosamente) más inteligente que otro. Primero, porque los objetivos de cada uno son diferentes. Para un sujeto, su máxima aspiración puede ser conseguir el reconocimiento social por un libro de su autoría, mientras que para otro puede ser aprobar un examen parcial de Matemática. En ambos casos, los objetivos son completamente distintos, pero también lo son las habilidades que hay que poner en práctica para conseguirlos. Por tanto, bajo esta teoría, la inteligencia no se manifiesta en elegir un objetivo mejor (pues no existen aspiraciones mejores o peores), sino que se haya elegido el objetivo individual más significativo, y se demuestre las habilidades necesarias para conseguirlo. Segundo, porque los objetivos de cada uno son personales y su valor depende de la significación que tengan para el individuo. Un estudiante que ha obtenido una calificación de 6 en su último examen de Matemática puede considerarse mucho más exitoso que otro cuya calificación fue de 9, pues el éxito para el primero se encontraba en aprobar la prueba, mientras que el segundo aspiraba a la máxima calificación.

El planteo, también, considera la inteligencia dentro de una cultura concreta (Sternberg y Grigorenko, 2006), porque cualquier parámetro que se establece en su definición será dependiente de los valores culturales. Un comportamiento que es visto como inteligente en una cultura puede ser negativamente evaluado en otra. De hecho, algunos estudios han evidenciado que cuando las variables culturales son tenidas en cuenta en la definición de inteligencia, los individuos son más capaces de hacer uso de sus talentos, las escuelas enseñan y evalúan mejor a sus alumnos, y la toda sociedad se beneficia de ello (e.g., Sternberg y Grigorenko, 2004).

Sternberg (2005) entiende que la inteligencia implica hacer uso de los puntos fuertes de cada uno, intentando corregir o compensar las debilidades. Nadie es bueno o malo en todo. Una persona inteligente es capaz de identificar cuáles son sus mejores y peores cualidades. Una vez que las conoce, utiliza las primeras e intenta compensar las segundas para alcanzar sus objetivos. Además, añade que el individuo puede modificar el propio entorno e incluso seleccionar el ambiente en el cual alcanzar sus objetivos en función a la efectividad que sus destrezas y limitaciones estén mostrando, mediante los procesos de: adaptación, modificación y selección. También, entiende que existen una serie de procesos que son comunes a todas las culturas y a lo largo de todos los tiempos (i.e., en todas las culturas resulta necesario definir problemas y resolverlos, independientemente de la naturaleza de éstos).

En el presente estudio se adopta este concepto de inteligencia que remite más al ajuste o a la adaptación y, en consecuencia incluye aspectos no cognitivos y supera la visión de la inteligencia cerrada sobre las habilidades cognitivas puras.

E.- Factores No Intelectuales: Las investigaciones muestran la existencia de correlaciones positivas entre factores intelectuales y rendimiento, no obstante es necesario tener en cuenta que los resultados en los tests de inteligencia o aptitudes no explican por sí mismos el éxito o fracaso académico, sino más bien las diferentes posibilidades de aprendizaje del estudiante. Para explicar el rendimiento se debe apelar a la personalidad o la motivación y a los hábitos de aprendizaje. Al considerar estos factores, las predicciones sobre el rendimiento académico mejoran.

Los hábitos (prácticas constantes de las mismas actividades) y las técnicas (procedimientos o recursos) coadyuvan con la eficacia del aprendizaje. Los hábitos y técnicas de estudio tienen gran poder predictivo del rendimiento académico, mayor incluso que las aptitudes intelectuales. Estas afirmaciones se sustentan en las principales investigaciones sobre experticia (Ericsson y Charness, 1994; Ericsson, Krampe y Tesch-Römer, 1993; Ericsson, 1999) que consideran que los factores no-intelectuales son responsables de la adquisición de competencias.

Estos autores ven la pericia en un dominio como el producto de esfuerzos para mejorar la ejecución a través de una distribución de la práctica deliberada, y ven a los expertos no simplemente como expertos en un dominio específico, sino como expertos en mantener altos niveles de práctica y mejorar la ejecución.

La práctica aumenta la rapidez y la exactitud de tareas cognitivas, perceptivas y

motoras (J.R. Anderson, 1982). La mera repetición de una actividad no lleva, de manera automática, a la mejora de la ejecución; los estudios muestran que en los individuos provistos de la motivación adecuada, la exposición repetida a la tarea no asegura que puedan lograr altos niveles de logro. Sin embargo, Sternberg (1996a) se manifiesta contrario a aceptar que este factor sea la única variable importante en la adquisición de logros sobresalientes; las capacidades y la motivación pueden ser causales para la práctica, pero la práctica deliberada puede actuar de forma bidireccional para llevar a la pericia en un dominio.

La motivación es otro aspecto que se relaciona con el desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos (Sternberg, 1999b). Es un aspecto que se debe destacar porque se relaciona en forma directa con las experiencias de éxito o fracaso del estudiante, es decir, con el logro y el rendimiento académico. La motivación es un proceso interno determinado por aspectos biológicos, culturales, sociales, de aprendizaje y cognitivos que impulsan a un sujeto a iniciar, desarrollar y/o finalizar una conducta, “una intención que mira hacia el futuro, es lo que mueve a actuar” (Burón, 2006, 147).

Este constructo resulta importante por su potencial explicativo y predictivo de la conducta humana. La misma etimología de la palabra indica de lo qué se está hablando: motivación proviene del latín *motivus* (movimiento) y los sufijos “-tio y -onis” forman sustantivos verbales que expresan acción y efecto y que al ser un verbo de la primera conjugación toma la forma de -acción. El entorno escolar también ha demostrado ser una variable relevante que afecta a la estructura motivacional; así, Eccles, Lord y Midgley (1991) encontraron que la falta de motivación y la actitud de los estudiantes frecuentemente está asociada con el ambiente del colegio y de la clase.

Para Pintrich y Schunk (2006) la motivación es el proceso que conduce hacia el objetivo o la meta de una actividad, que la instiga y la mantiene; consideran que los indicadores de la conducta de los que se pueden inferir la motivación son la elección por parte del sujeto entre distintas tareas o intereses, el esfuerzo empleado, la persistencia o tiempo dedicado a realizar una tarea y el logro o resultados alcanzados. La motivación comprende la existencia de metas y de actividad física o mental sostenida e instigada. Por lo tanto, dirección e intensidad son las dos dimensiones fundamentales de toda conducta motivada y así es reconocido por la mayoría de los modelos teóricos.

Toda conducta motivada pone en evidencia diferentes determinantes y variables afectivo-emocionales que influyen, interaccionan y determinan en gran medida el resultado o meta alcanzados; la alianza motivación-cognición genera los recursos mentales, actitudinales y volitivos que se requieren para alcanzar las metas propuestas y la integra-

ción de ambos aspectos es necesaria para la elaboración de modelos aplicados al aprendizaje y al rendimiento (Pintrich y de Groot, 1990; Pintrich, Marx y Boyle, 1993).

Existe un significativo consenso entre los autores en considerar a la motivación como un proceso dinámico, interno, sujeto a posibles cambios e impulsor que determina, por una parte, tanto la persistencia como la intensidad en la conducta y, por otra parte, establece la dirección y orientación de esa conducta, es decir, que determina el objetivo o meta a alcanzar. Por lo tanto, una conducta motivada está conformada por una serie de aspectos que la caracterizan y que se concretan en activación, persistencia, intensidad y direccionalidad (Grzib, 2002).

Se puede entender la motivación como un constructo multidimensional en el que interaccionan procesos cognitivos, fisiológicos, afectivos y conductuales, y que ha sido objeto de numerosas investigaciones, tanto de naturaleza teórica como empírica; El modelo de desarrollo de competencia de Sternberg (1999a), considera a la motivación como percepción de autocompetencia porque toda vez que el sujeto alcanza una competencia en un dominio específico, necesita generar un sentimiento general de su propia eficacia para resolver problemas de ese dominio.

Por otra parte las variables tales como estructura familiar, género, nivel socioeconómico, expectativas educativas, que conforman el contexto sociocultural del estudiante, tienen una notable relación con el rendimiento y por ende sobre la capacidad de resolver problemas (Ruíz de Miguel y Castro, 2006). Desde este ámbito, el modelo apunta a valorar la relación que presentan las variables personales y contextuales con el desempeño del estudiante.

Varios estudios han demostrado el efecto del ambiente sociocultural y económico de la familia en el rendimiento de los hijos. Pérez Serrano (1981) demuestra que los resultados del rendimiento de los estudiantes, es mayor conforme asciende el nivel sociocultural de los padres. Los niños pertenecientes a niveles socioculturales altos parecen tener mejores estímulos, expectativas y actitudes para el aprendizaje de cualquier área curricular.

Mehan (1991) ha puesto de manifiesto las desventajas del alumnado perteneciente a clases sociales bajas y que la estrategia empleada por los padres de clase media con una alta participación en la educación de sus hijos suele tener éxito, en contraste con la empleada por la clase baja cuando deja la educación exclusivamente en manos del profesorado.

Los alumnos de clases sociales bajas están en inferioridad de condiciones, porque de acuerdo con Bourdieu (1977)), las escuelas reproducen, refuerzan y recompensan las

estrategias aprendidas por las clases sociales altas y medias, y devalúan las de las clases sociales más bajas, contribuyendo así a reproducir la desigualdad ya que éstas se encuentran en desventaja.

Esa correlación positiva entre la clase social del alumno y la inteligencia (Pérez Serrano 1981), aptitud verbal (Sánchez Herrero 1990), ansiedad, etc., demuestra la relación directa entre la clase social del alumno y determinadas variables cognitivas y no cognitivas y, a través de éstas, su incidencia indirecta en los resultados del aprendizaje.

Aquí se trataría de comprobar si, todavía en la actualidad, las variables de presagio relacionadas con la clase social y el entorno familiar siguen ejerciendo algún efecto en el rendimiento académico del estudiante o si, por el contrario, esas diferencias cada vez son menores y por tanto su incidencia en los resultados académicos es imperceptible.

Los autores utilizan diferentes variables en un intento por comprender cuáles son los efectos causales que mayor peso tienen en la explicación del rendimiento académico, no obstante, es evidente la dificultad que conlleva la identificación y el manejo de todas las variables y factores contextuales vinculados con el ámbito académico que de una u otra manera influyen en el rendimiento final del estudiante. Aquí, el **Rendimiento Académico** refiere a la evaluación del conocimiento adquirido en el ámbito escolar, es decir, resulta una medida de las capacidades de los alumnos que indica el grado de adquisición de conocimientos.

El nivel de asociación de los factores asociados a la competencia para resolver problemas, enumerados anteriormente, junto a la motivación y la aptitud verbal (comprensión y fluidez oral y escrita) son las variables de mayor peso en la capacidad predictiva del rendimiento escolar. La competencia lingüística influye considerablemente en los resultados académicos, dado que el componente verbal desempeña una relevante función en el aprendizaje. Tampoco debe soslayarse que todo profesor, conciente o inconcientemente, al evaluar tiene muy en cuenta cómo se expresan los alumnos.

El modelo de investigación del trabajo, así como el contexto en el que se enmarca toda la dinámica abordada hasta ahora, servirá de guía para la formulación de las hipótesis que serán sometidas a prueba en el estudio empírico.

4.3 Variables e Hipótesis

4.3.1 Definición de variables

El trabajo focaliza la atención en una serie de elementos que han sido interpretados como constitutivos del rendimiento académico y de la trayectoria seguida por los

estudiantes, que fueron considerados como variables de investigación. Se ha adoptado la clasificación propuesta por Kilpatrick (1978) por ser considerada la de mayor utilidad para el estudio. Así, las variables independientes se clasifican en variables del *sujeto*, de la *tarea* y de la *situación*, mientras que las variables dependientes en variables de *producto*, de *proceso*, *concomitantes* y de *evaluación*. Esta investigación sólo utiliza las dos primeras categorías de variables independientes y las variables dependiente de producto y de evaluación.

Las variables independientes consideradas son aquellas que tratan de explicar las diferencias en las producciones de los sujetos en la resolución de problemas matemáticos y sus trayectorias académicas; son variables de sujeto y de tareas.

Las variables independientes de *sujeto* que describen atributos específicos del resolutor empleadas son:

Variable *grupo sociocultural*, indica las características culturales y económicas de los estudiantes y la pertenencia al grupo *bajo*, *medio* y *alto*, de acuerdo con los siguientes indicadores:

- **Nivel de escolaridad de los padres**, distingue tres categorías según el nivel de estudios realizados: primario, medio y superior
- **Vivienda**, comprende las categorías: propia, alquilada y prestada
- **Función que desempeña en su trabajo principal**, identifica el tipo de trabajo que realiza: Obrero, Artesano, Empleado, Encargado, Vendedor, Docente, Técnico Profesional liberal, Empresario.
- **Cantidad de horas trabajadas**, que incluye horas extra y otros trabajos e indica la pertenencia a una de las categorías: menos de 5 horas; entre 5 y 8 horas; más de 8 horas.
- **Cantidad de libros leídos por año**, define las siguientes tres categorías: menos de 5; entre 5 y 8; más de 8.

Variable **Capacidad Intelectual**, se corresponde con los componentes de la inteligencia postulados por Sternberg (1999 a), que prevalecen.

- **Analítica**
- **Práctica**
- **Creativa**

Variable **motivación**, identifica el nivel de compromiso y energía encauzada para alcanzar con éxito los resultados de los estudios iniciados. Se conforma con dos categorías:

- **Interés:** se determina considerando dos indicadores: las **razones por la que inició la carrera** y las **expectativas a su término**. El primero da origen a las categorías: necesidad del título, progreso en el trabajo y prestigio personal, y el segundo a: cambio de trabajo; mejora en los ingresos, continuación de estudios.
- **Preferencias de conocimientos:** distingue las asignaturas de la escuela media donde ha tenido mejores resultados, la cantidad de libros leídos por año y preferencias en contenidos temáticos.

Las variables independientes de *tarea* relacionadas con la naturaleza del problema que han sido empleadas, son:

Variable **Razonamiento Matemático** asociada a la resolución de problemas: indica el nivel de desarrollo de las habilidades cognitivas alcanzado por los estudiantes.

Las **variables dependientes** son las variables de respuesta que se observan en el estudio y que se relacionan con los valores de las variables independientes; son los factores observados y medidos para determinar los efectos de las variables independientes. El trabajo analiza las siguientes:

Variables dependientes de **producto**, se fundan en las características personales que el estudiante pone en juego para resolver los problemas.

Variable Habilidad Cognitiva para resolver problemas matemáticos, tiene 5 categorías que se corresponden a los procesos cognitivos aplicados:

- **Lingüístico-semántica:** indica el nivel de desarrollo de la habilidad de la comprensión lingüístico-semántica.
- **Comprensión y planeamiento:** indica la habilidad para reconocer la naturaleza del problema y la elección del plan de resolución.
- **Argumentación y estrategias:** pone en evidencia la habilidad para argumentar y aplicar estrategias que ordenan los pasos seguidos en la resolución de cada problema.
- **Resolución y cálculo:** permite evaluar la propuesta elaborada y ejecutar las estrategias para resolver el problema, es decir, la ejecución algorítmica.
- **Adquisición de información:** indica la habilidad para adquirir nueva información o recuperar información previa para transferirla a otro contexto.

Variables de evaluación, son las que influyen significativamente en el resultado de resolución; en este trabajo se han considerado las variables relacionada con los conoci-

mientos previos que posee el estudiante y el rendimiento académico.

La **Variable Rendimiento Académico** pone en evidencia la performance académica de cada estudiante; se conformó a partir de tres indicadores básicos:

- **Calificación en Matemática (CM)**, Calificaciones finales de la Materia Matemática del primer año de estudio.
- **Promedio de Materias del primer año (PMA)**: Suma de todas las calificaciones finales de las Materias del primer año de estudio dividida por el número de Materias.
- **Índice de aprobación (IA)**: Porcentaje de Materias aprobadas del total de Materias cursadas.

La combinación de estos tres indicadores determina la Variable de Trayectoria Académica.

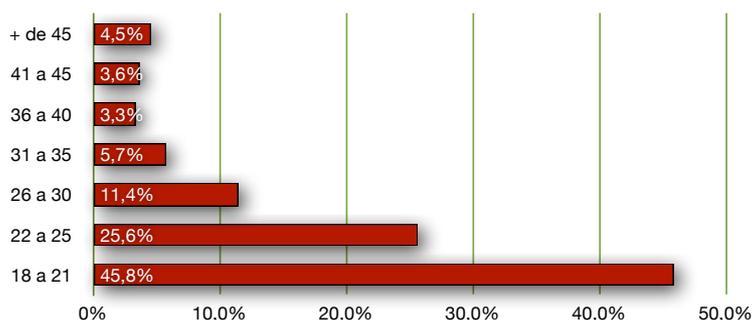
4.3.2 Selección de la Muestra

Conocidas las variables que intervienen en la competencia para resolver problemas del campo de la matemática e identificadas las habilidades cognitivas asociadas, se proyectó determinar su nivel de desarrollo en un grupo de sujetos con el objeto de predecir su rendimiento académico; a tal fin, se evaluaron la totalidad de los estudiantes de primer año de dos carreras de educación superior (Técnico Superior en Aduanas y Técnico Superior en Administración Tributaria); su selección se basó en el hecho de ser el nivel educativo de mayor demanda en los últimos años en la Ciudad de Buenos Aires y porque el objeto de estudio resulta de rápido y fácil acceso.

La selección de la muestra no responde a los métodos de muestreo que garantizan en mayor medida, la representatividad y la validez externa de los resultados, sin embargo la generalización de los mismos se basa más en la medida en que no constituye una muestra sesgada de la población y porque se elimina la amenaza de la interacción entre la selección y la variable o las variables experimentales.

La generalización de los datos descansa sobre la extrapolación de los resultados obtenidos en los servicios de Formación Técnica Superior de la que se ha extraído la muestra y en cuanto ésta es representativa de la población general. En consecuencia se ha optado por una mayor descripción de las características de la población estudiada.

La muestra se compone de 332 estudiantes, que representa la totalidad de los inscriptos al primer año de la carreras seleccionadas, de los cuales 43 cursan la carrera Administración Tributaria y 289 Aduanero. Aproximadamente el 51% son mujeres y 49% Varones. Estos son los estudiantes que asisten regularmente a las clases de primer año de ambas carreras, en horario vespertino. Su promedio de edad es de 25 años

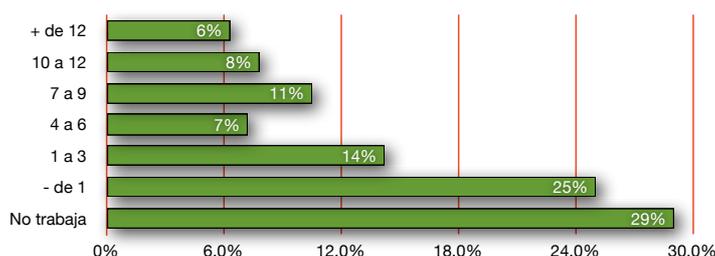
Gráfica 4.1 – Distribución de la variable Edad

Han accedido a las carreras técnicas, en su gran mayoría (53%), después de 4 o más años de haber finalizado los estudios de nivel secundario. Desempeñan una actividad laboral afín con el área de formación de la carrera. Esto hace que la mayor parte posea conocimientos previos de carácter general y experiencia profesional en el campo de la formación elegida.

La mayoría de los matriculados son residentes de la Ciudad de Buenos Aires (51%) y el resto (49%) del conurbano bonaerense. El tiempo invertido para cubrir el trayecto del ámbito laboral a la institución escolar se relaciona con el tiempo destinado al estudio, si se tiene en cuenta que la mayoría de los servicios educativos son de horario vespertino y concluyen su actividad alrededor de las 23hs. Esta situación se convierte en obstáculo para continuar la carrera y disponer de tiempo dedicado al estudio y a actividades culturales.

El número total de alumnos matriculados en las dos carreras consideradas, al inicio del ciclo lectivo fue de 332, luego quedó reducido a 301; la diferencia se puso en evidencia al cruzar los datos obtenidos en el STAT y THRM con notas de las actas de exámenes de fin de año. Esta pérdida se debe a causas muy diversas.

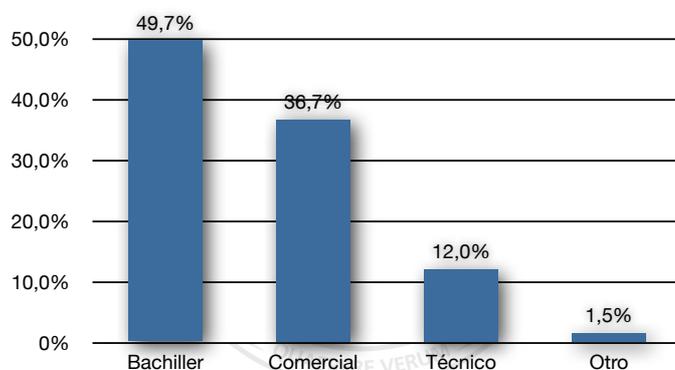
Las características laborales muestran que la heterogeneidad en la composición del grupo es su rasgo distintivo. El 25% tiene menos de 1 año de desempeño en el actual empleo, mientras que el 14% tiene entre 1 y 3 años, el 7,2% entre 4 y 6 años, el 10,5% entre 7 y 9 años, el 14% tiene más de 10 años; un grupo significativo (29%) no realiza ninguna actividad laboral.

Gráfica 4.2 – Distribución de la Antigüedad en el actual empleo

La situación indica que no hay una edad de formación y otra de aplicación del saber adquirido; las exigencias de reconversión se plantean en cualquier etapa de la vida laboral. Los años de experiencia en la práctica concreta no eximen al trabajador de verse relevado del imperativo de actualización y reconversión de sus saberes. La edad antes que una dificultad obra como un fuerte estímulo para iniciar los estudios de nivel terciario.

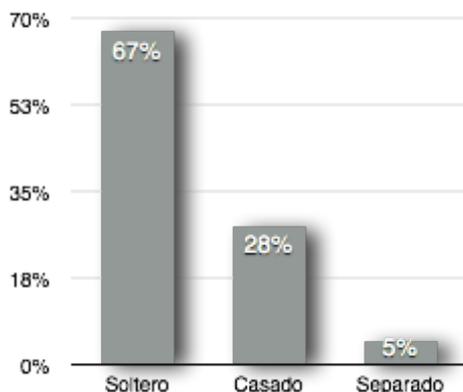
Los títulos secundarios de bachiller, perito mercantil y técnico, no determinan el grado de inserción por contar con uno u otro tipo de saber formal. La especialización se impone como necesidad externa -laboral o de prestigio- asumida por gran parte de la población encuestada.

Gráfica 4.3 – distribución del Título de Nivel medio obtenido

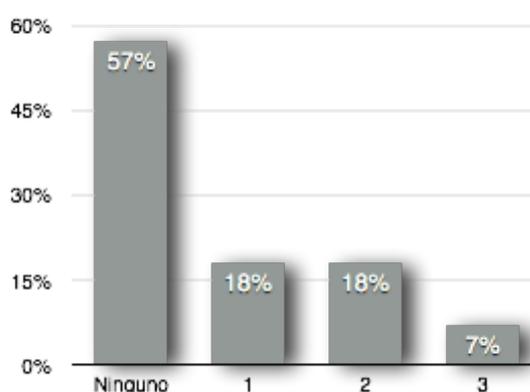


El 67% del universo se encuentra en condición de soltero en tanto el 33 % restante está casado, viudo o separado; 57 % sin hijos y 43% con hijos. Esta situación resulta significativa si la conyugalidad y la filiación se asocian al desempeño del alumno por las obligaciones familiares asumidas

Gráfica 4.4 - Distribución de la variable Estado Civil



Gráfica 4.5 - Distribución de la variable Cantidad de Hijos

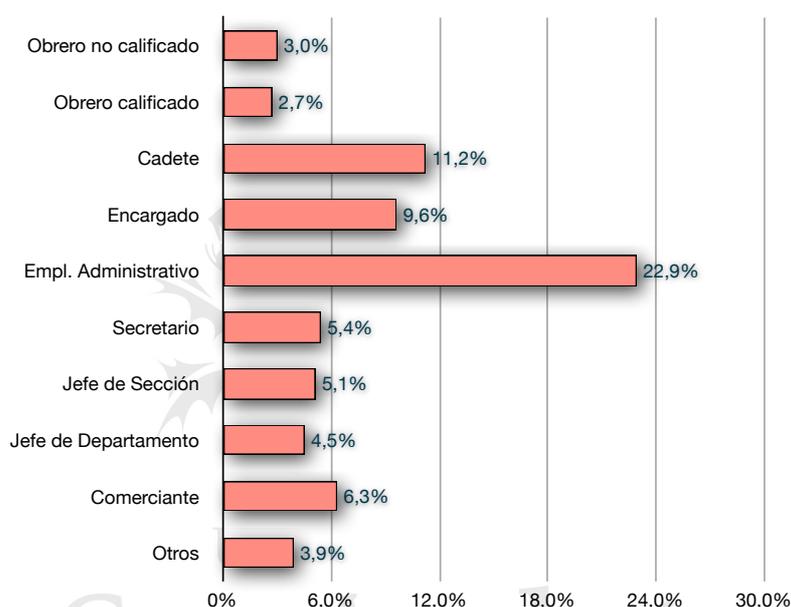


El 15,3 % de la muestra está conformada por obreros calificados, no calificados y encargados, en tanto que los empleados administrativos, cadetes y secretarios alcanzan el

39,5%. El nivel medio de estudios no los acredita para acceder a niveles de planificación, conducción o desarrollo.

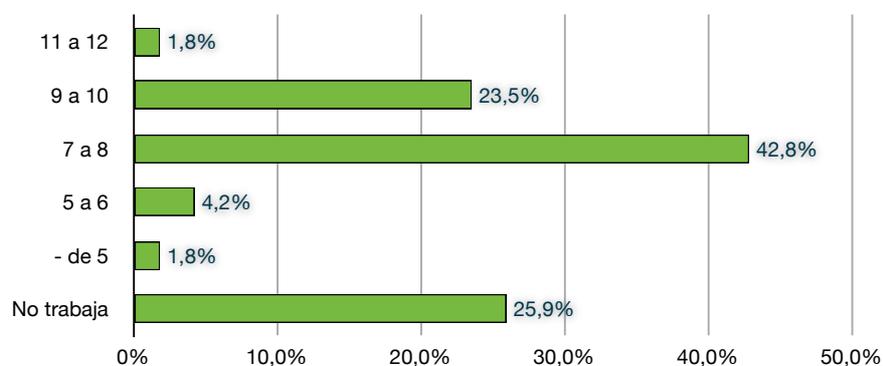
El 90,4% procede de estamentos laborales de calificación media y media baja. Constituye el segmento de trabajadores y no trabajadores que encuentra en el espacio entre la escuela media y la universidad su lugar de formación, acceso y promoción laboral; por lo general el tipo de trabajo, el rol de padre y esposo sesga la decisión de encarar un estudio superior con un claro criterio de usufructo inmediato del resultado obtenido.

Gráfica 4.6 – Distribución de la variable Función que desempeña en el trabajo principal



Se puede advertir la tendencia del fenómeno de sobreempleo (25,3%), es decir, se trata de trabajadores que exceden las 35 horas laborales por semana.

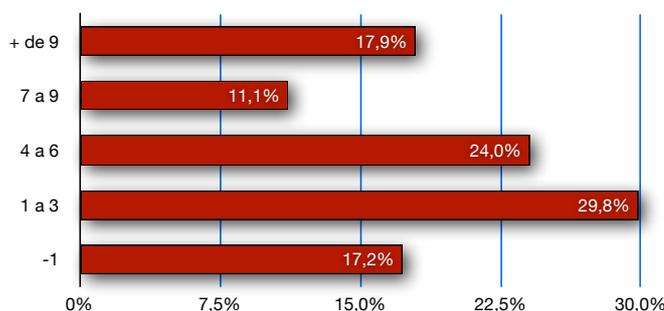
Gráfica 4.7 – Distribución de la Variable Cantidad de Horas Trabajadas



Los años transcurridos desde la finalización del nivel medio junto a las variables “edad” y “años en el empleo”, muestra que el 47% finalizó sus estudios secundarios entre el

año inmediato anterior a encarar el terciario y los 3 años siguientes en concordancia con el 46% de la población que tiene entre 18 y 21 años y con el 29% que no trabaja.

Gráfica 4.8 – Distribución de la variable Años transcurridos desde la finalización del Nivel Medio



4.3.3 Instrumentos de la investigación

En este trabajo se han utilizado datos recogidos con tres instrumentos: un test de aptitud general: el STAT (Sternberg Triarchic Abilities Test - Rainbow Project), un Test de Habilidades de Razonamiento Matemático que se ha denominado THRM y un cuestionario construido *ad hoc* para relevar la motivación y los factores contextuales de los estudiantes. La información así obtenida se complementa con las calificaciones de los exámenes de los alumnos en las Materias del primer año de las carreras consideradas, que figuran en las respectivas Actas de exámenes.

El STAT, se aplicó a la totalidad de los alumnos que ingresaron al primer año de las carreras seleccionadas, en grupos de 48 aproximadamente, durante dos sesiones de dos (2) horas. Los tests se fueron recepcionados por el dos (2) Psicólogos y un (1) Psicopedagogo que integran el equipo docente del Instituto de IFTS N° 6 y un Psicólogo del IFTS N° 17, personal que por lo general se encargan de las tareas de Admisión de los estudiantes. El test tuvo carácter obligatorio y formó parte de curso de ingreso a dichas instituciones.

El THRM, también se aplicó con carácter obligatorio a la totalidad de los alumnos que ingresaron al primer año de las carreras seleccionadas. Se utilizó la metodología on-line y se proyectó una sesión de trabajo de aproximadamente dos (2) horas de duración. Fue recepcionado por el equipo docente, abocado a las tareas de Admisión, del Departamento de Matemática de los Institutos participantes, quienes realizaron el primer análisis de los resultados obtenidos.

El cuestionario *Motivación y los Factores Contextuales (MFC)*, aplicado a la totalidad de los alumnos que ingresaron a las dos carreras seleccionadas, formó parte de la ficha de inscripción de la Institución Educativa. La información relevada sirvió de insumo para realizar el diagnóstico de entrada de los estudiantes que ingresaron en esas carreras.

A.- El **STAT** (Stemberg Triarchic Abilities Test – Rainbow Proyect), es un instrumento de evaluación de la capacidad intelectual. Intenta medir los procesos y funciones de las tres subteorías que componen la teoría triárquica de la inteligencia: *componencial* o analítica, *experiencial* o creativa y *contextual* o práctica. Considera que ningún test está libre de influencia cultural y en consecuencia el punto de partida es el contexto y la experiencia del individuo; está orientado a valorar las operaciones de la inteligencia en su contexto y la mediación que éste tiene para el desarrollo intelectual.

La organización del Test hace posible medir las distintas facetas de la inteligencia, desde los mecanismos metacomponenciales hasta las funciones de la inteligencia práctica, y la forma en la que se emplean dichos mecanismos para interactuar con el medio. Trata de evaluar cómo se utilizan las estrategias de pensamiento (Sternberg, 1986), lo que permite ser utilizado tanto para evaluar la inteligencia como para valorar los déficits intelectuales. También se ha utilizado para detectar y entrenar sujetos con altas habilidades.

Consiste en un test de respuestas de elección múltiple que se administra en grupo y cubre nueve niveles de edad, desde los cuatro años hasta la edad adulta. El nivel H (modificado) empleado en este trabajo es apropiado para estudiantes de los cursos superiores de secundaria y para estudiantes de universidad. El test evalúa tres dimensiones diferentes de la inteligencia relacionadas entre sí -analítico, práctico y creativo-, en tres dominios de lenguaje -verbal, numérico y figurativo.

El empleo de tres dominios trata de asegurar que los estudiantes que operan con una forma particular de representación, tengan la oportunidad para mostrar sus habilidades. La prueba consta de 36 ítems, distribuidos en 9 escalas, -con 4 ítems cada una- más dos ejemplos resueltos, que se agrupan a su vez en tres categorías, la inteligencia analítica, la inteligencia práctica y la inteligencia creativa. Además de estas 9 escalas, la prueba del STAT contiene una última, la escala 10; ésta se conforma con tres ensayos libres con temáticas asignadas que permiten relevar los tres componente puestos en juego en la producción (véase anexos).

La distribución de las escalas en las tres categorías, queda reflejada en los cuadros siguientes:

Tabla 4.1 Evaluación de las tres modalidades de la Inteligencia

Categoría 1 – Evaluación de la Inteligencia individual		
Escala	Modalidad	Calificación Básica
1	Verbal	4
2	Numérica	4
3	Figurativa	4
10	Ensayo 1 – Analítico	9+9

Categoría 2 – Evaluación de la inteligencia Práctica		
Escala	Modalidad	Calificación Básica
4	Verbal	4
5	Numérica	4
6	Figurativo	4
10	Ensayo 2 – Práctico	9+9

Categoría 3 - Evaluación de Inteligencia Experiencial		
Escala	Modalidad	Calificación Básica
7	Verbal	4
8	Numérica	4
9	Figurativo	4
10	Ensayo 3 – Creativo	9+9

Las diez escalas permiten el uso de técnicas estadísticas paramétricas como el estudio de regresión o el modelo de ecuaciones estructurales. No existe límite de tiempo para su realización. En consecuencia, la inteligencia analítica o componencial, se mide con actividades relacionadas con la aplicación de los metacomponentes, componentes ejecutivos y de adquisición de la información, a problemas de contenido verbal, numérico y figurativo; se relaciona con el mundo interior del sujeto y la tareas evaluadas recogen componentes o habilidades intelectuales-académicas. El STAT pretende evaluar los componentes de esta inteligencia del sujeto con las subescalas:

1. Analítica-Verbal: las situaciones incluidas permiten medir las habilidades de comprensión verbal en el contexto en el que aparecen; se derivan significados de neologismos (palabras artificiales) de contextos naturales.
 2. Analítica-Cuantitativa: Series de números. Las habilidades para tratar los números se miden a través de series de razonamiento inductivo con modalidad de lenguaje numérica. Se tiene que deducir el número que viene a continuación en una serie de números.
 3. Analítica-Figurativa: Las habilidades de clasificación y de razonamiento analógico se miden a través de matrices. Se presenta una matriz figurativa con la casilla inferior derecha vacía, y se debe indicar qué opción corresponde al espacio en blanco.
- 10.1. Ensayo Analítico: Los estudiantes deben realizar un trabajo de composición abierta que analiza y debate la seguridad presente en la institución escolar. El ensayo tiene la intención de evaluar el tipo de habilidad analítica. El ensayo es evaluado con dos puntuaciones numéricas. Las puntuaciones van desde 1 (mínimo) hasta 9 (máximo). La primera puntuación numérica evalúa cuán analítica es la respuesta del estudiante. La segunda es una calificación global que resulta del balance

entre la evaluación del contenido (¿Es la respuesta correcta? ¿Está completa?) y la expresión (¿Es gramaticalmente correcta? ¿Está bien escrita en general? ¿Es fácil o difícil de entender?). Esta segunda evaluación, no presta atención a la habilidad antes mencionada.

La inteligencia práctica o contextual se determina mediante la aplicación de los componentes a problemas de las tres modalidades anteriores que hacen referencia a la vida práctica; refleja la capacidad de adaptación del individuo a su medio. El STAT evalúa los componentes de esta inteligencia del sujeto con las escalas:

4. **Práctica-Verbal:** las situaciones presentadas permiten medir la inteligencia práctica mediante tareas verbales que recogen problemas cotidianos cuya solución requiere del análisis detallado de los diferentes datos. Se presenta una serie de problemas cotidianos donde se deben seleccionar las opciones que mejor resuelven cada problema.
5. **Práctica-Cuantitativa:** la resolución de ciertos problemas cotidianos requieren razonamiento cuantitativos, es decir, de procesos matemáticos básicos. El STAT presenta escenarios que requieren el uso de las matemáticas en la vida diaria.
6. **Práctica-Figurativa:** el test incluye ítems que requieren habilidades de planificación efectiva. La información del problema se presenta en mapas o diagramas que representan situaciones de la vida cotidiana (como partes de una ciudad, de un colegio, un parque de atracciones etc.); su resolución implica la utilización de procesos de razonamiento inferencial. En el mapa del área presentada se debe indicar la mejor forma de desplazarse, es decir, realizar una planificación de ruta a seguir.

- 10.2. **Ensayo Práctico:** Los estudiantes deben abordar un problema que estén experimentando actualmente en la vida real y realizar un trabajo de composición abierta que lo describa brevemente, incluyendo el tiempo que ha estado presente y las personas involucradas; a continuación deben describir tres diferentes propuestas prácticas que aplicarían para tratar de resolver el problema. El ensayo pretende evaluar el tipo de habilidad práctica. Es evaluado con dos puntuaciones numéricas, de la misma forma y características que las descriptas para el ensayo analítico.

La inteligencia creativa se evalúa con problemas cuya solución exige procesos de “insight” a contenidos verbales, numéricos y figurativos; se relaciona con la capacidad de los sujetos para pensar y resolver problemas de forma novedosa (Stemberg, 1987). Los ítems presentados recogen situaciones y problemas que exigen aplicar los componentes de

adquisición de conocimiento (codificación, combinación y comparación selectiva) de forma “intuitiva”. El STAT evalúa estos componentes con las escalas:

7. Creativo-Verbal: valora dominio verbal presentando analogías novedosas precedida por premisas; cuyas soluciones exige pensar de forma novedosa. Se debe considerar que las premisas son verdaderas.
8. Creativo-Cuantitativa: las situaciones planteadas permiten medir la capacidad para afrontar situaciones novedosas dentro de un contexto cuantitativo. Utiliza matrices con números y símbolos. Se presentan las reglas para las operaciones con números nuevos, que requieren manipulaciones numéricas que difieren en función de si un operador es mayor que, igual a, o menor que otro. Para resolver los problemas matemáticos se deben usar los nuevos números.
9. Creativo-Figurativo: Los ítems correspondientes a esta subescala consideran problemas donde se deben completar series figurativas que conllevan transformaciones, de acuerdo con una regla que se debe inducir previamente, es decir, se debe aplicar la regla de las series deducida a una nueva figura con una apariencia diferente.
10. 3. Ensayo Creativo: Los estudiantes deben asumir el papel de representante de los estudiantes que integran una comisión ad-hoc que tiene el poder para reformar el el Reglamento Orgánico vigente en el instituto al que asiste. Deben describir el sistema escolar que considera ideal, incluyendo el edificio, las instalaciones, los docentes, los planes de estudios, y cualquier otro aspecto que considere importante. El ensayo evalúa la habilidad creativa de la misma forma y condiciones que se evalúan los otros ensayos.

Las puntuaciones para cada una de las dimensiones son obtenidas a través de la combinación de las respuestas de las subescalas usando la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI) para crear las tres escalas finales que representan las habilidades analítica, creativa y práctica.

Una de las limitaciones del STAT reside en las tareas elegidas para evaluar la inteligencia creativa y práctica (Sternberg, 2006). Por esa razón, el autor consideró pertinente crear un nuevo test en el que las habilidades creativas y prácticas fueran evaluadas mediante tareas de rendimiento; por tanto, se elaboró el Rainbow Project. Este proyecto es un instrumento creado para complementar las tareas del STAT, para corregir ciertos inconvenientes en la evaluación de las habilidades analítica, creativa y práctica bajo la teoría de la inteligencia triárquica.

La inteligencia creativa se evalúa mediante tres tareas abiertas que requieren de espontaneidad. Cada tarea, presenta una serie de estímulos o tópicos a elegir. Las tareas son:

1. historias escritas. El alumno debe escribir dos historias partiendo de un título dado;
2. viñetas. Se presentan cinco viñetas a las que le debe agregar una leyenda o título;
3. historias orales. Se pide la narración de una historia a partir de unas fichas con dibujos de diferentes temáticas.

La inteligencia práctica se valora con tareas en las que se debe evaluar la calidad de las respuestas a una serie de situaciones del mundo real. Las tres tareas son:

1. cuestionario de sentido común; se plantean soluciones para distintas situaciones que son valoradas en una escala de 1 a 7;
2. cuestionario de la vida escolar; se proponen opciones para resolver algunos problemas que se tienen que valorar en una escala de 1 a 7;
3. inventario de situaciones cotidianas; se muestran algunas situaciones problemáticas que se deben resolver y son valoradas una serie de opciones en una escala de 1 a 7.

En síntesis, el Proyecto Arcoiris (Rainbow Project) incorpora al STAT tres tareas de rendimiento para evaluar las habilidades creativas y otras tres para las habilidades prácticas, que se complementan con las tareas de elección múltiple existentes. Por tanto, la batería Rainbow está compuesta por las nueve tareas de elección múltiple contenidas en el STAT para evaluar las habilidades analítica, creativa y práctica, y una tarea de ensayo, a las que se añaden seis nuevas tareas de rendimiento para evaluar las habilidades creativa y práctica (tres tareas para cada una).

B.- El Test de Habilidades de Razonamiento Matemático (THRM) se ha estructurado con preguntas formuladas sobre 15 problemas extraídos del proyecto internacional PISA. Este proyecto define la competencia matemática como “la capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos”.

Esta definición concuerda con las teorías más amplias e integradoras sobre la estructura y el uso del lenguaje. Al considerar las matemáticas como un lenguaje determina que los alumnos deben conocer los rasgos estructurales presentes en el discurso matemático (los términos, hechos, signos, símbolos, procedimientos y habilidades) y aprender a utilizar esos conceptos para resolver problemas no rutinarios en una variedad de contextos.

PISA denomina al proceso que emplean los alumnos para resolver los problemas que plantea la vida, matemización. Este proceso atiende a cinco aspectos esenciales que lo caracteriza:

1. Enunciado del problema en la vida real.
2. Enunciado del problema en términos matemáticos para su resolución. El resolutor trata de identificar los conceptos matemáticos intervinientes y los reorganiza en función de estos conceptos.
3. Elección del modelo de abstracción de la realidad, es decir, de formular el problema en términos matemáticos.
4. Resolución del problema de acuerdo con el modelo elegido. Se trata de aplicar los procesos matemáticos adecuados para alcanzar la solución.
5. Contrastar la solución en el mundo real con el objeto de comprender el significado que adquiere la solución matemática al transponerla al mundo real.

En consecuencia, evalúa el perfil de capacidades matemáticas para analizar, razonar y comunicarse eficazmente cuando se formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos cuantitativos, espaciales y probabilísticos. PISA ha establecido principios básicos para comparar el rendimiento en matemática en los países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). El conocimiento y las habilidades matemáticas se evaluaron de acuerdo con tres dimensiones: el *contenido* al que se refieren los problemas y las preguntas de matemáticas; los *procesos* que deben activarse para conectar los fenómenos observados con la matemática y resolver así los problemas correspondientes; y las *situaciones* y los contextos utilizados como fuentes de materiales de estímulo en los que se plantean los problemas. La evaluación se establece en torno a cuatro áreas de contenidos: *Espacio y forma; Cambio y relaciones; Cantidad; e Incertidumbre*.

PISA, establecer una escala del rendimiento matemático para asociar cada ejercicio de la prueba de evaluación a una puntuación según su dificultad. Las se agrupan en seis niveles de competencia. Estos seis niveles de competencia representaban grupos de tareas de dificultad ascendente, siendo el nivel 6 el más alto y el 1 el más bajo.

Con base en esta perspectiva teórica, se ha encarado una estrategia metodológica que refleja los aportes de la Teoría Triárquica de la Inteligencia Humana aplicada al desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos. La teoría especifica los modos que las personas usan para procesar y analizar la información y los subcomponentes de los procesos directivos corresponden a los pasos generales para resolver un problema. Estos

elementos han sido considerados en la confección del Test de Habilidades de Razonamiento Matemático que utiliza una estrategia online. el **THRM** construido sobre la base de los problemas seleccionados del proyecto PISA, fue adaptado para responder a 5 preguntas de respuestas múltiples que permiten indagar el tipo conocimientos y habilidades desplegadas en el proceso de resolución y que son consecuentes con el modelo teórico para la resolver problemas de Sternberg.

Los aspectos formales desarrollados en la resolución de problemas matemáticos, conforman estructuras de pensamiento que se aplican a situaciones de la vida cotidiana (Armendáriz, Azcárate y Deulofeu ; 1993). Esto determina la necesidad de disponer estrategias de identificación del nivel de desarrollo de las competencias en el campo de la resolución de problemas matemáticos con el fin de evitar frustraciones y fracasos que genera la elección de carreras para las cuales no se dispone de las habilidades y competencias básicas.

Desde esta perspectiva, se ha estimado que el **THRM** online proyectado puede beneficiar al proyecto al constituirse en una herramienta o instrumento mediador de la actividad mental constructiva de los alumnos y de los procesos puestos en juego en la resolución de problemas. En este caso, la simulación como técnica de enseñanza e investigación diseñada para producir bajo condiciones controladas, fenómenos que tienen probabilidad de ocurrencia en condiciones reales, resuelve algunos problemas de los entornos reales relacionados con el espacio de aplicación del **THRM**, los limitados recursos disponibles, los altos costos de implementación y la demora en la obtención de los resultados.

Los procesos psicológicos superiores se caracterizan, precisamente, por la utilización de instrumentos de origen cultural adquiridos socialmente, particularmente instrumentos simbólicos como el lenguaje u otros sistemas de representación. Este uso permite la adaptación activa al medio, y la realización y el control conciente que caracterizan dichos procesos psicológicos superiores.

Así, la simulación mediada por ordenadores constituye un nuevo modo de representación y comunicación, cuyo uso puede introducir modificaciones importantes en determinados aspectos del funcionamiento psicológico de las personas; un medio que, si bien no constituye en sentido estricto un nuevo sistema semiótico –puesto que utiliza fundamentalmente sistemas semióticos previamente existentes, como el lenguaje oral y escrito, la imagen audiovisual, las representaciones gráficas, etc.–, crea, a partir de la integración de tales sistemas, condiciones totalmente nuevas de tratamiento, transmisión,

acceso y uso de la información. Es en este sentido que se considera a la simulación como “herramienta cognitiva” o *mindtools* (Jonassen y Carr, 1998; Jonassen 2006; Lajoie, 2000); es decir, como instrumento que permite que las personas en general y los aprendices en particular, *representen* de diversas maneras su conocimiento y puedan reflexionar sobre él, generando una apropiación más significativa.

En consecuencia, el trabajo asume que la práctica simulada para resolver problemas facilita el procesamiento de la información; brinda ocasión para la adquisición del aprendizaje, permite la sistematización y la transferencia de lo aprendido, mejora el desarrollo de competencias cognitivas y viabiliza la automatización de los procesos. También, considera que la experiencia de simulación para relevar las habilidades cognitivas puestas en juego en la resolución de problemas matemáticos, puede aportar información para predecir el rendimiento futuro de los alumnos.

Estos aportes teóricos y empíricos, han fundamentado la selección de los problemas y la estrategia metodológica que conforman el Test de Habilidades de Razonamiento Matemático sobre la base de los componentes cognitivos que se aplican en la resolución de problemas matemáticos.

Enfocar la atención en la resolución de problemas implica elaborar o seleccionar problemas que pongan en evidencia los procesos y competencias cognitivas requeridas para su resolución y que permitan, con un cierto grado de probabilidad, constituirse en predictores del rendimiento académico en el dominio considerado. En este sentido, la propuesta para evaluar la competencia matemática del proyecto PISA, cumple con dicha finalidad.

La situación, determinó el diseño y producción del recurso electrónico (**THRM**) que simula la aplicación de una batería de cinco pruebas que relevan habilidades para resolver problemas matemáticos, cuya estructura se resume a continuación:

- ✓ Dispone de un formulario de estudiante, donde el alumno provee sus datos, los de la Institución y los de la carrera elegida. Esta información posibilita el envío de la puntuación final alcanzada, cuando se terminan de administrar los Tests.
 - ✓ Fija el tiempo de trabajo y realización en dos horas, treinta minutos.
 - ✓ Devuelve los puntaje obtenidos al finalizar cada un de los cinco Niveles o Escalas proyectadas.
 - ✓ Fija una pantalla para cada una de las situaciones problemáticas.
 - ✓ Abre un cuadro de diálogo cuando se da respuesta a cada una de las preguntas formuladas para cada problema, que se explicita si la respuesta elegida es o no la
-

correcta e indica cuál es el error cometido.

- ✓ Guarda la información acumulada al responder la última pregunta de cada problema y permite pasar a la siguiente situación.
- ✓ Da por terminada la sesión cuando se responde la última pregunta del último problema o cuando se haya acabado el tiempo fijado para realizar el Test, lo que suceda primero.
- ✓ Procesa la información acumulada e informa al alumno la puntuación total obtenida y las puntuaciones correspondientes a cada Nivel o escala.
- ✓ Informa, con independencia de la puntuación final, el grado de desarrollo de las competencias evaluadas en cada Nivel.
- ✓ Las situaciones problemáticas planteadas, conforman cinco escalas que permiten relevar las siguientes competencias alcanzadas por los alumnos:
 - Dominio lingüístico-semántico.
 - Comprensión y planeamiento.
 - Argumentación y estrategias.
 - Resolución y cálculo.
 - Adquisición de información.

La estructura de la estrategia didáctica descrita se completa con la selección de 15 problemas matemáticos liberados del Proyecto *PISA*, que permiten analizar y valorar los procesos cognitivos que utilizan los alumnos en su resolución. Plantean situaciones cotidianas para que se pueda percibir mejor la *utilidad* de la actividad y, así, aumentar la motivación hacia las tareas que se proponen. De los 15 problemas seleccionados, 12 corresponden a los niveles de competencia 2, 3 y 4, sólo 3 de los niveles de competencia más alto, es decir 5 y 6. Esta elección persigue como objetivo analizar los procesos desplegados en la resolución, que conforman el modelo de desarrollo de la competencia para resolver problemas asumido, y evitar la interferencia que pudiera surgir por el planteo de problemas que requieren un nivel de pensamiento y razonamiento matemático avanzado. (véase anexos).

En consecuencia, el Test se ha organizado de la siguiente forma:

- Analizar y valorar el desarrollo de los procesos cognitivos bajo el punto de vista de la *teoría triárquica* de la inteligencia de Sternberg.
- Las situaciones problemáticas planteadas, se desarrollan en cinco niveles conformados por pruebas independientes que dan origen a las escalas: lingüístico-

semántica, comprensión y planeamiento, argumentación y estrategia, procesos algorítmicos y adquisición de información.

- En cada categoría se plantean preguntas que se responden seleccionando la respuesta entre cuatro alternativas. La opción correcta se ha colocado de forma aleatoria.
- El Test presenta los mismos problemas en cada uno de los cinco niveles o escalas:

Nivel I: Proceso lingüístico-semántico.

Es la fase en la que se traduce el texto del problema a un lenguaje matemático a través de un sistema de representación y estará bien resuelta cuando las relaciones expresadas sean las que se deducen correctamente de la sintaxis y la semántica del texto. Evalúa los Componentes Cognitivos en la comprensión lectora, mediante la pregunta: **¿qué requiere el problema?**

Escala II: Proceso de comprensión y planeamiento

La comprensión del problema requiere un conocimiento que permita integrar su información en la estructura de conocimientos almacenada en la memoria y saber lo que ha de hacer para resolverlo. En esta fase se selecciona un plan de resolución del problema planteado. El mismo será considerado bueno cuando su ejecución permita aplicar correctamente los procesos analíticos que a través de las reglas y las propiedades aritmética, generen nuevas relaciones que lleven a un resultado correcto. La teoría triárquica de la inteligencia de Sternberg explica este proceso mediante los metacomponentes cognitivos. Estos perciben la naturaleza del problema y acceden a la información almacenada en la memoria a largo plazo. En esta fase de la resolución se evalúa los componentes cognitivos que reconocen la naturaleza del problema y permiten la selección del plan de trabajo; responde a la pregunta: **¿qué plan es adecuado para resolver este problema?** (Conocimiento esquemático).

Escala III: Proceso de argumentación y estrategia.

Las representaciones utilizadas, las expresiones de las relaciones que se explicitan en el planteamiento y las que se obtienen en la ejecución, por transformación analítica de las iniciales, determinarán las estrategias que llevan a organizar los pasos a seguir en la resolución de un problema. Estos pasos se ajustan a un sistema organizado de códigos o símbolos, es decir, a un sistema de representación. Entonces, identificado el problema y seleccionado el planteamiento adecuado para

resolverlo, se requiere aplicar estrategias que organicen y evalúen la secuencia a seguir para alcanzar la solución¹⁸. Para evaluar esta situación, se recurre al interrogante: **¿qué convendría hacer en primer lugar para resolver este problema?** (Conocimiento estratégico). La respuesta *permite analizar* el desarrollo alcanzado para aplicar las estrategias que llevan a la resolución del problema, pues se considera que el primer paso ejecutado es un criterio para valorar el conocimiento estratégico porque pone de manifiesto el grado de organización y precisión alcanzado en la aplicación de estrategias.

Escala IV: Procesos resolución y cálculo

Todos los problemas verbales propuestos tienen solución numérica, es decir, existen valores numéricos que hay que determinar, de acuerdo con las condiciones del problema. Para evaluar los procesos algorítmicos utilizados al ejecutar el plan de trabajo, se *solicita que realicen los cálculos necesarios para alcanzar el resultado correcto*. Esta escala pretende valorar la habilidad que ha desarrollado el alumno para ejecutar los procedimientos de resolución y cálculo¹⁹.

Escala V: Proceso de adquisición de nueva información

Se ha considerado el caso de alumnos, que no han seleccionado el plan correcto, resuelvan el problema; cuando se le indica el algoritmo, lo aplican correctamente, o la inversa. Al informar el procedimiento algorítmico que permite resolver el problema, se cumple con la finalidad didáctica de indicar al alumno el proceso adecuado de resolución que le permite aprenderlo en este momento, poniendo en juego su habilidad para asimilar la nueva información y ponerla en práctica.

C.- El cuestionario **Motivación y los Factores Contextuales (MFC)** permitió obtener información de los alumnos referida al grado de interés, utilización del tiempo libre, horas destinadas al estudio y al trabajo, rendimiento en signaturas del nivel secundario, funciones que desempeña en el trabajo principal, y tiempo destinado a la práctica que posibilita la automatización de los procesos cognitivos. También, indica las características del núcleo familiar, vivienda, nivel de escolaridad de los padres y otros datos

¹⁸ Sternberg y Rifkin (1979) consideran que estos procesos mentales se fundamentan en los metacomponentes de selección de una estrategia que ordenan los pasos a seguir y conducen al sujeto desde el estado inicial al final del problema.

¹⁹ Sternberg (1985c) considera que los procesos de automatización mental, además de facilitar la resolución de los problemas, son unos buenos indicadores del grado de experiencia e inteligencia del sujeto. La eficacia de estos procedimientos aplicados en la resolución de un problema matemático se logra con la práctica, hasta conseguir su automatización.

de carácter sociocultural. Los ítems exploran el interés y la motivación; se conforman con situaciones que reflejan valoraciones sobre aptitudes, que se responden con una de estas cuatro alternativas: *siempre, algunas veces, nunca* (véase anexo).

D.- Las *Actas de los exámenes de las materias* y otros documentos de calificación permiten conocer el rendimiento académico y contrastarlo con las variables estudiadas para determinar tipos de trayectoria académica. Las puntuaciones obtenidas en el STAT y THRM se correlacionarán con las categorías de trayectoria académica consideradas. Se utilizaron las calificaciones parciales y totales de los alumnos de primer año de las carreras seleccionadas, para fijar los indicadores relacionados con la trayectoria escolar y para determinar perfiles asociados.

4.3.4 Análisis de la información: Codificación de datos

El STAT consta de 36 ítems, distribuidos en 9 escalas, con 4 ítems cada una, que se agrupan a su vez en tres categorías, la inteligencia analítica, la práctica y la creativa. A cada respuesta correcta se le asigna 1 punto y 0 a las incorrectas. La puntuación máxima para cada escala es de 4. La escala 10 se diferencia por estar conformada con tres ensayos que se valoran con dos puntuaciones con 9 puntos como máximo. La primera puntuación numérica evalúa los tres componentes puestos en juego en la producción y la segunda es una calificación global que resulta de la evaluación del contenido y la expresión.

La inteligencia creativa se evalúa mediante los resultados de STAT (creativa) y las tareas abiertas agregadas por el Proyecto Arco Iris: dos historias escritas, cinco viñetas y una historia oral.

Las historias escritas y las orales se evalúan en dimensiones seleccionadas *a priori*, como indicadores de creatividad. Las dimensiones “originalidad”, “complejidad”, “expresividad emocional” y “descriptividad”, han sido seleccionadas antes de realizar las evaluaciones; las viñetas se evalúan en las dimensiones: “originalidad”, “talento”, “humor” y “capacidad de descripción de la tarea”. La operacionalización de cada dimensión evaluada, con respecto a la tarea depende del sistema de evaluación mismo. La escala utilizada para llegar a las puntuaciones en cada tarea de creatividad es de 1 a 5.

La inteligencia práctica se valora la puntuación de STAT (práctica) y con las tareas: cuestionario de sentido común; cuestionario de la vida escolar e inventario de situaciones cotidianas; la escala utilizada es de 1 a 7.

Tabla 4.2

Puntuaciones básicas del STAT (Rainbow Project)		
Escala	Inteligencia	Calificación Máxima
1-2-3 + Ensayo 1	Analítica	4+4+4+9+9 = 30
4-5-6 + Ensayo 2+	Práctica	4+4+4+9+9 = 30
+Sentido común		7
+Vida escolar		7
+ Situaciones cotidianas		7
7-8-9 + Ensayo 3	Creativa	4+4+4+9+9 =30
+ Historia escrita +		20+20 = 40
+ Viñetas		20 +20+20+20+20= 100
+ Historia oral		20

El **Test de Habilidades de Razonamiento Matemático (THRM)** consta de 15 problemas de respuesta múltiple y con puntuaciones de 1 o 0, según sea correcta o incorrecta su respuesta. Consecuentemente, la calificación máxima en cada escala del Test es de 15 puntos.

El cuestionario **Motivación y los Factores Contextuales (MFC)** permite determinar los siguientes indicadores: la motivación y la práctica en el dominio de la matemática podrá inferirse de la calificación obtenida en Matemática en el último año de estudio, la asignatura de mayor rendimiento y la cantidad de libros leídos por año; el contexto sociocultural se evalúa a partir del grado de significación de la variable nivel de escolaridad de los padres en la capacidad de resolver problemas.

Los tres indicadores básicos: la Calificación en Matemática (**CM**), el Promedio de Materias del primer año de estudio (**PMA**), el índice de aprobación (**IA**), conforman la variable dependiente **Rendimiento Académico**.

Tabla 4.3 indicadores de la variable Rendimiento Académico

Indicadores	Descripción
Calificación en Matemática (CM)	Calificaciones finales de la Materia Matemática del primer año de estudio.
Promedio de Materias Aprobadas del 1º año (PMA)	Suma de todas las calificaciones finales de las Materias del primer año de estudio dividida por el número de Materias.
Índice de Aprobación (IA)	Porcentaje de Materias aprobadas del total de Materias cursadas

Después de recoger toda esta información, se crearon varias bases de datos en el paquete estadístico SPSS (versión 20) para facilitar su análisis y valoración.

4.3.5 Validez de los resultados

En esta investigación, se ha utilizado un nuevo formato de la versión del **STAT**, facilitada por el Dr. Sternberg (**STAT nivel H, modificado**). La misma fue traducida y adaptada para esta tesis doctoral. Este paso requirió adaptar expresiones lingüísticas y de

pensamiento a las características de nuestro idioma; luego se aplicó a una muestra de 100 alumnos ingresantes a la carrera de educación superior: Lenguaje de Señas, con el objeto de obtener información sobre el procedimiento de aplicación, la comprensión lingüística y las dificultad de los ítems.

La prueba piloto determinó la necesidad de ajustar ciertas consignas y la presentación de situaciones problemáticas para mejorar su comprensión lingüístico-semántica. A partir del número de aciertos, errores y omisiones a cada ítem, se procedió a calcular el índice de dificultad y discriminación utilizando la fórmula de cálculo tradicional. Confirmada la aplicabilidad de la prueba y la existencia de índices de dificultad/discriminación adecuados, se continuó con la aplicación del test a toda la muestra considerada en el trabajo.

Su fiabilidad y validez queda ampliamente analizada y verificada por las numerosas investigaciones realizadas dentro de Los Estados Unidos de América, de Europa y Latinoamérica. En lo referente a la validez interna de la prueba, la correlación de las puntuaciones **STAT** con otras pruebas tradicionales de evaluación de la habilidad intelectual, es consistente, no obstante de ser una prueba diseñada para evaluar la inteligencia en contexto, que requiere de procesos selectivos de manejo de la información contenida en cada elemento del Test.

La validación preliminar del **STAT-Nivel H** (Sternberg & Clinkenbeard, 1995; Sternberg, Grigorenko, Ferrari, & Clinkenbeard, 1999) ha mostrado que es apropiado para el propósito con el que se elaboró. El trabajo de Sternberg, Prieto y Castejón, (2000), entre otros resultados indica que el test tiene una fiabilidad adecuada. Por lo general los sujetos se destacan más en uno o algunos de los tres tipos de inteligencia (Sternberg, 1985, 1996; Sternberg & Clinkenbeard, 1995); sólo varía el nivel de experiencia y el contexto al que se aplican los componentes, así como las formas de representación mental dentro de cada uno de los tres aspectos de la inteligencia; estos parecen relativamente independientes.

En el caso de una alta correlación entre ellos, se considera que el tipo de inteligencia general resultante no se corresponde con una inteligencia general como el factor g identificado por los psicómetras, que parece más cercano al componente analítico de la inteligencia triárquica.

El Rainbow Project es una medida confeccionada pocos años atrás por lo cuál, sus características psicométricas están siendo estudiadas actualmente. No obstante, son pocos los estudios dirigido hacia este propósito, existen algunos trabajos muy importantes. El más significativo es sin duda el realizado por Sternberg y The Rainbow Collaborators (2006),

cuyo objetivo principal fue determinar el valor predictivo del rendimiento de la batería.

La estructura factorial del Rainbow Project, mostró resultados consistentes entre los diferentes estudios. El modelo de tres factores parece ser la mejor de las soluciones, explicando entre un 62.4% de la varianza cuando se realiza un análisis factorial con rotación varimax (Sternberg et al., 2001) y un 62.8% con rotación promax (Sternberg y The Rainbow Collaborators, 2009). Uno de los factores lo conforman las tareas de creatividad de rendimiento (i.e., historias escritas, viñetas e historias orales). Otro de los factores lo componen los ítems del STAT (i.e., STAT analítica, STAT creativa, STAT práctica). El último está formado por las tareas prácticas de rendimiento (i.e., cuestionario de sentido común, cuestionario de la vida escolar, inventario de situaciones cotidianas). El primer factor es el menos claro, pues una de las tres tareas, viñetas, se ubica en el primer y segundo factor con la misma significación (incluso un poco más en el segundo), mientras que los otros dos factores se evidencian con mucha mayor claridad.

Sobre la validez predictiva del instrumento, se puede indicar lo siguiente (Sternberg and The Rainbow Colaborators, 2006; Sternberg et al., 2004; Sternberg et al., 2005):

- ✓ Ninguna de las tareas de pensamiento analítico (STAT analítica) actúa como predictor del rendimiento académico, independientemente de qué variables se introduzcan primero en el análisis de regresión.
- ✓ Las tareas creativas que mejor predicen el rendimiento académico son historias orales y el STAT creativa, incluso cuando las puntuaciones en las tareas de inteligencia práctica fueron introducidas en el análisis de regresión, independientemente de cómo fueron introducidas las variables.
- ✓ Las tareas prácticas de rendimiento predijeron el rendimiento académico, pero sólo hasta que el resto de tareas (analíticas y creativas) fueron introducidas en el análisis de regresión.
- ✓ El poder explicativo de las medidas triárquicas es superior a los predictores tradicionales de rendimiento académico en el contexto académico.

El Rainbow Project presenta el inconveniente de que las tareas de creatividad tienen un importante componente verbal que puede sesgar el rendimiento del individuo. También, muestra que las correlaciones de las tareas de la inteligencia práctica con el rendimiento académico, se reducen significativamente cuando se incluyen en el análisis el resto de variables. Es posible que la operacionalización de las tareas que evalúan la inteligencia práctica no capturan convenientemente las habilidades prácticas necesarias

para conseguir el éxito en la escuela. Otro inconveniente que presenta es que el test resulta excesivamente largo para aplicarlo a los participantes.

En cuanto al **Test de Habilidades de Razonamiento Matemático (THRM)**, se evaluaron los indicadores psicométricos de reactivos: nivel de dificultad y poder discriminativo de un ítem. Las diferencias individuales en el desempeño se representan con el nivel de dificultad de un ítem entendido como la proporción de personas que responden correctamente un reactivo de la prueba. Cuanto mayor sea esta proporción, menor será su dificultad. Se trata de una relación inversa: a mayor dificultad del ítem, menor será su índice (Wood, 1960). Su cálculo resulta de dividir el número de personas que contestó correctamente el ítem entre el número total de personas que contestó el ítem (correcta o incorrectamente)²⁰. Esta proporción se le denota con una p , e indica la dificultad del ítem (Crocker & Algina, 1986).

Por otra parte, si la prueba y un ítem miden la misma habilidad o competencia, se puede esperar que quien tuvo una puntuación alta en toda la prueba deberá tener altas probabilidades de contestar correctamente un ítem y por el contrario, quien tuvo bajas puntuaciones en la prueba, deberá tener pocas probabilidades de contestar correctamente el reactivo. Así, un ítem debe discriminar entre aquellos que obtuvieron buenas calificaciones en la prueba y aquellos que obtuvieron bajas calificaciones.

El poder discriminativo de los ítems es otro indicador que aporta datos sobre la validez del instrumento. A tal efecto, se tomó el número de aciertos en el ítem del 27% de las personas con las más altas puntuaciones (GA) y los aciertos del 27% con las puntuaciones más bajas (GB), y se calculó el cociente de la diferencia entre el números de los aciertos y el número de personas del grupo. En estas condiciones, si el índice de discriminación es alto, el reactivo diferencia mejor a las personas con altas y bajas calificaciones. Si todas las personas del GA contestan correctamente un reactivo y todas las personas del GB contestan incorrectamente, entonces $D = 1$ (valor máximo); si sucede lo contrario, $D = -1$ (valor máximo negativo); si ambos grupos contestan por igual, $D = 0$ (valor mínimo).

De esta manera, se evaluaron los puntajes siguiendo los criterios establecidos estadísticamente para pruebas de aprovechamiento.

²⁰ Backhoff, E., Larrazolo, N. y Rosas, M. (2000). Nivel de dificultad y poder de discriminación del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (EXHCOBA). *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 2 (1). Consultado el día 2 de diciembre de 2011 en: <http://redie.uabc.mx/vol2no1/contenido-backhoff.html>

TABLA 4.4. Poder de discriminación y Nivel de dificultad del THRM (Test de Habilidades de Razonamiento Matemático)

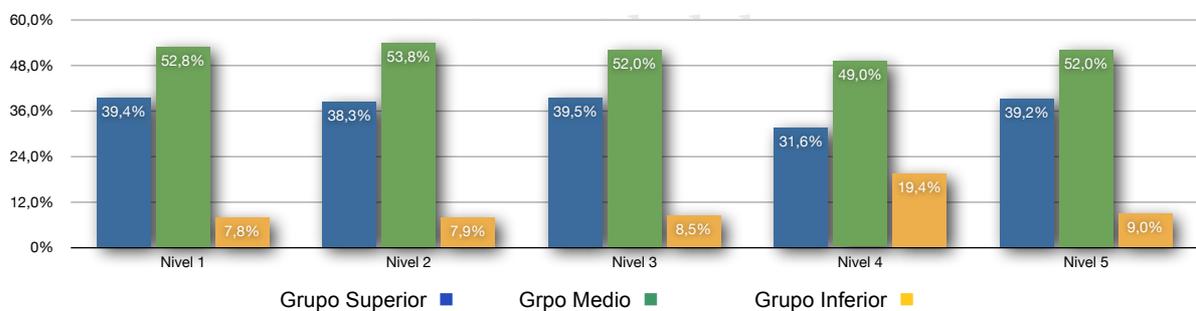
Nivel de Dificultad (p)			
0-29%	Muy difícil	66 - 85%	Fácil
30 - 44%	Difícil	86 - 100%	Muy fácil
45 - 65%	Óptimo		
Poder Discriminativo (D)			
más de 0,39	Muy Bueno	0,20 - 0,29	Regular
0,30 - 039	Bueno	0 o negativo	Pobre; para revisar

La Gráfica 4.9 compara los porcentajes de rendimientos en el test de habilidades de razonamiento matemático e ilustra la distribución de los desempeños que, en su gran mayoría, se ubican alrededor del percentil 40 - grupo superior- y por debajo del 20 para el grupo inferior.

TABLA 4.5. Rendimiento en porcentajes discriminado por Nivel y grupo

Grupo	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5
Superior	39,4%	38,3%	39,5%	31,6%	39,2%
Medio	52,8%	53,8%	52,0%	49,0%	52,0%
Inferior	7,8%	7,9%	8,5%	19,4%	9,0%

Gráfica 4.9 – Rendimiento en porcentaje de cada Nivel



Se puede observar rendimiento homogéneo en los Niveles 1, 2, 3 y 5 del test, de los tres grupos; sólo el grupo superior y medio, del Nivel 4, presenta una relativa disminución en el porcentaje de aciertos de los procesos algorítmicos aplicados que resuelven los problemas propuestos.

La mayor cantidad de aciertos del grupo superior corresponde al proceso de selección de estrategias de resolución; muestra un leve incremento con relación a los otros cuatro niveles. El grupo inferior incrementa el porcentaje de aciertos con la ejecución de los procesos algorítmicos.

El menor rendimiento del grupo superior fue en la aplicación del proceso algorítmicos y para el grupo inferior en la comprensión lingüístico-semántica y en el planeamiento de resolución. La menor diferencia entre los grupos considerados se da en la selección de los procesos algorítmicos de resolución.

El Nivel cinco indica que un grupo considerable de alumnos aprovechó las sugerencias propuestas para resolver los problema y aplicaron esa información en la resolución. Este mecanismo permite una aproximación en la valoración de la habilidad para incorporar nuevos conocimientos.

Las puntuaciones obtenidas por el grupo inferior alcanza un promedio de 10% del rendimiento total, lo que pone de manifiesto dificultades para llevar a cabo procesos de comprensión lingüístico-semántica, para planificar los procesos de resolución, aplicar estrategias adecuadas, realizar operaciones algorítmicas y adquirir nueva información o recuperar la existente.

La tabla 4.6 presenta las puntuaciones y desvíos estándar -valores p , y D - de las actividades del THRM. El promedio general de dificultad es de 51 %, con una desviación estándar de 17 %, para los 332 casos. El nivel medio de dificultad (p) del Test es de 0,51, respondiendo a los valores esperados como aceptables para una prueba, es decir, debe oscilar entre 0.5 y 0.6, distribuyéndose los valores de p de la manera siguiente: 7% de reactivos muy fáciles, 20% fáciles, 50% con una dificultad óptima, 20% difíciles y 5% muy difíciles²¹.

Las actividades “difíciles” son las relacionadas con los problemas 2, 3, 9 y 15 que requieren de habilidades para de identificar características esenciales de *formas*, para interpretar gráficos afín a los contenidos de *cambio y relaciones* que verifican hipótesis, y para comprender situaciones problemática de la vida real y activar los *procesos* que permiten conectar los fenómenos observados con la matemática. Sólo las actividad 7 y 12 resultaron clasificadas como “muy difícil”; también, se vincula al área de contenido de *cambio y relaciones* y requiere la habilidad para interpretar gráficos y deducir las relaciones entre las variables que determinan el problema y que permite aplicar los algoritmos que lo resuelven.

²¹ De acuerdo al manual del EXHCOBA. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 2 (1). Consultado el día 2 de diciembre del 2011 en: <http://redie.uabc.mx/vol2no1/contenido-backhoff.html>

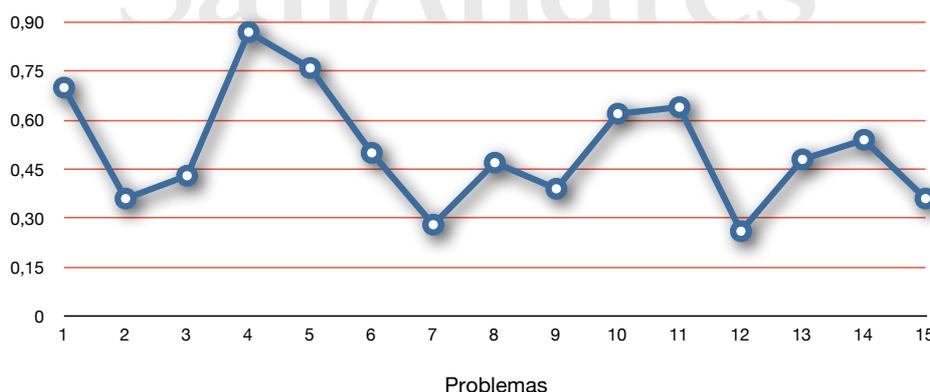
Tabla 4.6 - Validación del Instrumento - índice de dificultad y discriminación del THRM

ProblemaN°	P				D			
	N	fx	Índ. Dific.	Dific.	Grup. Alto	Grup. Bajo	Discr.	Poder Discr.
1	332	232	0,70	Fácil	150	82	0,45	Muy Bueno
2	332	120	0,36	Difícil	68	52	0,23	Regular
3	332	142	0,43	Difícil	86	56	0,35	Muy Bueno
4	332	290	0,87	Muy fácil	168	122	0,23	Regular
5	332	252	0,76	Fácil	160	92	0,42	Muy Bueno
6	332	166	0,50	Óptimo	96	70	0,27	Regular
7	332	94	0,28	Muy Difícil	57	37	0,35	Bueno
8	332	156	0,47	Óptimo	94	62	0,34	Bueno
9	332	128	0,39	Difícil	78	50	0,36	Bueno
10	332	206	0,62	Óptimo	124	82	0,34	Bueno
11	332	212	0,64	Óptimo	131	81	0,38	Bueno
12	332	86	0,26	Muy Difícil	63	23	0,28	Regular
13	332	160	0,48	Óptimo	94	66	0,30	Bueno
14	332	180	0,54	Óptimo	112	68	0,39	Muy Bueno
15	332	120	0,36	Difícil	83	37	0,55	Muy Bueno
Total / Prom	332	169,6	0,51	Óptimo	104,3	65,3	0,35	Bueno
Desv. Est.		56	0,17		33,5	22,5	0,05	

Es conveniente aclarar que no todos los estudiantes respondieron la totalidad de los preguntas formuladas en cada uno de los problemas, por lo que esta comparación no es del todo exacta, aunque sí muy aproximada.

La gráfica 4.10 presenta los índices de dificultad de los problemas presentados. Se puede observar que la tarea 12 con índice de (26 %) y la 7 con un índice de 28 %, resultaron ser “muy difícil” . La 2 y la 15 muestran un índice de 36% , valor que se encuentran en el rango de dificultad difícil.

Gráfica 4.10 - Índice de Dificultad de los Ítems (p)



En cuanto al poder discriminativo (D), la tabla V muestra los índices de discriminación que oscilan entre 0,23 y 0,55. Las tareas que mejor discriminan son las relacionadas con habilidades que se adquieren en la escuela primaria como observación, comparación, relación y clasificación, identificación y descripción de semejanzas y diferencias , definición de conceptos y aplicación del proceso de análisis. En segundo lugar se encuentran las que se adquieren en la escuela secundaria, como verificación de

hipótesis, análisis de transformaciones producidas por operadores y cambios en situaciones o eventos.

Los problemas se pueden agrupar en tres grupos, de acuerdo con su poder discriminativo: el primer grupo lo conforman cinco problemas (1, 3, 5, 14 y 15) que discriminan “muy bueno” con valores mayores a 0,35; un segundo grupo con los problemas (7, 8, 9, 10, 11 y 13) tienen un “buen” poder discriminativo, con valores entre 0,30 y 0,38 y el tercero, que lo integran los problemas 2, 4, 6 y 12, discrimina en forma “regular”.

El problema con más alto poder discriminativo requiere del concepto de probabilidad para activar los procesos que deben realizarse para conectar el fenómeno observado con la matemática y alcanzar su resolución, y las de menor poder discriminativo, requieren establecer categorías que se refieren a un número limitado de características abstractas de formas y gráficos de eventos.

La gráfica 4.11, muestra la distribución de los valores D. Aquí se puede notar que la mayor parte de los problemas se agrupan en el rango de 0,3 a 0,5, excepto el número 2, 4, 6 y 12.

Gráfica 4.11 - Índice de Discriminación de los Ítems (D)



El análisis de ítems muestra que la prueba resulta válida a juzgar por los índices obtenidos. Del total de los 15 problemas, no se ha registrado ninguno que discrimina “pobre” y que requiera ser revisado. El índice de dificultad promedio 51%, fue aceptable ya que en la mayoría de los problemas presentó un valor mayor que 26%, alcanzando el nivel de dificultad “difícil”; el índice de discriminación (0,35) resultó adecuado ya que se incluye en el rango “bueno”.

4.4 Operacionalización de las variables

Con el objeto de realizar el análisis de la información disponible en relación con las puntuaciones en el STAT (*Sternberg Triarchic Abilities Test, nivel H –Modificado*), se procesaron los datos de las respuestas obtenidas para discretizarlos con base en categorías determinadas por los tres componente de la Inteligencia : Analítico, Práctico y Creativo, y se ordenaron las puntuaciones de menor a mayor.

Para facilitar el análisis de independencia condicional de la información procedente del Test de Habilidades de Razonamiento Matemático (THRM), se agruparon los datos obtenidos de acuerdo con los cinco procesos puestos en juego en la resolución de problemas matemáticos; estos procesos dan origen a las cinco categorías relevadas.

La relación de la motivación y el contexto socio cultural en el desempeño del test de habilidades para resolver problemas matemáticos, se evalúa a partir del grado de significación de estas variables en la capacidad demostrada para resolver problemas. Las variables *Interés y Preferencias de Conocimientos* permiten definir tres categorías: 1 Bajo, 2 Medio y 3 Alto, para cada una de ellas.

Tabla 4.7 Variables Interés y Preferencia de Conocimientos

Variabes	Escala	Definición
Interés	1 Bajo	Prestigio personal + continuación de estudios
	2 Medio	Progreso en el trabajo + mejora en los ingresos
	3 Alto	Necesidad del título + cambio de trabajo
Preferencia de Conocimientos	1 Bajo	Asignatura con mejores resultados: Ciencias sociales y literatura + Libros leídos por año: menos de 5 + Temas preferido: Novelas , Entretenimientos
	2 Medio	Asignatura con mejores resultados: Ciencia y Tecnología , Idiomas + Libros leídos por año, entre 5 y 8 + Temas preferidos: Información General
	3 Alto	Asignatura con mejores resultados: Matemática, Administración, Computación + + Libros leídos por año, más de 8 + Temas preferidos: Científicos, Tecnológicos.

A partir de los indicadores de estas variables se construyen los grupos *Motivación*; el procedimiento para clasificar estas variables se realiza con base en la combinación de las categorías fijadas para cada indicador.

Tabla 4.8 - Grupos Motivación

Escala	Puntaje I + PC	Interés	Preferencias de conocimientos
1 Baja	2	1 Bajo	1 Bajo
	3	1 Bajo / 2 Medio	2 Medio / 1 Bajo
2 Regular	4	2 Medio	2 Medio
	5	2 Medio / 3 Alto	3 Alto / 2 Medio
3 Alta	6	3 Alto	3 Alto

Así, los estudiantes clasificados en interés 1 (bajo) y Preferencias de conocimientos 1 (bajo), suman 2 puntos y se los agrupa en la categoría 1 de baja motivación; su mayor interés es continuar estudios y obtener mayor prestigio personal; los mejores resultados escolares han sido logrados en ciencias sociales y literatura, leen menos de 5 libros por año y prefieren la lectura de novelas y/o temas de entretenimiento. En cambio, en el otro extremo, están los estudiantes de la categoría 3 (alta) que se conforma con los clasificados con interés 3 (alto) y con preferencia de conocimientos, también, 3 (alto). Alcanzan la puntuación máxima de 6; es el grupo motivado por la necesidad del título y de recambio laboral, además reúne a los estudiantes que tienen hábitos de lectura (leen más de 8 libros por año) y prefieren temas relacionados con ciencia y tecnología.

Por último, los tres indicadores básicos que conformaron la variable dependiente *Rendimiento Académico*, permitieron construir las categorías Bajo, Medio y Alto, definidas en base a criterios específicos derivados de la distribución de los mismos, que muestra la siguiente Tabla .

Indicadores	Escala	Definición
Calificación en Matemática (CM)	1 = Bajo	menos de 5 pts.
	2 = Medio	entre 5 y 8 pts.
	3 = Alto	mayor 8 y menor 10 pts
Promedio de Materias Aprobadas del 1º año (PMA)	1 = Bajo	menos de 5 pts.
	2 = Medio	entre 5-8 pts.
	3 = Alto	mayor 8 y menor 10 pts.
Índice de Aprobación (IA)	1 = Bajo	menos 50%.
	2 = Medio	entre 50% y 80%
	3 = Alto	100%

La combinación de estos tres indicadores arriba mencionados determinan siete Perfiles de Trayectoria Académica.

Tipo de Trayectoria	Puntaje	CM	PM	IA
Perfil I	3	1 Bajo	1 Baja	1 Baja
Perfil II	4	1 Bajo	1 Baja	2 Medio
Perfil III	5	1 Bajo	2 Medio	2 Medio
Perfil IV	6	2 Medio	2 Medio	2 Media
Perfil V	7	2 Medio	2 Media	3 Alto
Perfil VI	8	2 Medio	3 Alto	3 Alto
Perfil VII	9	3 Alto	3 Alto	3 Alto

En este sentido, la tabla muestra que los estudiantes clasificados con Perfil I, tienen el puntaje 3 que se conforma con la suma de las puntuaciones asignadas a cada uno de los indicadores, es decir, CM+PM+IA, mientras que el Perfil II tienen la puntuación 4, y los de la última trayectoria (Perfil VII) 9. Un estudiante clasificado en el Perfil VI, tiene una calificación en Matemática entre 5 y 10 puntos, un Promedio de Materias Aprobadas entre 8 y 10 y un Índice de aprobación del 100 %. Así, y con estos criterios, se clasifica a cada uno de los estudiantes en una trayectoria académica.

4.5 Hipótesis a contrastar

Toda la problemática tratada permite deducir un conjunto de proposiciones teóricas, algunas de ellas con alto contenido empírico que cumplen el papel de hipótesis que encuadran la construcción de las pruebas y mencionan los elementos observables que permiten verificarlas o refutarlas.

Proposición 1:

Los componentes de codificación de la información que operan en el proceso lingüístico-semántico, se correlacionan con la capacidad para resolver problemas matemáticos.

La valoración del nivel de desarrollo alcanzado en esta habilidad se llevará a cabo con la aplicación del THRM. El nivel I de respuestas, actuará como indicador de la comprensión de lo que se pide en cada problema. Las puntuaciones obtenidas en esta fase se han de correlacionar con la prueba STAT-H (modificado) atendiendo a los ítems de la .

Proposición 2:

La transformación de la información lingüístico-semántica en una representación permite identificar la naturaleza del problema y seleccionar el planeamiento de resolución.

La representación, es fundamental para comprender la naturaleza del problema y seleccionar las estrategias de resolución (Sternberg, 1982a). Las diferencias entre expertos y principiantes reside en el nivel de *conocimiento de los esquemas desplegados* que permite identificar el problema y el plan de resolución. El nivel II de respuestas del THRM, actuará como indicador para determinar el grado de dificultad y selección del plan que mejor resuelve cada uno de los problemas. Los resultados se correlacionarán con los obtenidos en los ítems de la escala Analítica y los de Práctica de la prueba STAT-H.

Proposición 3:

Las argumentaciones utilizadas y las estrategias adoptadas en la resolución permiten planificar y organizar los pasos del proceso a seguir.

Identificado el problema y seleccionado el planteamiento para resolverlo, se debe aplicar una serie de estrategias que organicen y evalúen en forma sistemática la secuencia de pasos para alcanzar la solución.

Se valorará con los resultados del nivel III de respuestas del THRM, mediante el análisis de la operación inicial aplicada en cada uno de los problemas, que posibilita llegar a su resolución. La elección del primer paso puede servir de criterio para valorar el conocimiento estratégico, pues permite poner de manifiesto el grado de organización y precisión alcanzado en la aplicación de estrategias. Los resultados se correlacionarán con los obtenidos en los ítems de las tres escala Analítica de la prueba STAT-H.

Proposición 4:

El nivel de desarrollo alcanzado en la ejecución de los procesos de resolución y cálculo se correlaciona con la capacidad de razonamiento matemático.

La resolución de un problema matemático requiere la ejecución de una serie de algoritmos aritméticos y algebraicos; la práctica permite la automatización de los mismos (Sternberg, 1985c) La teoría triárquica de la inteligencia, fundamenta la correcta resolución del problema en el desarrollo y puesta en marcha de los *componentes de ejecución*.

Los resultados del nivel IV de respuestas del THRM, actuará como indicador de la habilidad para resolver problemas analizando si el procedimiento utilizado fue el adecuado para obtener una solución acertada. Los resultados se correlacionarán con las puntuaciones obtenidas en los ítems de las tres escalas básicas de la prueba STAT-H y con el rendimiento general en el área de matemáticas.

Proposición 5:

Los conocimientos previos y la habilidad para adquirir nueva información son relevantes para la resolución de problemas matemáticos.

La resolución de problemas demanda poner en práctica los *componentes de adquisición de conocimiento que permiten adquirir nueva información* o recordar la previa para aplicarla a una nueva situación (Sternberg, 1985c).

El procedimiento adecuado de resolución que se explicita, posibilita valorar la relación de los procesos básicos en la resolución de problemas. Permite además, determinar el número de alumnos que desconociendo el plan para resolver el problema, aún así son capaces de llegar a una solución (capacidad de adquirir nuevos conocimientos).

Para valorar el desarrollo de los componentes cognitivos de adquisición de conocimientos, se estima que la comparación de los valores observados en el Nivel IV de respuesta de la prueba de Razonamiento Matemático y los resultados del nivel V, permite

determinar la cantidad de alumnos capaces de utilizar la información ofrecida en las pruebas y resolver el problema sin necesidad de conocer el plan de resolución.

Proposición 6:

Las variables relevadas en el THRM, determinan tipologías de estudiantes y proporcionan información útil para abordar adaptaciones curriculares.

La verificación de esta hipótesis proporcionará información valiosa sobre la relación de los procesos relevados en resolución de problemas. La identificación de características específicas en grupos de alumnos, complementará el conocimiento sobre el comportamiento de las variables que entran en juego en la resolución de problemas matemáticos y facilitará la fundamentación de recomendaciones útiles para enfocar tareas de orientación sobre la adaptación curricular.

A tal efecto, se utilizará la técnica multivariante del análisis de conglomerados que permite agrupar los casos en función de las similitudes existente entre ellos y disponer de características localizadas que complementan la información sobre las habilidades manifestadas en los cinco procesos relevados en THRM.

Proposición 7:

La capacidad intelectual se correlaciona de forma significativa con la habilidad para resolver los problemas matemáticos y determinará características específicas de una tipología de los alumnos que podrá ser utilizada para abordar adaptaciones curriculares.

El STAT-H se considera un test apropiado para valorar la habilidad cognitiva general en la resolución de problemas novedosos. Por tal motivo, se ha elegido este recurso de diagnóstico para explorar el grado de relación entre la “capacidad intelectual” y la capacidad para resolver problemas matemáticos.

La verificación se llevará a cabo mediante las comparaciones de los puntajes obtenidos en el STAT-H y los resultados del THRM.

La datos relevados indicarán las características generales que presentan los estudiantes en el desarrollo de las habilidades analíticas, prácticas y creativas y, en las modalidades del lenguaje verbal, numérica y figurativa, que se complementarán con la información sobre cómo se distribuyen esas habilidades en los estudiantes que conforman la muestra. El análisis cluster de K-medias, que permite asignar casos a un número fijo de grupos cuyas características se basan en un conjunto de variables, resultará apropiado y útil para clasificar la totalidad de los casos.

Proposición 8:

Ciertas características socioculturales, se relacionan significativamente con el desarrollo de la competencia para resolver problemas.

El contexto sociocultural tiene clara concomitancia con los procesos de aprendizaje. La verificación de esta hipótesis proporcionará información valiosa sobre las variables de este contexto que influyen directa y significativamente en la resolución de problemas. La identificación de estas variables en grupos de alumnos, complementará el conocimiento sobre los factores que entran en juego en la resolución de problemas matemáticos y posibilitará la mejora de la instrucción para la construcción y reconstrucción del conocimiento en el aula, para determinar cómo puede promoverse el cambio conceptual que sustente la resolución de problemas matemáticos. El aprendizaje es una actividad que ocurre en un contexto sociocultural, a partir de las características propia de cada alumno y por tanto, como afirman Vosniadou y colaboradores (2003), cuando el aprendizaje se sitúa en contextos del mundo real, lo que se aprende se recuerda mejor y se facilita la transferencia.

Para valorar las características socioculturales de los alumnos de la muestra que condicionan la capacidad de resolver problemas, se analizará la correlación y regresión de las variables socioculturales identificadas como de alta significación, con el THRM.

Proposición 9:

La motivación, se relaciona significativamente en el desarrollo de la capacidad para resolver problemas.

La motivación por aprender depende de la adecuación de los objetivos a las características del sujeto y de las expectativas que tiene y lo que siente al afrontar las tareas y los resultados. Sin ella, el resto de los elementos que conforman la capacidad de resolver problemas permanecen inertes. La motivación conduce a las habilidades metacognitivas, que activan las habilidades de aprendizaje y pensamiento, que a su vez proporcionan un feedback a las habilidades metacognitivas, permitiendo así mejorar la habilidad para resolver problemas. El conocimiento declarativo y procedimental adquirido a través de la extensión de las habilidades cognitivas y de pensamiento hace que esas habilidades sean usadas de manera más efectiva en el futuro. La verificación se alcanzará con el análisis de correlación y regresión lineal de la variable Motivación respecto a las puntuaciones del THRM.

Proposición 10:

Los factores asociados a la capacidad de resolver problemas matemáticos actúan como condicionantes del rendimiento académico y de la trayectoria de los alumnos.

Estos factores son los de mayor peso en la capacidad predictiva del rendimiento académico. La competencia para resolver problemas influye considerablemente en los resultados académicos, dado que los componentes de la inteligencia: analítico, práctico y creativo, desempeñan una relevante función en la conexión entre el mundo real donde se generan los problemas y la matemática. Su verificación se logra estableciendo las correlaciones y regresiones entre el STAT, THRM, Motivación y Características socioculturales significativas, con la variable Trayectoria Académica.

4.6 A modo de síntesis

La información presentada en este capítulo ha permitido exponer el diseño metodológico de esta investigación dirigida tanto al estudio de los factores asociados a la competencia para resolver problemas matemáticos como las capacidades que se activan para resolver problemas y variables contextuales asociadas, significativamente, en el rendimiento académico de los estudiantes de la muestra.

Se inició con una breve introducción al trabajo empírico de la investigación y luego se presentó la estructura del diseño empleado que desarrolla tres fases con identidad propia.

Se expuso el marco teórico que permitió tomar las decisiones que le dan forma al trabajo de investigación, al adoptar la perspectiva de la teoría triárquica de la inteligencia de Sternberg, así como las consecuencias que de ello derivan. Esto se tradujo en la construcción del modelo teórico de competencia para resolver problemas matemáticos.

Definidas las variables de investigación, adoptando la clasificación propuesta por Kilpatrick (1978), se focalizó la atención en los elementos considerados constituyentes del rendimiento académico y de la trayectoria de los estudiantes. Así se determinaron las variables independientes y las dependientes. Se presentó la muestra participante con sus características generales y la decisión adoptada para su selección. También se definieron los instrumentos utilizados para el trabajo empírico, describiendo cada uno de ellos y la fundamentación de su elección. Luego, se analizó la validez y fiabilidad de los instrumentos utilizados. El planteo requirió abordar el tema de la operacionalización de las variables, para lo cual se combinaron las categorías fijadas para el indicador y se clasificaron las trayectorias académicas con siete tipo de perfiles. Por último se explicitaron una serie de proposiciones teóricas que asumen el papel de hipótesis para encuadrar los instrumentos de recolección de datos y mencionan los elementos observables que hacen posible su contrastación.

Tabla 4.11 - Variables asociadas a la competencia para resolver problemas Matemáticos

Variable	Categorías	Indicadores	Medición
Habilidades cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Dominio lingüístico-semántico. • Capacidad para comprender la realidad y planificar. • Capacidad para construir argumentos y proyectar estrategias. • Capacidad para elaborar propuestas y realizar cálculos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Habilidad para comprender enunciados. • Habilidad para planificar la resolución de problemas. • Habilidad para proyectar estrategias de resolución. • Habilidad para explicar, fundamentar y calcular una resolución. 	<ul style="list-style-type: none"> • Puntuación STAT escala Verbal y Escala Nivel I, del THRM • Puntuación THRM Nivel II y Puntuación STAT-H, escala creativa • Puntuación STAT-H, escala Práctica y Escala Nivel III, THRM. • Puntuación STAT escala Analítica y escala IV del THRM
Conocimientos previos		<ul style="list-style-type: none"> • Habilidad para comprender y proponer soluciones correctas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Puntuaciones del Nivel IV y V del THRM.
Capacidad cognitiva	<ul style="list-style-type: none"> • Escala Analítica • Escala Práctica • Escala Creativa 	<ul style="list-style-type: none"> • Nivel de Habilidades Analíticas • Nivel de Habilidades Prácticas • Nivel de Habilidades Creativas 	<ul style="list-style-type: none"> • Puntuaciones en los tres dominios del STAT-H
Factores no intelectuales	<ul style="list-style-type: none"> • Nivel sociocultural • Motivación 	<ul style="list-style-type: none"> • Nivel de escolaridad Padres • Propiedad de la vivienda • Lugar de residencia • Tiempo empleado en llegar al Instituto. • Calificación en Matemática. • Calificación en Lengua y Literatura. • Horas Trabajadas. • Interés • Preferencia de Conocimientos 	<ul style="list-style-type: none"> • Cuestionario de Motivación y contexto sociocultural.
Rendimiento Académico	<ul style="list-style-type: none"> • Alto • Regular • Bajo 	<ul style="list-style-type: none"> • Promedio general de notas obtenidas. • Calificación de la Asignatura Matemática • Índice de aprobación de materias 	<ul style="list-style-type: none"> • Notas de exámenes de las materias de la carrera.
Tipo de Trayectoria Académica	<ul style="list-style-type: none"> • Perfil I • Perfil II • Perfil III • Perfil IV • Perfil V • Perfil VI • Perfil VII 	<ul style="list-style-type: none"> • Combinación de los tres indicadores de Rendimiento Académico. 	<ul style="list-style-type: none"> • Notas de exámenes de las materias de la carrera.
Razonamiento Matemático		<ul style="list-style-type: none"> • Resultados del THRM 	<ul style="list-style-type: none"> • Puntuaciones del THRM (Total General).

5 . ANÁLISIS DE LOS DATOS Y RESULTADOS

5.1 - Estadísticos Descriptivos

La cantidad de variables incluidas en la investigación hace necesario realizar el análisis de los resultados de acuerdo con una estructura que facilite la comprensión y favorezca su interpretación. En este caso, la directriz del análisis se orienta hacia la confirmación o refutación de las hipótesis establecidas. Sin embargo, también se plantean algunos resultados que sin estar directamente relacionados con las hipótesis, son de interés por vinculación con el constructo dependencia-independencia de campo.

Los datos obtenidos en la tarea de recolección se exponen en cinco apartados de este capítulo. En primer lugar se analiza la información que proporciona el Test de Habilidades de Razonamiento Matemático (THRM), con relación a la comprensión lectora, al planeamiento de resolución, a la proyección de estrategias, al procedimiento algorítmico y a la adquisición de nueva información. Un segundo apartado analiza las calificaciones obtenidas en el aspecto Analítico, Práctico y Creativo, las puntuaciones en las escalas verbal, numérica y figurativa del STAT (Rainbow Project) y su correlación con las escalas del THRM; en tercer lugar se analizan los indicadores de rendimiento académico para determinar perfiles de trayectoria y la correlación existente entre ellos y las categorías definidas en el THRM y en el STAT. En otro apartado se considera la información relevada en la encuesta sociocultural y de motivación, para determinar su relación con los perfiles de trayectoria fijados. Por último se realiza el análisis discriminante para identificar potenciales relaciones causales respecto a las variables diferenciales que permiten ofrecer una interpretación de las mismas.

5.2 –Razonamiento Matemático

El análisis de los datos se basa en los procesos que se consideran esenciales para estimular y agudizar la percepción, desarrollar la capacidad para organizar y relacionar las ideas y generar procesos complejos tratando de poner en juego el pensamiento lógico. La exploración de los resultados obtenidos permite, en primer lugar, examinar los puntajes con el objeto de discretizar las variable independiente Habilidad de Razonamiento Matemático con base en categorías y evaluar las competencias requeridas por las actividades propuestas. En segundo término se prioriza el rendimiento de los estudiantes en los cinco niveles o escalas del THRM y se asume que las categorías consideradas son indicadores de las

habilidades puestas en juego, que permiten determinar dificultades conceptuales y procedimentales. A partir de los procesos seguidos para dar respuestas a cada una de las situaciones y problemas, se pueden inferir algunas relaciones entre las dificultades y el déficit en el desarrollo del razonamiento lógico que presentan los estudiantes ingresantes.

La Tabla 5.1 presenta la media, mediana, moda y desvío estándar de las respuestas de los alumnos pertenecientes a la muestra total. La media se ubica 38,9 del puntaje total de desempeño esperado en la prueba de razonamiento matemático. La moda acompaña esta tendencia dejando manifiesto la simetría de la distribución de los puntajes. El desvío estándar permite apreciar la existencia de puntajes máximos y mínimos que se corresponden con desempeños de razonamientos matemáticos.

TABLA 5.1. Estadísticos Básicos. Razonamiento Matemático
Muestra Conjunta de las dos Carreras

N	Media	Mediana	Moda	Desv. Típ.
332	38,9	40,5	51	11,6

Los cuartiles de las puntuación de las respuestas, ordenadas de mayor a menor, determinaron la clasificación de la muestra en tres grupos: Inferior, Medio y Superior, como se definió en el capítulo anterior. La Tabla 5.2 refleja esta clasificación.

TABLA 5.2. Estadísticos de Calificaciones. Razonamiento Matemático
Muestra Conjunta de las dos Carreras

Mínimo	Cuartil 1	Mediana	Cuartil 3	Máximo
10	32,25	40,50	49,00	57
Grupo	Inferior	Medio		Superior

5.2.1–Análisis comparativo de las pruebas de Nivel

La estructura de asociación entre el rendimiento académico y los resultados del THRM implica el análisis comparativo de los datos obtenidos de las cinco pruebas o niveles que conforman el test, que ponen en evidencia los procesos cognitivos requeridos para la resolución de problemas. Los estadísticos básicos de los aciertos se pueden observar en la Tabla 5.3.

Procesos	Mínimo	Cuartil 1	Media	Mediana	Cuartil 3	Máximo	Desvío Est.
Lingüístico-semántico	3	7,00	8,79	9	11,00	14	2,63
Comprensión y planeamiento	0	5,25	6,90	7	8,00	12	2,10
Argumentación y estrategias	0	6,00	6,74	7	8,00	11	2,03
Resolución y cálculo	1	6,00	7,40	8	9,75	11	2,39
Adquisición de información	2	7,00	9,05	10	12,00	14	3,03

La comparación entre los cinco procesos básicos involucrados en la resolución de problemas, pone en evidencia leves diferencias entre las puntuaciones obtenidas en los *procesos de resolución y cálculo* y los procesos *lingüístico-semántico, comprensión y planeamiento y argumentación y estrategias*, evaluados; aproximadamente el 50% de los estudiantes de la muestra no saben ejecutar los procedimientos aleatorios que exigen estos problemas.

Los bajos índices de acierto en los problemas: 7, 12, 14 y 15 refleja que muy pocos estudiantes -alrededor del 21%- han logrado dar respuesta acertada al aplicar los algoritmos requeridos para su resolución. También muestra que dicho proceso tiene frecuencias inferiores a los otros, salvo en el problema 13, donde se invierte esta relación, observándose la existencia de un 48% de estudiantes que, con un pobre nivel de desarrollo de la habilidad para planificar la resolución y aplicar estrategias que fundamentan el cálculo, son capaces de realizar los procesos algorítmicos y resolver el problema.

Si se compara este último proceso con la habilidad para adquirir conocimiento o recuperar el existente, se observa un incremento homogéneo de aproximadamente el 15% en los aciertos, lo que indica que un grupo de estudiantes han resuelto el problema planteado haciendo uso de la orientación que se proporcionó.

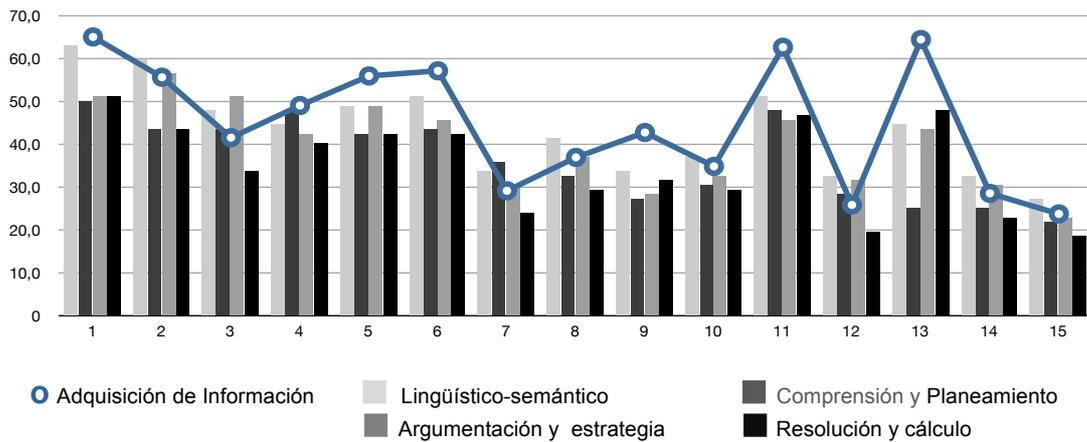
Esta situación pone de manifiesto la capacidad de adquirir nueva información y utilizarla en la resolución. La gráfica 5.1 facilita este análisis.

Tabla 5.4 - Frecuencia de aciertos discriminado por problema y por proceso del THRM - IFTS 6 y 17

Problema N°	Procesos									
	Dominio lingüístico- semántico		Comprensión y Planeamiento		Argumentación y estrategias		Propuesta de resolución y cálculo		Adquisición de Información	
	Frec.	%	Frec.	%	Frec.	%	Frec.	%	Frec.	%
1	232	63,04	184	50,00	188	51,09	188	51,09	216	65,1
2	220	59,78	160	43,48	208	56,52	160	43,48	185	55,7
3	176	47,83	160	43,48	188	51,09	124	33,70	138	41,6
4	164	44,57	176	47,83	156	42,39	148	40,22	163	49,1
5	180	48,91	156	42,39	180	48,91	156	42,39	186	56,0
6	188	51,09	160	43,48	168	45,65	156	42,39	190	57,2
7	124	33,70	132	35,87	112	30,43	88	23,91	97	29,2
8	152	41,30	120	32,61	136	36,96	108	29,35	123	37,0
9	124	33,70	100	27,17	104	28,26	116	31,52	142	42,8
10	136	36,96	112	30,43	120	32,61	108	29,35	116	34,9
11	188	51,09	176	47,83	168	45,65	172	46,74	208	62,7
12	120	32,61	104	28,26	116	31,52	72	19,57	86	25,9
13	164	44,57	92	25,00	160	43,48	176	47,83	214	64,5
14	120	32,61	92	25,00	112	30,43	84	22,83	95	28,6
15	100	27,17	80	21,74	84	22,83	68	18,48	79	23,8

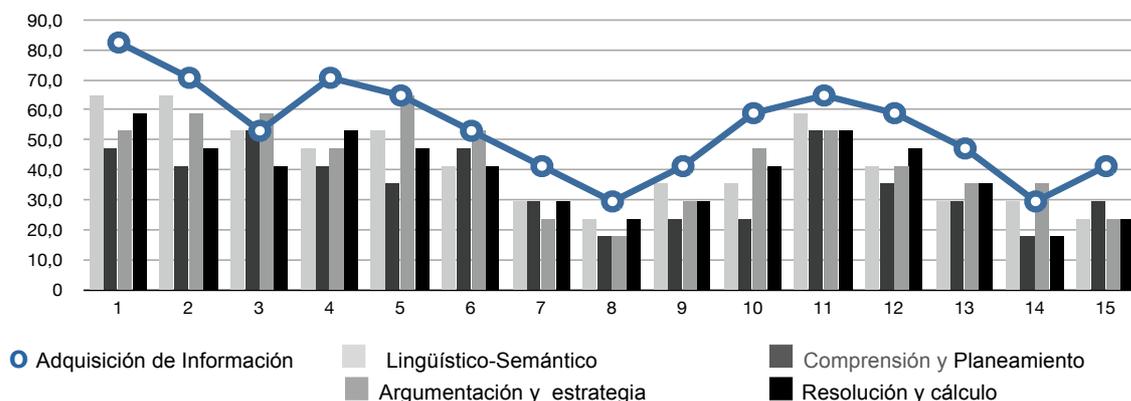
Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 5.1 - Porcentajes de aciertos discriminados por problemas y por procesos

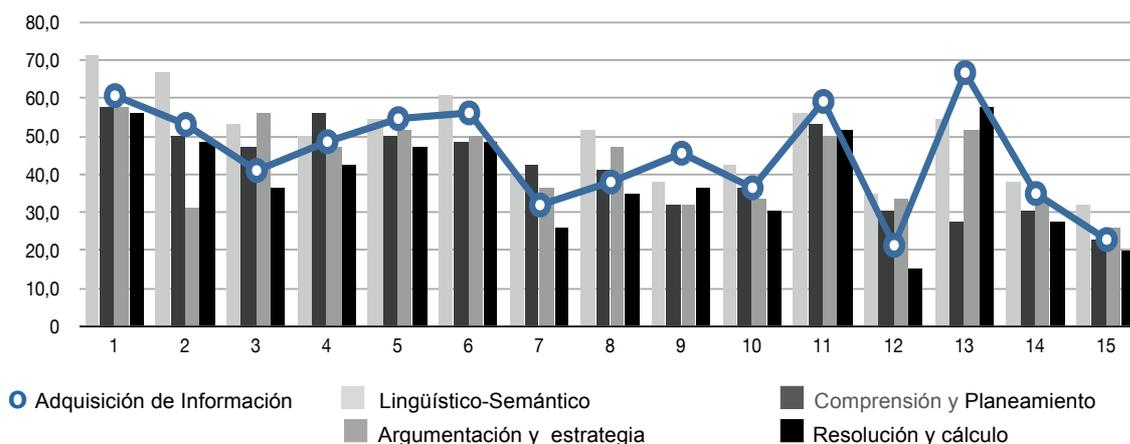


La confrontación de los datos de los cinco procesos estudiados, desglosados por carrera, muestran una distribución más homogénea en Administración Tributaria que en Administración Aduanera. La resolución correcta de los problemas, puesta de manifiesto en la *propuesta de resolución y cálculo*, casi siempre acompaña los valores de los otros procesos, salvo en el problemas 4 y 12 que los sobrepasa, esto indica que aproximadamente un 8 % de alumnos de la carrera Administración Tributaria pudieron resolver el estos problema sin tener conocimientos estratégicos y esquemático necesarios. En cambio en Administración Aduanera, la resolución de los problemas es siempre menor que las frecuencias de aciertos de los otros procesos, con excepción del problema 13, donde presenta una leve diferencia. Se podría afirmar que la dificultad para llegar a la solución exacta puede deberse tanto al conocimiento defectuoso de los algoritmos como a las distracciones accidentales. Es notable el significativo aprovechamiento del plan de resolución propuesto a modo de orientación, cuya frecuencia supera a la del proceso de resolución y cálculo e indica la capacidad para asimilar la información presentada y resolver el problema.

Gráfica 5.2 – Administración Tributaria - Porcentaje de aciertos por Problemas y Procesos



Gráfica 5.3 – Administración Aduanera - Porcentaje de aciertos por Problemas y Procesos



5.2.2 –Correlaciones entre las variables

La Tabla 5.5 muestra las correlaciones simples entre las variables definidas por los procesos *Lingüístico-Semántico* (LS), *Comprensión y Planeamiento* (CP), *Argumentación y Estrategias* (AE), *Adquisición de Información* (AI) y los porcentaje de aciertos en *Resolución y Cálculo* (RC). Se puede observar que los procesos *Lingüístico-Semántico* (LS), *Comprensión y Planeamiento* (CP) y *Adquisición de Información* (AI) son las variables con mayor correlación con la *Resolución y Cálculo*. Si bien, las correlaciones $(RC, LS) = 0,73$, $r(RC, CP) = 0,73$ y $r(RC, AI) = 0,93$ son estadísticamente significativas, sólo indican la tendencia. La asociación no es tan significativa en términos de garantizar predictibilidad.

Tabla 5.5 Correlaciones simples entre Resolución y Cálculo y las categorías del THRM

Variables	Dominio Lingüístico Semántico (LS)	Comprensión y Planeamiento (CP)	Argumentación y Estrategias (AE)	Adquisición de Información (AI)
Resolución y Cálculo (RC)	0,734*	0,733*	0,692*	0,929*

* La correlación es significativa al nivel 001 (bilateral)

La correlación lineal de Pearson entre las cinco variables que conforman del THRM con la variable dependiente *Razonamiento Matemático*, definida como la suma de los aciertos en las cinco categorías del THRM, se muestra en la Tabla 5.6.

Como puede observarse las correlaciones de las variable con el proceso algorítmico son altas, puesto que giran en torno al valor 0,90. En consecuencia todas estas variables están asociadas linealmente con *Razonamiento Matemático*.

Tabla 5.6 Correlaciones simples entre el Razonamiento Matemático y las categorías del THRM

Variables	Dominio Lingüístico Semántico (LS)	Comprensión y Planeamiento (CP)	Argumentación y Estrategias (AE)	Resolución y Cálculo (RC)	Adquisición de Información (AI)
Razonamiento Matemático (total THRM)	0,900*	0,883*	0,864*	0,911*	0,937*

* La correlación es significativa al nivel 001 (bilateral)

El análisis de confiabilidad engloba un conjunto de estadísticos que permiten valorar las propiedades métricas de un instrumento de medición. Estos puntajes se realizaron a partir del grupo de sujetos que en total son 332 evaluaciones.

Tabla 5.7 - Estadísticos de confiabilidad		
Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	Nº de Elementos
0,938	0,941	5

Tabla 5.8 - Estadísticos total-elemento	
Componentes	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
Lingüístico-Semántico	0,924
Comprensión y Planeamiento	0,927
Argumentación y Estrategias	0,931
Resolución y Cálculo	0,920
Adquisición de información	0,917

La consistencia interna del puntaje total del *Razonamiento Matemático* es muy buena ya que supera el 0,90 (alfa de Cronbach). Por otro lado cada una de las 5 dimensiones que componen este constructo aportan aumentando el valor de consistencia interna. La Tabla 5.9 muestra la correlación inter elemento de las dimensiones de la variable Razonamiento matemático.

Tabla 5.9 Matriz de correlaciones inter-elementos

Componentes	Comprensión Lectora	Planeamiento de resolución	Proyección de Estrategias	Proceso Algorítmico	Adquisición de Información
Dominio Lingüístico-Semántico	1,000	0,753	0,765	0,734	0,783
Comprensión y Planeamiento	0,753	1,000	0,757	0,733	0,759
Argumentación y Estrategias	0,765	0,757	1,000	0,692	0,713
Resolución y Cálculo	0,734	0,733	0,692	1,000	0,929
Adquisición de Información	0,783	0,759	0,713	0,929	1,000

La información precedente indica que las habilidades consideradas muestran una correlación significativa en relación al rendimiento en el rendimiento general del THRM. Son las que giran alrededor de los procesos necesarios para alcanzar una resolución de las situaciones problemáticas propuestas. Son las que permiten establecer conexión entre el mundo real donde se generan los problemas y las matemáticas.

5.2.3 – Análisis de predicciones

La correlación y regresión lineales de datos bivariados, permiten determinar en qué medida se relacionan dos variables estadísticas, a través del coeficiente de correlación de Pearson y la recta de regresión que mejor ajusta para realizar ciertas predicciones estadísticas, a partir de los datos registrados en las tabulación.

El análisis de regresión lineal permite evaluar la covarianza de las variables relevadas en los cinco Niveles de THRM con relación a la variable *Resolución y Cálculo* y a *Razonamiento Matemático* (THRM Total General). Las características esenciales del modelo y la tabla ANOVA aportan la información requerida para verificar el grado de variación conjunta de las variables estudiadas. El p-valor del estadístico de la F de la tabla ANOVA, indica significatividad conjunta de los parámetros estimados del modelo, cuando es muy pequeño y el estadístico de Durbin Watson advierte ausencia de problemas de autocorrelación en la medida que se aproxime al valor 2.

A.- PREDICCIÓN DE LA REPERCUCIÓN DEL DOMINIO LINGÜÍSTICO-SEMÁNTICO EN LA RESOLUCIÓN Y CÁLCULO.

Tabla 5.10 Correlaciones simples entre el dominio Lingüístico-Semántico y la Resolución y Cálculo

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Dominio Lingüístico-Semántico	Correlación de Pearson	0,734*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a. Variable dependiente: Resolución y Cálculo (RC)

*La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.11 - Resumen del Modelo^b

R	R Cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
0,734 ^a	0,539	0,538	8,017	1,393	386,324	1	330	0,000	1,812

a. Variables predictoras: (Constante), Dominio Lingüístico-Semántico.

b. Variable dependiente: Resolución y Cálculo.

Tabla 5.12 - ANOVA^a

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	749,648	1	749,648	386,324	,000 ^b
	Residual	640,352	330	1,940		
	Total	1390,000	331			

a Variable dependiente: Resolución y Cálculo

b Variables predictoras: (Constante) Dominio Lingüístico-Semántico

Tabla 5.13 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	1,611	,285		5,658	,000	1,051	2,171
Dominio Lingüístico-Semántico	,626	,032	,734	19,655	,000	,564	,689

^a Variable Dependiente; Resolución y Cálculo.

Se da una predicción de 0,734 que explica el 53,8 % de los resultados de los estudiantes en la prueba de Nivel I del THRM, al nivel $<0,01$. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados es muy pequeño (0,00001) y el estadístico de Durbin Watson que vale 1,812, es próximo a 2. En consecuencia, se puede afirmar que el dominio Lingüístico-Semántico evaluado, muestra similar grado de variación que la variable Resolución y Cálculo.

Esto permiten sustentar en parte, que los componentes de codificación de la información que operan en el proceso lingüístico-semántico, repercuten en la capacidad para resolver problemas matemáticos (hipótesis 1).

B.- PREDICCIÓN DE LA REPERCUCIÓN DE LA COMPRESIÓN Y PLANEAMIENTO EN EL PROCESO DE RESOLUCIÓN Y CÁLCULO.

Tabla 5.14 Correlaciones simples entre la Comprensión y Planeamiento y el Proceso de Resolución y Cálculo

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Comprensión y Planeamiento	Correlación de Pearson	0,733*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a. Variable dependiente: Proceso Resolución y Cálculo (RC)

*La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.15 - Resumen del Modelo^b

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,733 ^a	,537	,536	1,396	,537	382,789	1	330	,000	1,755

a. Variables predictoras: (Constante), Comprensión y Planeamiento.

b. Variable dependiente: Proceso Resolución y Cálculo.

Tabla 5.16 - ANOVA^a

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	746,472	1	746,472	382,789	,000 ^b
	Residual	643,528	330	1,950		
	Total	1390,000	331			

a Variable dependiente: Resolución y Cálculo.

b Variables predictoras: (Constante) Planeamiento de Resolución.

Tabla 5.17 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error tip.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	1,911	,271		7,046	,000	1,377	2,444
Comprensión y Planeamiento	,731	,037	,733	19,565	,000	,658	,805

^a Variable Dependiente: Proceso Resolución y Cálculo.

Se da una predicción de 0,733 que explica el 53,7 % de los resultados de los alumnos en la prueba de Nivel 2 del THRM, al nivel $<0,01$. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados, es 0,000 y el estadístico de Durbin Watson que vale 1,755, bastante próximo al valor 2. Así, se puede afirmar que el proceso de *Comprensión y Planeamiento* y la variable *Resolución y el Cálculo*, tiende a mostrar similar comportamiento.

Estos resultados experimentales ponen en evidencia que la comprensión de la realidad y el planeamiento de resolución de los problemas implican la construcción de una representación interna que se integra a un esquema de asimilación existente; el grado de la resignificación de la información aportada por el problema, permite una primera aproximación al nivel de desarrollo de las estructuras cognitivas.

C.- PREDICCIÓN DE LA REPERCUCIÓN DEL PROCESO DE ARGUMENTACIÓN Y ESTRATEGIAS EN EL PROCESO DE RESOLUCIÓN Y CÁLCULO.

Tabla 5.18 Correlaciones simples entre el Proceso de Argumentación y Estrategias y el de Resolución y Cálculo

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Argumentación y Estrategias	Correlación de Pearson	0,692*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a. Variable dependiente: Proceso Algorítmico (PA)

*La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.19 - Resumen del Modelo^b

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,692 ^a	,480	,478	1,481	,480	304,012	1	330	,000	1,790

a. Variables predictoras: (Constante), Argumentación y Estrategias.

b. Variable dependiente: Proceso de Resolución y Cálculo.

Tabla 5.20 - ANOVA^a

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	666,513	1	666,513	304,012	,000 ^b
	Residual	723,487	330	2,192		
	Total	1390,000	331			

a Variable dependiente: Proceso de Resolución y Cálculo.

b Variables predictoras: (Constante) Argumentación y Estrategias.

Tabla 5.21 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	2,204	,287		7,686	,000	1,640	2,768
Argumentación y Estrategias	,702	,040	,692	17,436	,000	,623	,782

^a Variable Dependiente; Proceso de Resolución y Cálculo.

Se da una predicción de 0,692 que explica el 48% de los resultados de los alumnos en la prueba de Nivel 3 del THRM. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados, es muy pequeño y el estadístico de Durbin Watson que vale 1,790, bastante próximo al valor 2. Se puede afirmar que la *Argumentación y Estrategia* presenta similar covarianza que la variable *Resolución y Cálculo*, al nivel $<0,01$.

D.- PREDICCIÓN DE LA REPERCUCIÓN DE LA ADQUISICIÓN DE NUEVA INFORMACIÓN EN EL PROCESO RESOLUCIÓN Y CÁLCULO.

Tabla 5.22 Correlaciones simples entre el Adquisición de Nueva Información y el Proceso Resolución y Cálculo.

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Adquisición de Nueva Información	Correlación de Pearson	0,929*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a. Variable dependiente: Adquisición de Nueva Información

*La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.23 - Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,929 ^a	,863	,862	,760	,863	2074,937	1	330	,000	1,907

a. Variables predictoras: (Constante), Adquisición de Nueva Información.

b. Variable dependiente: Proceso Resolución y Cálculo.

Tabla 5.24 - ANOVA ^a						
Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	1199,267	1	1199,267	2074,937	,000 ^b
	Residual	190,733	330	,578		
	Total	1390,000	331			

a Variable dependiente: Proceso de Resolución y Cálculo.

b Variables predictoras: (Constante) Adquisición de Nueva Información.

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
	1 (Constante)	,625				,146	
Adquisición de Nueva Información	,708	,016	,929	45,551	,000	,678	,739

^a Variable Dependiente; Proceso de Resolución y Cálculo.

Se da una predicción de 0,929 que explica el 86,3% de los resultados de los alumnos en la prueba de Nivel 5 del THRM, al nivel $<0,01$. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados, es muy pequeño (0,000) y el estadístico de Durbin Watson que vale 1,907, valor próximo a 2. Se puede concluir que la *Adquisición de Nueva*

Información presenta un alto grado de variación conjunta con en el proceso de *Resolución y Cálculo* de un problema.

Esta relación significativa entre el *resolución y cálculo* y el proceso de *adquisición de nuevos conocimientos*, indicaría que los estudiantes poseen conocimientos previos organizados antes de utilizar la información aportada a modo de ayuda, como para producir una interacción con la organización del conocimiento requerido para proyectar un solución, a pesar de no estar lo suficientemente organizado para presentar la solución correcta.

E.- PREDICCIÓN DE LA REPERCUISIÓN DEL DOMINIO LINGÜÍSTICO-SEMÁNTICO EN EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).

Tabla 5.26 Correlaciones simples entre el dominio Lingüístico-semántico y THRM Total General

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Dominio Lingüístico-semántico	Correlación de Pearson	0,900*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a . Variable dependiente: THRM Total General

*La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.27 - Resumen del Modelo^b

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,900 ^a	,811	,810	4,404	,811	1414,417	1	330	,000	1,780

a. Variables predictoras: (Constante), Dominio Lingüístico-semántico.

b. Variable dependiente: THRM Total General

Tabla 5.28 - ANOVA^a

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	27437,759	1	27437,759	1414,417	,000 ^b
	Residual	6401,551	330	19,399		
	Total	33839,310	331			

a Variable dependiente: THRM Total General

b Variables predictoras: (Constante) Dominio Lingüístico-semántico.

Tabla 5.29 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	5,790	,900		6,433	,000	4,019	7,560
Dominio Lingüístico-semántico	3,789	,101	,900	37,609	,000	3,591	3,987

^a Variable dependiente: THRM Total General.

Se da una predicción de 0,90 que explica el 81 % de los resultados de los alumnos en la prueba de Nivel 1 del THRM, al nivel $<0,01$. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados es muy pequeño (0,000) y el estadístico de Durbin Watson que

vale 1,780, es próximo a 2. En consecuencia, se puede afirmar que el dominio *Lingüístico-semántico* evaluado, presenta similar covarianza que la variable *Razonamiento Matemático*.

Estos resultados, junto con los expuestos en el apartado A del punto 5.2.2, aportan cierto sustento a considerar que los componentes de codificación de la información que operan en el proceso *lingüístico-semántico*, repercuten en la capacidad para resolver problemas matemáticos.

F.- PREDICCIÓN DE LA REPERCUISIÓN DE LA COMPRENSIÓN Y EL PLANEAMIENTO DE RESOLUCIÓN EN EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).

Tabla 5.30 Correlaciones simples entre la Argumentación y Planeamiento de Resolución y THRM Total General

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Comprensión y Planeamiento	Correlación de Pearson	0,884*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a. Variable dependiente: THRM Total General

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.31 - Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,884 ^a	,781	,780	4,742	,781	1175,088	1	330	,000	1,752

a. Variables predictoras: (Constante), Comprensión y Planeamiento de resolución.

b. Variable dependiente: THRM Total General.

Tabla 5.32 - ANOVA ^a						
Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	26419,827	1	26419,827	1175,088	,000 ^b
	Residual	7419,483	330	22,483		
	Total	33839,310	331			

a Variable dependiente: THRM Total General.

b Variables predictoras: (Constante) Comprensión y Planeamiento de resolución.

Tabla 5.33 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	8,118	,921		8,816	,000	6,307	9,929
Comprensión y Planeamiento	4,350	,127	,884	34,280	,000	4,100	4,599

^a Variable dependiente: THRM Total General

Se da una predicción de 0,884 que explica el 78 % de los resultados de los alumnos en la prueba de Nivel 2 del THRM, al nivel $<0,01$. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados, es 0,000 y el estadístico de Durbin Watson que vale 1,752, bastante próximo al valor 2. Así, se puede afirmar que la variable comprensión del problema

y el planeamiento de resolución, manifestada un alto de correspondencia con la variable rendimiento general del *Razonamiento Matemático* (THRM Total General).

En relación con el modelo de Sternberg (1985a), esta relación significativa, permite inferir que los alumnos que presentan buenas habilidades en la resolución de problemas han desarrollado tanto los metacomponentes cognitivos de reconocimiento del problema como los de ejecución algorítmica.

G.- PREDICCIÓN DE LA REPERCUCIÓN DE LA ARGUMENTACIÓN Y LAS ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN EN EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).

Tabla 5.34 Correlaciones simples entre el proceso de Argumentación y Estrategias y el THRM Total General

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Argumentación y Estrategias	Correlación de Pearson	0,865*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a. Variable dependiente: THRM Total General

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.35 - Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,865 ^a	,749	,748	5,078	,749	982,552	1	330	,000	1,805

a. Variables predictoras: (Constante), Argumentación y Estrategias.

b. Variable dependiente: THRM Total General

Tabla 5.36 - ANOVA ^a						
Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	25331,478	1	25331,478	982,552	,000 ^b
	Residual	8507,832	330	25,781		
	Total	33839,310	331			

a. Variable dependiente: THRM Total General

b. Variables predictoras: (Constante) Argumentación y Estrategias.

Tabla 5.37 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	8,829	,984		8,977	,000	6,895	10,764
Argumentación y Estrategias	4,330	,138	,865	31,346	,000	4,058	4,602

^a Variable dependiente: THRM Total General

Se da una predicción de 0,865 que explica el 74,9% de los resultados de los alumnos en la prueba de Nivel 3 del THRM. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados, es muy pequeño y el estadístico de Durbin Watson que vale 1,805, bastante

próximo al valor 2. Se puede afirmar que la *Argumentación y la Proyección de estrategias* de resolución de problemas presenta similar covarianza que la variable rendimiento general del *Razonamiento Matemático* (THRM Total General), al nivel $<0,01$.

H.- PREDICCIÓN DE LA REPERCUCIÓN A DE LOS PROCESOS DE RESOLUCIÓN Y CÁLCULO EN EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).

Tabla 5.38 Correlaciones simples entre el Comprensión Lectora y THRM Total General

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Procesos Resolución y Cálculo	Correlación de Pearson	0,911*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a . Variable dependiente: THRM Total General

*La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.39 - Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,911 ^a	,830	,830	4,169	,830	1616,553	1	330	,000	1,815

a. Variables predictoras: (Constante), Proceso de Resolución y Cálculo.

b. Variable dependiente: THRM Total General.

Tabla 5.40 - ANOVA ^a						
Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	28102,518	1	28102,518	1616,553	,000 ^b
	Residual	5736,792	330	17,384		
	Total	33839,310	331			

a Variable dependiente: THRM Total General

b Variables predictoras: (Constante) Proceso de Resolución y Cálculo.

Tabla 5.41 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	6,920	,816		8,484	,000	5,315	8,524
Proceso de Resolución y Cálculo	4,496	,112	,911	40,206	,000	4,276	4,716

^a Variable dependiente: THRM Total General.

Se da una predicción de 0,911 que explica el 83 % de los resultados de los alumnos en la prueba de Nivel 4 del THRM, al nivel $<0,01$. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados es muy pequeño (0,000) y el estadístico de Durbin Watson que vale 1,815, es próximo a 2. En consecuencia, se puede afirmar que el proceso de *Resolución y Cálculo*, presenta similar tendencia con la variable *Razonamiento Matemático*.

I.- PREDICCIÓN DE LA REPERCUISIÓN DE LA ADQUISICIÓN DE NUEVA INFORMACIÓN EN EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).

Tabla 5.42 Correlaciones simples entre el Adquisición de Nueva Información y el Proceso Algorítmico

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Adquisición de Nueva Información	Correlación de Pearson	0,937*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

- a. Variable dependiente: Adquisición de Nueva Información
 • La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.43 - Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,937 ^a	,877	,877	3,548	,877	2357,985	1	330	,000	1,804

a. Variables predictoras: (Constante), Adquisición de Nueva Información.

b. Variable dependiente: Proceso Algorítmico.

Tabla 5.44 - ANOVA ^a						
Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	29684,908	1	29684,908	2357,985	,000 ^b
	Residual	4154,403	330	12,589		
	Total	33839,310	331			

a Variable dependiente: Proceso Algorítmico.

b Variables predictoras: (Constante) Adquisición de Nueva Información.

Tabla 5.45 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	6,676	,682		9,795	,000	5,335	8,017
Adquisición de Nueva Información	3,524	,073	,937	48,559	,000	3,381	3,667

^a Variable dependiente: THRM Total General.

Se da una predicción de 0,937 que explica el 87,7% de los resultados de los alumnos en la prueba de Nivel 5 del THRM, al nivel $<0,01$. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados, es muy pequeño (0,000) y el estadístico de Durbin Watson que vale 1,804, valor próximo a 2. Se puede concluir que la *Adquisición de Nueva Información* presenta similar covarianza que la variable rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (THRM Total General).

Estos resultados ponen en evidencia que los conocimientos previos del dominio matemático tienen una asociación directa y significativa con la adquisición de un nuevo conocimiento del campo, confirmando así el alto grado de dependencia con las ideas pertinentes existentes en la estructura cognitiva, que al interactuar con la nueva información, se asocian directamente a los procesos de resolución.

La correlación significativa de los tres componentes que conforman el STAT respecto al rendimiento general del THRM, indica la existencia de un alto nivel de probabilidad de que las puntuación del STAT sea predictiva de la capacidad de resolver problemas. Se confirma que los sujetos con altas puntuaciones en el STAT logran un alto rendimiento en la prueba de razonamiento matemático, lo que ratifica la pregunta de la investigación sobre la existencia de correlación entre los resultados del STAT-H y THRM.

5.2.4 – Análisis de varianza univariante

La técnica multivariante del análisis de conglomerados permite agrupar los casos en función de las similitudes existente entre ellos; permite disponer de características localizadas que complementan la información general analizada anteriormente. El análisis cluster de K-medias es una herramienta diseñada para asignar casos a un número fijo de grupos (clusters o conglomerados) cuyas características se basan en un conjunto de variables especificadas, en consecuencia resulta apropiado y útil para clasificar los 332 casos que conforman la muestra.

Para el agrupamiento jerárquico de sujetos se han determinado cuatro conglomerados fácilmente interpretables. Las tablas siguientes muestran la conformación de cada uno de los conglomerados.

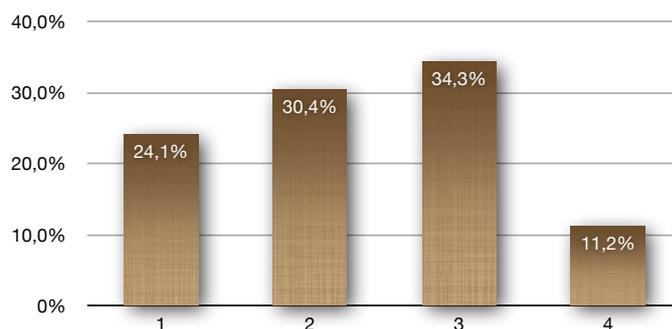
Variables	Conglomerado			
	1	2	3	4
Dominio Lingüístico-semántico	6	8	13	3
Comprensión y Planeamiento de resolución	3	10	13	1
Argumentación y estrategias	10	3	11	1
Proceso de Resolución y Cálculo	4	4	13	2
Adquisición de información	6	5	14	3

La tabla 5.47 muestra que los cuatro conglomerados tienen un número significativo de casos, siendo mayor el segundo y el tercero.

	1	80
Conglomerado	2	101
	3	114
	4	37
Válidos		332
Perdidos		0

La Gráfica 5.4 permite visualizar la conformación de los Conglomerados.

Gráfica 5.4 Porcentaje de casos por conglomerado



Los valores de la tabla 5.46 son las medias de cada variable dentro de cada conglomerado. Los centros de los mismos reflejan los atributos del caso prototipo para cada grupo.

- Los alumnos del conglomerado 1 que representan el 24,1% de la muestra, logran los puntajes un poco más altos que los del conglomerado 4, pero inferior al 2 y muy inferior al 3, en cada uno de los cinco procesos evaluados. Tienen más capacidad para comprender el problema y planificar una resolución que los grupos 1 y 4, pero que no se ven reflejados las puntuaciones alcanzadas en los otros tres procesos relevados. El grupo se conforma con los alumnos que muestran buen desarrollo de la habilidad *lingüístico-semántica* y de la capacidad para elaborar propuestas en forma organizada, pero presentan dificultades a la hora de aplicar los procesos de resolución y de adquirir nuevos conocimientos.
- Los alumnos del conglomerado 2 tienen puntuaciones moderadas respecto a los procesos de *comprensión del problema* y de *planificación de la resolución*. Muestran menor desarrollo de las competencias para argumentar y proyectar estrategias, aplicar los algoritmos de resolución y adquirir nueva información, en relación con el conglomerado 3. Muestran mejores resultados en los procesos de *Resolución y Cálculo* que en la *Argumentación y Estrategias*, lo que indica que han sabido efectuar los cálculos que resuelven los problemas a pesar de no disponer del conocimiento de las estrategias que les permiten organizar los pasos a seguir. También resulta evidente que han aprovechado poco las orientaciones proporcionadas para resolver los problemas, puesto de manifiesto en la baja puntuación alcanzada en la prueba que relevaba la habilidad para adquirir nueva u olvidada información. Este conglomerado representa al 30,4 % de la muestra total.
- Los 63 alumnos del conglomerado 3, representan el 34,3% del total. Esta conformado con los alumnos con mayor puntuación. Es el que presenta valores más

homogéneos entre las distintas categorías. Muestra mejores resultados en la categoría *Comprensión y Planeamiento*, es decir, en reconocer la naturaleza de los problemas y elegir los planes de resolución. Es evidente que a este conglomerado no les resultó significativo la utilización de la información proporcionada para orientar la resolución, debido muy posiblemente al conocimiento que se tiene del plan que resuelve cada uno de los problemas propuestos. La disminución de los valores de la categoría *Argumentación y proyección de Estrategias* con relación a los otros procesos, posiblemente surgen de errores cometidos al aplicar los pasos a seguir, una vez elegido el plan de resolución.

- Los alumnos del conglomerado 4 que representan el 11,2 % de la población estudiantil, logran el nivel de rendimiento más bajo en todas las competencias relevadas. Tienen serios problemas para plantificar y proponer una estrategia de resolución. Manifiestan dificultades para aplicar los procesos de resolución y cálculo que resuelven los problemas y muestran deficiencias para comprender textos, lo que se traduce en dificultad en adquirir información. En este conglomerado no hubo alumnos que hayan ejecutado cálculos y procesos algorítmicos correctos, sin planificar la resolución de los problemas. La relativa coincidencia las medias de alumnos de las categorías *Dominio Lingüístico-Semántico* y *Adquisición de la Información*, indica que este grupo no pudo aprovechar la orientación que se dio para resolver los problemas.

La tabla ANOVA indica qué variables contribuyen más a la solución de los conglomerados. Así, las variables con valores de F grandes proporcionan mayor separación entre los conglomerados. Por tanto, en este caso, la variable que proporciona mayor separación entre los conglomerados es el proceso de *Adquisición de Información*, con un $F = 521,959$, mientras que la menos es la *Argumentación y Proyección de Estrategias*, con un $F = 208,786$. También, se puede observar que las variables seleccionadas son altamente significativas para la conformación de los grupos.

Variable	Conglomerado		Error		F	Sig.
	Media cuadrática	gl	Medias cuadrática	gl		
Compresión lectora	475,187	3	1,481	328	320,867	0,000
Planeamiento de resolución	309,488	3	1,427	328	216,893	0,000
Proyección de estrategias	295,606	3	1,416	328	208,786	0,000
Proceso algorítmico	345,148	3	1,081	328	319,297	0,000
Adquisición de información	658,692	3	1,262	328	521,959	0,000

La significación de las diferencias entre los cuatro conglomerados respecto al rendimiento general en *Razonamiento Matemático*, se han valorado mediante un análisis de *varianza univariante*.

Los estadísticos básicos de cada conglomerado se indican en la siguiente tabla.

Conglomerado QCI_1	Media	Desv. Típ.	Frecuencia
K1	30,72	2,899	80
K2	39,88	2,334	101
K3	48,65	3,660	114
K4	19,32	4,546	37

La evaluación de las diferencias entre las medias de los conglomerados requiere determinar si las varianzas en tales muestras son iguales (es decir, si se cumple la condición de homogeneidad de varianzas o homoscedasticidad), ya que de que se cumpla o no esta condición dependerá la formulación que se emplee en el contraste de medias. Aquí el *p valor* es cero, que indica que se debe rechazar la hipótesis nula (H_0) de varianzas iguales y aceptar que las varianzas son distintas, en consecuencia la prueba de Levene evidencia la falta de homogeneidad de la varianza.

F	gl1	gl2	Sig.
7,855	3	328	0,000

a. Diseño: Intersección + QCL_1
Variable dependiente: THRM Total General

La tabla 5.52 muestra los resultados de la prueba de los efectos inter-sujetos en relación al rendimiento general de *Razonamiento Matemático* (THRM). Se puede observar la alta significación que tienen las diferencias de los cuatro conglomerados formados; que indican que han tenido efecto sobre la variable dependiente THRM y que no alteran el resultado de la homogeneidad.

Origen	Suma de cuadrados tipo III	Gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	30372,713 ^a	3	10124,238	957,928	0,000
Intersección	329971,354	1	329971,354	31220,992	0,000
QCL_1	30372,713	3	10124,238	957,928	0,000
Error	3466,597	328	10,569		
Total	523255,000	332			
Total corregida	33839,310	331			

a. R cuadrado = 0,898 (R cuadrado corregida = 0,897)
Variable dependiente: THRM Total General

De igual forma, las comparaciones múltiples de Turkey indican el alto nivel de significación de las diferencias entre las medias de los cuatro conglomerados respecto al rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (THRM). Otra manera de leer el contraste de la hipótesis, es observando los intervalos de confianza donde se ha obtenido intervalos de confianza que no contienen el valor cero para la diferencia de medias

Tabla 5.52 – Comparaciones múltiples DHS de Tukey

(I) N Casos	(J) N Casos	Diferencia de medias (I-J)	Error Típ.	Sig.	Intervalo de confianza 95%	
					Límite inferior	Límite superior
K1	K2	-9,16*	0,487	0,000	-10,41	-7,90
	K3	-17,92*	0,474	0,000	-19,15	-16,70
	K4	11,40*	0,646	0,000	9,73	13,07
K2	K1	9,16*	0,487	0,000	7,90	10,41
	K3	-8,77*	0,444	0,000	-9,92	-7,62
	K4	20,56*	0,625	0,000	18,94	22,17
K3	K1	17,92*	0,474	0,000	16,70	19,15
	K2	8,77*	0,444	0,000	7,62	9,92
	K4	29,32*	0,615	0,000	27,74	30,91
K4	K1	-11,40*	0,646	0,000	-13,07	-9,73
	K2	-20,56*	0,625	0,000	-22,17	-18,94
	K3	-29,32*	0,615	0,000	-30,91	-27,74

Basadas en las medias observadas.

El término de error es la media cuadrática (Error) = 10,569

*. La diferencia de medias es significativa al nivel 0,001

Variable dependiente: THRM Total General

La siguiente tabla ofrece una clasificación de los grupos basada en el grado de parecido existente entre sus medias, en relación al rendimiento general en *Razonamiento Matemático*. Todas las composiciones resultan significativas entre ellas; el mínimo nivel de rendimiento le corresponde al conglomerado 4 y el máximo al 3.

Tabla 5.53 Subconjuntos Homogéneos DHS de Turkey^{a,b,c}

N de casos	N	Subconjunto para alfa = 0,05			
		1	2	3	4
4	37	19,32			
1	80		30,72		
2	101			39,88	
3	114				48,65
Sig.		1,000	1,000	1,000	1,000

Se muestran las medias de los grupos de subconjuntos homogéneos.

Basadas en las medias observadas.

El término de error es la media cuadrática (Error) = 10,569.

a. Usa el tamaño muestral de la media armónica = 68,729

b. Los tamaños de los grupos son distintos. Se empleará la media armónica de los tamaños de los grupos. No se garantizan los niveles de error tipo.

c. Alfa = 0,05

Variable dependiente: THRM Total General

5.3 – STAT (Sternberg Triarchic Abilities Test)

Las puntuaciones de las calificaciones básicas del STAT se obtienen de forma separada para medir las tres dimensiones de la inteligencia: Analítica, Práctica y Sintética o

Creativa, en las tres modalidades de lenguaje que se utilizan para procesar la información: *verbal, numérica y figurativa*. La inteligencia analítica se mide con tareas relacionadas con la aplicación de los metacomponentes, componentes ejecutivos y de adquisición de la información, a problemas de contenido verbal, numérico y figurativo.

La dimensión *sintética* se evalúa mediante problemas cuya solución exige procesos de «insight» a contenidos *verbales, numéricos y figurativos*. Mientras que la inteligencia práctica se evalúa mediante la aplicación de los componentes a problemas de las tres modalidades anteriores que hacen referencia a la vida práctica. Así se pretende evaluar cómo se utilizan las estrategias de pensamiento. La información obtenida se complementa con los resultados del instrumento utilizado para evaluar el desarrollo de las competencias requeridas para resolver problemas matemáticos.

5.3.1–Análisis de las puntuaciones del STAT

La tabla 5.54 muestra la frecuencia de cada uno de los puntajes obtenidos en las tres calificaciones básicas del test o componentes considerados.

Tabla 5.54 – Puntuaciones discriminadas por componentes del STAT – IFTS 6 y 17

Puntaje	Componentes de la inteligencia					
	Dimensión Analítica		Dimensión Práctica		Dimensión Creativa	
	Frec.	%	Frec.	%	Frec.	%
6	1	0,3	4	1,2	6	1,8
7	6	1,8	4	1,2	2	0,6
8	13	3,9	6	1,8	18	5,4
9	14	4,2	9	2,7	18	5,4
10	10	3,0	31	9,3	19	5,7
11	21	6,3	21	6,3	21	6,3
12	24	7,2	13	3,9	21	6,3
13	11	3,3	19	5,7	34	10,2
14	20	6,0	24	7,2	21	6,3
15	26	7,8	21	6,3	19	5,7
16	23	6,9	24	7,2	25	7,5
17	33	9,9	20	6,0	28	8,4
18	30	9,0	35	10,5	13	3,9
19	32	9,6	22	6,6	24	7,2
20	21	6,3	23	6,9	19	5,7
21	18	5,4	19	5,7	10	3,0
22	18	5,4	16	4,8	14	4,2
23	5	1,5	9	2,7	8	2,4
24	4	1,2	7	2,1	9	2,7
25	1	0,3	5	1,5	2	0,6
26	1	0,3	0	0	1	0,3
Total	332	100,0	332	100,0	332	100,0

El análisis de las puntuaciones pone en evidencia que el puntaje general máximo alcanzado es de 26 sobre un total de 30 puntos para cada categoría considerada; aproximadamente el 1% de la muestra, logró esta puntuación.

Si se analiza por separado el rendimiento en cada uno de los componentes, se observa que para la habilidad analítica la puntuación con mayor frecuencia es 17, para la habilidad práctica es de 18 puntos, y 13 puntos para el componente creativo, valores que representan aproximadamente el 10% de la población para cada una de las componentes. La gráfica 5.5 facilita este análisis.

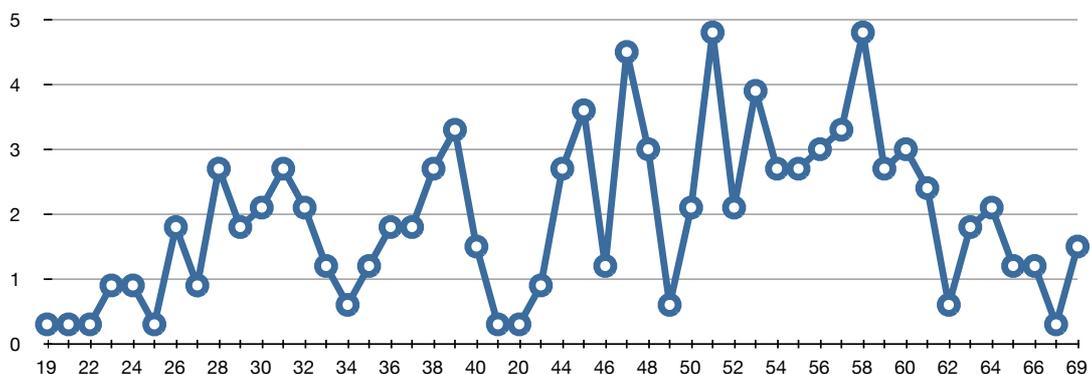
Los bajos índices de acierto en la resolución de los problemas plantados en el test se refleja en el 22% de los alumnos que están por debajo del promedio de 12 puntos; el 48% logra puntuaciones en el intervalo de 16 a 19 y sólo el 29% lo hace en el intervalo comprendido entre 20 y 26 puntos.

Gráfica 5.5 – STAT Porcentaje de aciertos por componentes



El total de las puntuaciones en los tres tipos de inteligencias muestra que la mínima es de 19 y la máxima alcanzada es de 69 puntos; el promedio gira alrededor de los 47 puntos y existen dos moda: 51 y 58.

Gráfica 5.6 Porcentaje de alumnos por Puntuación Total del STAT



Los estadísticos básicos de las puntuaciones se pueden observar en la Tabla 5.55

Tabla 5.55 – Estadísticos Básicos de las puntuaciones del STAT

Tipo de Inteligencia	Mínimo	Cuartil 1	Media	Mediana	Cuartil 3	Máximo	Desviación estándar
Análítica	6	12	15,8	16	19	26	4,3
Práctica	6	12	15,8	16	19	25	4,5
Creativa	6	11	15,0	15	19	26	4,6

Los instrumentos generados desde la teoría triárquica de la inteligencia permiten profundizar en las tres inteligencias: analítica, sintética y práctica, y sus repercusiones en el contexto del rendimiento académico. Además, mediante las diferentes herramientas de evaluación se pueden analizar los procesos del aprendizaje en sí mismos y las variables relacionadas con dicho aprendizaje. Así, es posible evaluar los tres tipos de componentes de elaboración de la información (metacomponentes, componentes de ejecución y de adquisición de la información), que son fundamentales en el establecimiento de las diferencias individuales entre los estudiantes de mayor rendimiento académico y los de rendimiento medio.

En consecuencia, puede obtenerse puntuaciones individuales a partir de las calificaciones de las tres modalidades del lenguaje utilizadas para procesar la información. La escala del contenido verbal mide las habilidades de comprensión verbal de tareas verbales que presentan los problemas; estas habilidades son fundamentales para construir la representación mental que posibilite la resolución. La escala del contenido numérico mide la habilidad para aplicar el razonamiento inductivo en situaciones rutinarias, cotidianas o novedosas con un contexto cuantitativo. Por último, la escala figurativa mide las habilidades de clasificación y de razonamiento analógico aplicadas para resolver problemas que requieren reglas inducidas previamente. Así se pretende evaluar las habilidades que se activan para procesar eficazmente la información y para evaluar y juzgar hechos en el análisis de situaciones y problemas. La información relevada se complementa con los resultados del THRM.

Los estadísticos básicos de las puntuaciones se pueden observar en la Tabla 5.56

Tabla 5.56 – Estadísticos Básicos de las puntuaciones de los contenidos del STAT

Modalidad	Mínimo	Cuartil 1	Media	Mediana	Cuartil 3	Máximo	Desviación estándar
Verbal	0	3	4,7	5	6	11	1,9
Numérica	0	3	5,2	5	7	12	2,5
Figurativa	0	3	4,2	4	6	10	2,1

El análisis de regresión lineal permite evaluar la asociación de las tres componentes de la inteligencia relevadas en el STAT y en las tres modalidades del lenguaje: Verbal,

Cuantitativo y Figural, con relación a la variable *Razonamiento Matemático* (THRM Total General). Las características esenciales del modelo y la tabla ANOVA aportan información que permite determinar el grado de asociación de las variables estudiadas.

Los resultados obtenidos se condicen con lo afirmado por Sternberg referente a que los tres tipos de inteligencia actúan sobre la capacidad de resolver problemas y se asocian directamente con el rendimiento académico; la conducta inteligente es producto de aplicar estrategias de pensamiento, manejar nuevos problemas con creatividad y rapidez y seleccionar y modificar el entorno donde interactúa.

5.3.2–Análisis predictivo de las componentes del STAT en relación con el THRM

A.- PREDICCIÓN DEL IMPACTO DE LA HABILIDAD ANALÍTICA SOBRE EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).

Tabla 5.57 - Correlaciones simples entre la Habilidad Analítica y el Rendimiento General en Razonamiento Matemático (THRM Total General)

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Habilidad Analítica	Correlación de Pearson	0,515*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a . Variable dependiente: THRM Total General

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.58 - Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregido	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,515 ^a	,266	,263	8,678	,266	119,360	1	330	,000	1,782

a. Variables predictoras: (Constante), Habilidad Analítica.

b. Variable dependiente: THRM Total General.

Tabla 5.59 - ANOVA ^a						
Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	8988,450	1	8988,450	119,360	,000 ^b
	Residual	24850,861	330	75,306		
	Total	33839,310	331			

a Variable dependiente: THRM Total General.

b Variables predictoras: (Constante) Habilidad Analítica.

Tabla 5.60 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	19,257	1,815		10,608	,000	15,686	22,828
Habilidad Analítica	1,212	,111	,515	10,925	,000	,994	1,430

^a Variable dependiente: THRM Total General

Se da una predicción de 0,515 que explica el 26,6% de los resultados de los alumnos en la escala Analítica del STAT, al nivel $<0,01$. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados, es muy pequeño (0,000) y el estadístico de Durbin Watson que es de 1,782, valor próximo a 2. Se puede concluir que la *Habilidad Analítica* se presenta como una variable explicativa del rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (THRM Total General).

B.- PREDICCIÓN DEL IMPACTO DE LA HABILIDAD PRÁCTICA SOBRE EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).

Tabla 5.61 Correlaciones simples entre la Habilidad Práctica y el Rendimiento General en Razonamiento Matemático (THRM Total General)

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Habilidad Práctica	Correlación de Pearson	0,551*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a. Variable dependiente: THRM Total General

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.62 - Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,551 ^a	,303	,301	8,452	,303	143,684	1	330	,000	1,701

a. Variables predictoras: (Constante), Habilidad Práctica.

b. Variable dependiente: THRM Total General.

Tabla 5.63 - ANOVA ^a						
Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	10264,573	1	10264,573	143,684	,000 ^b
	Residual	23574,737	330	71,439		
	Total	33839,310	331			

a Variable dependiente: THRM Total General.

b Variables predictoras: (Constante) Habilidad Práctica.

Tabla 5.64 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	18,859	1,695		11,129	,000	15,525	22,192
Habilidad Práctica	1,233	,103	,551	11,987	,000	1,031	1,436

^a Variable dependiente: THRM Total General

Se puede observar que la predicción de 0,551 que explica el 30,3% de los resultados de los alumnos en la escala Práctica del STAT, al nivel $<0,01$. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados, es muy pequeño (0,000) y el estadístico

de Durbin Watson que es de 1,701, valor próximo a 2. Se puede concluir que la *Habilidad Práctica* es predictora del rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (THRM Total General).

C.- PREDICCIÓN DEL IMPACTO DE LA HABILIDAD CREATIVA SOBRE EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).

Tabla 5.65 Correlaciones simples entre la Habilidad Creativa y el Rendimiento General en Razonamiento Matemático (THRM Total General)

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Habilidad Creativa	Correlación de Pearson	0,549*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a . Variable dependiente: THRM Total General

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.66 - Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,549 ^a	,301	,299	8,466	,301	142,107	1	330	,000	1,785

a. Variables predictoras: (Constante), Habilidad Creativa.

b. Variable dependiente: THRM Total General.

Tabla 5.67 - ANOVA ^a						
Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	10185,821	1	10185,821	142,107	,000 ^b
	Residual	23653,489	330	71,677		
	Total	33839,310	331			

a Variable dependiente: THRM Total General.

b Variables predictoras: (Constante) Habilidad Creativa.

Tabla 5.68 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	20,292	1,588		12,778	,000	17,168	23,416
Habilidad Creativa	1,204	,101	,549	11,921	,000	1,006	1,403

^a Variable dependiente: THRM Total General

Se da una predicción de 0,549 que explica el 30% de los resultados de los alumnos en la escala creativa del STAT. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados, es muy pequeño y el estadístico de Durbin Watson que vale 1,785, bastante próximo al valor 2. Se puede afirmar que la *Habilidad Analítica* esta asociada con el rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (THRM Total General), al nivel <0,01.

Los resultados ponen de manifiesto que la inteligencia y la organización del conocimiento son constituyentes de la capacidad para resolver problemas. El análisis de regresión indica que es altamente probable que la organización conceptual, puesta de manifiesto con los procesos relevados con el THRM, resulte una variable predictiva del *Rendimiento Académico*, y que la inteligencia práctica también contribuye de forma significativa a la predicción del mismo. Así, la inteligencia tendría una relación directa con esta capacidad y una indirecta con el rendimiento académico.

D.- PREDICCIÓN DE LA ASOCIACIÓN DE LA MODALIDAD DE LENGUAJE VERBAL DEL STAT Y EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).

Tabla 5.69 Correlaciones simples entre la modalidad de lenguaje Verbal y el Rendimiento General en Razonamiento Matemático (THRM Total General)

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Modalidad Verbal	Correlación de Pearson	0,265*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a . Variable dependiente: THRM Total General

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.70 - Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregido	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,265 ^a	,070	,067	9,765	,070	24,894	1	330	,000	1,670

a. Variables predictoras: (Constante), Modalidad Verbal.

b. Variable dependiente: THRM Total General.

Tabla 5.71 - ANOVA ^a						
Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	2373,679	1	2373,679	24,894	,000 ^b
	Residual	31465,632	330	95,350		
	Total	33839,310	331			

a Variable dependiente: THRM Total General.

b Variables predictoras: (Constante) Modalidad Verbal.

Tabla 5.72 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	20,292	1,588		12,778	,000	17,168	23,416
Modalidad Verbal	1,204	,101	,549	11,921	,000	1,006	1,403

a Variable dependiente: THRM Total General

Se da una predicción de 0,265 que explica el 7% de los resultados de los alumnos en la Modalidad del Lenguaje *Verbal* del STAT. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados, es muy pequeño y el estadístico de Durbin Watson que vale 1,670,

bastante próximo al valor 2. Se puede afirmar que la modalidad de lenguaje Verbal del STAT repercute relativamente en rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (THRM Total General), al nivel $<0,01$.

Estos resultados, junto con los expuestos en los apartados A y E del punto 5.2.2, aportan en cierto grado sustento a que los componentes de codificación de la información que operan en el proceso *lingüístico-semántico*, repercuten en la capacidad para resolver problemas matemáticos (Hipótesis 1).

E.- PREDICCIÓN DEL IMPACTO DE LA MODALIDAD DE LENGUAJE CUANTITATIVA DEL STAT SOBRE EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).

Tabla 5.73 Correlaciones simples entre la modalidad de lenguaje Cuantitativa y el Rendimiento General en Razonamiento Matemático (THRM Total General)

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Modalidad Cuantitativa	Correlación de Pearson	0,251*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a . Variable dependiente: THRM Total General

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.74 - Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,251 ^a	,063	,060	9,803	,063	22,123	1	330	,000	1,671

a. Variables predictoras: (Constante), Modalidad Cuantitativa.

b. Variable dependiente: THRM Total General.

Tabla 5.75 - ANOVA ^a						
Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	2126,058	1	2126,058	22,123	,000 ^b
	Residual	31713,252	330	96,101		
	Total	33839,310	331			

a Variable dependiente: THRM Total General.

b Variables predictoras: (Constante) Modalidad Cuantitativa.

Tabla 5.76 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	33,161	1,236		26,831	,000	30,730	35,592
Modalidad Cuantitativa	1,014	,216	,251	4,704	,000	,590	1,439

^a Variable dependiente: THRM Total General

Se da una predicción de 0,251 que explica el 6,3% de los resultados de los alumnos en la Modalidad del Lenguaje *Cuantitativa* del STAT, al nivel $<0,01$. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados, es muy pequeño y el estadístico de

Durbin Watson que vale 1,671, bastante próximo al valor 2. Se puede afirmar que la modalidad de lenguaje *Cuantitativa* del STAT puede ser usada como variable predictora del rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (THRM Total General).

F.- PREDICCIÓN DEL IMPACTO DE LA MODALIDAD DE LENGUAJE FIGURAL DEL STAT SOBRE EL RENDIMIENTO EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO (THRM Total General).

Tabla 5.77 Correlaciones simples entre la modalidad de lenguaje Figural y el Rendimiento General en Razonamiento Matemático (THRM Total General)

Variable Independiente	Coeficiente ^a	
Modalidad Figural	Correlación de Pearson	0,238*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a. Variable dependiente: THRM Total General

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Tabla 5.78 - Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
,238 ^a	,057	,054	9,834	,057	19,890	1	330	,000	1,727

a. Variables predictoras: (Constante), Modalidad Figural.

b. Variable dependiente: THRM Total General.

Tabla 5.79 - ANOVA ^a						
Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	1923,669	1	1923,669	19,890	,000 ^b
	Residual	31915,641	330	96,714		
	Total	33839,310	331			

a Variable dependiente: THRM Total General.

b Variables predictoras: (Constante) Modalidad Figural.

Tabla 5.80 COEFICIENTES^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificado Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
1 (Constante)	33,628	1,197		28,086	,000	31,273	35,983
Modalidad Figural	1,132	,254	,238	4,460	,000	,633	1,631

^a Variable dependiente: THRM Total General

Se da una predicción de 0,238 que explica el 5,7% de los resultados de los alumnos en la modalidad del lenguaje *Figural* del STAT, al nivel $<0,01$. El índice F que indica significatividad de los parámetros estimados, es muy pequeño y el estadístico de Durbin Watson que vale 1,727, bastante próximo al valor 2. En consecuencia se puede afirmar que la modalidad de lenguaje Figural del STAT se presenta como una variable que explica el rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (THRM Total General).

5.3.3–Análisis de Conglomerados

Los datos relevados aportan información sobre las características generales que presentan los alumnos en el desarrollo de las *habilidades analíticas, prácticas y creativas* y, en las modalidades del lenguaje verbal, numérica y figurativa, pero no dan información precisa de cómo se distribuyen esas habilidades en grupos concretos de alumnos. Ya se ha visto que el análisis de conglomerados permite agrupar los casos en función de las similitudes existente entre ellos; Así se revelan características localizadas que complementan la información general. El análisis cluster de K-medias, que permite asignar casos a un número fijo de grupos cuyas características se basan en un conjunto de variables, resulta apropiado y útil para clasificar la totalidad de los casos que conforman la muestra.

El agrupamiento jerárquico de sujetos se ha hecho con cuatro conglomerados por ser fácilmente interpretables. Las tablas 5.16 muestran la conformación de los conglomerados.

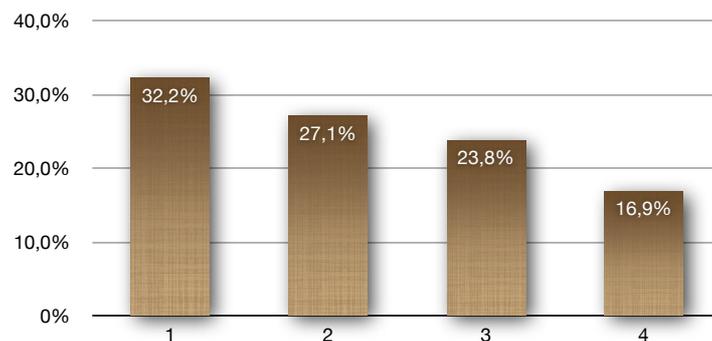
Variables	Conglomerado			
	1	2	3	4
Dimensión Analítica	26	7	15	15
Dimensión Práctica	23	6	22	11
Dimensión Creativa	20	6	8	22

La tabla siguiente muestra el número de casos; el grupo mayor resulta ser el primero, con 107 casos.

	1	107
Conglomerado	2	90
	3	79
	4	56
Válidos		332
Perdidos		0

La Gráfica 5.7 permite visualizar fácilmente la conformación de los cuatro conglomerados.

Gráfica 5.7 Porcentaje de casos por conglomerado



Los valores de la tabla 5.81 son las medias de cada variable dentro de cada conglomerado. Los centros reflejan los atributos del caso prototipo para cada grupo.

- Los 107 alumnos del conglomerado 1, representan el 32,2% del total. Esta conformado con los alumnos con mayor puntuación. Es el que presenta valores más homogéneos entre las distintas categorías. Muestra mejores resultados en la dimensión *Analítica*, que refleja la inteligencia individual que, según Sternberg, es la que se relaciona con el mundo interior del individuo; le sigue la categoría centrada en la inteligencia práctica, definida como la adaptación intencional del individuo a su medio. Las funciones de esta inteligencia práctica o también conocida como contextual, se miden con problemas cuya solución exige emplear procesos de razonamiento lógico. Es evidente la existencia de una diferencia constante de tres puntos entre cada uno de los conglomerado que genera el ordenamiento jerárquico de las dimensiones: *Analítica, práctica y creativa*. Los alumnos de este conglomerado manifiestan el conjunto de habilidades necesarias para alcanzar un alto nivel de pericia en la forma de tratar la información, es decir, son los que reúnen mayores habilidades intelectuales-académicas y están en mejores condiciones para resolver problemas cuya solución exige emplear procesos de razonamiento lógico.
 - El 27,1 % de los alumnos conforman el conglomerado 2, logran las puntuaciones más bajas en todas las dimensiones de la inteligencia relevadas. Son los que tienen serias dificultades para resolver problemas que requieren procesos de razonamiento lógico y/o para pensar y solucionar problemas de forma novedosa. También presentan deficiencias en el desarrollo de las habilidades intelectuales-académicas. Las medias de alumnos de las tres categorías relevadas indica que el grupo tiene un bajo nivel de pericias necesarias para tratar la información.
 - Los alumnos del conglomerado 3 que representan el 23,8 % de la muestra, logran puntuaciones más altas que los del conglomerado 2, pero muy inferior al 1, en cada uno de las tres dimensiones de la inteligencia evaluadas. Tienen mayor capacidad analítica para problemas que requieren habilidades intelectuales-académicas, que los del grupo 2 y casi la misma media en la dimensión práctica que la del conglomerado 1, es decir, manifiestan alta capacidad para abordar y resolver problemas que exigen *razonamiento lógico*. El grupo muestra bajo desarrollo de las
-

habilidades creativas; su inteligencia *experiencial* compromete la capacidad para resolver problemas de forma novedosa.

- Los alumnos del conglomerado 4, conformado con 16,9% de la muestra, tienen las puntuaciones más altas en la dimensión creativa de la inteligencia, respecto a los restantes tres grupos. Muestran mayor desarrollo de esta inteligencia. Presentan deficiencias en la adaptación intencional del individuo al medio, es decir bajo desarrollo de la inteligencia práctica o contextual que se relaciona con el empleo de procesos de *razonamiento lógico*; muestran moderadas *habilidades analíticas*, la misma puntuación media que el conglomerado 3.

Para comprobar qué variables contribuyen más a la solución de los conglomerados, se ha elaborado la tabla ANOVA. La mayor separación entre los conglomerados la proporciona la variable *Inteligencia Creativa*, con un $F = 298,607$, seguida por la Inteligencia Práctica y la Analítica, no obstante ello se puede observar que los valores de F son bastante homogéneos; muestran una diferencia pequeña. También, se puede observar que las variables seleccionadas son altamente significativas para la conformación de los grupos.

Variable	Conglomerado		Error		F	Sig.
	Media cuadrática	gl	Medias cuadrática	gl		
Inteligencia Analítica	1437,213	3	5,515	328	260,586	0,000
Inteligencia Práctica	1599,274	3	5,947	328	268,907	0,000
Inteligencia Creativa	1713,264	3	5,738	328	298,607	0,000

El análisis de *varianza univariante* ha permitido evaluar la significación de las diferencias entre los cuatro conglomerado respecto a la *Capacidad Intelectual*, total general del STAT. La tabla siguiente especifica los estadísticos básicos de cada conglomerado.

Conglomerado QCI_1	Media	Desv. Típ.	N
K1	59,61	3,985	107
K2	31,13	4,839	90
K3	45,44	4,692	79
K4	48,61	3,874	56

La evaluación de las diferencias entre las medias de los conglomerados pone de manifiesto que no se cumple la condición de homogeneidad de varianzas u homoscedasticidad, Aquí el *p valor* es 0,05 indica que debe rechazarse la hipótesis nula (H0) de varianzas iguales y aceptar que las varianzas son distintas.

Tabla 5.85 - Contraste de Levene sobre la igualdad de las varianzas^a

F	gl1	gl2	Sig.
2,593	3	328	,053

a. Diseño: Intersección + QCL_1
Variable dependiente: STAT Total General

La tabla 5.87 muestra los resultados de la prueba de los efectos inter-sujetos en relación a la *Capacidad Intelectual*, total general del STAT. Se puede observar la alta significación que tienen las diferencias de los cuatro conglomerados formados; que indican que han tenido efecto sobre la variable dependiente *STAT Total General* y que no alteran el resultado de la homogeneidad.

Tabla 5.86 – Pruebas de los efectos inter-sujetos

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	39963,452 ^a	3	13321,151	692,363	0,000
Intersección	669927,122	1	669927,122	34819,250	0,000
QCL_1.STAT	39963,452	3	13321,151	692,363	0,000
Error	6310,765	328	19,240		
Total	769172,000	332			
Total corregida	46274,217	331			

a. R cuadrado = 0,864 (R cuadrado corregida = 0,862)
Variable dependiente: STAT Total General

Las comparaciones múltiples de Turkey indican el alto nivel de significación de las diferencias entre las medias de los cuatro conglomerados respecto a la variable *Capacidad Intelectual*, total general del STAT. También, se puede observar que los intervalos de confianza no contienen el valor cero para la diferencia de medias.

Tabla 5.87 – Comparaciones múltiples DHS de Tukey

(I) N Casos	(J) N Casos	Diferencia de medias (I-J)	Error Típ.	Sig.	Intervalo de confianza 95%	
					Límite inferior	Límite superior
1	2	28,47*	,627	0,000	26,85	30,09
	3	14,16*	,651	0,000	12,48	15,84
	4	11,00*	,723	0,000	9,13	12,87
2	1	-28,47*	,627	0,000	-30,09	-26,85
	3	-14,31*	,676	0,000	-16,06	-12,56
	4	-17,47*	,747	0,000	-19,40	-15,55
3	1	-14,16*	,651	0,000	-15,84	-12,48
	2	14,31*	,676	0,000	12,56	16,06
	4	-3,16*	,766	0,000	-5,14	-1,19
4	1	-11,00*	,723	0,000	-12,87	-9,13
	2	17,47*	,747	0,000	15,55	19,40
	3	3,16*	,766	0,000	1,19	5,14

Basadas en las medias observadas. El término de error es la media cuadrática (Error) = 19,240

*. La diferencia de medias es significativa al nivel 0,05. Variable dependiente: STAT Total General.

Una clasificación de los grupos basada en el parecido existente entre sus medias en relación a la variable *Capacidad Intelectual* (Total general del STAT), se muestra en la siguiente tabla. Todas las composiciones resultan significativas entre ellas; el mínimo nivel de capacidad le corresponde al conglomerado 2 y el máximo al 1.

N de casos	N	Subconjunto para alfa = 0,05			
		1	2	3	4
2	90	31,13			
3	79		45,44		
4	56			48,61	
1	107				59,61
Sig.		1,000	1,000	1,000	1,000

Se muestran las medias de los grupos de subconjuntos homogéneos.
Basadas en las medias observadas.

El término de error es la media cuadrática(Error) = 19,240.

a. Usa el tamaño muestral de la media armónica = 78,474

b. los tamaños de los grupos son distintos. Se empleará la media armónica de los tamaños de los grupos. No se garantizan los niveles de error tipo I.

c. Alfa = 0,05

Variable dependiente: STAT Total General.

5.3.4 - Análisis de correlaciones del STAT en relación con el THRM.

De la asociación entre los resultados de la Prueba de *Razonamiento Matemático* y las puntuaciones de las tres calificaciones del STAT, surge el análisis comparativo de los resultados obtenidos en ambos instrumentos utilizados, que ponen en evidencia la vinculación de los tres tipos de inteligencia con los procesos cognitivos requeridos para la resolución de problemas.

La correlación lineal de Pearson entre los tres componentes que conforman el STAT con la variable dependiente *Razonamiento Matemático*, definida como la suma de las puntuaciones en las cinco categorías del THRM, se muestra en la Tabla 5.89.

Como puede observarse las correlaciones de las componentes de la variable Capacidad Intelectual respecto a la puntuación total del THRM son altas, puesto que giran en torno al valor 0,60. En consecuencia todas estas variables actúan como predictivas del nivel de desarrollo del *razonamiento matemático*.

Tabla 5.89 Correlaciones simples entre el Razonamiento Matemático y las componentes del STAT

Variables		Componente Analítica	Componente Práctica	Componente Creativa
Razonamiento Matemático (Total THRM)	Correlación de Pearson	0,515*	0,551*	0,549*
	Sig. (bilateral)	0,000	0,000	0,000

*.La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

El análisis de regresión lineal, permite verificar el modelo de las variables abordadas y el rendimiento en el THRM. Se puede observar una correlación de 0,614 explicada por el coeficiente de determinación lineal en un 37,1% de las puntuaciones obtenidos en el THRM, al nivel de significación $< 0,01$. Esto permite asegurar que las tres variables consideradas en el Test tienen una alta correlación con el *Razonamiento Matemático*.

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
0,614^a	0,377	0,371	8,017	0,377	66,182	3	328	0,000	1,733

a. Variables predictivas: (Constante). Escala Creativa, Escala Analítica, Escala Práctica

b. Variable dependiente: THRM Total General

El análisis de confiabilidad, que permite valorar las propiedades métricas del instrumento de medición considerado, se ha realizado a partir de un grupo de 332 sujetos, que representan la misma cantidad de evaluaciones.

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	Nº de Elementos
0,855	0,856	3

Componentes	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
Escala Analítica	0,783
Escala Práctica	0,765
Escala Creativa	0,843

La consistencia interna del puntaje total del STAT es significativa ya que supera el 0,80 (alfa de Cronbach), lo que contribuye a confirmar la confiabilidad del instrumento. Por otro lado cada una de las 3 dimensiones que componen este constructo aportan aumentando el valor de consistencia interna, al identificar la varianza de la escala *Inteligencia* en la eventualidad de que cada ítem fuera retirado de la misma.

La correlación de cada escala respecto a los demás en conjunto, se muestra en la Tabla 5.93, es decir, muestra la correlación inter elemento de las dimensiones de la variable *Inteligencia*.

Además el coeficiente de determinación que corresponde a cada escala, cuando ésta es considerada como una variable dependiente con respecto a las otras escalas, las cuales fungirán como variables independientes, opera como si fuera un análisis de regresión múltiple y supone que el coeficiente de determinación relevado representa la correlación de

cada escala con el conjunto. Así el coeficiente Alpha de Cronbach se orienta hacia la consistencia interna del STAT.

La técnica supone que las escalas están correlacionados positivamente unas con otras pues miden en cierto grado una entidad en común. Aquí el Alpha de Cronbach se refiere al cuadrado de la correlación entre los resultados obtenidos por una persona en una escala en particular (puntaje observado) y los puntajes que se obtendrían si se contestaran todos los ítems disponibles en el universo (puntaje verdadero).

Tabla 5.93 - Matriz de correlaciones inter-elementos de las componentes del STAT

Componentes	Esc. Analítica	Esc. Práctica	Esc. Creativa
Escala Analítica	1,000	0,730	0,621
Escala Práctica	0,730	1,000	0,643
Escala Creativa	0,621	0,643	1,000

La asociación entre los resultados de la Prueba de *Razonamiento Matemático* y las calificaciones en las tres modalidades de lenguaje relevadas en el STAT, emerge del análisis comparativo de los resultados de ambos instrumentos utilizados, que ponen en evidencia la vinculación de las modalidades de lenguaje con los procesos cognitivos requeridos para la resolución de problemas.

La correlación lineal de Pearson entre las tres modalidades de lenguaje relevadas en el STAT con el total de la puntuación del THRM, se muestra en la Tabla 5.94. Puede observarse que las correlaciones de las tres modalidades, giran en torno al valor 0,30. En consecuencia, se podría afirmar que todas estas variables tienen un cierto grado de asociación con el nivel de desarrollo del *Razonamiento Matemático* (puntuación total del THRM).

Tabla 5.94 - Correlaciones simples entre el Razonamiento Matemático y las modalidades de lenguaje del STAT

Variables		Escala Verbal	Escala Cuantitativa	Escala Figural
Razonamiento Matemático (Total THRM)	Correlación de Pearson	0,265*	0,251*	0,238*
	Sig. (bilateral)	0,000	0,000	0,000

*.La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

El análisis de regresión lineal, permite verificar el modelo de las variables abordadas y el rendimiento en el THRM. Se puede observar una correlación de 0,337 explicada por el coeficiente de determinación lineal en un 11% de las puntuaciones obtenidos en el THRM, al nivel de significación $< 0,01$. Esto permite asegurar que las tres variables consideradas en el Test tienen una cierta correlación con el *Razonamiento Matemático*.

Tabla 5.95 - Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
0,337 ^a	0,114	0,106	9,562	0,114	14,041	3	328	0,000	1,651

- a. Variables predictivas: (Constante). Puntuación Verbal, Puntuación Cuantitativa, Puntuación Figurativa
 b. Variable dependiente: THRM Total General

El análisis de confiabilidad se ha realizado a partir de 332 evaluaciones.

Tabla 5.96 - Estadísticos de confiabilidad		
Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	Nº de Elementos
0,610	0,611	3

Tabla 5.97 - Estadísticos total-elemento	
Puntuación	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
Escala Verbal	0,591
Escala Cuantitativa	0,464
Escala Figurativa	0,451

La consistencia interna de la variable *Razonamiento Matemático* es significativa ya que ya que supera el 0,60 (alfa de Cronbach), lo que tiende a confirmar la confiabilidad del instrumento. Cada una de las tres modalidades de lenguaje relevadas en el STAT aumentan el valor de consistencia interna, al identificar la varianza de la escala *Inteligencia* en la eventualidad de que cada ítem fuera retirado de la misma. La correlación de cada escala respecto a los demás en conjunto, se muestra en la Tabla 5.98, es decir, muestra la correlación inter elemento de las modalidades del lenguaje relevadas en la variable *Inteligencia*.

Tabla 5.98 – Matriz de correlaciones inter-elementos de las modalidades del STAT

Componentes	Esc. Analítica	Esc. Cuantitativa	Esc. Figurativa
Escala Verbal	1,000	0,730	0,621
Escala Cuantitativa	0,730	1,000	0,643
Escala Figurativa	0,621	0,643	1,000

Además, el coeficiente de determinación que corresponde a cada escala, opera como si fuera un análisis de regresión múltiple; supone que representa la correlación de cada escala con el conjunto. Así el coeficientes Alpha de Cronbach se orienta hacia la consistencia interna del STAT; refiere al cuadrado de la correlación entre los resultados obtenidos en una escala en particular y los puntajes que se obtendrían si se contestaran todos los ítems disponibles en el universo.

5.4 – Trayectoria Académica

Los indicadores de *rendimiento académico* considerados permiten determinar perfiles de trayectoria académica, a partir de los cuales se puede establecer su correlación con las categorías definidas en el THRM y en el STAT.

A los efectos de definir los indicadores de la variable *Rendimiento Académico* y realizar el análisis de datos, se tuvo en cuenta la disminución la población inicial de 322 estudiantes a 301; la diferencia entre la muestra que cumplimentó los 2 tests y la que aportan las actas de exámenes de fin del ciclo electivo, determinó que éstos 21 alumnos fueran considerados como aquellos que no habían aprobado ningún examen.

La variable *Rendimiento Académico* se ha conformado a partir de los indicadores básicos: Calificación en Matemática (CM), el Promedio de Materias del primer año (PMA) y el Índice de aprobación (IA).

Indicadores	Escala	Definición
Calificación en Matemática (CM)	1 = Bajo	menos de 5 pts.
	2 = Medio	entre 5 y 8 pts.
	3 = Alto	mayor 8 y menor 10 pts
Promedio de Materias Aprobadas del 1° año (PMA)	1 = Bajo	menos de 5 pts.
	2 = Medio	entre 5-8 pts.
	3 = Alto	mayor 8 y menor 10 pts.
Índice de Aprobación (IA)	1 = Bajo	menos 50%.
	2 = Medio	entre 50% y 80%
	3 = Alto	más de 80%

Los indicadores básicos que conformaron la variable dependiente *Rendimiento Académico*, han permitido construir las categorías *Baja*, *Media* y *Alta*, definidas en base a los criterios específicos derivados de la distribución de los mismos.

La Tabla 5.100 presenta la media, modo y desvío estándar de la variable *Rendimiento*. La media se ubica en el punto 6 de la escala *Rendimiento Académico*. La moda acumula el 23,4 % de los alumnos. El desvío estándar permite apreciar la existencia de puntajes máximos y mínimos que se corresponden con trayectos de la escala.

TABLA 5.100 - Estadísticos Básicos. Rendimiento Académico

Media		Moda		Desvío
Puntaje	%	Puntaje	%	Puntaje
6	17%	7	23,4	2

La Tabla 5.101 desglosa los estadísticos básicos de los indicadores que determinan la variable *Rendimiento*.

Tabla 5.101 - Estadísticos básicos de los componentes de la variable Rendimiento

Componentes	Media	Moda	Des.tip.	Varianza
Calif. Matemática (CM)	1,7	1,0	0,7	0,5
Prom. Mate. Aprob. (PMA)	1,8	2,0	0,7	0,5
Índice de Aprobación (IA)	1,8	3,0	1,0	1,1

La suma de las puntuaciones de las componentes de esta variable se muestran en la Tabla 5.102. En un extremo, se tiene el 5,4 % de los estudiantes que se caracterizan por las bajas calificaciones en matemática en el último año del secundario, el promedio de materias aprobadas menor de 5 puntos y el porcentaje de materias aprobadas menor al 50%, mientras que el otro extremo el 3,6% de los estudiantes obtiene altas calificaciones en matemática, altos promedios de materias aprobadas y de porcentajes de aprobación.

Tabla 5.102 Combinación de los Indicadores en función de las Trayectorias

Suma de Índices (CM+PMA+IA)	Tipo de Trayectoria	Frecuencia	Porcentaje
3	Perfil I	18	5,4%
4	Perfil II	76	22,9%
5	Perfil III	38	11,4%
6	Perfil IV	52	15,7%
7	Perfil V	79	23,8%
8	Perfil VI	29	8,7%
9	Perfil VII	12	3,6%

La Tabla 5.103 refleja la distribución de la población de acuerdo con los tres indicadores arriba mencionados y que determinan los siete perfiles de trayectoria. También indica una deserción del 8,4 % de la muestra producida en el intervalo de tiempo transcurrido entre el inicio de la carrera y los primeros exámenes de mes de julio.

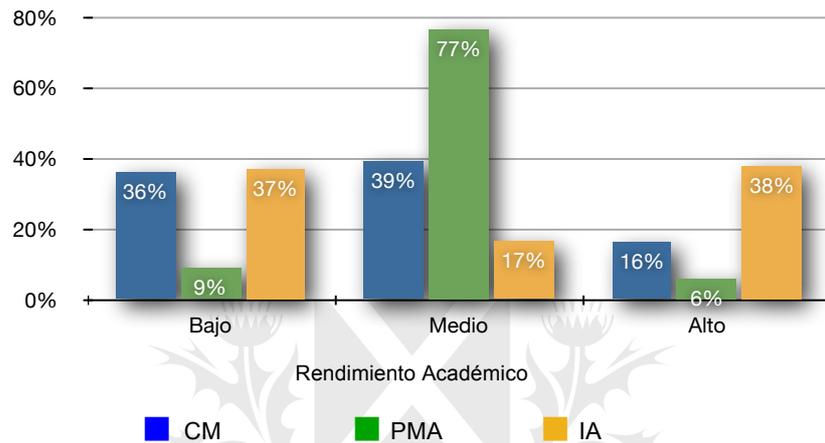
Tabla 5.103 - Ponderación de los componentes de la variable Rendimiento Académico

Escala	CM		PMA		IA	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%
Deserción (0)	28	8,4	28	8,4	28	8,4
1 Bajo	120	36,1	30	9,0	123	37,0
2 Medio	130	39,2	254	76,6	55	16,6
3 Alto	54	16,3	20	6,0	126	38,0

La Gráfica 5.8 permite visualizar algunas características asociadas a los Rendimientos Académicos definidos. Se observa que en el grupo de Rendimiento Bajo, el mayor aporte lo realizan la *Calificación en Matemática* y el *Índice de Aprobación*, mientras que en la

categoría Medio lo hace el *Promedio de Materias Aprobada* y en la Alta el *Índice de Aprobación*. Es decir, el grupo de rendimiento bajo se conforma con el 36% de la población que ha obtenido en el último año del secundario calificaciones menores a 5 puntos y tiene, la Media con el 76,6% de la población que tiene promedios de materias aprobadas que gira entre 5 y 8 puntos y el Alto, con el 38% que ha aprobado el 100% de las Materias del primer año de la carrera.

Grafica 5.8 - Porcentaje de alumnos discriminados por grupo



El análisis comparativo de los resultados ponen en evidencia cómo se vinculan los Grupos de *Rendimiento Académico* con cada uno de los indicadores considerados. La correlación lineal de Pearson entre los tres componentes que conforman la variable *Rendimiento Académico* con el *Tipo de Trayectoria* definido a partir de esta variable, se muestra en la Tabla 5.104.

Tabla 5.104 - Correlaciones simples entre los indicadores de Rendimiento y el Tipo de Trayectoria

Variables		CM	PMA	IA
Tipo de Trayectoria Académica	Correlación de Pearson	0,814*	0,779*	0,838*
	Sig. (bilateral)	0,000	0,000	0,000

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Como puede observarse las correlaciones de las componentes de la variable *Tipo de Trayectoria* respecto a las tres categorías consideradas son altas. En consecuencia los indicadores seleccionados son consistentes como predictores de las tres trayectorias.

El análisis de regresión lineal, permite verificar el modelo abordado y la ponderación de cada tipo de trayectoria considerada. Se puede observar una correlación de 0,941 explicada por el coeficiente de determinación lineal en un 94 % de los casos que conforman las trayectorias, al nivel de significación $< 0,01$. Esto permite asegurar que los tres indicadores considerados tienen correlación con las trayectorias académicas consideradas.

Tabla 5.105 – Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregido	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
0,970^a	0,941	0,940	0,457	0,941	1730,869	3	328	0,000	1,809

- a. Variables predictivas: (Constante). Índice de Aprobación (IA), Promedio, Promedio de Materias Aprobadas (PMA), Calificación en Matemática (CM)
- b. Variable dependiente: Tipo de Trayectoria (T)

El análisis de confiabilidad que permite valorar las propiedades métricas de los indicadores que miden las trayectorias consideradas, se ha realizado a partir de los datos aportados por el total de la población (N= 332).

Tabla 5.106 – Estadísticos de confiabilidad		
Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	Nº de Elementos
0,864	0,911	4

Tabla 5.107 – Estadísticos total-elemento	
Componentes	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
Calificación en Matemática (CM)	0,821
Promedio de Materias Aprobadas (PMA)	0,870
Índice de Aprobación (IA)	0,784

La consistencia interna de los tipos de trayectorias es significativa ya que ya que gira en torno a 0,86 (alfa de Cronbach), lo que contribuye a confirmar la confiabilidad de la escala. Por otro lado cada uno de los indicadores del constructo aportan aumentando el valor de consistencia interna, al identificar la varianza de la escala *Trayectoria Académica* en la eventualidad de que cada ítem fuera retirado de la misma. La correlación de cada indicador respecto a los demás en conjunto, se muestra en la Tabla 5.108, es decir, muestra la correlación inter elemento de las dimensiones de la variable *Trayectoria Académica*.

Tabla 5.108 - Matriz de correlaciones inter-elementos				
Componentes	CM	PMA	IA	T
CM	1,000	0,643	0,650	0,833
PMA	0,643	1,000	0,574	0,705
IA	0,650	0,574	1,000	0,912
Trayectoria (T)	0,833	0,705	0,912	1,000

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Aquí el coeficiente de determinación que corresponde a cada indicador opera como si fuera un análisis de regresión múltiple, al suponer que representa la correlación de cada indicador con el conjunto. Así el coeficientes Alpha de Cronbach se orienta hacia la

consistencia interna de la variable *Trayectoria Académica* y confirma que los indicadores están correlacionados positivamente unos con otros al medir en cierto grado esta variable común.

Con relación a la *determinación de los indicadores de competencia asociados al rendimiento académico y a la trayectoria escolar*, los datos han mostrado que los factores: CM, el PMA y el IA, se relacionan en forma directa con la variable rendimiento académico. Esta relación viene mediada por la capacidad intelectual.

Lo anterior permite dar respuesta a la pregunta de investigación sobre la posibilidad de prever el rendimiento académico a partir de los indicadores considerados.

La relación entre los resultados de THRM, la calificación total del STAT y los *Tipos de Trayectorias Académicas*, surge del análisis comparativo de los resultados obtenidos en ambos instrumentos utilizados y las trayectorias académicas consideradas. La correlación lineal de Pearson entre la puntuación total del THRM y del STAT con la variable dependiente *Tipo de Trayectoria Académica*, conformada por las tres categorías definidas de acuerdo con las puntuaciones y criterios fijados anteriormente, se muestra en la Tabla 5.109.

Tabla 5.109 - Correlaciones del THRM y el STAT con relación a la Trayectoria Académica

Variable Independiente	Coeficientes ^a	
THRM	Correlación de Pearson	0,739*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332
STAT	Correlación de Pearson	0,641*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a . Variable dependiente: Tipo de Trayectoria (T)

*La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Se observa que la correlación de la variable *Razonamiento Matemático*, definida como el total de la calificación del THRM, respecto a la escala de la Tipo de Trayectoria giran en torno al valor 0,74 , en cambio la variable *Capacidad Intelectual* definida como la puntuación total del STAT toma el valor 0,64. La situación indica, con un cierto grado de probabilidad, que estas variables resultan buenos predictores del rendimiento académico puesto de manifiesto con las trayectorias de los estudiantes.

La regresión lineal, posibilita la verificación del modelo de las variables abordadas y el *Tipo de Trayectoria Académica*. La correlación de 0,78 explica aproximadamente el 60 % del rendimiento en el THRM y en el STAT, al nivel de significación < 0,01. En consecuencia, las dos variables consideradas tienen una alta correlación con el *Tipo de Trayectoria Académica*.

Tabla 5.110 - Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
0,777	0,603	0,601	1,179	0,601	250,342	2	329	0,000	1,882

a. Variables predictivas: (Constante). Rendimiento STAT, Rendimiento THRM

b. Variable dependiente: Tipo de Trayectoria (T)

Las propiedades métricas de los instrumentos de medición considerados, se valoran por medio del análisis de confiabilidad realizado a partir de las evaluaciones del grupo total de la muestra de 332 sujetos.

Tabla 5.111 - Estadísticos de confiabilidad		
Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	N� de Elementos
0,678	0,856	3

Tabla 5.112 - Estadísticos total-elemento	
Componentes	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
Rendimiento THRM	0,330
Rendimiento STAT	0,418
Tipo de Trayectoria (T)	0,753

La consistencia interna de las puntuaciones totales del THRM y del STAT gira en torno a 0,7 (alfa de Cronbach), lo que contribuye a confirmar la confiabilidad del instrumento. Así cada una de las tres dimensiones que componen este constructo aportan al incremento del valor de la consistencia interna, al identificar la varianza de la escala *Razonamiento Matemático*, *Capacidad Intelectual* y *Tipo de Trayectoria* en la eventualidad de que cada ítem fuera retirado del mismo. La correlación de cada escala respecto a los demás en conjunto, se muestra en la Tabla 5.113.

Tabla 5.113 Matriz de correlaciones inter-elementos			
Elementos	THRM	STAT	T
THRM	1,000	0,638	0,794
STAT	0,638	1,000	0,599
Tipo de Trayectoria (T)	0,794	0,599	1,000

El coeficiente de determinación que corresponde a cada escala, cuando es considerada como una variable dependiente con respecto a las otras escalas que funcionan como variables independientes, opera como si fuera un análisis de regresión múltiple y supone que el coeficiente de determinación representa la correlación de cada escala con el conjunto. Las escalas est n correlacionadas positivamente entre sí, pues miden en cierto grado la entidad en común: *Trayectoria Académica*.

El análisis de los coeficientes de la tabla 5.114 también muestra que la calificación en el THRM tiene mayor peso en la determinación del *Tipo de Trayectoria* que realizan los Alumnos, que el rendimiento en el STAT ; el coeficiente estandarizados beta de la primer variable es 0,725, seguido por 0,149 de la segunda.

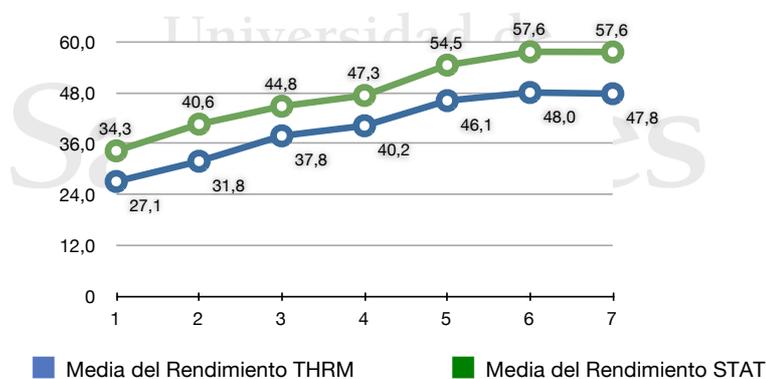
Tabla 5.114 - Coeficientes^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
(Constante)	-1,790	0,237		-7,538	0,000	-2,257	-1,323
Rendimiento THRM	0,114	0,006	0,725	18,050	0,000	0,102	0,127
Rendimiento STAT	0,023	0,006	0,149	3,698	0,000	0,011	0,035

a . Variable dependiente: Tipo de Trayectoria (T)

Las diferencias de las medias de los rendimientos del THRM y del STAT, son altamente significativas en los casos de los tres tipos de trayectoria; por tanto, se puede afirmar que son variables con una incidencia, al nivel $<0,01$, en el *Tipo de Trayectoria*. La siguiente gráfica permite visualizar la asociación de estas dos variables.

Gráfica 5.9 Media de Rendimiento THRM y STAT en función del Tipo de Trayectoria



Los datos muestra una correlación alta entre la variable *Razonamiento Matemático*, definida como el total de la calificación del THRM, y la escala de la *Tipo de Trayectoria*, lo que estaría indicando, con un cierto grado de probabilidad, que los instrumentos elaborados reúnen las suficientes garantías de validez criterial que exige la metodología científica y que los indicadores seleccionados y las variables consideradas son consistentes como predictores de las trayectorias de los estudiantes, y podrían funcionar como diagnóstico de la competencia alcanzada en la resolución de problemas matemáticos.

La vinculación de la capacidad predictiva del *rendimiento académico* con la capacidad para resolver problema matemáticos, se confirma con los resultados del análisis comparativo de los datos obtenidos en THRM y las trayectorias académicas que surgen de las categorías consideradas en la variable *Rendimiento*. La situación estaría indicando, con un cierto grado de probabilidad, que estas variables resultan buenos predictores de las trayectorias de los estudiantes.

5.5 – Factores asociados a la Trayectoria Académica

La relación entre la motivación y el contexto socio cultural en el desempeño del test de habilidades para resolver problemas matemáticos (THRM), se evalúa a partir del grado de significación de estas variables en la capacidad demostrada para resolver problemas y en los perfiles de trayectoria académica determinados.

A - Características Socioculturales

Para evaluar si la competencia Razonamiento Matemático esta condicionado por algunas de las característica socioculturales de la muestra, se procedió a considerar en primer lugar los atributos de la persona y en segundo lugar los atributos de comportamiento. Los atributos de la persona se relaciona con el sexo, la edad, estado civil, cantidad de hijos, título de ingreso, años de finalización de los estudios de nivel medio, nivel de estudios de los padres, tipo de vivienda y con quién comparte la vivienda. Los atributos de comportamiento giran en torno al lugar de residencia, la antigüedad en el trabajo, la función que desempeña en su trabajo, cantidad de horas trabajadas, tiempo que tarda en llegar a la Institución, la cantidad de libros leídos por año, la asiduidad del uso de internet, los temas preferidos, las razones por las que inicia la carrera, las expectativas de finalización, la asignatura con mejor rendimiento, la calificaciones del curso anterior en Matemática y la de Lengua y Literatura.

El análisis de regresión de los datos relacionados con la persona y el Total del THRM, permite visualizar el grado de asociación de las variables consideradas en el desarrollo del Razonamiento Matemático.

Tabla 5.115 – Asociación de los atributos de la persona con el rendimiento general del Test de Habilidades de Razonamiento Matemático (THRM)

Variable	Categorías	N	Media	Mediana	Deseq. Típica	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mín.	Máx.	Sig.
						Límite Inferior	Límite Superior			
Sexo	Masculino	168	38,0	39,5	12	36,1	39,8	10	57	0,248
	Femenino	164	40,0	42,5	11	38,2	41,5	10	57	
Edad	-20 años	102	38,3	42,0	12,1	35,9	40,6	12	55	0,089
	20-24 años	112	38,4	41,0	11,9	36,2	40,6	10	56	
	25-29 años	53	37,6	38,0	11,2	34,5	40,7	10	57	
	30-34 años	18	44,8	46,0	9,0	40,4	49,3	22	56	
	35 o + años	47	40,6	41,0	10,5	37,5	43,7	17	57	
Estado Civil	Soltero	223	38,0	40,0	11,7	36,4	39,5	10	56	0,115
	Casado	93	40,9	44,0	11,3	38,6	43,3	10	57	
	Separado	16	40,0	40,5	10,9	34,2	45,8	22	57	
Cantidad de hijos	Ninguno (0)	203	38,1	40,0	11,9	36,5	39,8	10	56	0,38
	Uno (1)	46	38,8	39,0	10,8	35,6	42,0	14	57	
	Dos (2)	59	40,1	43,0	11,2	37,1	43,0	10	57	
	Tres (3)	24	42,8	45,0	10,7	38,2	47,3	17	57	
Título de Ingreso	Bachiller	165	39,5	43,0	11,5	37,8	41,3	11	57	0,007
	Comercial	122	39,2	40,0	11,1	37,2	41,2	10	57	
	Técnico	40	37,0	39,5	13,0	32,8	41,1	12	54	
	Otro	5	26,0	27,0	5,3	19,4	32,6	17	30	
Años de Finalización del Nivel Secundario	Continuidad	58	36,2	37,5	12,0	33,1	39,4	12	54	0,217
	1 año	44	41,3	44,5	11,0	37,9	44,6	14	55	
	2 años	38	38,7	43,0	13,5	34,2	43,1	10	56	
	3-5 años	72	38,9	41,0	11,5	36,2	41,7	14	53	
	6-10 años	66	37,2	37,0	11,5	34,4	40,0	10	57	
	11 o + años	54	41,9	43,5	9,4	39,4	44,5	17	57	
Nivel de estudio del Padre	Prim. Incompleto	7	34,3	44,0	16,6	18,9	49,7	14	49	0,000
	Prim. Completo	71	30,9	28,0	11,7	28,2	33,7	10	54	
	Sec. Incompleto	29	34,8	35,0	13,7	29,6	40,0	10	54	
	Sec. Completo	140	40,8	41,0	9,1	39,3	42,4	19	57	
	Terc. Incompleto	5	45,4	47,0	9,8	33,2	57,6	29	55	
	Terc. Completo	11	44,5	48,0	10,8	37,2	51,7	21	57	
	Univ. Incompleto	36	45,3	48,5	9,0	42,2	48,3	21	57	
	Univ. Completo	33	42,6	44,0	10,8	38,8	46,4	12	56	
Nivel de Estudio de la Madre	Prim. Incompleto	8	38,5	39,5	12,5	28,1	48,9	23	52	0,000
	Prim. Completo	50	28,5	26,5	12,6	24,9	32,1	10	54	
	Sec. Incompleto	29	32,7	32,0	11,3	28,4	37,0	11	54	
	Sec. Completo	107	39,0	40,0	10,7	36,9	41,0	12	57	
	Terc. Incompleto	23	39,8	38,0	8,5	39,8	43,5	20	56	
	Terc. Completo	73	44,5	46,0	8,2	42,6	46,4	21	57	
	Univ. Incompleto	19	48,8	51,0	5,2	46,3	51,4	33	53	
	Univ. Completo	23	42,0	44,0	9,1	38,1	46,0	19	57	
Vivienda	Propia	141	41,0	42,0	10,8	39,2	42,8	10	57	0,118
	Alquilada	93	32,7	32,0	12,0	30,2	35,2	10	53	
	Prestada	5	44,6	52,0	11,2	30,7	58,5	28	53	
	Otro	93	41,5	43,0	9,9	39,5	43,5	12	56	
¿Con quien vive?	Padres	186	38,5	42,0	11,7	36,8	40,2	10	56	0,759
	Pareja	105	39,8	40,0	11,2	37,6	42,0	10	57	
	Otro Familiar	12	34,7	35,0	11,7	27,2	42,1	12	57	
	Amigos	17	35,8	37,0	12,2	29,5	42,1	11	52	
	Vive solo	12	45,4	51,0	10,0	39,06	51,8	26	53	

La tabla 5. 116 permite ver que el número de casos (N) de las variables *Nivel de estudios del Padre* y *Nivel de estudios de la Madre*, no es homogéneo –presenta en algunos casos valores muy bajos-. Esta situación determinó que se reagruparan las categorías de la forma que se indica en la siguiente tabla:

Tabla 5.116 –Asociación del Nivel de Estudios de los padres en el rendimiento general del Test de Habilidades de Razonamiento Matemático (THRM)

Variable	Categorías	N	Media	Mediana	Desv. Típica	Intervalo de confianza para la media al 95%		Min.	Máx.	Sig.
						Límite Inferior	Límite Superior			
Nivel de estudio del Padre	Nivel Primario	78	31,2	28	12,1	28,51	34,0	10	54	0,000
	Nivel Secundario Incompleto	29	34,8	35	13,7	29,55	40,0	10	54	
	Nivel Secundario Completo	140	40,8	41	9,1	39,29	42,4	19	57	
	Nivel Superior	85	44,1	46	9,9	41,99	46,3	12	57	
Nivel de Estudio de la Madre	Nivel Primario	58	29,9	27	13,0	26,5	33,3	10	54	0,000
	Nivel Secundario Incompleto	29	32,7	32,0	11,3	28,4	37,0	11	54	
	Nivel Secundario Completo	107	39,0	40,0	10,7	36,9	41,0	12	57	
	Nivel Superior	138	43,9	45	8,4	42,5	45,3	19	57	

La predicción del rendimiento total del Test de *Habilidades de Razonamiento Matemático* (THRM), valorado con las variables *Nivel de Estudios del Padre* y *Nivel Educativo de la Madre*, queda de manifiesto en la siguiente tabla.

Tabla 5.117 - Correlaciones del Nivel educativo de los padres con THRM

Variable Independiente	Coeficientes ^a	
Nivel de Estudios del Padre	Correlación de Pearson	0,431
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332
Nivel de Estudio de la Madre	Correlación de Pearson	0,470
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a . Variable dependiente: THRM Total General

En los dos casos la correlación es significativa siendo mayor la de la madre. Se observa una predicción de 0,470 que explica el 22 % de los resultados de los alumnos en el THRM, al nivel <0,001, seguido por la predicción del 0,431 que explica el 18,4 % de los resultados. Así, se puede afirmar que el nivel de estudios de la madre, se presenta como la variable de mayor valor predictivo de las habilidades de razonamiento matemático de los alumnos. Los datos muestran una clara tendencia a relacionar los mayores niveles de estudios de la madre con el mejor desempeño en el THRM.

Tabla 5.118 – Resumen del Modelo^b

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error Típ. de estimación	Estadísticos de cambio					Durbin - Watson
					Cambio en R cuadrado	Camvio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
1	0,495 ^a	0,245	0,241	8,811	0,245	53,454	2	329	0,000	1,933

a. Variables predictoras: (Constante), Nivel de estudio de la Madre, Nivel de estudio del Padre

b. Variable dependiente: THRM Total General

Se observa una correlación de 0,495 ($p < 0,001$), siendo el coeficiente de determinación de 24,5% para los resultados de los alumnos en el THRM, con respecto al nivel educativo de los padres.

El análisis de los coeficientes de la tabla 5.119 también muestra que el nivel educativo de la madre tiene mayor determinación en el desarrollo del *Razonamiento Matemático*, que el del padre, el coeficiente beta de la madre 3,027 es mayor que el del padre 1,947.

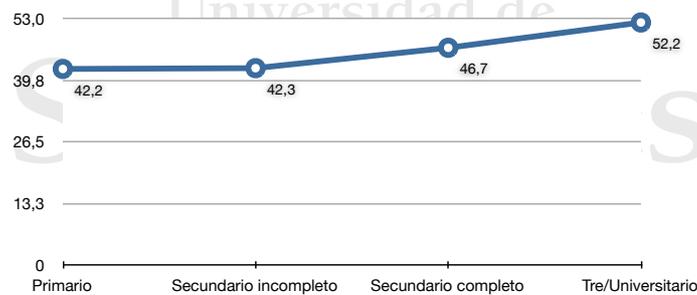
5.119 - Coeficientes^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
(Constante)	24,125	1,462		16,496	0,000	21,248	27,002
Nivel de Estudios del Padre	1,947	0,598	0,211	3,257	0,001	0,771	3,123
Nivel de Estudio de la Madre	3,027	0,595	0,329	5,083	0,000	1,855	4,198

a . Variable dependiente: THRM Total General

Las diferencias de las medias de los grupos son altamente significativas en los casos de *Nivel de estudios del Padre* y *Nivel de estudios de la Madre*. Por este motivo, se puede concluir que las mismas se presentan como variables con una incidencia muy significativa, al nivel $<0,01$, en el *Razonamiento Matemático*. Las gráficas siguientes reflejan, con bastante claridad, la incidencia de estas dos variables.

Gráfica 5.10 - Media de Rendimiento total del THRM y del Nivel de Estudios del padre



Gráfica 5.11 Media de Rendimiento total del THRM y del Nivel de Estudios de la Madre



El análisis de regresión de los datos relacionados con el comportamiento y el Total del THRM, permite visualizar el grado de asociación de las variables consideradas en el desarrollo del *Razonamiento Matemático*.

Tabla 5.120 - Asociación de los atributos de comportamiento con el rendimiento general del Test de Habilidades de Razonamiento Matemático (THRM)

Variable	Categorías	N	Media	Desv. Típica	Error Típico	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mín.	Máx.	Sig.
						Límite Inferior	Límite Superior			
Carrera	Adm. Aduanera	289	38,9	11,9	0,70	37,5	40,3	10	57	0,956
	Adm. Tributaria	43	39,0	9,3	1,42	36,1	41,9	17	57	
Lugar de Residencia	Ciudad Bs. As.	176	45,0	8,0	0,60	43,8	46,2	14	57	0
	Provincia	155	32,0	11,1	0,90	30,2	33,8	10	57	
Tiempo empleado en llegar al Instituto	1/2 hora	129	47,1	5,7	0,51	46,1	48,1	28	57	0
	1 hora	133	38,3	9,8	0,85	36,6	40,0	10	57	
	+ de 1 hora	70	24,9	8,4	1,00	22,9	26,9	10	52	
Antigüedad en el trabajo	no trabaja	96	40,2	10,6	1,09	38,1	42,4	15	54	0,543
	1 año	83	37,5	13,3	1,46	34,6	40,4	10	56	
	2 años	29	37,0	12,2	1,77	32,4	41,6	12	52	
	3 - 5 años	37	33,1	10,7	1,77	29,5	36,7	10	54	
	6 -10 años	50	42,6	8,6	1,21	40,2	45,1	25	57	
	11 o + años	37	40,8	11,3	1,85	37,0	44,5	17	57	
Cantidad de horas Laborales	0	86	40,6	11,6	1,25	38,1	43,1	15	55	0,016
	- de 8	21	40,0	9,4	2,06	35,7	44,3	17	50	
	8	141	39,4	11,0	0,92	37,6	41,3	10	57	
	+ de 8	84	35,9	12,6	1,37	33,2	38,7	11	57	
Funciones que desempeña	No trabaja	84	40,7	11,6	1,26	38,2	43,2	15	55	0,37
	Obrero No calif.	10	45,5	12,5	3,96	36,5	54,5	19	53	
	Obrero calif.	9	40,0	11,0	3,68	31,5	48,5	12	48	
	Cadete	37	35,9	13,9	2,29	31,3	40,6	11	56	
	Encargado	32	36,7	11,3	2,01	32,6	40,8	14	55	
	Empleado Adm.	76	38,1	11,3	1,30	35,5	40,7	10	57	
	Secretario/a	18	36,2	9,2	2,17	31,6	40,7	22	51	
	Jefe de sección	17	42,4	9,7	2,35	37,4	47,3	22	57	
	Jefe de Depart.	15	38,3	10,2	2,62	32,7	44,0	17	52	
	Comerciante	21	37,8	13,8	3,01	31,5	44,1	10	57	
Otro	13	41,6	5,3	1,47	38,4	44,8	32	51		
Uso de Internet.	no usa	46	39,7	11,1	1,64	36,4	43,0	14	54	0,265
	Día por medio	83	36,3	12,2	1,34	33,6	39,0	10	55	
	Todos los días	154	39,6	11,5	0,93	37,8	41,4	10	57	
	Varias veces al día	49	40,3	10,7	1,53	37,3	43,4	15	56	
Calificación en Matemática	6 o menos	135	33,0	11,5	0,99	31,1	35,0	10	57	0
	7 puntos	99	41,4	10,4	1,05	39,3	43,5	14	57	
	8 puntos	70	42,8	9,2	1,10	40,6	45,0	19	56	
	9 puntos	28	48,4	6,6	1,25	45,8	51,0	32	57	
Calificación en Lengua y Literatura	6 o menos	125	34,1	12,5	1,11	31,9	36,3	10	55	0
	7 puntos	129	41,3	10,7	0,94	39,4	43,2	12	57	
	8 puntos	64	41,9	8,4	1,05	39,8	44,0	14	57	
	9 puntos	14	46,4	8,1	2,17	41,7	51,1	32	57	

La predicción del rendimiento total del *Test de Habilidades de Razonamiento Matemático* (THRM), valorado con las variables de comportamiento: Lugar de residencia, Tiempo empleado en llegar al Instituto, Horas trabajadas y las calificaciones obtenidas en el último año de escuela secundaria en Matemática y Lengua y Literatura, queda de manifiesto en la siguiente tabla.

Tabla 5.121 - Correlaciones del Nivel educativo de los padres con THRM

Variable Independiente	Coeficientes ^a	
Lugar de Residencia	Correlación de Pearson	-0,550 [*]
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332
Tiempo en llegar al Instituto	Correlación de Pearson	-0,704 [*]
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332
Calificación en Matemática	Correlación de Pearson	0,427 [*]
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332
Calificación en Lengua y Literatura	Correlación de Pearson	0,307 [*]
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332
Horas Trabajadas	Correlación de Pearson	-0,132 ^{**}
	Sig. (bilateral)	0,016
	N	332

a . Variable dependiente: THRM Total General

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

** La correlación es significativa al nivel 0,05 (bilateral).

La correlación es significativa al nivel 0,01 para las variables: *Tiempo en llegar al Instituto*, *Lugar de residencia*, *Calificación en Matemática* y *Calificación en Lengua y Literatura*, en cambio es significativa al 0,05 para la variable *Horas Trabajadas*. Así, se observa la predicción de - 0,704 que explica el 49,5 % de los resultados de los alumnos en el THRM, seguida por la predicción de -0,550 que explica el 30 %, la de 0,427 que explicaría el 18 %, la de 0,307 que explica el 9% de los resultados y por último la de - 0,132, que es significativa al nivel 0,05, que explica el 2 % de los resultados. En consecuencia, se puede afirmar que el tiempo empleado en llegar, el lugar de residencia y la calificación en matemática obtenida en el último año del nivel secundario, se presentan como las variables de mayor valor predictivo de las habilidades de razonamiento matemático de los alumnos. Los datos muestran una tendencia a relacionar estas variables con el mejor desempeño en el THRM.

Tabla 5.122 – Resumen del modelo^b

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error Típ. de estimación	Estadísticos de cambio					Durbin - Watson
					Cambio en R cuadrado	Camvio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
1	0,739 ^a	0,546	0,539	7,849	0,546	78,528	5	326	0,000	1,807

a. Variables predictoras: (Constante), Horas Trabajadas, Calificación en Lengua y Literatura, Calificación en Matemática, Lugar de Residencia, Tiempo en llegar al Instituto.

b. Variable dependiente: THRM Total General.

Se observa una correlación de 0,739 ($p < 0,001$), siendo el coeficiente de determinación de 54% para los resultados de los alumnos en el THRM, con respecto a las tres variables consideradas.

El análisis de los coeficientes de la tabla 5.123 también muestra que el tiempo en llegar al instituto y el lugar de residencia tienen mayor peso en el desarrollo del *Razonamiento Matemático*, que la calificación en matemática y la de lengua y literatura; el coeficiente beta de las dos primeras variables es: 8,2 y 2,4, mientras que el correspondiente a las calificaciones es de 2,0 y por 1,7.

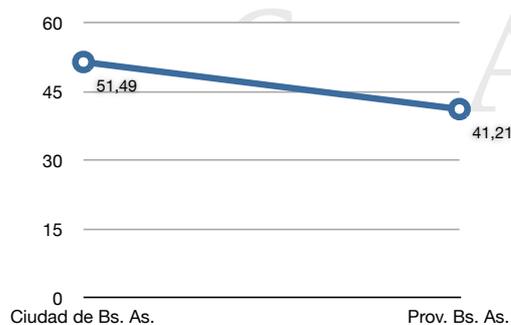
Tabla 5.123 - Coeficientes^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
(Constante)	50,213	2,509		20,010	0,000	45,276	55,150
Lugar de Residencia	-2,396	1,161	-0,105	-2,064	0,040	-4,680	-0,112
Tiempo en llegar al Instituto	-8,182	0,800	-0,534	-10,227	0,000	-9,756	-6,608
Calificación en Matemática	2,023	0,483	0,171	4,193	0,000	1,074	2,973
Calificación en Lengua y Literatura	1,702	0,527	0,126	3,233	0,001	0,666	2,738
Horas Trabajadas	-0,082	0,392	-0,008	-0,209	0,835	-0,854	0,690

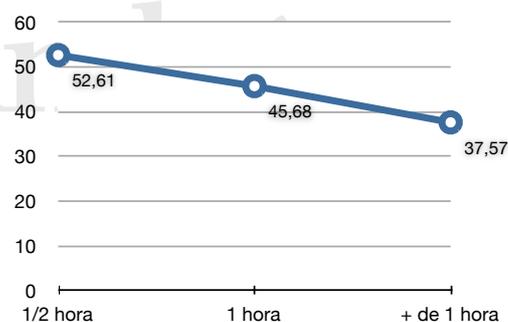
a . Variable dependiente: THRM Total General

Las diferencias de las medias de los grupos son altamente significativas en los casos de las variables: Tiempo empleado en llegar al instituto, Calificación en Matemática y Calificación en Lengua y Literatura. Por tanto, se puede afirmar que son variables con una incidencia muy significativa, al nivel $<0,01$, en el Razonamiento Matemático. Las siguientes gráficas permiten visualizar la incidencia de estas tres variables.

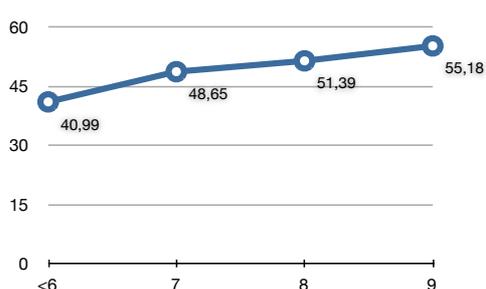
Gráfica 5.12 Media de Rendimiento total del THRM y del Lugar de Residencia



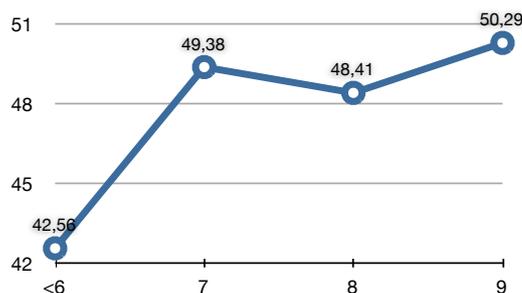
Gráfica 5.13 Media de Rendimiento total del THRM y del Tiempo empleado en llegar al Instituto



Gráfica 5.14 Media de Rendimiento total del THRM y de la Calificación en Matemática



Gráfica 5.15 Media de Rendimiento total del THRM y de la Calificación en Lengua y Literatura



En el resto de variables socioculturales, que también se recogieron en el cuestionario personal del alumno, tanto los atributos de la persona como los de comportamiento, no se han encontrado incidencias significativas, con respecto a las habilidades cognitivas que manifiestan los alumnos en el *Test de Habilidades de Razonamiento Matemático*.

El análisis de regresión de los datos relacionados con el tiempo que se tarda en llegar al instituto y el lugar de residencia, permite visualizar el grado de asociación de una de las variables con la otra. En la Tabla 5.124. Puede observarse que las correlación giran en torno al valor 0,68. En consecuencia la variables *Tiempo Empleado en Llegar al Instituto* actúa como predictiva del *Lugar de Residencia*.

Tabla 5.124 Correlación del Tiempo en llegar al instituto y el Lugar de Residencia

Variable Independiente	Coeficientes ^a	
Tiempo empleado en llegar al Instituto	Correlación de Pearson	0,679*
	Sig. (bilateral)	0,000
	N	332

a Variable dependiente: Lugar de Residencia

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

En consecuencia se podría inferir que los alumnos que emplean mayor tiempo en llegar al instituto residen en la provincia de Buenos Aires.

B – Motivación

La relación de la motivación en el desempeño del test de habilidades para resolver problemas matemáticos (THRM), se evalúa a partir del grado de significación de las variables *Interés* y *Preferencias de Conocimientos* en la capacidad demostrada para resolver problemas.

Tabla 5.125 - Variable Motivación

Variables	Indicadores	Descripción	Escala
Interés (I)	<ul style="list-style-type: none"> Razones por la que inicio la Carrera. Expectativas a su término. 	<ul style="list-style-type: none"> Prestigio Personal Progreso Laboral Necesidad del Título 	1 = Inferior 2 = Medio 3 = Superior
		<ul style="list-style-type: none"> Continuar estudios Mejora de Ingresos Cambio de trabajo 	1= Inferior 2= Medio 3= Superior
Preferencia de Conocimiento (PC)	<ul style="list-style-type: none"> Asignatura con mayor Calificación en el Secundario Cantidad de Libros leídos por año Temas preferidos 	<ul style="list-style-type: none"> Ciencias Sociales – Lengua y Literatura Idiomas – Ciencia y Tecnología Matemática – Administración- Computación 	1 = Inferior 2 = Medio 3 = Superior
		<ul style="list-style-type: none"> Menos de 5 Entre 5 y 8 Más de 8 	1 = Inferior 2 = Medio 3 = Superior
		<ul style="list-style-type: none"> Novelas – Entretenimiento Información General Científicos –Técnicos 	1 = Inferior 2 = Medio 3 = Superior

Los indicadores básicos que conformaron la variable *Interés*, permiten construir las categorías Bajo, Medio y Alto, definidas en base a los criterios específicos derivados de la distribución de los mismos.

La combinación de las categorías de las dos componentes de la variable *Interés* se muestran en la Tabla 5.126. En un extremo, se tiene el 37,7% de los estudiantes cuyas razones para iniciar la carrera han sido el prestigio personal y en menor proporción el progreso laboral y que tienen por expectativa al terminar la carrera, continuar estudios o mejorar sus ingresos. El otro extremo se conforma con el 8,7% de los estudiantes que tiene por meta obtener un título, que necesitan, y el cambio de trabajo.

Tabla 5.126 - Combinación de los Indicadores en función del Interés (I)

Suma de índices	frecuencia	Porcentaje	Grupo Interés	Frecuencia Grupo	Porcentaje Frecuencia
2	55	16,6%	1 = Bajo	125	37,7%
3	70	21,1%			
4	90	27,1	2 = Medio	178	53,6%
5	88	26,5%			
6	29	8,7%	3 = Alto	29	8,7%

Al combinar las categorías de la variable *Preferencias de Conocimientos*, se obtienen los datos que muestra la Tabla 5.127. Los extremos de la tabla muestran que el 26,2% de los estudiantes han logrado su mejor calificación en el secundario en Ciencias Sociales o en Lengua y Literatura, leen menos de 5 libros por año y sus preferencias de lectura giran en torno al entretenimiento, por un lado, que el 22,5% de los estudiantes lograron su mejor calificación del secundario, en matemática o administración o computación, prefieren la lectura de temas científicos y/o técnicos y leen más de 8 libros al año.

Tabla 5.127 - Combinación de los Indicadores en función de las Preferencias de Conocimientos (PC)

Suma de índices	frecuencia	Porcentaje	Grupo Interés	Frecuencia Grupo	Porcentaje Frecuencia
3	38	11,4%	1= Bajo	87	26,2%
4	49	14,8%			
5	61	18,4	2 = Medio	170	51,3%
6	66	19,9			
7	43	13,0	3 = Alto	75	22,5%
8	56	16,8%			
9	19	5,7%			

Con estos indicadores se han construido los grupos de *Motivación*; el procedimiento para clasificar estas variables se realiza con base en la combinación de las categorías fijadas para cada indicador.

Tabla 5.128 - Grupos Motivación			
Grupo	Escalas I + PC	Interés	Preferencias de conocimientos
G1 Baja	2	1 Bajo	1 Bajo
	3	1 Bajo / 2 Medio	2 Medio / 1 Bajo
G2 Regular	4	2 Medio	2 Medio
G3 Alta	5	2 Medio / 3 Alto	3 Alto / 2 Medio
	6	3 Alto	3 Alto

Así, los estudiantes clasificados en interés 1(bajo) y *Preferencias de conocimientos* 1 (bajo), suman 2 puntos y están agrupados en la categoría G1 de baja motivación; su mayor interés es continuar estudios y obtener mayor prestigio personal; los mejores resultados escolares han sido logrados en ciencias sociales y literatura y los peores en Matemática, leen menos de 5 libros al año y sus preferencias de lectura giran en torno a las novelas y el entretenimiento. En cambio, en el otro extremo, están los estudiantes de la categoría G3 que se conforma con los clasificados en interés 2 (medio) o 3 (alto) y con preferencia de conocimientos, también 3 (alto) o 2 (medio), que alcanzan la puntuación máxima de 5 o 6, es el grupo motivado por la necesidad del título y de recambio laboral, además reúne a los alumnos que han logrado mayor rendimiento en ciencia y tecnología y con mayores calificaciones en matemática, leen más de 8 libros al año y prefieren temas científicos y técnicos.

La Tabla 5.129 presenta la media, moda y desvío estándar de la variable *Motivación*. La media se ubica en el punto 4 de la escala. La moda acumula el 48,8 % de los alumnos. El desvío estándar permite apreciar la existencia de puntajes máximos y mínimos que se corresponden con los grupos de la escala.

TABLA 5.129. Estadísticos Básicos. Variable Motivación						
Media	Mediana	Moda	Desv.Típ.	Varianza	Mínimo	Máximo
3,68	4,0	4	1,19	1,42	2	6

La Tabla 5.130 desglosa los estadísticos básicos de los indicadores que determinan la variable *Motivación*.

Tabla 5. 130 - Estadísticos básicos de los componentes de la variable Motivación					
Componentes	Media	Mediana	Moda	Des.típ.	Varianza
Interés	3,9	4,0	4	1,22	1,48
Preferencias Conocimientos	5,8	6,0	6	1,76	3,10

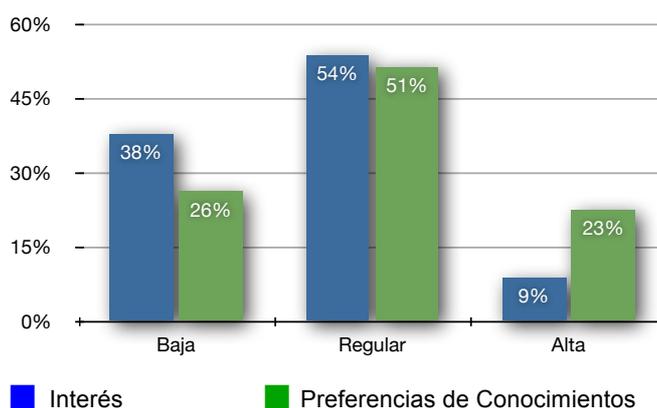
La suma de las puntuaciones de las componentes de la variable *Motivación* se muestran en la Tabla 5.131. En un extremo, se tiene el 43,4 % de los estudiantes que se caracterizan por un bajo o mediano interés para iniciar la carrera y por el integrar el grupo Inferior o Medio en *Preferencias de conocimientos* que se manifiesta en los campos y temas de interés y, en la lectura de menos de 8 libros por año. En el otro extremo se encuentra sólo el 22,9 % de los estudiantes que conforman el grupo que demuestran valores muy altos en los mismos indicadores considerados. El mayor número de estudiante conforma el grupo de *Motivación Regular* (60%), que muestra un mediano o alto interés para iniciar la carrera e integra el subgrupo Medio o Alto en las *Preferencias de conocimientos*, es decir, en los campos y temas de interés, y en la lectura de más de 8 libros por año.

Tabla 5.131 Combinación de los Indicadores en función de las Motivaciones

Suma de Índices (I+PC)	Frecuencia	Porcentaje	Motivación	Frecuencia Trayectoria	% Motivación
2	66	19,90%	G1 Baja	144	43,4%
3	78	23,50%			
4	112	33,70%	G2 Regular	112	33,7%
5	47	14,20%	G3 Alta	76	22,9%
6	29	8,70%			

La Gráfica 5.16 permite visualizar la distribución asociada con los grupos de Motivación definidos. Se observa que el Interés supera levemente a las Preferencias de conocimiento, excepto en el grupo con motivación Alta.

Gráfica 5.16 Porcentaje de alumnos discriminados por componentes y por grupo de Motivación



El análisis de los resultados ponen en evidencia cómo se vinculan los grupos de *Motivación* con cada uno de los componentes considerados. La correlación lineal de Pearson entre los componentes que conforman la variable con las categorías definidas para ella, se muestra en la Tabla 5.132.

Tabla 5.132 - Correlaciones simples entre los Grupos de Motivación y sus componentes

Variables		I	PC
Grupos de Motivación	Correlación de Pearson	0,827*	0,849
	Sig. (bilateral)	0,000	0,000

* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Como puede observarse las correlaciones de las componentes de la variable *Motivación* respecto a las dos categorías consideradas son altas. En consecuencia los indicadores seleccionados son consistentes como predictores de los tres *Grupos de Motivación*. El análisis de regresión lineal, permite verificar el modelo abordado y la ponderación de cada grupo de *Motivación* considerado. Se puede observar una correlación de 0,911 explicada por el coeficiente de determinación lineal en un 83 % de los casos que conforman los grupos, al nivel de significación $< 0,01$. Esto permite afirmar que los dos indicadores considerados tienen correlación con las motivaciones consideradas.

Tabla 5.133 – Resumen del Modelo ^b									
R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
0,911^a	0,830	0,829	0,327	0,830	800,626	2	329	0,000	1,843

a. Variables predictivas: (Constante). Interés (I), Preferencias de Conocimientos (PC).

b. Variable dependiente: Motivación (M)

Las propiedades métricas de los instrumentos de medición considerados, se valoran a partir del análisis de confiabilidad realizado a partir de las evaluaciones del grupo total de la muestra de 332 sujetos.

Tabla 5.134 - Estadísticos de confiabilidad		
Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	Nº de Elementos
0,857	0,919	3

Tabla 5.135 - Estadísticos total-elemento	
Componentes	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
Interés (I)	0,776
Preferencia de Conoc. (PC)	0,861
Escala Grupo Motivación	0,789

La consistencia interna de las puntuaciones de la variable *Interés* (I) y de *Preferencias de Conocimiento* (PC) gira en torno a 0,80 (alfa de Cronbach), lo que contribuye a confirmar la confiabilidad del instrumento. Así cada una de las tres dimensiones que componen este constructo aportan al incremento del valor de la consistencia interna, al identificar la varianza de la escala *Interés, Preferencia de Conocimiento y Grupo*

de motivación en la eventualidad de que cada ítem fuera retirado del mismo. La correlación de cada escala respecto a los demás en conjunto, se muestra en la Tabla 5.136.

Tabla 5.136 Matriz de correlaciones inter-elementos

Elementos	I	PC	G
Interés (I)	1,000	0,827	0,849
Preferencia de Conoc. (PC)	0,827	1,000	0,696
Grupo de Motivación (G)	0,849	0,696	1,000

El coeficiente de determinación que corresponde a cada escala opera como si fuera un análisis de regresión múltiple y supone que el coeficiente de determinación representa la correlación de cada escala con el conjunto. Las escalas están correlacionadas positivamente entre sí, pues miden en cierto grado la entidad en común: *Grupos de Motivación*.

El análisis de los valores de la tabla 5.137 muestra que la puntuación de la variable interés aporta mayor peso en la determinación del *Grupo de Motivación* que la variable *Preferencias que en materia de conocimiento* tienen los alumnos. El coeficiente Beta de la primer variable es de 0,297 frente a 0,238 de la segunda.

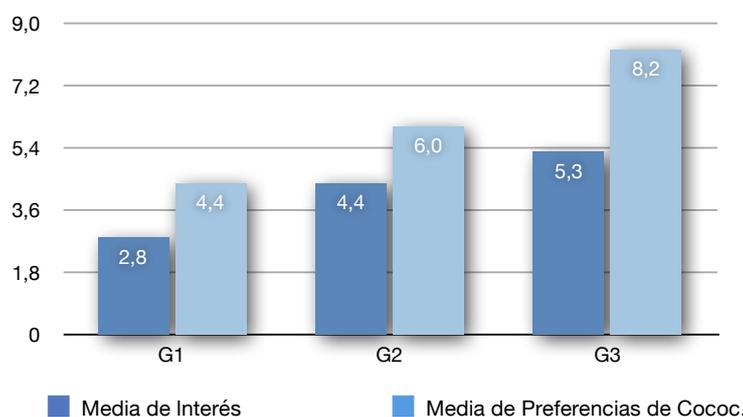
Tabla 5.137 - Coeficientes^a

Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
(Constante)	-0,745	0,066		-11,294	0,000	-0,875	-0,615
Interés (I)	0,297	0,021	0,458	14,449	0,000	0,256	0,337
Preferencia de Conocimientos (PC)	0,238	0,014	0,531	16,735	0,000	0,210	0,266

a . Variable dependiente: Tipo de Trayectoria (T)

Las diferencias de las medias de las puntuaciones de la variable *Interés* y de *Preferencias de Conocimiento*, son altamente significativas en los casos de los tres Grupos de Motivación; por tanto, se puede afirmar que son variables con una incidencia muy significativa, al nivel $<0,01$. La siguiente gráfica permite visualizar la relación de estas dos variables.

Gráfica 5.17 - Media de Rendimiento de las variables Interés y Preferencia de Conocimientos en función del Grupo de Motivación



El análisis comparativo de la variable *Razonamiento Matemático* (THRM) y *Motivación* (M), pone en evidencia la asociación entre las mismas.

La correlación lineal de Pearson se muestra en la Tabla 5.138. Indica que la correlación resulta significativa y permite afirmar que existe un alto grado de probabilidad de que la variable *Motivación* resulte predictiva de las puntuaciones del *Razonamiento Matemático* (THRM).

Tabla 5.138 - Correlaciones simples entre las variables Motivación y las puntuaciones del THRM

Variables		THRM
Motivación	Correlación de Pearson	0,699 [*]
	Sig. (bilateral)	0,000

*.La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Se observa que la correlación de la variable *Razonamiento Matemático*, definida como el total de la calificación del THRM, respecto a la escala de la *Motivación* giran en torno al valor 0,70. La situación indica, con un cierto grado de probabilidad, que esta variable resulte un buen predictor del *Razonamiento Matemático* asociado a la trayectoria del estudiante.

El análisis de regresión lineal, permite verificar el modelo de la variable abordada respecto a las puntuaciones del THRM. Se puede observar la correlación de 0,711 explica el 50% del rendimiento en el THRM, al nivel de significación $< 0,01$. Esto permite asegurar que la variable *Motivación* tienen una alta correlación con las puntuaciones del THRM.

Tabla 5.139 - Resumen del Modelo^b

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación	Estadísticos de Cambio					Durbin-Watson
				Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F	
0,711 ^a	0,505	0,504	7,122	0,505	337,145	1	330	0,000	1,802

a. Variables predictivas: (Constante). THRM Total General y Motivación

b. Variable dependiente: Trayectoria (T)

El análisis de los coeficientes de la tabla 5.140, también muestra que la motivación tiene peso en el desarrollo del razonamiento matemático, el coeficiente beta resulta 6,021.

5.140 - Coeficientes^a

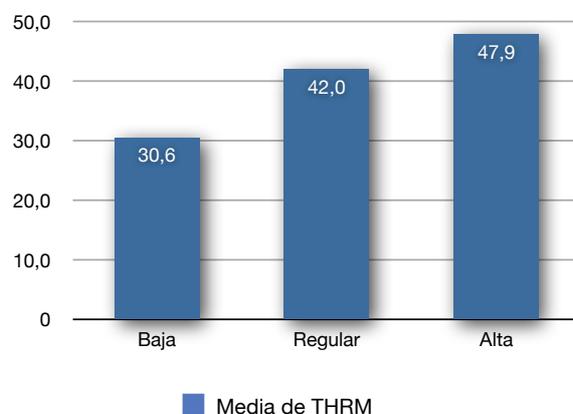
Variable Independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados Beta	t	Sig.	Intervalo de confianza para la media al 95%	
	B	Error típ.				Límite Inferior	Límite Superior
(Constante)	16,217	1,270		12,774	0,000	13,719	18,714
Motivación (M)	6,021	0,328	0,711	18,361	0,000	5,375	6,666

a. Variable dependiente: THRM Total General

Las diferencias de las medias de los grupos son altamente significativas. Por este motivo, se puede concluir que las mismas se presentan como variables con una incidencia

muy significativa, al nivel $<0,01$, en el *Razonamiento Matemático*. La gráfica siguiente refleja, con bastante claridad, la relación entre estas variables

Gráfica 5.18 - Media de Rendimiento del THRM en función del Grupo de Motivación



5.6 – Análisis Discriminante

La técnica estadística multivariante permite analizar las diferencias significativas existentes entre grupos de objetos respecto a un conjunto de variables medidas sobre los que se observan variables discriminantes, es decir, es capaz de identificar qué variables permiten diferenciar a los grupos y cuántas de estas variables son necesarias para alcanzar la mejor clasificación posible. También, proporciona procedimientos de asignación sistemática de nuevas observaciones con grupo desconocido a uno de los grupos analizados, utilizando para ello sus valores en las variables clasificatorias. Se constituye en un modelo de predicción de una variable grupo (categórica) a partir de variables clasificatorias (explicativas).

Identificado los valores que establecen diferencias significativas entre los grupos formados, a partir de las pruebas de significación univariadas analizadas anteriormente, se pretende encontrar la combinación lineal de las variables independientes que mejor permiten diferenciar (discriminar) a los grupos. Encontrada esa combinación (la función discriminante) podrá ser utilizada para clasificar nuevos casos. Así, aprovecha las relaciones existentes entre una gran variedad de variables independientes para maximizar la capacidad de discriminación. A partir de ello, se ha realizado el análisis discriminante en relación con los *Perfiles de Trayectoria* determinados, sobre las variables que han resultado significativas en los anteriores análisis.

La siguiente tabla siguiente pone de manifiesto la existencia de 304 casos válidos en el análisis y que se han excluido 28 por ser el número de alumnos que desertaron en el primer cuatrimestre del año.

Tabla 5.141 - Resumen del procesamiento para el análisis de casos

Casos no ponderados		N	Porcentaje
Válidos		304	91,6
Excluidos	• Códigos de grupo para perdidos o fuera de rango.	28	8,4
	• Perdida al menos una variable discriminante.	0	0,0
	• Perdidos o fuera de rango ambos, el código de grupo y al menos una de las variables discriminantes.	0	0,0
	• Total excluidos	28	8,4
Casos Totales		332	100,0

La tabla 5.142 muestra las pruebas de igualdad de medias de las variables independientes en los 7 grupos discriminantes (valores de la variable dependiente *Perfiles de Trayectoria Académica*). Se puede observar que la igualdad de medias de la totalidad de las variables es rechazada (p-valores menores a que 0,05), lo que indica que todas son posibles para discriminar. Situación que se ve confirmada en la prueba de M de Box que indica que no hay incumplimiento de homogeneidad a nivel multivariado.

Tabla 5.142 - Pruebas de igualdad de las medias de los grupos

Variables	Lambda de Wilks	F	gl1	gl2	Sig.
Comprensión Lectora	,530	43,817	6	297	,000
Planeamiento de resolución	,633	28,708	6	297	,000
Proyección de Estrategias	,630	29,088	6	297	,000
Proceso Algorítmico	,560	38,866	6	297	,000
Adquisición de Información	,506	48,241	6	297	,000
THRM Total General	,457	58,906	6	297	,000
Número inicial de casos (THRM)	,779	14,012	6	297	,000
Total Escala Analítica	,716	19,608	6	297	,000
Total Escala Práctica	,705	20,709	6	297	,000
Total Escala Creativa	,697	21,523	6	297	,000
STAT Total General	,612	31,414	6	297	,000
Número inicial de casos (STAT)	,875	7,068	6	297	,000
Puntuación Verbal	,925	3,988	6	297	,001
Puntuación Cuantitativa	,958	2,193	6	297	,044
Puntuación Figurativa	,953	2,436	6	297	,026
Escala de Interés	,515	46,658	6	297	,000
Escala Preferencias de Conocimiento	,556	39,452	6	297	,000
Escala Motivación	,421	67,947	6	297	,000
Lugar de Residencia	,942	3,050	6	297	,007
Tiempo en llegar al Instituto.	,962	1,959	6	297	,071
Nivel de estudios del padre	,929	3,799	6	297	,001
Nivel de estudios de la madre	,875	7,072	6	297	,000

Tabla 5. 143 - Resultados de la prueba^a

M de Box		166,586
F	Aproximación	3,175
	gl1	50
	gl2	15190,591
	Sig.	0,000

Contrasta la hipótesis nula de que las matrices de covarianzas poblacionales son iguales.

^a Algunas matrices de covarianzas son singulares y el procedimiento ordinario no es válido. Los grupos no singulares se compararán con sus propias matrices de covarianzas intra-grupo combinadas. El logaritmo de su determinante es 6.579.

Como el proceso de análisis discriminante busca funciones discriminantes a partir de variables independientes para clasificar a los individuos según los valores de la variable dependiente *Perfiles de Trayectoria Académica*, inicialmente se seleccionan las variables independientes que más discriminan -que proporcienen los centros de los grupos muy distintos entre sí y muy homogéneos dentro de sí-; en este caso las variables introducidas para discriminar en el modelo son: *Motivación*, *Razonamiento Matemático* (THRM) , *Capacidad Intelectual* (STAT) y *Conglomerados STAT* (Número inicial de casos). Puede verse que en la etapa 1 se seleccionó la variable *Motivación*, en la etapa 2 se seleccionó THRM, en la 3 el STAT y en la etapa 4 los conglomerados del STAT (Número inicial de casos).

Tabla 5. 144 - Variables en el análisis

	Paso	Tolerancia	F para salir	Lambda de Wilks
1	Escala Motivación	1,000	67,947	
2	Escala Motivación	0,848	18,536	0,457
	THRM Total General	0,848	13,311	0,421
3	Escala Motivación	0,847	15,499	0,386
	THRM Total General	0,831	8,965	0,347
	STAT Total General	0,971	6,502	0,332
4	Escala Motivación	0,836	15,525	0,351
	THRM Total General	0,831	8,753	0,314
	STAT Total General	0,891	6,997	0,305
	Número inicial de casos STAT	0,898	4,838	0,293

Los valores de Lambda de Wilks de la tabla Variables introducidas/excluidas , 0,421, 0,332, 0,293 y 0,267, no son muy pequeños (no se aproximan a cero) lo que hace posible que los grupos no estén claramente separados. Los p-valores del cuadro Lambda de Wilks y los estadísticos F exacta (Tabla 5.145) certifican la significatividad de los ejes discriminantes, con lo que su capacidad explicativa será buena (separan bien grupos). Luego, se puede concluir que el modelo formado por las cuatro variables es significativo (p-valores nulos).

Tabla 5. 145 - Variables introducidas/excluidas^{a,b,c,d}

Paso	Introducidas	Lambda de Wilks															
		Estadístico	gl1	gl2	gl3	F Exata				F aproximada							
						Estadístico	gl1	gl2	sig	Estadístico	gl1	gl2	Sig.				
1	Escala Motivación	0,421	1	6	297,0	67,947	6	297,0	0,000								
2	THRM Total General	0,332	2	6	297,0	36,298	12	592,0	0,000								
3	STAT Total General	0,293	3	6	297,0					25,193	18	834,871	0,000				
4	Núm. Inic. casos STAT	0,267	4	6	207,0					19,700	24	1026,854	0,000				

En cada paso se introduce la variable que minimiza la lambda de Wilks global.

- El número máximo de pasos es 42.
- La F parcial mínima para entrar es 3.84.
- La F parcial máxima para salir es 2.71
- la tolerancia o el VIN son insuficientes para continuar los cálculos.

Tabla 5.146 – Lanbda de Wiks

Paso	Numero de variables	Lambda	gl1	gl2	gl3	F Exata				F aproximada							
						Estadístico	gl1	gl2	sig	Estadístico	gl1	gl2	Sig.				
1	1	0,421	1	6	297,0	67,947	6	297,0	0,000								
2	2	0,332	2	6	297,0	36,298	12	592,0	0,000								
3	3	0,293	3	6	297,0					25,193	18	834,871	0,000				
4	4	0,267	4	6	207,0					19,700	24	1026,854	0,000				

Para describir las cuatro funciones discriminantes canónicas puede usarse los coeficientes estandarizados de la siguiente tabla, o sin estandarizar indicados en las tablas 5.148. $D1 = 0,436 \text{ THRM} + 0,437 \text{ STAT} + 0,589 \text{ Motivación} + 0,099 \text{ Conglomerados QCL}_1 \text{ STAT}$; el $D2 = 0,461 \text{ THRM} + 0,223 \text{ STAT} - 0,407 \text{ Motivación} + 0,886 \text{ Conglomerados iniciales QLC}_1 \text{ STAT}$, y así sucesivamente.

Tabla 5. 147 - Coeficientes estandarizados de las funciones discriminantes canónicas

Variables	Función			
	1	2	3	4
THRM Total General	0,436	0,461	-0,758	-0,476
STAT Total General	0,437	0,223	0,012	0,939
Escala Motivación	0,589	-0,407	0,807	-0,182
QCL_1- STAT	0,099	0,886	0,560	0,078

También, se pueden usar los coeficientes sin estandarizar de la siguiente tabla: $D1 = -7,463 - 0,070 \text{ THRM} + 0,049 \text{ STAT} + 0,094 \text{ Conglomerados STAT} + 1,137 \text{ Motivación}$, $D2 = -4,581 + 0,074 \text{ STAT} + 0,025 \text{ STAT} + 0,838 \text{ Conglomerados STAT} - 0,786 \text{ Motivación}$ y de igual forma se construyen los coeficientes $D3$ y $D4$.

Tabla 5. 148 – Coeficientes de las funciones canónicas discriminantes

Variables	Función			
	1	2	3	4
THRM Total General	0,070	0,074	-0,122	-0,077
STAT Total General	0,049	0,025	0,001	0,105
QCL_1.STAT	0,094	0,838	0,530	0,074
Escala Motivación	1,137	-0,786	1,559	-0,352
Constante	-7,463	-4,581	,0688	-1,504

Coefficientes no tipificados.

En la tabla 5.149 se observa que la primera función discriminante explica casi la totalidad de la variabilidad del modelo (92,9) mientras que la segunda explica el 4,6%, la tercera el 2,3% y la última sólo el 0,2%, aunque según los p-valores de Lambda de Wilks son significativas las tres primeras funciones discriminantes. También se puede visualizar que los valores de la correlación canónica decrecen $0,829 > 0,314 > 0,227 > 0,069$, lo que determina que la primera función discrimina más que las otras tres. Con los Autovalores ocurre lo mismo $2,190 > 0,109 > 0,055 > 0,005$. La primera función es prácticamente la que va a dar la clasificación, mientras que las otras aportan poca información, a pesar de que la Lambda de Wilks resulte

Tabla 5. 149 - Resumen de las funciones canónicas discriminante - Autovalores

Función	Autovalores	% de varianza	% acumulado	Correlación canónica
1	2,190 ^a	92,9	92,9	0,829
2	0,109 ^a	4,6	97,5	0,314
3	0,055 ^a	2,3	99,8	0,227
4	0,005 ^a	0,2	100,0	0,069

a. Se han empleado las 4 primeras funciones discriminantes canónicas en el análisis

Tabla 5. 150 - Resumen de las funciones canónicas discriminante Lambda de Wilks

Contraste de las función	Lambda de Wilks	Chi – Cuadrado	gl	Sig
1 a la 4	0,267	393,070	24	0,000
2 a la 4	0,851	48,000	15	0,000
3 a la 4	0,944	17,215	8	0,028
4	0,995	1,417	3	0,702

La matriz de estructura de la tabla 5.151 muestra que las variables *Motivación*, *Rendimiento en el THRM*, *Preferencia de Conocimientos*, *Dominio Lingüístico-Semántico*, *Interés*, *Argumentación y proyección Estratégica*, *Proceso de Resolución y Cálculo*, *Comprensión y Planeamiento de Resolución*, *Nivel de Estudio del Padre*, *Nivel de estudio de la Madre*, *Tiempo en llegar al instituto* y *Conglomerados del THRM*, tienen la mayor correlación con la primera función discriminante (en el análisis sólo se emplean *Motivación* y *THRM*), los *Conglomerados del STAT* están más correlacionados con la segunda función discriminante, el *Lugar de Residencia* se correlaciona con la tercer función y las siete últimas con la Función discriminante 4 (solamente se usa en el análisis *Rendimiento en el STAT*).

Tabla 5. 151 – Matriz de estructura

Variables	Función			
	1	2	3	4
Escala Motivación	0,785*	-0,335	0,432	-0,291
THRM Total General	0,731*	0,263	-0,490	-0,396
Escala Preferencias de Conocimiento ^b	0,644*	-0,251	0,333	-0,252
Dominio Lingüístico-Semántico ^b	0,644*	0,157	-0,367	-0,252
Escala de Interés ^b	0,593*	-0,202	0,109	-0,167
Argumentación y Estrategias ^b	0,557*	0,167	-0,381	-0,253
Proceso Algorítmico ^b	0,537*	0,218	-0,407	-0,398
Comprensión y Planeamiento de resolución ^b	0,537*	0,273	-0,394	-0,310
Nivel de estudios del padre ^b	0,350*	0,055	-0,041	-0,075
Nivel de estudios de la madre ^b	0,276*	0,133	-0,091	-0,048
Tiempo en llegar al Instituto ^b	-0,191*	-0,085	0,080	0,031
QCL_1. THRM ^b	0,148*	-0,076	0,016	0,014
QCL_1. STAT	-0,154	0,839*	0,505	-0,134
Lugar de Residencia ^b	-0,098	-0,102	0,162*	-0,008
STAT Total General	0,536	-0,001	-0,207	0,819*
Total Esala. Analítica ^b	0,424	-0,003	-0,095	0,695*
Total Escala Práctica ^b	0,453	-0,051	-0,219	0,665*
Total Escala Creativa ^b	0,422	0,059	-0,183	0,625*
Puntuación Figurativa ^b	0,250	-0,097	-0,163	0,349*
Puntuación Cuantitativa ^b	0,264	-0,025	-0,121	0,343*
Puntuación Verbal ^b	0,154	-0,020	-0,100	0,257*

Correlaciones intra-grupo combinadas entre las variables discriminantes y las funciones discriminantes canónicas tipificadas.
 Variables ordenadas por el tamaño de la correlación con la función.
 * Mayor correlación absoluta entre cada variable y cualquier función discriminante
 b. Esta variable no se emplea en el análisis.

En la Tabla 5.149 se observa que los valores de la correlación canónica decrecen 0,829 hasta 0,069, esto indica que la primera función discrimina más que las segunda y las subsiguientes. Con los autovalores ocurre lo mismo $2,19 > 0,109 > 0,055 > 0,005$. Entonces, la primera función es la que va a dar prácticamente la clasificación, mientras las restantes aportan poca información, aunque ya se ha visto con la Lambda de Wilks que son significativas. La tabla funciones en los centroides de los grupos da una idea de cómo las funciones discriminan grupos. Si las medias de los siete grupos en cada función son muy parecidas la función no discrimina grupos. Aquí se puede observar que la discriminación es buena para las funciones consideradas, tal como lo había asegurado la Lambda de Wilks.

Tabla 5. 152 – Función en los centroides de los grupos

Perfil de Trayectoria	Función			
	1	2	3	4
1	-2,539	-0,726	0,100	-0,168
2	-1,598	-0,019	0,107	0,082
3	-0,804	0,134	-0,521	-0,017
4	0,117	0,517	0,246	-0,071
5	1,366	-0,010	-0,108	-0,004
6	1,924	-0,234	0,125	0,062
7	2,170	-0,760	0,174	-0,035

Funciones discriminantes canónicas no tipificadas evaluadas en las medias de los grupos.

Los alumnos se clasifican en los siete grupos de acuerdo a las probabilidades que tienen a priori de pertenecer a los mismos, pero conocidas las puntuaciones discriminantes –valores de las funciones discriminantes para cada individuo- cada uno de ellos se clasificará en el grupo en que tenga mayor probabilidad a priori de pertenecer según sus puntuaciones discriminantes.

Tabla 5. 153 – Resumen del proceso de clasificación

Procesados		332
Excluidos	Código de Grupo Perdido o fuera de rango	0
	Perdida al menos una variable discriminante	0
Usados en los resultados		332

Tabla 5.154 – Probabilidades previas para los grupos

Perfil de Trayectoria (T)	Previas	Casos utilizados en el análisis	
		No ponderados	Ponderados
1	0,059	18	18,000
2	0,250	76	76,000
3	0,125	38	38,000
4	0,168	51	51,000
5	0,260	79	79,000
6	0,099	30	30,000
7	0,039	12	12,000
Total	1,000	304	304,000

La tabla Resultados de la clasificación muestra que el 50% de los casos están correcta y la otra mitad no lo está. Muestra también el porcentaje en cada grupo y en el total, junto con el número de casos que se han clasificados en cada nivel.

Tabla 5. 155 - Resultados de la Clasificación^a

Perfil de Trayectoria (T)		Grupo de pertenencia pronosticado							Total	
		1	2	3	4	5	6	7		
Original	Recuento	1	6	12	0	0	0	0	0	18
		2	5	54	8	7	2	0	0	76
		3	0	20	8	7	3	0	0	38
		4	0	10	2	24	15	0	0	51
		5	0	3	4	12	60	0	0	79
		6	0	1	0	4	25	0	0	30
		7	0	0	0	0	12	0	0	12
		Casos desagrupados	16	9	2	0	1	0	0	28
%		1	33,3	66,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
		2	6,6	71,1	10,5	9,2	2,6	0,0	0,0	100,0
		3	0,0	52,6	21,1	18,4	7,9	0,0	0,0	100,0
		4	0,0	19,6	3,9	47,1	29,4	0,0	0,0	100,0
		5	0,0	3,8	5,1	15,2	75,9	0,0	0,0	100,0
		6	0,0	3,3	0,0	13,3	83,3	0,0	0,0	100,0
		7	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0	0,0	0,0	100,0
		Casos desagrupados	57,1	32,1	7,1	0,0	3,6	0,0	0,0	100,0

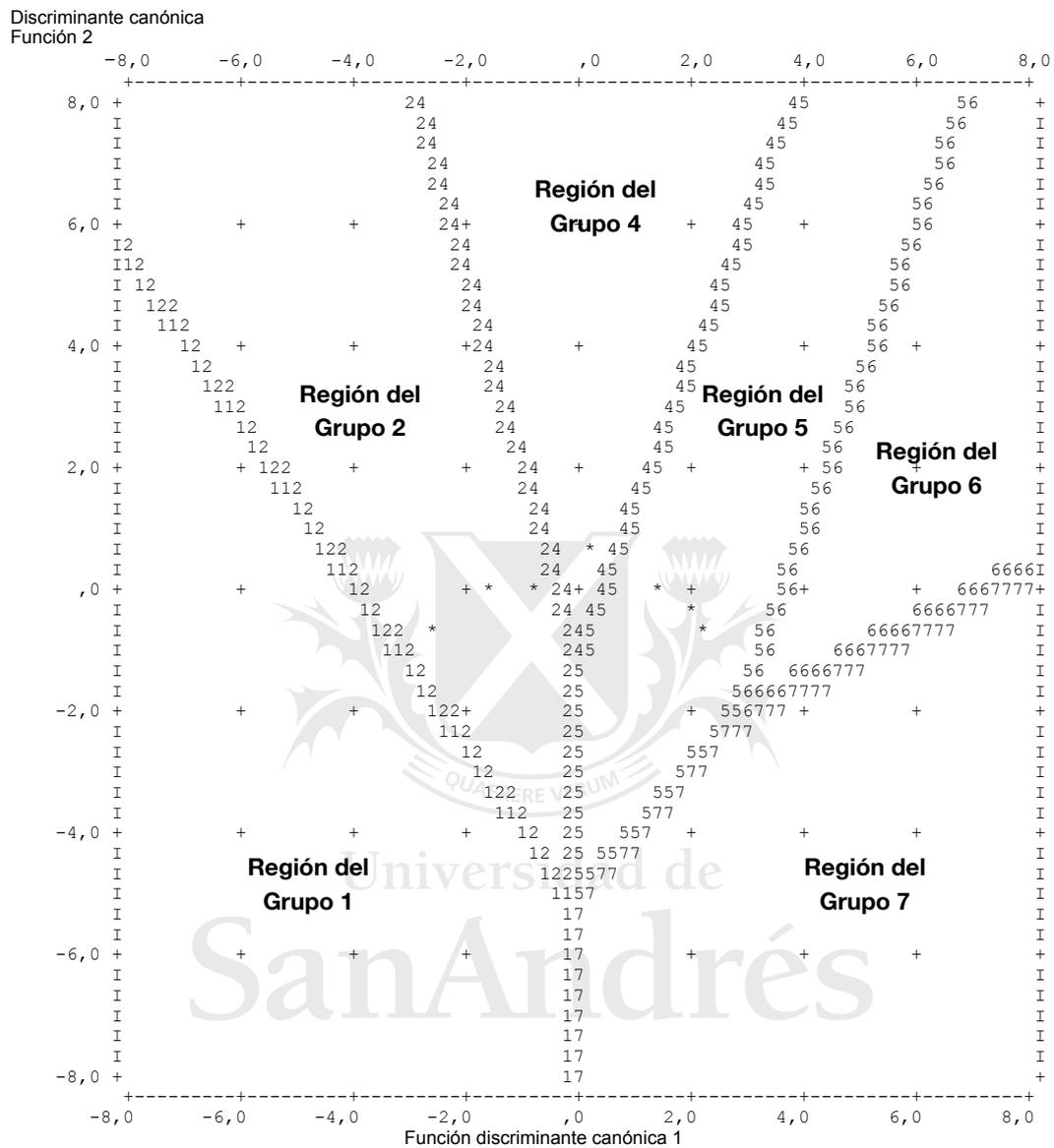
a. Clasificados correctamente el 50,0% de los casos agrupados originales.

El mapa territorial representa los valores de las puntuaciones en las funciones discriminantes canónicas (en abscisas se sitúan las puntuaciones en la función 1 y en la ordenadas las puntuaciones en la función 2). La región del grupo 1 está delimitada por números 1 en el mapa, la del grupo 2 por el número 2, etc.

Cuando los alumnos están bien clasificados, su representación sobre el mapa territorial los sitúa en el territorio correspondiente al grupo. Cuando la discriminación es débil puede haber alumnos que caen fuera de su territorio y que estarían mal clasificados.

Las líneas de números que separan una zona de otra determinan las combinaciones de puntuaciones discriminantes en ambas funciones que conducen a la clasificación en cada grupo. El mapa territorial también se utiliza para clasificar individuos futuros. Para ello se observan las puntuaciones del individuo en las funciones discriminantes consideradas y se observa a qué grupo corresponde la región del mapa territorial en que se sitúa el punto cuyas coordenadas son precisamente las puntuaciones discriminantes citadas. Si las puntuaciones de la primera y segunda funciones discriminantes para un nuevo alumno son -4 y 2,5 respectivamente , este alumno se clasificará en el grupo 2, que es la zona del mapa territorial en la que cae el punto de coordenadas (-4 , 2,5).

Cuadro 5.1
Mapa territorial
 (Asumiendo que todas las funciones excepto las dos primeras son = 0)



Símbolos usados en el mapa territorial

Símbol	Grupo	Etiqu
1	1	
2	2	
3	3	
4	4	
5	5	
6	6	
7	7	
*		Indica un centroide de grupo

En consecuencia, de acuerdo con las consideraciones realizadas sobre el mapa territorial se puede afirmar que:

- Los alumnos clasificados en el Grupo 1 son los que obtienen los peores rendimientos en los cinco procesos relevados en los niveles del THRM ; presentan deficiencias en el desarrollado de las habilidades cognitivas relacionadas con las *Inteligencias Analítica, Práctica y Creativa*. También manifiestan una pobre motivación para abordar la carrera iniciada. Tienen problemas para plantificar y proponer una estrategia de resolución. Manifiestan dificultades para aplicar los procesos algorítmicos que resulten los problemas y muestran deficiencias para comprender textos, lo que se traduce en dificultad en adquirir información.
 - Los alumnos del grupo 2, que obtienen un pobre rendimientos en los cinco niveles procesuales del THRM, son los que menos han desarrollado la *inteligencia Práctica, Analítica y Creativa*; manifiestan una motivación restringida, tienen puntuaciones moderadas respecto a los procesos de comprensión del problema y de planificación de la resolución. Muestran menor desarrollo de las competencias para proyectar estrategias, aplicar los algoritmos de resolución y adquirir nueva información, en relación con el grupo 4.
 - Los alumnos del grupo 4 manifiestan un desarrollo intermedio de las *inteligencias Análítica, Práctica y Creativa*. Logran puntajes un poco más altos que los del conglomerado 2, pero inferior al 5 y muy inferior al 6, en cada uno de los cinco procesos evaluados en el THRM. El análisis jerárquico de conglomerados indica que el grupo se conforma con los alumnos que muestran buen desarrollo de la habilidad lingüístico-semántica y de la capacidad para elaborar propuestas en forma organizada, pero presentan dificultades a la hora de aplicar los procesos de resolución y de adquirir nuevos conocimientos. El nivel de motivación es un poco más alto que el del grupo anterior.
 - Los alumnos del conglomerado 5 tienen puntuaciones regulares respecto a los procesos de comprensión del problema y de planificación de la resolución. Muestran menor desarrollo de las competencias para proyectar estrategias, aplicar los algoritmos de resolución y adquirir nueva información. Muestran mejores puntuaciones en las tres categorías del STAT y presentan un significativo nivel de motivación.
 - El grupo 6 se conforma con alumnos con mayor puntuación que el grupo anterior. Presenta valores más homogéneos entre las distintas categorías del THRM y del STAT. Muestra mejores resultados en reconocer la naturaleza de los problemas y
-

elegir los planes de resolución, pero comete algunos errores al aplicar los pasos de resolución de los problemas. Es evidente que el grado de motivación iniciar y concluir la carrera es alto.

- Los alumnos del cgrupo 7 son los que logran el mejor nivel de rendimiento para todas las competencias relevadas. Presenta valores más homogéneos entre las distintas categorías. Muestra mejores resultados en la categoría *Planeamiento de Resolución*, es decir, en reconocer la *naturaleza de los problemas* y elegir los *planes de resolución*. Manifiestan muy pocas dificultades para aplicar los procesos algorítmicos que resulten los problemas y presenta buena capacidad para comprender textos, lo que se traduce en habilidad para *adquirir información*. En este grupo se logran las mayores puntuaciones del STAT y el nivel de *motivación* más alto de la muestra.

Los factores considerados se impusieron, sobre otros, como indicadores básicos de la variable *trayectoria académica* al sintetizar y evaluar el nivel de desarrollo alcanzado en la competencia para *adquirir conocimiento* y en las habilidades vinculadas positivamente con el *rendimiento académico*. Los resultados permitieron determinar siete tipo de trayectoria diferenciadas de los estudiantes de la muestra.

La relación entre los resultados de THRM, la calificación total del STAT y los *Tipos de Trayectorias Académicas*, muestra la posibilidad de que las dos variables consideradas resulten buenos predictores del *rendimiento académico* manifestado en las *trayectorias* de los estudiantes.

La información permite esbozar una respuesta a la pregunta de investigación referida a cuáles son los perfiles de *trayectoria académica* presentes el grupo evaluado en relación a la competencia para resolver problemas matemático. Los siete tipos de agrupamientos, con respecto a las habilidades manifestadas en las cuatro pruebas evaluadas, confirman la respuesta que se sustenta en las cuatro variables que han permitido diferenciar a los grupos: *motivación*, *THRM total general*, *STAT total general* y *los cuatro conglomerados del STAT*.

5.7 Síntesis del apartado

La información presentada en este capítulo ha permitido analizar los datos relevados con los instrumentos proyectados con el objeto de determinar el valor predictivo de los factores asociados a la capacidad para resolver problemas matemáticos y su relación con el

rendimiento y trayectoria académica de los estudiantes de la muestra.

Los datos obtenidos se han expuesto en cinco apartados. En primer lugar se analizó la información que proporciona el Test de Habilidades de *Razonamiento Matemático* (THRM), con relación a la *comprensión lectora, al planeamiento de resolución, a la proyección de estrategias, al procedimiento algorítmico y a la adquisición de nueva información*. Luego se analizó las calificaciones obtenidas en el aspecto *Analítico, Práctico y Creativo* y las puntuaciones en las escalas *verbal, numérica y figurativa* del STAT –Nivel H- Modificado y su correlación con las escalas del THRM; en tercer lugar se evaluaron los indicadores de *rendimiento académico* para determinar *perfiles de trayectoria* y la correlación existente entre ellos, y las categorías definidas en el THRM y en el STAT. Posteriormente se consideró la información relevada en la encuesta *sociocultural y de motivación*, para determinar su relación con los *perfiles de trayectoria* fijados. Por último se procedió a efectuar el análisis discriminante con el objeto de identificar las relaciones causales potenciales respecto a las variables diferenciales y ofrecer una interpretación adecuada de las mismas.



6 - CONCLUSIONES E IMPLICANCIAS

En este apartado se presentan las conclusiones generales e implicancias de la investigación. Se realiza una reflexión sobre los aspectos más importante del trabajo y se determinan los aportes más significativos del mismo a la comunidad educativa. Comienza con la discusión de los resultados en función de los objetivos y las proposiciones teóricas que han funcionado como hipótesis y que encuadran las pruebas construidas, y luego se plantean las consideraciones que derivan de las variables abordadas en el trabajo y que contribuyen a configurar la competencia para resolver problemas matemáticos y su relación con las trayectorias académicas como resultado del rendimiento general.

6.1 - Contraste de Proposiciones Teóricas o Hipótesis

El trabajo ha permitido identificar ciertos factores asociados a la resolución de problemas matemáticos. El conocimiento adquirido en su identificación hizo posible la evaluación de un conjunto de proposiciones teóricas que a partir de elementos observables, se pudieron verificar o refutar.

Las variables que muestran una correlación de orden cero, resultan significativas con las habilidades cognitivas, la capacidad intelectual, el razonamiento matemático, los conocimientos previos y los factores no intelectuales que se han asociado al proceso de *resolución de problemas matemáticos y al rendimiento académico*. Estas son las variables que contribuyen de forma significativas a explicar, en mayor o menor medida, la variación en los resultados en el rendimiento académico. El análisis de regresión múltiple lleva a resultados similares. En consecuencia, la verificación de cada una de las proposiciones del estudio, arroja los siguientes resultados:

Proposición 1:

Los componentes de codificación de la información que operan en el proceso lingüístico-semántico, se correlacionan con la capacidad para resolver problemas matemáticos.

El grado de desarrollo alcanzado en esta habilidad se valoró con los resultados del Nivel I de respuestas del THRM. El análisis de regresión entre el proceso de *comprensión y la resolución y cálculo*, manifiesta una covariación significativa, al nivel 0,01; su índice de

correlación es del orden 0,734. De la misma manera, la regresión con el rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (THRM Total General), alcanza el índice de 0,90. Resulta evidente que ambos índices de correlación son significativamente altos y ponen de manifiesto el valor predictivo de esta variable en relación con la aplicación de los procesos de *resolución y cálculo* y con del rendimiento general en la resolución de problemas matemáticos.

Por otra parte, la regresión de la modalidad *verbal del lenguaje*, relevada con el STAT, con el rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (puntuaciones del THRM Total General), resulta significativa al nivel 0,01y toma el valor de 0,265. Esto verifica que las puntuaciones de la escala verbal del STAT, tienen un cierto nivel de predicción respecto al rendimiento en la resolución de problemas matemáticos y resulta un buen criterio para predecir el nivel de desarrollo de los procesos cognitivos, implicados.

Proposición 2:

La transformación de la información lingüístico-semántica en una representación permite identificar la naturaleza del problema y seleccionar el planeamiento de resolución.

El grado de desarrollo de la habilidad para identificar un problema y proyectar un plan de resolución, se valoró con los resultados del Nivel II de respuestas de THRM. El análisis de regresión entre el proceso de *comprensión y planeamiento* y la *resolución y cálculo* es del orden del 0,73 con una incidencia significativa, al nivel 0,01 y la regresión con el rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (THRM Total General), es de 0,88; estos índices de correlación que resultan significativamente altos, permiten valorar la habilidad para proyectar un plan de resolución y el grado de asociación con el rendimiento general en el *Razonamiento Matemático*. En consecuencia se verifica que este metacomponente cognitivo que hace posible abordar un problema presenta un alto grado de probabilidad de actuar como buen predictor de la habilidad de aplicar procesos de cálculo que resuelven el problema y del rendimiento general en el *Razonamiento Matemático* puesto en juego la resolución de problemas matemáticos.

Los resultados obtenidos en evaluación de la comprensión y la proyección del plan de resolución en el THRM correlacionados con las puntuaciones de la escala Analítica y de la Práctica de la prueba STAT-H, permiten afirmar que la correlación lineal de Pearson resulta significativa al nivel 0,01y toma los valores de 0,515 y 0,551, respectivamente. Por otra parte, el análisis de regresión entre el rendimiento en el THRM y las puntuaciones de las

componentes Analítica y Práctica de la inteligencia, verifica una covarianza elevada con el desarrollo de las habilidades de *Razonamiento Matemático* para la resolución de problemas matemáticos. Esto implica que puede ser tomado como uno de los criterios adecuado para predecir el nivel de desarrollo de los procesos cognitivos, implicados en el razonamiento matemático.

Proposición 3:

Las argumentaciones utilizadas y las estrategias adoptadas en la resolución permiten planificar y organizar los pasos del proceso a seguir.

Las argumentaciones y estrategias que permiten organizar y estimar, en forma sistemática, la secuencia de pasos para alcanzar la solución, se valoraron con las puntuaciones obtenidas en las respuestas del Nivel III del THRM. La elección del primer paso sirvió de criterio para valorar el conocimiento estratégico, que pone de manifiesto el grado de organización y precisión alcanzado en la aplicación de estrategias. El análisis de regresión entre el proceso de *proyectar estrategias* y la *resolución y cálculo*, muestra un índice de 0,692 con incidencia significativa al nivel 0,01; en cambio, la regresión en relación al rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (THRM Total General), alcanza el índice de 0,865. Por ser ambos índices de correlación significativamente altos, se puede afirmar la existencia de un valor predictivo de la variable en relación con la *resolución y cálculo*, y al *rendimiento* general en la resolución de problemas matemáticos.

Los resultados obtenidos en *Razonamiento Matemático*, evaluado con el rendimiento general del THRM, se correlacionaron con los obtenidos en los ítems de la escala *Analítica* y los de *Práctica* de la prueba STAT-H, permiten afirmar que la regresión resultan significativa al nivel 0,01 y toma los valores de 0,515 y 0,551, respectivamente y verifican que las puntuaciones de las componentes *Analítica* y *Práctica* de la inteligencia relevadas en el STAT, tienen un buen nivel de predicción respecto al desarrollo de las habilidades de *Razonamiento Matemático* para la resolución de problemas. Esto implica que puede ser tomado como uno de los criterios adecuado para predecir el nivel de desarrollo de los procesos cognitivos, implicados en el *razonamiento matemático*.

Los datos verifican esta hipótesis y confirman que la proyección de estrategias de resolución covaría significativamente, en los procesos de *resolución y cálculo* y en el rendimiento en la resolución de problemas matemáticos.

Por otra parte, este proceso tiene un índice de correlación de 0,865, un poco más bajo que los procesos de *comprensión lectora* y *resolución y cálculo*. Estos resultados muestran

un limitado desarrollo en los alumnos, de esta habilidad confirmando, las investigaciones de los autores citados en el trabajo. Así, la dificultad de seleccionar los pasos que conduce a la resolución del problema, se pone de manifiesto en la ligera disminución de los índices de correlaciones.

Proposición 4:

El nivel de desarrollo alcanzado en la ejecución de los procesos de resolución y cálculo se correlaciona con la capacidad de razonamiento matemático.

La resolución de problemas matemáticos requiere de la correcta ejecución de cálculos aritméticos y algebraicos; la práctica permite alcanzar la automatización de los procesos cognitivos aplicados (Sternberg, 1985c). La teoría triárquica de la inteligencia postula que la resolución de problemas se basa en el desarrollo y puesta en marcha de los *Componentes de Ejecución*.

En consecuencia, los resultados de las respuestas del Nivel IV del THRM, actúan como indicadores del procedimiento aplicado para obtener la solución del problema. El análisis de regresión entre la *resolución y cálculo* y el rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (THRM Total General), alcanza el índice de 0,911. Es evidente la correlación significativamente alta, al nivel 0,01, que ponen de manifiesto el valor predictivo de la variable en relación con el rendimiento general en la resolución de problemas matemáticos.

Proposición 5:

Los conocimientos previos y la habilidad para adquirir nueva información son relevantes para la resolución de problemas matemáticos.

La resolución de problemas implica poner en juego los *componentes de adquisición de conocimiento para obtener nueva información* o recordar otra utilizada en una situación similar, para aplicarla a una nueva (Sternberg, 1985c).

La orientación dada que explicita el procedimiento de resolución, permite valorar su impacto en el proceso mismo, al indicar el grado de desarrollo de la habilidad para *adquirir nueva información* y aplicarla en forma eficaz a situaciones problemáticas nuevas. Además, pone en evidencia la cantidad de alumnos que alcanzan la solución, aún desconociendo el plan para resolverlo.

La regresión entre el proceso de *adquirir información* y la *resolución y cálculo*, muestra un índice de 0,929 con incidencia significativa a nivel 0,01 y la regresión en relación al rendimiento general en *Razonamiento Matemático* (THRM), alcanza el índice

de 0,937. Como se observa, ambos índices de correlación son significativamente altos, lo que permite afirmar el valor predictivo de la variable en relación con la resolución y cálculo, y al rendimiento general en la resolución de problemas matemáticos.

Por otra parte, la comparación de los resultados de las respuestas del Nivel IV de la prueba de *Razonamiento Matemático* y los resultados del Nivel V, evidencia que sólo los alumnos que obtienen mayor puntuación (de 10 a 14 puntos) en los niveles comparados, son capaces de utilizar eficazmente la información ofrecida en las pruebas y resolver el problema sin necesidad de conocer el plan de resolución. La media de los resultados del proceso de resolución y cálculo -Nivel IV del THRM- se ubica en 7 puntos y la correspondiente al proceso de adquisición de nueva información –Nivel V- en 9 puntos. En otros términos, se puede afirmar que, aproximadamente, el 68 % de los alumnos manifiestan dificultades para adquirir o recordar la información necesaria para la resolución del problema que se presenta. Ello confirma el valor de la habilidad de adquisición de información en la resolución de problemas. Se confirma así que el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas requiere de los metacomponentes cognitivos de reconocimiento del problema (Sternberg, 1985a). Sin embargo, se puede observar que el 32 % de los alumnos resuelven algunos problemas sin la suficiente comprensión de la situación planteada.

Proposición 6:

Las variables relevadas en el THRM, determinan tipologías de estudiantes y proporcionan información útil para abordar adaptaciones curriculares.

El análisis cluster de K-medias ha permitido asignar casos a un número fijo de grupos (clusters o conglomerados) cuyas características se basan en un conjunto de variables especificadas. Esta técnica de análisis ha permitido conformar cuatro agrupamientos con un número significativo de casos. Los atributos de cada grupo son:

- Los alumnos del conglomerado 1, que representan el 24,1% de la muestra, logran los puntajes un poco más altos que los del conglomerado 4, pero inferior al 2, en cada uno de los cinco procesos evaluados. Los alumnos de este grupo que muestran buen desarrollo de la habilidad *lingüístico-semántica* y de la *capacidad para elaborar propuestas* en forma organizada, pero presentan dificultades a la hora de aplicar los *procesos de resolución y de adquirir nuevos conocimientos*.
- Los alumnos del conglomerado 2, que representa al 30,4 % de la muestra total, tienen puntuaciones moderadas respecto a los procesos de *comprensión del*

problema y de planificación de la resolución. Muestran mejores resultados en los procesos de *Resolución y Cálculo* que en la *Argumentación y Estrategias*, lo que indica que han sabido efectuar los cálculos que resuelven los problemas a pesar de no disponer del conocimiento de las estrategias que les permiten organizar los pasos a seguir.

- Los 63 alumnos del conglomerado 3, que representan el 34,3% del total, son los que lograron mayor puntuación. Presentan valores más homogéneos entre las distintas categorías. Muestran mejores resultados en *Comprensión y Planeamiento*, es decir, en reconocer la *naturaleza de los problemas y elegir los planes de resolución.*
- Los alumnos del conglomerado 4 que representan el 11,2 % de la población estudiantil, logran el nivel de rendimiento más bajo en todas las competencias relevadas. Tienen serios problemas para *plantificar y proponer una estrategia* de resolución. Manifiestan dificultades para aplicar los procesos de *resolución y cálculo* que resuelven los problemas y muestran deficiencias para comprender textos, lo que se traduce en dificultad en *adquirir información.*

El análisis ANOVA indica que la variable que proporciona mayor separación entre los conglomerados es el proceso de *Adquisición de Información*, con un $F = 521,959$, mientras que la menor es la *Argumentación y Proyección de Estrategias*, con un $F = 208,786$. También, se puede observar que las variables seleccionadas son altamente significativas para la conformación de los grupos.

Los resultados de los efectos inter-sujetos en relación al rendimiento general de *Razonamiento Matemático* (THRM), indican que las diferencias de los cuatro conglomerados formados, han tenido efecto sobre la variable dependiente THRM y que no alteran el resultado de la homogeneidad. Las comparaciones múltiples de Turkey, acompañan esta tendencia.

Proposición 7:

La capacidad intelectual correlaciona significativamente con la habilidad para resolver los problemas matemáticos y determinará características específicas de una tipología de alumnos que podrá ser utilizada para abordar adaptaciones curriculares.

El nivel de desarrollo de la capacidad intelectual requerida para realizar toda tarea, en especial la resolución de problemas, fue valorada por medio de las puntuaciones obtenidas en el STAT-H. Las habilidades cognitivas, como manifestaciones concretas de utilización

de la inteligencia, influyen significativamente tanto en el rendimiento académico como en la determinación de las diferencias individuales, (Grigorenko y Sternberg, 1992). Si bien el desarrollo de las inteligencias *Analítica, Práctica y Creativa* son independiente entre sí y dependen del nivel de inteligencia general, es probable que, para alcanzar un buen desempeño en un área específica, se requiera más de un tipo que de otro.

Es así como la mayoría de las personas desarrollan estilos de aprendizaje que se corresponden con el tipo de inteligencia que sobresale, sin embargo, no existe suficiente información que justifique y garantice esta correspondencia. Por tanto, es útil para evaluar la capacidad para resolver problemas matemáticos, conocer el grado de relación entre los tipos de Inteligencias considerados en el estudio y el desarrollo de las habilidades de *razonamiento matemático*. La verificación se ha llevado a cabo mediante el análisis de regresión de las puntuaciones obtenidas en cada una de las tres escalas del STAT-H y los resultados del THRM.

Los datos indican una covariación de la inteligencia analítica del 0,515 que explica el 27 % del rendimiento general en el *razonamiento matemáticos*, al nivel $< 0,01$; la covariación de la inteligencia práctica del orden de 0,551, al nivel $< 0,01$ respecto a la misma variable, explica el 30% de los casos y la de la inteligencia creativa de 0,549, que también, explica el 30% de los casos. Se puede observar que los índices de regresión son bastante homogéneos, excepto el correspondiente a la *inteligencia analítica*, que presenta una leve disminución; situación que confirma deficiencias en el desarrollo de las habilidades analíticas en el ámbito escolar y la importancia de incrementar acciones académicas que la promuevan.

Podemos afirmar que los tres *tipos inteligencias* son necesaria para alcanzar la resolución de problemas, y se presentan como variables explicativa del rendimiento general en matemáticas.

Por otra parte, el análisis de regresión entre la puntuación general del STAT y el rendimiento en *Razonamiento Matemático* (THRM Total General), alcanza el índice de 0,614 que explica el 37% de las puntuaciones obtenidas y pone en evidencia una correlación significativamente alta al nivel 0,01, que indica el valor predictivo de la variable inteligencia en relación con el rendimiento general en el THRM. El mayor rendimiento fue logrado por los alumnos con mayor puntuación del instrumento utilizado para valorar la inteligencia.

Estos datos aportan información sobre las características generales que presentan los alumnos en el desarrollo de las habilidades analíticas, prácticas y creativas y, en las

modalidades del lenguaje verbal, numérica y figurativa. El análisis de conglomerados permite revelar características localizadas que complementan la información general. El agrupamiento jerárquico de sujetos se determinó con cuatro conglomerados fácilmente interpretables. Los centros de las medias de las variables en cada conglomerado reflejan los atributos del caso prototipo para cada grupo.

- El 32,2% del total de los alumnos conforman el conglomerado 1. Es el grupo con mayor puntuación y presenta los valores más homogéneos entre las distintas categorías. Muestra mejores resultados en la dimensión Analítica, que refleja la inteligencia individual. Manifiestan las habilidades necesarias para alcanzar un alto nivel de pericia en la forma de tratar la información, es decir, están en mejores condiciones para resolver problemas cuya solución exige emplear procesos de razonamiento lógico.
- El 27,1% de los alumnos conforman el conglomerado 2. Son los que obtienen las puntuaciones más bajas en todas las dimensiones de la inteligencia relevadas y tienen serias dificultades para resolver problemas que requieren procesos de razonamiento lógico y/o para pensar y solucionar problemas de forma novedosa.
- El 23,8 % de la muestra integran el conglomerado 3, conformado con los alumnos que logran las puntuaciones mayores que los del conglomerado 2 y menores que los del 1, en cada uno de las tres dimensiones de la inteligencia evaluadas. Muestran bajo desarrollo de las habilidades creativas; su inteligencia experiencial compromete la capacidad para resolver problemas de forma novedosa.
- El 16,9% de los alumnos forman el conglomerado 4. Tienen las puntuaciones más altas en la dimensión creativa de la inteligencia, respecto a los restantes tres grupos. Presentan deficiencias en la adaptación intencional del individuo al medio, es decir, bajo desarrollo de la inteligencia práctica o contextual asociada al empleo de procesos de razonamiento lógico.

La tabla ANOVA pone de manifiesto que la mayor separación entre los conglomerados la proporciona la variable Inteligencia Creativa, con un $F = 298,607$, seguida por la *Inteligencia Práctica y la Analítica*, no obstante los valores de F son bastante homogéneos y las variables seleccionadas son altamente significativas para la conformación de los grupos.

La evaluación de las diferencias entre las medias de los conglomerados muestra que no se cumple la condición de homogeneidad de varianzas o homocedasticidad, el p valor es

0,05 que indica que la hipótesis nula (H_0) de varianzas iguales debe rechazarse y aceptar que las varianzas son distintas.

Los resultados de la prueba de los efectos inter-sujetos en relación a la *Capacidad Intelectual*, total general del STAT, muestran la alta significación que tienen las diferencias de los cuatro conglomerados formados; indican que han tenido efecto sobre la variable dependiente *STAT Total General* y que no alteran el resultado de la homogeneidad.

Las comparaciones múltiples de Turkey indican el alto nivel de significación de las diferencias entre las medias de los cuatro conglomerados. Los intervalos de confianza no contienen el valor cero para la diferencia de medias. Todas las composiciones resultan significativas entre ellas.

Proposición 8:

Ciertas características socioculturales, se relacionan significativamente con el desarrollo de la competencia para resolver problemas.

La capacidad para resolver problemas es objeto de permanente preocupación, lo cual no resulta sorprendente si se tienen presentes las altas tasas de fracaso y abandono de los alumnos que se incorporan a la educación superior. La situación comporta una realidad humana que afecta al conjunto de la sociedad y que requiere una reflexión profunda sobre su estado actual. Resulta de interés, evaluar la asociación del contexto sociocultural con los procesos de aprendizaje, como condicionantes del éxito y fracaso académico.

Dada la complejidad y extensión del problema, el trabajo se centró en la prospección en los alumnos de la muestra y valoró la información aportada por el análisis de correlación de los indicadores socioculturales, tanto inherentes a los atributos de la persona como los relacionados con su desempeño, con respecto al rendimiento y la trayectoria académica. Para facilitar la exposición se han analizado los distintos condicionantes por separado.

El análisis de regresión de los datos relacionados con la persona y el total del THRM, permite visualizar el grado de concomitancia de las variables consideradas en el desarrollo del *Razonamiento Matemático*. De los atributos de la persona considerados: sexo, la edad, estado civil, cantidad de hijos, título de ingreso, años de finalización de los estudios de nivel medio, nivel de estudios de los padres, tipo de vivienda y con quién comparte la vivienda, sólo logran una significación menor al 0,001, el *Nivel de estudios del Padre y de la Madre*.

La correlación mayor es la de la Madre; el índice es de 0,470, mientras que el del Nivel educativo del Padre es de 0,43. Estos valores indican que el *Nivel de estudios de la Madre*, se presenta como la variable de mayor determinación en el desarrollo de las habilidades de razonamiento matemático de los alumnos. La situación se ve confirmada con análisis de los coeficientes Beta no estandarizados; el de la Madre es 3,027 y el del Padre 1,947, mucho menor al anterior. Por otra parte las diferencias de las medias muestran la tendencia a relacionar los mayores niveles de estudios de la Madre con el mejor desempeño en el THRM.

El análisis de correlación de los datos relacionados con el comportamiento y el total del THRM, permite visualizar que sólo las variables: *Tiempo empleado en llegar al Instituto, Lugar de residencia y las calificaciones obtenidas en el último año de escuela secundaria en Matemática y Lengua y Literatura*, son significativas al nivel $<0,001$, y muestra el grado de correspondencia de estas variables en el desarrollo del *Razonamiento Matemático*. La correlación de 0,739, siendo el coeficiente de determinación de 54% para los resultados de los alumnos en el THRM, con respecto a las tres variables consideradas.

La correlación para la variable Tiempo en llegar al Instituto toma el valor de - 0,704 que explica el 49,5 % de los resultados en el THRM, la de Lugar de residencia vale -0,550 y explica el 30 % de la muestra, la correspondiente a la Calificación en Matemática toma el valor de 0,427 y explica el 18 % y la de *Calificación en Lengua y Literatura* tiene el valor 0,307 que explica el 9% de los resultados. En consecuencia, se puede afirmar que éstas variables, se presentan como las de mayor relación con el nivel de desarrollo de las habilidades de razonamiento matemático de los alumnos.

Los datos han mostrado una clara tendencia a relacionar estas variables con el mejor desempeño en el THRM. El análisis de los coeficientes no estandarizados Beta reafirma la situación; el *Tiempo en llegar al Instituto y el Lugar de Residencia* tienen mayor peso en el desarrollo del *Razonamiento Matemático*, que la calificación en matemática y la de *lengua y literatura*; el coeficiente Beta de las dos primeras variables es: 8,2 y 2,4, mientras que el correspondiente a las calificaciones es de 2,0 y por 1,7. Las diferencias de las medias de los grupos son altamente significativas y confirman el grado de concomitancia con el *Razonamiento Matemático*.

El análisis de regresión de los datos relacionados con el *Tiempo que se tarda en llegar al Instituto y el lugar de residencia*, permite visualizar una correlación que giran en torno al valor 0,68 e indica que el *Tiempo empleado en llegar al Instituto* actúa de forma predictiva del *Lugar de Residencia* e identifica a los alumnos que residen en la provincia de

Buenos Aires. Esta situación devela extraño vínculo de estas variables con el rendimiento en el THRM; en general, los bajos resultados en el Test de *Razonamiento Matemático* fueron obtenidos por alumnos procedentes del Gran Buenos Aires, que por edad cursaron el polimodal que aplicó la Provincia hasta el 2009.

El impacto de la implementación de la reforma educativa en la provincia se manifestó en términos de cobertura y retención de los alumnos, no obstante ello, la nueva estructura no fue bien recibida por las distintas partes que conforman la comunidad educativa. Aunque consideraban favorable que se extendiera de siete a nueve años el período total del ciclo, el diseño curricular de las materias estaba definido desde la primaria y los contenidos del Polimodal no eran específicos, sino generales; tampoco había continuidad de los mismos. En el 2009 se dio por terminado el polimodal por ser considerado limitante de la incorporación de conocimientos y por extender el aprendizaje primario más de la cuenta. Según Silvina Gvirtz¹, “el acceso a diversos campos del saber, como **biología y matemática, quedaron relegados**, y se desdibujó la relación del estudiantado con el mundo laboral”.

Proposición 9:

La motivación, se relaciona significativamente en el desarrollo de la capacidad para resolver problemas.

La motivación por aprender depende de la adecuación de los objetivos a las características del sujeto, de las expectativas que tiene y lo que siente el sujeto al afrontar las tareas y los resultados. La asociación de la motivación con la capacidad para resolver problemas matemáticos, se evaluó a partir del grado de significación de las variables Interés y Preferencias de Conocimientos en el rendimiento del THRM.

La correlación lineal de Pearson entre estas variables, es alta; el índice de correlación alcanza el valor 0,70 y confirma que los indicadores seleccionados son consistentes como predictores de los Grupos de Motivación y que es altamente probable que la variable *Motivación* resulte predictiva de las puntuaciones del Razonamiento Matemático (THRM). El análisis de regresión lineal, permite verificar una correlación de 0,711 que explica el 50 % del rendimiento en el THRM, al nivel de significación $< 0,01$.

Por otra parte, el análisis de los coeficientes no estandarizados Beta muestra que la variable motivación tiene un peso significativo en el desarrollo del razonamiento matemático; el coeficiente beta toma el valor 6,021. También, las diferencias de las medias

¹ Diario La Nación, 17 de diciembre de 2011, “Con críticas, el polimodal deja de existir en las aulas bonaerenses”.

de los grupos resultan altamente significativas. Todo ello permite afirmar que la motivación y la rentabilización del esfuerzo que conlleva el estudio, coadyuvan a la eficacia del estudio y se presentan como variables con alta asociación con el desarrollo de la capacidad para resolver problemas.

Proposición10:

Los factores asociados a la capacidad de resolver problemas matemáticos actúan como condicionantes del rendimiento académico y de la trayectoria de los alumnos.

La competencia para resolver problemas implica disponer de las habilidades necesarias para realizar las tareas que convierten en acciones los conceptos, las proposiciones o los ejemplos y evidencian los procesos cognitivos que intervienen en la respuesta correcta. Esta habilidad integra a los *factores no intelectuales* y se constituye en un factor de peso en la capacidad predictiva del *rendimiento académico*. La competencia para resolver problemas influye considerablemente en los resultados académicos, dado que los componentes de la inteligencia: analítico, práctico y creativo, desempeñan una relevante función en la conexión entre el mundo real donde se generan los problemas y la matemática.

Los indicadores de rendimiento académico considerados: *Calificación en Matemática, Promedio de materias Aprobadas del 1º año y el Índice de Aprobación*, han permitido determinar los siete *perfiles de trayectoria académica* a partir de los cuales se estableció la correlación con las categorías definidas en el THRM y en el STAT. El análisis comparativo de los resultados obtenidos en ambos instrumentos utilizados y las trayectorias académicas consideradas, muestra que la correlación lineal de Pearson entre la puntuación total del THRM y del STAT con la variable dependiente *Tipo de Trayectoria Académica*, toma los valores 0,74 y 0,64 respectivamente. La regresión lineal de 0,78 explica aproximadamente el 60 % del rendimiento en el THRM y en el STAT, al nivel de significación $< 0,01$. La situación indica la probabilidad, de que estas variables resulten buenos predictores del rendimiento académico puesto de manifiesto con las *trayectorias* de los estudiantes.

El análisis de los coeficientes estandarizados Beta también muestra que la calificación en el THRM tiene mayor peso en la determinación del *Tipo de Trayectoria* que realizan los Alumnos, que el rendimiento en el STAT ; el coeficiente estandarizado beta de la primer variable es 0,725, seguido por 0,149 de la segunda. Por otra parte, las diferencias

de las medias de los rendimientos del THRM y del STAT son altamente significativas en relación a los tipos de trayectoria.

Resulta entonces, que la capacidad para resolver problemas es necesaria para progresar en el aprendizaje y que es conveniente sacar el máximo provecho a la energía que requiere la práctica intencional e intensiva del estudio. Se ha comprobado que los factores asociados a esta capacidad y los hábitos de estudio tienen gran poder predictivo del rendimiento académico. Las dimensiones con más capacidad de pronosticar los resultados escolares son la *motivación, el desarrollo de las habilidades cognitivas y la capacidad de resolver problemas*. En efecto, el rendimiento intelectual depende en gran medida de estas variables.

En este contexto, el *rendimiento académico* es el resultado de numerosos factores; el trabajo ha evaluado algunos de estos condicionantes y aunque se analizaron los factores más relevantes, evidentemente no se abarcó a todos. Las variables analizadas ofrecen una panorámica de las causas del rendimiento académico, al tiempo que determinan ciertas características de las trayectorias académicas.

6.2 - Conclusiones en relación con las preguntas de investigación

6.2.1 Formulaciones de la Fase I

El análisis de la información y las perspectivas teóricas consideradas, permitió obtener respuestas a algunas de las preguntas investigación y construir un modelo explicativo que funcionó como base para la operacionalización de las variables determinadas.

Con referencia a la pregunta sobre los *modelos teóricos de la psicología cognitiva que tratan de explicar la habilidad para resolver problema matemáticos*, las perspectivas teóricas que han tratado de determinar y explicar esta competencia y su relación con el rendimiento académico son coincidente a la hora de pensar a la de *capacidad para resolver problemas* como el proceso cognitivo que permite convertir los conceptos y las proposiciones, en acciones. Surge como un caso especial de aprendizaje significativo, en la medida que esta tarea requiere incorporar nueva información en la estructura cognitiva del sujeto (Novak, 1982).

La problemática abordada desde diferentes perspectivas y focalizada en los sujetos que resuelven problemas, permitió indagar y determinar los factores que influyen en la resolución, los procesos puestos en juego y la vinculación con la capacidad intelectual. La teoría de Mayer sobre la resolución de problemas y de la *teoría triárquica de la inteligencia*

de Sternberg (1985a), cobran especial relevancia en este trabajo, al fundamentar la resolución de problemas como un acto inteligente, en el que intervienen los *componentes cognitivos*, la *experiencia* y el *contexto* de la persona. La relación del pensamiento analógico e inductivo se impone como *punte* entre el funcionamiento mental de las personas, en cuanto tratan de resolver problemas, y las condiciones específicas enunciadas en el mismo.

Con relación a los *factores cognitivos que intervienen en el desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos*, se puede concluir que los más significativos giran en torno a las habilidades cognitivas, los conocimientos previos, la capacidad intelectual y la motivación y al contexto sociocultural. Las distintas técnicas de análisis de datos utilizadas tienden a confirmar los mismos resultados. Tanto el análisis de correlación lineal como el de regresión múltiple contribuyen a explicar la validación de los resultados relativos a la resolución de problemas y al rendimiento académico.

Los resultados referentes a las *habilidades cognitivas ponen en evidencia* que los diferentes procesos involucrados en la resolución de problemas evaluados muestran correlaciones significativamente altas entre sí, y relaciones diferentes con las demás variables.

La organización del conocimiento, determinado operativamente por la variable que permite representar el problema mentalmente, integrarlo en una categoría y elegir el planteamiento adecuado de resolución, se constituye en el elemento de mayor relación entre la adquisición del conocimiento y la capacidad para resolver problemas.

Los resultados sobre la validación experimental de la comprensión de la realidad y el planeamiento de resolución de problemas que se pone en juego por el sólo hecho de interactuar con esa realidad, implican en primer lugar, la construcción de una representación interna que se integra a un esquema de asimilación existente; el grado de la resignificación de la información aportada por el problema puesto de manifiesto, permitió evaluar el nivel de desarrollo de las estructuras cognitivas. La correlación entre percepción de la naturaleza del problema y la aplicación de las estrategias de resolución en relación al proceso de *cálculo y resolución* y al *razonamiento matemático* indicó valores significativamente altos.

Por otra parte, la relación significativa entre el cálculo y resolución y el proceso de adquisición de nuevos conocimientos, lleva a concluir que los estudiantes poseían conocimientos previos organizados antes de utilizar la información aportada a modo de ayuda, como para producir una relación con la organización del conocimiento requerido para proyectar una solución, pero no estaban lo suficientemente organizado para presentar

la solución correcta; probablemente la situación se deba al repentino refuerzo que promueve el cambio que se produce en las estructuras conceptuales.

La correlación entre la organización conceptual medida por el nivel de conocimiento esquemático que les permite identificar el problema y planificar una resolución con los resultados en el THRM obtenidos, son altamente significativos. Este hallazgo viene a replicar muchos resultados de trabajos de investigación que se orientan al estudio de las estructuras y procesos mentales que implicados en la resolución de problemas y, utilizan la perspectiva de la teoría triárquica de la inteligencia de Sternberg para explicar el proceso mediante el cual los metacomponentes cognitivos perciben la naturaleza del problema y acceden a la información almacenada en la memoria a largo plazo.

Utilizado el modelo de Sternberg (1985a), se concluye que los alumnos que presentan altas habilidades para resolver problemas han desarrollado tanto los metacomponentes cognitivos de reconocimiento del problema como los de ejecución algorítmica. Sin embargo, observamos que el conocimiento esquemático y estratégico es el menos desarrollado, detectando un 40 % de problemas que se han resuelto sin la suficiente comprensión.

Los resultados del trabajo muestran que los conocimientos previos del dominio matemático tienen una asociación directa y significativa con la adquisición de un nuevo conocimiento del campo matemático. Se confirma así el alto grado de dependencia con las ideas pertinentes existentes en la estructura cognitiva, que al interactuar con la nueva información se asocia directamente a los procesos de resolución.

Los bajos rendimientos en el THRM son coincidentes con el pobre nivel de conocimientos conceptual y operativo que se tiene del dominio específico del problema considerado, convalidando los estudios que postulan que el conocimiento conceptual en el aprendizaje y el razonamiento resulta ser condicionante del desarrollo de habilidades relacionadas con la competencia para resolver problemas matemáticos. (Resnik, 1989; Resnick y Singer, 1993) y que el conocimiento bien organizado del dominio de las matemáticas, resulta fundamental para adquirir la competencia para resolver problemas. (Ericsson, 1999).

Las actividades del THRM que presentaron mayor dificultad fueron las relacionadas con los problemas 2, 3, 7, 9, 12 y 15, que requiere habilidad para interpretar gráficos y deducir las relaciones entre las variables que determinan el problema y que permite aplicar los algoritmos que lo resuelven. Los datos muestran que la dificultad para llegar a la solución es acompañada por la falta de aprovechamiento del plan de resolución propuesto a

modo de orientación, que indica la pobre capacidad para asimilar la nueva información presentada y que orienta su resolución. También pone en evidencia deficiencias en el conocimiento organizado que hace posible interpretar correctamente el enunciado del problema para representarlo en términos matemáticos y proyectar la solución; esto impide que el resolutor pueda identificar los conceptos matemático intervinientes para reorganizar la información aportada en función de estos conceptos. Consecuentemente reduce la posibilidad de aplicar los procesos matemáticos adecuados para alcanzar la solución y de contrastarla con el mundo real para comprender el significado que adquiere la solución matemática al transponerla al mundo real.

La relación que mantiene la organización del conocimiento con la habilidad intelectual general, entendida como capacidad intelectual, fue evaluada a partir de los resultados del STAT (*Sternberg Triarchic Abilities Test*). El instrumento generado desde la teoría triárquica de la inteligencia, considera las tres dimensiones de la inteligencia: analítica, sintética y práctica, y sus repercusiones en el contexto del rendimiento académico. Los datos muestran correlaciones moderadas entre sí y relativamente significativas respecto con el rendimiento en *Razonamiento Matemático*, situación que se ve confirmada con el análisis de regresión entre las mismas variables.

Se reafirma así la independencia de los tres aspectos de la inteligencia; no obstante ello, en relación con la habilidad para resolver problemas matemáticos, se evidencia un leve predominio de la inteligencia práctica con relación al rendimiento general en *Razonamiento Matemático*.

Estos resultados se condicen con lo afirmado por Sternberg referente a que los tres tipos de inteligencia actúan sobre la capacidad de resolver problemas e influyen directamente sobre el rendimiento académico; la conducta inteligente es producto de aplicar estrategias de pensamiento, manejar nuevos problemas con creatividad y rapidez y seleccionar y modificar el entorno donde interactúa.

Los resultados del trabajo ponen de manifiesto que tanto la inteligencia como la organización del conocimiento contribuyen a lograr una explicación de la capacidad para resolver problemas y de las habilidades puestas en juego. Los resultados del análisis de regresión pone en evidencia que la organización conceptual, puesta de manifiesto con los procesos relevados con el THRM, puede ser tomada como variable predictiva del rendimiento académico; la inteligencia práctica también contribuye de forma significativa a la predicción del mismo. La relación entre estos procesos y los componentes de la inteligencia, indica la independencia de estos sobre la capacidad de resolver problemas.

Los resultados muestran que la inteligencia esta asociada directamente con esta capacidad e indirecta con el rendimiento académico.

La evaluación de los procesos de resolución de problemas y las variables relacionadas con dichos procesos han permitido evaluar los tipos de componentes de elaboración de la información (metacomponentes, componentes de ejecución y de adquisición de la información), que son fundamentales en el establecimiento de las diferencias individuales entre los estudiantes de mayor rendimiento académico y los de rendimiento medio. Por otra parte, se ha podido comprobar la existencia de correlaciones positivas entre *factores no intelectuales y rendimiento académico*. El rendimiento surge como resultado de características personales, del contexto sociocultural, la motivación y los hábitos de aprendizaje. Estos factores se relacionan significativamente con las predicciones de rendimiento académico.

Las variables relacionadas con los atributos de la persona que muestran una correlación de orden cero significativa con el rendimiento total del Test de Habilidades de *Razonamiento Matemático* (THRM), giran alrededor al *nivel de estudio de los Padres, siendo mayor la de la Madre*. Situación que fue confirmada con los índices del análisis de regresión y con la diferencia de las medias del rendimiento total. En cambio, el análisis de regresión de los datos relacionados con el comportamiento permite visualizar que las variables: *Lugar de residencia, Tiempo empleado en llegar al Instituto, Horas trabajadas y las calificaciones obtenidas en el último año de escuela secundaria en Matemática y Lengua y Literatura*, resultan significativas de orden cero y muestran una clara tendencia a relacionar estas variables con el mejor desempeño en el THRM.

Llama también la atención el hecho de que algunas de las variable del contexto sociocultural, que se esperaba que tuvieran una fuerte asociación con el rendimiento general en el *Razonamiento matemático*, como ser *cantidad de hijos, años de finalización de los estudios de nivel medio, la función que desempeña en su trabajo y la asiduidad del uso de internet*, no estén relacionadas con los resultados del THRM. Esto sugiere que el rendimiento como manifestación de la reorganización conceptual que tiene lugar en el desarrollo de la capacidad de resolver problemas, se produce cuando se concretan conjuntamente otros cambios menores de diferente complejidad, que interactúan integrados y dan lugar a esa reorganización conceptual necesaria que permite obtener una resolución del problema (Pozo, 1997) y Tsai, 2003).

Otro de los factores que influye de forma directa sobre la capacidad para resolver problemas es la *motivación*. Resulta el motor que impulsa el compromiso con la tarea y el

elemento fundamental para activar inicialmente los factores que intervienen en la adquisición de la capacidad (Sternberg, 1998,b; 1999a).

Los resultados del trabajo indican que el factor motivacional está íntimamente relacionado con el interés y la preferencia de conocimientos. Es el factor de Autoexigencia en el trabajo y/o en el estudio, que refleja la tendencia de superación de circunstancias orientadas por los intereses que el individuo considera importante. No obstante ser la motivación un factor clave en el desarrollo de la habilidad para resolver problemas que se relaciona con el rendimiento y la trayectoria académica, los datos indican que coadyuva a la generación de la capacidad de resolver problemas, junto a las habilidades intelectuales y la capacidad de organizar el conocimiento, como un elemento más. Estos resultados se conciben con la postura de Gardner (1995) y Sternberg (1996,a, 1998a).

Los datos, también ponen en evidencia que la organización adecuada del conocimiento para la adquisición de nuevos conocimientos y habilidades, es resultante de efectos aditivos; a mayor habilidad intelectual para resolver problemas y mayor calidad de la organización conceptual, mayor es el rendimiento y, consecuentemente mejor trayectoria académica.

Los resultados obtenidos a partir del modelo de competencia para resolver problemas matemáticos, empleado para el análisis de las variables consideradas en este trabajo, están en concordancia con el modelo teórico inicial propuesto. El conocimiento organizado influye directamente sobre la adquisición de la capacidad para resolver problemas matemáticos.

Con relación a la *determinación de los indicadores de competencia asociados al rendimiento académico y a la trayectoria escolar*, los datos del trabajo muestran que los factores: *Calificación en Matemática (CM)*, el *Promedio de Materias del primer año (PMA)* y el *Índice de aprobación (IA)*, tienen una relación directa y significativa con la variable *rendimiento académico*. Estos factores se impusieron, sobre otros, como indicadores básicos de la variable al sintetizar y evaluar el nivel de desarrollo alcanzado en la competencia para adquirir conocimiento y en las habilidades vinculadas positivamente con el rendimiento académico. Los resultados permitieron determinar siete tipos de trayectorias diferenciadas de los estudiantes de la muestra. La implicación para el desarrollo de la capacidad para resolver problemas parece clara, se deben favorecer situaciones de aprendizaje que estimulen la adquisición de dichas habilidades y competencia.

El análisis comparativo de los resultados evidencia que la correlación lineal entre

las categorías de rendimiento académico y cada uno de los indicadores considerados, resulta altamente significativa, el alfa de Cronbach gira en torno a 0,86. La regresión lineal, permite verificar el modelo abordado y la ponderación de cada tipo de trayectoria considerada. El índice de correlación de 0,941, explica el 94 % de los casos que conforman las trayectorias, al nivel de significación $< 0,01$.

La relación entre los resultados de THRM, la calificación total del STAT y los Tipos de Trayectorias Académicas, muestra que la correlación lineal de ambas variables respecto al *tipo de trayectoria académica*, gira en torno a 0,70. La regresión lineal de 0,78 explica aproximadamente el 60 % del rendimiento en el THRM y en el STAT, al nivel de significación $< 0,01$. En consecuencia, las dos variables pueden ser consideradas como criterios para predecir del rendimiento académico puesto de manifiesto con las trayectorias de los estudiantes.

Las conclusiones anteriores se inscriben en las observaciones de Sternberg, Torff y Grigorenko (1998) que determinaron que la instrucción que potencia las habilidades analíticas, creativas y prácticas, mejora el rendimiento, ya que permite a los estudiantes codificar la información, para ser aprendida y memorizada, de tres modos diferentes, con lo que tendrán más posibilidades de recuperación y de aplicación.

6.2.2 Formulaciones de la Fase II

Esta etapa planteó interrogantes relacionados con las características diferenciales de sujetos con distinto nivel de desarrollo de habilidades cognitivas para resolver problemas matemáticos.

Con referencia a la relación entre los resultados del STAT-H y la capacidad de resolver problemas matemáticos, los datos ponen en evidencia una correlación significativa de los tres componentes que conforman el STAT respecto al rendimiento general del THRM. Los índices de correlación giran en torno al valor 0,55. El índice de regresión del modelo acompaña esta tendencia con un valor de 0,61 y que explica el 37% de las puntuaciones obtenidas en el THRM. Esta información indica que muy probablemente la puntuación del STAT sea predictiva de la capacidad de resolver problemas. Se confirma que los sujetos con altas puntuaciones en el STAT logran un alto rendimiento en la prueba de razonamiento matemático. Lo anterior ratifica la otra pregunta de la investigación sobre la existencia de correlación entre los resultados del STAT-H y THRM.

Esto corrobora, en parte, las investigaciones de Sternberg y Grigorenko (1992), comprobando cómo las personas con altas puntuaciones en las tres componentes de la

inteligencia, obtienen mayor rendimiento en los procesos de resolución de problemas.

Con relación a la validez que tiene la prueba de razonamiento matemático como diagnóstico de la competencia alcanzada, el trabajo ha verificado el valor de concurrencia de los cinco niveles o pruebas del THRM, contrastando sus resultados con el rendimiento y el tipo de trayectoria académica

El análisis comparativo de los resultados ha puesto en evidencia la relación de los Grupos de Rendimiento Académico con cada uno de los indicadores considerados. Las correlaciones de las componentes de la variable Tipo de Trayectoria respecto a las tres categorías consideradas son altas, giran en torno a 0,80. El análisis de regresión lineal, verifica el modelo abordado y la ponderación de cada tipo de trayectoria considerada. Una correlación con coeficiente de determinación lineal de 0,941 explica el 94% de los casos que conforman las trayectorias, al nivel de significación $< 0,01$. Esto permite asegurar que los tres indicadores tienen correlación con las trayectorias académicas consideradas.

La relación entre los resultados de THRM, la calificación total del STAT y los Tipos de Trayectorias Académicas, muestra que la correlación de la variable *Razonamiento Matemático*, definida como el total de la calificación del THRM, respecto a la escala Tipo de Trayectoria giran en torno al valor 0,74, en cambio la variable *Capacidad Intelectual* definida como la puntuación total del STAT toma el valor 0,64. Por otra parte, la regresión lineal, que verifica el modelo de las variables abordadas y el Tipo de Trayectoria Académica, asume el valor 0,78 que explica aproximadamente el 60 % del rendimiento en el THRM y en el STAT, al nivel de significación $< 0,01$. Estas dos variables tienen una alta correlación con el Tipo de Trayectoria Académica. Esto indicaría, con un cierto grado de probabilidad, que los instrumentos elaborados reúnen las suficientes garantías de validez criterial que exige la metodología científica y que los indicadores seleccionados y las variables consideradas son consistentes como predictores del rendimiento académico, puesto de manifiesto con las trayectorias de los estudiantes, y pueden funcionar como diagnóstico de la competencia alcanzada en la resolución de problemas matemáticos.

Con relación a la posibilidad de identificar habilidades cognitivas asociadas a la competencia para resolver problemas matemáticos en las estrategias de resolución utilizadas por los estudiantes, el trabajo ha constatado que las habilidades que muestran una correlación significativa de orden cero con el rendimiento general del THRM, giran alrededor de los procesos necesarios para alcanzar una resolución de las situaciones problemáticas propuestas; Estos son el conjunto de operaciones que permiten integrar la información adquirida básicamente a través de los sentidos, en una estructura de conoci-

miento significativa. La resolución de problemas matemáticos, requiere activar ciertas capacidades que permiten establecer conexión entre el mundo real donde se generan los problemas y las matemáticas. Las capacidades básicas estimadas como más cercanas a la competencia para resolver problemas son:

1. *Dominio lingüístico-semántico*: Implica el conjunto de conocimientos que permiten comprender y producir oraciones gramaticalmente correctas que incluye cierto conocimiento acerca de la adecuación del enunciado al contexto de situación en que se produce. Los estudios de Mayer (1982) sobre los componentes de codificación, indican una vinculación directa entre la capacidad para resolver problemas matemáticos y la habilidad para comprender los enunciados de los mismos.
 2. *Comprensión de la realidad cotidiana y el planeamiento*: El individuo otorga significado y sentido a las observaciones, vivencias y experiencias haciendo una lectura, una interpretación de la realidad mediante los esquemas de asimilación que posee y que se van modificando por esas mismas experiencias y contactos significativos con la realidad. La resolución de problemas implica esencialmente transformar la información en una representación interna que se integra a un esquema de asimilación ya existente (Sternberg, 1982a; Mayer, 1985). La representación integrada permite resignificar la información del problema que hace posible percibir su naturaleza y aplicar estrategias de resolución.
 3. *Capacidad para construir argumento y proyectar estrategias*: La lógica posibilita entender y evaluar los argumentos en un contexto y para distinguir lo razonable de lo no razonable y lo verdadero de lo falso. Todo problema implica la construcción de argumentos que justifiquen y avalen su resolución. Identificado el problema y determinado el plan para resolverlo, se hace necesario aplicar estrategias que organicen y evalúen la secuencia de pasos o argumentos a seguir para alcanzar la solución.
 4. *Capacidad para elaborar propuestas y realizar cálculos*: Toda propuesta debe reflejar la estructura lógica y el proceso de análisis de la situación problemática y permitir la elección del enfoque metodológico específico y la forma en cómo se van a interpretar y presentar los datos de la realidad. Las situaciones problemáticas se reducen a representaciones numéricas y a estadísticas. La resolución de problemas involucra el cálculo basado en el conjunto de procesos mentales que establece combinaciones y relaciones entre ellos. La ejecución exacta de los procesos para realizar una tarea influye en la resolución de problemas y en el rendimiento general de matemáticas.
-

5. La *adquisición de un nuevo conocimiento* depende en alto grado de las ideas pertinentes que ya existen en la estructura cognitiva. El aprendizaje significativo ocurre a través de una interacción de la nueva información con estas ideas que ya existen en la estructura cognitiva (Ausubel, 1968). Para promover el aprendizaje de nuevos conocimientos es necesario tener en cuenta los conocimientos factuales y conceptuales de un determinado dominio que interactúan con la nueva información se relacionan directamente en los procesos de aprendizaje.

Los resultados de los cinco procesos básicos involucrados en la resolución de los problemas del THRM, han puesto en evidencia leves diferencias entre las puntuaciones obtenidas en los procesos de *resolución y cálculo* y los procesos *lingüístico-semántico*, comprensión y planeamiento, y argumentación y estrategias; aproximadamente el 50% de los alumnos de la muestra no saben ejecutar los procedimientos aleatorios que exigen estos problemas.

La correlación lineal de los cinco procesos con la variable dependiente *Razonamiento Matemático*, definida como la suma de los aciertos en las cinco categorías del THRM, indica que las correlaciones de los procesos son altas, puesto que giran en torno al valor 0,90. En consecuencia todas estas variables están asociadas linealmente con *Razonamiento Matemático*. El análisis de regresión lineal que evalúa la covariación de estos procesos con relación a la variable *Razonamiento Matemático* (THRM Total General), pone de manifiesto el grado de concomitancia de las variables estudiadas. El p-valor del estadístico de la F de la tabla ANOVA, indica significatividad conjunta de los parámetros estimados del modelo.

En consecuencia, se ha verificado que los procesos relevados presentan una alta covariancia con el rendimiento en la resolución de problemas y que las habilidades cognitivas asociadas se conforman de los procesos aplicados para lograr su resolución.

6.2.3 Formulaciones de la Fase III

Esta etapa planteó interrogantes relacionados con el rendimiento académico de los alumnos y las trayectorias diferenciales.

Respecto a la pregunta sobre la posibilidad de prever el rendimiento académico a partir de los indicadores considerados, los datos han permitido verificar que los indicadores básicos: *Calificación en Matemática* (CM), el *Promedio de Materias del primer año* (PMA) y el *Índice de aprobación* (IA), pueden ser considerados como criterios predictivos del *Rendimiento Académico*.

El análisis de correlación lineal entre los tres componentes que conforman la variable *Rendimiento Académico* con el *Tipo de Trayectoria* definido a partir de esta variable, es significativamente alto, del orden de 0,80, y el coeficiente de determinación lineal del análisis de regresión toma el valor de 0,941 que explica el 94 % de los casos que conforman las trayectorias, al nivel de significación $< 0,01$. La consistencia interna de los tipos de trayectorias es buena ya que ya que gira en torno a 0,86 (alfa de Cronbach), lo que contribuye a confirmar la confiabilidad de la escala. Todo ello permite asegurar que los tres indicadores considerados tienen correlación con las trayectorias académicas consideradas.

Con referencia a la vinculación de la capacidad predictiva del rendimiento académico con la capacidad para resolver problema matemáticos, la información recogida en este trabajo ha podido verificar una relación directa, manifiesta en el análisis comparativo de los resultados obtenidos en THRM y las trayectorias académicas que surgen de las categorías consideradas en la variable *Rendimiento*.

La correlación lineal de Pearson entre la puntuación total del THRM y la variable dependiente Tipo de Trayectoria Académica, gira en torno al valor 0,74. La regresión lineal de 0,78 explica aproximadamente el 60 % del rendimiento en el THRM, al nivel de significación $< 0,01$. El análisis de los coeficientes de determinación también mostró que la calificación en el THRM tiene mayor peso en la determinación del Tipo de Trayectoria que realizan los Alumnos, que el rendimiento en el STAT ; el coeficiente estandarizado beta de la primer variable es 0,725, seguido por 0,149 de la segunda.

La situación indica un cierto grado de probabilidad de que estas variables resultan buenos predictores de las trayectorias de los estudiantes.

La pregunta de investigación referida a cuáles son los perfiles de trayectoria académica presentes en el grupo evaluado en relación a la competencia para resolver problemas matemáticos, se puede responder a partir del agrupamiento jerárquico de conglomerados que ha permitido localizar siete tipos de agrupamientos, con respecto a las habilidades manifestadas en las cuatro pruebas evaluadas. La técnica multivariante ha permitido analizar las diferencias significativas existentes entre los grupos respecto al conjunto de variables discriminantes. Se han identificado cuatro variables que permiten diferenciar a los grupos: motivación, THRM total general, STAT total general y los cuatro conglomerados del STAT.

También se ha determinado que la primera función discriminante explica casi la totalidad de la variabilidad del modelo (92,9) y que los valores de la correlación canónica acompañan la tendencia, lo que determina que la primera función discriminante es

prácticamente la que va a dar la clasificación, mientras que las otras aportan poca información, a pesar de que la Lambda de Wilks resulte significativa. Los datos permiten observar que la discriminación es buena para las funciones consideradas, tal como lo asegura la Lambda de Wilks.

Así, los alumnos se clasificaron en siete grupos de acuerdo a las probabilidades que tienen a priori de pertenecer a los mismos y esta clasificación se pudo observar en el mapa territorial que representa los valores de las puntuaciones en las funciones discriminantes canónicas. El mapa territorial también permite clasificar individuos futuros y proporciona un procedimiento de asignación sistemática de nuevas observaciones a uno de los grupos analizados, utilizando para ello sus valores en las variables clasificadoras. Se constituye en un modelo de predicción de una variable grupo (categórica) a partir de variables clasificatorias (explicativas). De esta forma se han construido siete perfiles de trayectoria académica diferenciados.

Por último, con referencia a la pregunta de cuáles son las habilidades específicas, que surgen del análisis de los *perfiles de trayectoria* diferenciales, que muestran mejor asociación con la competencia para resolver problemas matemáticos, los resultados del trabajo muestran una fuerte y significativa relación entre los resultados de THRM, la calificación total del STAT, la *motivación y los Tipos de Trayectorias Académicas*, que surge del análisis comparativo de los resultados obtenidos en los instrumentos utilizados y las trayectorias académicas consideradas. En consecuencia, resulta posible afirmar que las habilidades asociadas a la capacidad de resolver problemas matemáticos, son las que conforman las variables *Razonamiento Matemático* y *Capacidad Intelectual*. Además, por su considerable nivel de asociación, se deben agregar los elementos que constituyen la variable *Motivación*.

Así, las habilidades diferenciales de los perfiles de trayectoria se conforman con el dominio *Lingüístico-Semántico*, la *Comprensión y Planeamiento de Resolución*, la *Argumentación y Proyección de Estrategias*, la *Propuesta de Resolución y Cálculo*, y la *Adquisición de Información*, por parte de la variable *Razonamiento Matemático*; las tres modalidades de la inteligencia: Analítica, Sintética y Práctica, aportadas desde el STAT, el grado de Interés y las Preferencias de conocimiento que surgen de la motivación.

Lo anterior se condice con los trabajos realizados sobre las características de los expertos en un dominio. La mejor memoria para conceptos y procesos del dominio de expertez se constituye en el elemento diferencial. Se trata de poseer conocimientos de calidad en ese dominio. Uno de los elementos asociados a la capacidad para resolver

problemas en un dominio, es la existencia de una estructura bien organizada de conocimientos específicos en el campo particular, que permite la reinterpretación de los hechos que se manifiestan en él.

Las diferencias entre las trayectorias académicas realizadas por los alumnos se encuentra en la organización del conocimiento y en la cantidad del mismo. Según Sternberg (1988c), los alumnos que manifiestan un mayor rendimiento académico y despliegan una mejor trayectoria, son los que poseen esquemas ricos de conocimiento de carácter declarativo acerca de un dominio dado; están en posesión de unidades de conocimiento bien organizadas y altamente interconectadas, almacenadas en forma de esquemas; desarrollan representaciones más abstractas de los problemas presentados; aplican estrategias posibilitadas por la posesión de una gran cantidad de conocimiento previo adecuado; poseen esquemas que contienen conocimientos de tipo declarativo-conceptual y conocimientos procedimental; desarrollan automatismos que facilitan los pasos de la realización de tareas de un dominio.

6.3 Implicaciones Teóricas y Prácticas

La información recopilada evidencia que aún no se ha alcanzado un estado consensuado en torno a las variables que intervienen en la resolución de problemas y a las estrategias tendientes a su mejora. Podría decirse que la situación es un síntoma más de la aparente transición por la que atraviesa la didáctica de las ciencias, con un modelo didáctico constructivista, sometido a ciertas tensiones en aras de abrirlo a otros parámetros educativos y de articularlo en la práctica instructiva.

La resolución de problemas se halla en disputa, por el reclamo generado desde la filosofía de la ciencia o desde su didáctica, que el objetivo de la ciencia es resolver problemas o que la enseñanza debe concebirse como un proceso de investigación, respectivamente.

Este trabajo, parece haber demostrado la importancia que tiene la resolución de problemas en cualquier enfoque asumido para la enseñanza de las ciencias y de las matemáticas.

Este reconocimiento debería conducir al logro de una mayor atención entre los investigadores para dar respuesta a numerosas preguntas, aún como interrogantes, como ser:

- ✓ ¿Qué variables son más relevantes para una resolución de problemas eficiente, las dependientes o las independientes del contexto?

- ✓ ¿Qué tipos de estrategias realistas habría que usar para resolver problemas de diferente naturaleza?
- ✓ ¿Cómo integrar la resolución de problemas en una perspectiva constructivista de la enseñanza-aprendizaje?
- ✓ ¿Cómo incorporar los resultados de la investigación educativa en los manuales de resolución de problemas?

No obstante ello y a modo de aporte a la discusión, el trabajo ha identificado un conjunto de variables que están vinculadas con la capacidad para resolver problemas matemáticos y la forma en que se relacionan entre sí, en el marco de las principales perspectivas teóricas que tiende a explicar la adquisición de esta capacidad.

Los resultados de este trabajo aportan un modelo de generación de la capacidad de resolver problemas matemáticos. La determinación en que interactúan los factores constituyentes permite una aproximación al conocimiento teórico sobre el desarrollo de la capacidad y, consecuentemente, a la posibilidad de generar acciones instruccionales orientadas a promover su desarrollo.

En este modelo, el elemento constituyente de mayor nivel de asociación es la organización cualitativa del conocimiento. La evaluación indirecta utilizada se muestra como un procedimiento válido de medida de las estructuras conceptuales.

Del modelo contrastado con los datos empíricos, se obtiene como derivado, implicaciones producto del conocimiento, de la forma en que se producen las relaciones entre los elementos identificados, la importancia de la organización del conocimiento y su relativa independencia de la habilidad intelectual, la relación con los factores no intelectuales que favorece el aprendizaje y las habilidades necesarias para generar la capacidad para resolver problemas matemáticos.

Estas implicaciones surgen de los resultados obtenidos y se extienden a cuestiones tales como el tipo de formación específica del campo de la matemática necesaria para dar respuesta a las exigencias de interpretación y de modificación del mundo real : una formación centrada en la adquisición de habilidades intelectuales que promueva la apropiación de un conocimiento experto en el ámbito especializado de la matemática, y que sea adquirido a través de la experiencia y la práctica.

La capacidad para resolver problemas matemáticos es resultante de la acción sumativa de un conjunto de elementos, presentes en las perspectivas teóricas que tratan de explicar la resolución de problemas, que incluye las habilidades cognitivas puestas en juego para obtener la resolución, los conocimientos previos en el dominio específico, la

capacidad intelectual manifestada en la habilidad para organizar cualitativa del conocimiento y los factores no intelectuales que se relacionan con el desarrollo de dicha capacidad. Todas estas variables tienen relación directa y significativa con el rendimiento académico y la trayectoria de los alumnos.

El empleo de distintas técnicas de análisis de datos, permitió obtener resultados bastante consistentes. A pesar de que no están referidos al aprendizaje de un material significativo que forma parte de un curso del plan de estudio vigente en la institución educativa seleccionada.

Los datos, ponen en evidencia que la organización adecuada del conocimiento para la adquisición de nuevos conocimientos y habilidades, es resultante de efectos aditivos; a mayor habilidad para resolver problemas y mayor calidad de la organización conceptual, mayor es el rendimiento y, consecuentemente mejor trayectoria académica.

La metodología diseñada permitió contrastar hipótesis y obtener explicaciones alternativas acerca de la contribución independiente de las variables: habilidad de organización del conocimiento y capacidad de resolver problemas matemáticos.

Los resultados muestran que la *Comprensión Lectora o Dominio Lingüístico-Semántico*, la *Comprensión del Problema y Planeamiento de Resolución*, la *Argumentación y Organización de las Estrategias que lo Resuelven*, y la *Resolución y Cálculos correctos y Capacidad de Rescatar Conocimientos y Adquirir nueva Información*, son procesos predictivos del rendimiento general en matemáticas y de la capacidad que presentan los alumnos para resolver los problemas matemáticos (Sternberg, 1985a y Mayer, 1983).

Se verifica que las mayores dificultades surgieron en la comprensión del problema y en la argumentación y organización de las estrategias que lo resuelven (conocimiento estratégico); más del 60% de los alumnos resuelven los problemas, de forma mecánica, realizando los cálculos necesarios sin conocer la naturaleza del problema (Sternberg, 1986).

Una de las variables con relación significativa con la capacidad de resolver problemas matemáticos, resultó ser la motivación, estimada como el móvil que tiende a encarar una actividad, el esfuerzo progresivo por alcanzar metas y mejorar la práctica.

El nivel cultural del contexto familiar, especialmente el de la Madre, tiene asociación con el desarrollo de la habilidad para Adquisición del Conocimiento y con la Capacidad para resolver problemas matemáticos, independientemente de las características individuales de los participantes.

Uno de los aportes de esta investigación referido al ámbito de la intervención escolar

como ámbito teórico, que surgen del análisis de los resultados obtenidos, se refiere a la necesidad educativa de promover la atención a la diversidad, que se constituye en elemento básico de calidad y se canaliza en tareas de adaptación curricular.

La situación se enfrenta con la falta de recursos fiables que permiten identificar los procesos de aprendizaje que le resulte más beneficios a los alumnos. Esta perspectiva orientó la construcción de un instrumento que permite valorar los *procesos cognitivos* que intervienen en la resolución de problemas. Los cinco niveles de respuestas que conformaron el THRM, permiten valorar el desarrollo de los componentes cognitivos en la resolución de problemas.

A partir de la importancia de la organización cualitativa del conocimiento y su independencia de las habilidades generales de pensamiento, se derivan implicaciones instruccionales como la importancia del aprendizaje a partir de resolución de problemas y la combinación de estrategias instruccionales diferentes que promueva la generación de respuestas a preguntas formuladas por el alumno para alcanzar la meta, en lugar de responder a preguntas nunca formuladas por el mismo.

Es conveniente señalar las limitaciones del trabajo, que restan generalidad a los resultados. El número y tipo de participantes limitan la generalización de los resultados. Por ser una muestra seleccionada se produce una restricción de la variación de las variables abordadas que actúa dificultando el surgimiento de relaciones y efectos significativos.

Otra limitación se encuentra en la selección del contenido de las situaciones problemáticas, los problemas se relacionan más con situaciones cotidianas de la vida que con contenidos escolares a los que está más habituado el alumno y, por ende actúa como elemento distractor para establecer relaciones entre los elementos que resuelven el problema.

La extensión de este trabajo a participantes de diferentes contextos institucionales de nivel superior, puede servir para revalidar los resultados obtenidos y superar las limitaciones identificadas en el mismo.

Las variables analizadas muestran patrones coherentes, que sería necesario ampliar e insertar en modelos multivariados más complejos con el objeto de aportar una mayor comprensión de la capacidad de resolver problemas y del rendimiento académico.

7. BIBLIOGRAFÍA

- Alvaro Page, M. et al. (1990). Hacia un modelo causal del rendimiento académico. Madrid: C.I.D.E.
 - Ackerman, P.L. (1996). A theory of adult intellectual development: Process, personality, interests, and knowledge. *Intelligence*, 22, 229-259.
 - Ackerman, P.L. (2000). Domain-specific knowledge as the «dark matter» of adult intelligence: Gf/Gc, personality and interest correlates. *Journal of Gerontology: Psychological Sciences*, 55(2), 69-84.
 - Ambrose, D., Cohen, L. M., & Tannenbaum, A. J. (2003). Mapping the terrain. In D. Ambrose, L. M. Cohen, & A. J. Tannenbaum (Eds.), *Creative intelligence: Toward theoretic integration* (pp. 3–10). Cresskill, NJ: Hampton Press.
 - Anderson, J. (1995). *Learning and Memory: An Integrated Approach*. New York: Wiley.
 - Anderson, J.R. (1980). *Cognitive skills and their acquisition*. Hillsdale, New Jersey: L. Erlbaum
 - Anderson, J.R. (1982). Acquisition of cognitive skills. *Psychological Review*, 89(4), 369-406.
 - Antonijevic, N. y Chadwick, C. (1982). Estrategias cognitivas y Metacognición. *Revista de Tecnología Educativa*. 7.
 - Anzai, Y., & Simon, H. A. (1979). The theory of learning by doing. *Psychological Review*, 86, 124-140.
 - Armendáriz, M.V.G; Azcárate, C.; Deulofeu, J. (1993). Didáctica de las matemáticas y psicología. *Infancia y aprendizaje*, 62-63: 77-79.
 - Ashmore, A.D., Frazer, M.J. y Casey, R.J. (1979). *Problem solving and problem solving networks in chemistry*, *J. Chem. Educ.*, Vol. 56, pp. 377-379.
 - Atkinson, R. C. y Shiffrin, R. M. (1968). Human memory: A proposed system and its Fontol processes. En K. W. Spence (Ed.), *The Psycholog of learning and motivation: Advances in research and theory*, Vol. 2 (pp.89-115). New York: Academic Press.
 - Ausubel, D.P. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. Nueva York: Holt (traducción castellana: *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. MÉxico: Trillas, 1976).
 - Barker, V., Beyond appearances. Students' misconceptions about basic chemical ideas. A report prepared for the Royal Society of Chemistry, London, UK, 2002.
 - Bar-On, R., & Parker, J.D.A. (2000). *BarOn Emotional Quotient Inventory: Youth Version (EQ-i:YV): Technical manual*. Toronto, Canada: Multi-Health Systems.
 - Baron, J. (1994). *Thinking and deciding* (2nd ed.). Cambridge, England: Cambridge University Press.
 - Bassock, M. (1990). Transfer of domain-specific problem solving procedures. *Journal of experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 16: 522-533.
 - Bauman, Z. (2001). *Modernidade Liquida*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor.
-

-
- Bauman, Z. (2007). Los retos de la educación en la modernidad líquida. España: Gedisa Editorial.
 - Beckman, J.F., y Guthke, J. (1995). Cognitive flexibility and complex problema solving. In P.A. Frensch y J. Funke (Eds.), *Complex problema solving: The european perspective*. New York: Lawrence Erlbaum Associates.
 - Boekaerts, M. (1999). Self-regulated learning: where are today. Self-regulated learning. En: *International Journal of Educational Research*, 31, 445-456.
 - Bourdieu, P. (1977). La reproducción. Elementos para una teoría de la enseñanza. Barcelona. Laia.
 - Brown, A.L. (1977). Development, schooling and the acquisition of knowledge about knowledge. En R. C. Anderson, R. J. Spiro y W. E. Montague (Eds.), *Schooling and the acquisition of knowledge*. Hillsdale. N. J.: Erlbaum.
 - Brown, A.L. (1978). Knowing when, where and how to remember. A problem of metacognition. In R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology* (Vol. I). Hillsdale, N. J.: Erlbaum.
 - Brown, A.L. (1980). Metacognitive development and reading. En R. J. Spiro, B. C.
 - Brown, A.L. (1982). Learning and development: The problem of compatibility, access and induction. *Human Development*, 25, 89-115.
 - Brown, A.L., Bransford, J.D., Ferrara, R.A. & Campione, J.C. (1983). Learning, remembering, and understanding. En: J.H. Flavell & E.M. Markman (Eds.), *Handbook of child psychology* (vol3: Cognitive development) (pp. 77-176). New York: Wiley.
 - Brown, J. R. (1999). *Philosophy of Mathematics: An Introduction to the World of Proofs and Pictures*. NY: Routledge.
 - Burón, J. (2006). *Motivación y aprendizaje*. Bilbao: Ediciones Mensajero
 - Ceci, S. J., & Liker, J. K. (1986). *A day at the races: a study of IQ, expertise, and cognitive complexity*. *Journal of Experimental Psychology General*, 115, 255–266.
 - Ceci, J. (1986). *Handbook of cognitive, social and neuropsychological aspects of learning disabilities*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
 - Ceci, S. J., & Liker, J. (1988). Stalking the IQ–expertise relation: When the critics go fishing. *Journal of Experimental Psychology: General*, 117, 96–100.
 - Ceci, S. y Ruiz, A. (1992). The role of general ability in cognitive complexity: A case study of expertise. En R.R. Hoffman (Ed.), *The psychology of expertise. Cognitive research and empirical AI* (pp. 218-232). Hillsdale, NJ: LEA.
 - Clement J. (1993). Using bridging analogies and anchoring intuitions to deal with students' preconceptions in physics. *Journal of Research in Science Teaching*, 30, 1241-1257.
 - Camacho, M. y Good, R. (1990). *Problem solving and chemical equilibrium: Successful versus unsuccessful performance*, *J. Res. Sci. Teach*, Vol. 26 (3), pp. 251-272.
 - Campanario, J. M. y Moya, A., ¿Cómo enseñar ciencias? Principales tendencias y propuestas. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(2), 179-192, 1999.
 - Carabaña, J. (1987). Origen social, inteligencia y rendimiento académico al final de la
-

EGB. En Lerena, C. (ed.), Educación y Sociología en España, pp. 262- 290. Madrid: AKAL.

- Caravita, S., & Halldén, O. (1994). Re-framing the problem of conceptual change. *Learning and Instruction*, 4, 89 - 111.
 - Carretero, Mario.(1993).“Desarrollo cognitivo y procesamiento de la información”,en *Constructivismo y educación*. Buenos Aires: Aique. pp. 52- 61.
 - Carey, S. (1985a). *Conceptual change in childhood*. Cambridge, MA: MIT Press.
 - Castejón, J.L., y Navas, L. (1992). Determinantes del rendimiento académico en la enseñanza secundaria. Un modelo causal. *Análisis y Modificación de Conducta*, 18(61), 697-730.
 - Castejón, J.L. (1996). *Determinantes del rendimiento académico de los estudiantes y de los centros educativos. Modelos y factores*. Alicante: Ediciones Club Universitario.
 - Castejón, J.L. y Miñano, P., (2008). Variables cognitivas y motivación en el rendimiento académico en Lengua y Matemáticas: un modelo estructural, en *Revista de Psicología*, 2011, 16(2), 203-230.
 - Catrambone, R.; Holyoak, K. J.(1989). *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition* 15, 1147.
 - Chi, M., Glaser, R., & Rees, E. (1982). Expertise in problem solving. In R. Stenberg (Ed.). *Advances in the Psychology of Human Intelligence*. Vol: 1. 7 – 75. Hillsdale. NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
 - Chi, M.T.H. y Glaser, R. (1985). *Capacidad de resolución de problemas*. En Sternberg, R.J. (Ed.), *Las capacidades humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información*. Barcelona: Editorial Labor.
 - Chi, M.T.H. and Roscoe, R.D., The process and challenges of conceptual change. En: Limón, M. and Mason, L. (2003). *Reconsidering conceptual change: Issues in theory and practice*. Kluwer Academic Publishers, London, 2003. p. 3-27.
 - Coll C. Y Onrubia J. (2001). Inteligencia, Inteligencias y capacidad de aprendizaje. En: C. Coll, J. Palacios, A. Marchesi (Eds) *Desarrollo psicológico y educación*. 2. *Psicología de la educación escolar*. Madrid: Alianza Editorial.
 - Cooper, G., y Sweller, J. (1987). Effects of schema acquisition and rule automation on mathematical problem solving transfer. *Journal of educational psychology*, 79, 4, 347-362.
 - Cooper, P. (1993). Paradigm shifts in designed instruction: From behaviorism to cognitivism to constructivism. *Educational Technology*, 33, (5), 12 - 19.
 - Costa, S. S. C. y Moreira, M. A. (2001) A resolução de problemas como um tipo especial de aprendizagem significativa. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 18 (3), 263-277.
 - Csikszentmihalyi, M., & Getzels, J. W. (1971). Discovery-oriented behavior and the originality of creative products: A study with artists. *Journal of Personality and Social Psychology*, 19, 47-52.
 - Crocker, L. y Algina, J. (1986). *Introduction to Classical and Modern Test Theory*. Holt, Rinehart and Winston.
-

-
- Davidson, J. E. Y Sternberg, R. J. (1984). The rple of insight in intellectual giftedness. *Gifted Child quarterly*, 28 (2), 58-64.
 - Davidson, J. E. Y Sternberg, R. J. (1998) Smart problem solving: how metacognition helps. En: D.J. Hacker, J. Dunlosky y A. C. Graesser (Eds.), *Metacognition in educational theory and practice* (pp. 47-68). Mahwah, New Jersey: LEA.
 - De Bono, E. (1998). La enseñanza directa del pensamiento en la educación y el método CORT. En: Maclure, S., Davies, P. *Aprender a pensar, pensar en aprender*. Barcelona: GEDISA.
 - De la Fuente, J. y Minervino, R. A. (2008). Pensamiento analógico. En M. Carretero y M. Asensio (Coord.), *Psicología del pensamiento* (pp.193-214). Madrid: Alianza.
 - Demetriou, A.,(2000). Organization and Development of Self-understanding and Self-regulation. En: M.Boekaerts, P.R Pintrich y M. Zeiner. *Handbook of Self- regulation*. San Diego. CA: Academic Press. 209-251.
 - De Miguel Díaz, M. (1988). Preescolarización y rendimiento académico. Un estudio longitudinal de las variables pácosociales a lo largo de la EGB. Ma- drid: C.I.D.E.
 - Diez, E. y Pérez, R. (1990). *Curriculum y Aprendizaje: Un Modelo de Diseño Curricular de Aula en el marco de la Reforma*. (2da. Ed.). Madrid: Itaka.
 - Dijk, T. A. van y kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*, Nueva york, Academic Press.
 - Di Sessa, A. y Sherin, B., What changes in conceptual change? *International Journal of Science Education*, 20(10), 1155-1191, 1998. Flores. F. et al. (2002). <http://>
 - Dörner, D., y Pfeifer, E . (1983). Strategic thinking, strategics errore, strss, and intelligence. *Sprache y Kognition*, 11, 75-90.
 - Domínguez, P., et al. (1980). Proyecto de Inteligencia Harvard. *Revista interuniversitaria de formación del profesorado*, Vol. 10. pp 132.
 - Dominowski, R.L. (1998) Verbalización and Problem Solving. En: D. J. Hacker, J. Dunlosky y A. C. Graesser (Eds.), *Metacognition in educational theory and practice* (pp. 25-45). Mahwah, New Jersey: LEA.
 - Doll, J., & Mayr, U. (1987). *Intelligenz und Schachleistung – eine Untersuchung an Schachexperten*. *Psychologische Beiträge*.
 - Dumas-Carré, A. (1987). *La resolution de problemes en Physique au Lycée*. Tesis doctoral. Universidad de París 7.
 - Duncker, R. (1945). On problem solving, *Psychological Monographs*, Vol. 58 (S), p.270.
 - Duval, R. (1999) *Argumentar, Demostrar, Explicar: ¿Continuidad o ruptura cognitiva?*, México D.F.: Iberoamérica.
 - Eccles,J. S., Lord,S. Y Midgley, C. (1991) What are we doing to early adolescents? The impact of educational context on early adolescents. *American Journal of Education*, 99, 521-542.
 - Efklides, A. (2002), The systemic nature of metacognitive experiences. Feelings, judgments, and their interrelations. En: P. Chambres, M. Izaute & P. J. Marescaux (Eds.). *Metacognition. Process, function and use* (pp. 19-349, Boston: Kluwer
-

Academic Publishers.

- Ericsson, K. A., y Simon, H. A.. (1980). Verbal report as data. *Psychological review*, 87 (3), 215-251.
- Ericsson, K. A., y Simon, H. A.. (1984). *Protocol analysis. Verbal report as data.* Cambridge, MA: MIT Press.
- Ericsson, K.A., Krampe, R.T., y Tesch-Römer, C. (1993). The role of deliberate practice in the acquisition of expert performance. *Psychological Review*, 100, 363-406.
- Ericsson, K.A., y Charness, N. (1994). Expert performance: Its structure and acquisition. *American Psychologist*, 49, 725-747.
- Ericsson, K. A., & Lehmann, A. C. (1996). Expert and exceptional performance: evidence of maximal adaptation to task constraints. *Annual Review of Psychology*, 47, 273-305.
- Ericsson, K.A. (1999). Creative expertise as superior reproducible performance: Innovative and flexible aspects of expert performance. *Psychological Inquiry*, 10(4), 329-361.
- Ernst, G.W. y Newell, A. (1969). *GPS: A case study in generality and problem solving.* (Academic Press: Nueva York).
- Espino, O. G. (2004). *Pensamiento y razonamiento.* Madrid: Pirámide.
- Evans, J. St. B. T. (1984). La psicología del razonamiento deductivo: La lógica. En A. Burton y J. Radford (Eds.), *Perspectivas sobre el pensamiento* (pp. 109-13a). Madrid: Editorial Alhambra.
- Fauconnet, S.(1984). *Étude de resolution de problemas analogues. Atelier International d'été: Recherche en didactique de la Physique.* La Londe les Maures (1983). (CNRS.: Paris), pp. 261-269.
- Feuerstein, R.; Rand, Y. y Hoffman, M.B (1979). The dynamic assesement of retarded performers. The learning Potencial Assesement Device: Theory, instruments and techniques. Baltimores: University Park Press.
- Flavell, J.H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring. A new area of cognitive-developmental inquiry. *American psychologist*, 34 (10), 906-911.
- Flavell, J.H. (1996). *El desarrollo cognitivo.* España: Prentice Hall.
- Frensch, P. A., & Funke, J. (1995). Definitions, traditions, and a framework for understanding complex problem solving. In P. A. Frensch & J. Funke, (Eds.), *Complex problem solving: The European perspective.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task.* Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers
- Freudenthal, H. (1984). *Revisiting mathematics education.* Netherlands: Kluwer Academic Publishers. Volume 9.
- Feuerstein, R. (1990): The theory of structural cognitive modificability. En: Presseisen, B.Z., et al. *Learning and thinking styles: Classroom interaction.* Washington, D.C.: National Education Association and Research for Better Schools.
- Gagné,R.M. (1965). *The conditions of learning.* (Holt,Rinehart and Winston: Nueva

- York). Trad. española: 1971, *Las condiciones del aprendizaje*. (Aguilar: Madrid).
- Gagné, R. M. (1993). *Diseño de la enseñanza para un aprendizaje eficaz*. McGraw-Hill Interamericana, México.
 - García Correa, A. (1990). *Rendimiento académico no universitario en la Región de Murcia*. Murcia: ICE/MEC.
 - Gardner, H. (1983). *Frames of Mind: The theory of Multiple intelligences*. New York: Basic Books.
 - Gardner, H. (1993). *Multiple intelligences: The theory in practice*. New York: Basic Books.
 - Gardner, H. (1995). Expert performance: Its structure and acquisition: Comment (Why would anyone become an expert?). *American Psychologist*, 50(9), 802-803.
 - Gardner, H. (2001). *An Education for the future. The Foundation of Science and Values*. Paper presented to The Royal Symposium: Amsterdam, March 13.
 - Gardner, H., (2003) *La inteligencia reformulada. Las inteligencias múltiples en el siglo XXI*, Barcelona: Paidós,
 - Gardner, H. (2004). *Changing minds: The art and science of changing our own and other people's minds*. Boston: Harvard Business School Press.
 - Gentner, D. y Rattermann, M. J. (1991). Language and the oareer of similarity. En S. A. Gelman y J. P. Byrnes (Eds.), *Perspectives on thought and language: Intelrelations in development* (pp.225A77). London: Cambridge University Press.
 - Gick, M.L., & Holyoak, K.J. (1983). Schema induction and analogical transfer. *Cognitive Psychology*, 15, 1-28.
 - Giddens, A. (2002). *Modernidade e Identidad*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor.
 - Giddens, A; Bauman, Z; Luhmann, N & Beck, U. (2007). *Las consecuencias perversas de la modernidad*. Barcelona: Anthropos Editorial.
 - Gilhooly, K.J. (1982). *Thinking: Directed, undirected and creative*. London: Academic Press.
 - Gineste, M.D. (1996). *Analogie et cognition* . Paris: PUF .
 - Gómez Castro, S.L. (1986): Rendimiento escolar y valores interpersonales: análisis de resultados en EGB con el cuestionario SIV de Leonard V. Gordon. *Bordón*, 262 (3/4), 257-275.
 - Gómez Dacal, G. (1992). *Rasgos del alumno, eficiencia docente y éxito escolar*. Madrid: La Muralla.
 - González, A. J. (1988), *Indicadores del Rendimiento Escolar. Relación entre Pruebas Objetivas y Calificaciones*. *Revista de educación*, 287,31-54
 - González Carlomán, Antonio. Universidad de Oviedo. Servicio de Publicaciones. ed. *Retículo completo de Boole, lógica matemática, teoría de conjuntos* (2006 edición)
 - González Labra, M. J. (1998). *Introducción a la Psicología del Pensamiento*. Madrid: Trotta.
 - Greeno, J.G. (1978). *Natures of problem solving*. En Estes, W.K. (Ed.), *Handbook of*
-

learning and cognitive processes, vol 5. Hillsdale, New Jersey: L. Erlbaum.

- Grotrier, T.A. y Perkins, D.N. (2002) Teaching Intelligence. En Sternberg, R.J. Handbook of intelligence. Cambridge University Press
- Grzib, G. (2002). Bases cognitivas y conductuales de la motivación y emoción. Madrid: Centro de estudios Ramón Areces.
- Halford, G. S., Wilson, W.H., y Phillips, W. (1999). Processing capacity defined by relational complexity: Implications for comparative, developmental and cognitive psychology. *Behavioral & Brain Sciences*, 2/, 803-831.
- Halpern, D. F. (1989) The disappearance of cognitive gender differences: what you see depends on where you look. *American Psychologist*, 44, 1156-1158.
- Harman, H., Sternberg, R. (1993): A broad BACEIS for improving thinking. *Instructional Science*. Vol 19. pp 227-247.
- Hart, J.T. (1965). Memory and the feelings-of-knowing experience. *Journal of educational psychology*, 56, 208-216.
- Hart, J.T. (1967). Memory and the memory-monitoring process. *Journal of verbal learning and verbal behavior*, 6, 685-691.
- Hawkes, S.J., Arrhenius confuses students, *Journal of Chemical Education*, 69 (7) 542-543, 1992.
- Hayes, J.R. y Simon, H.A. (1974). *Understanding written instruction*. En Gregg, L.W. (Comp). *Knowledge and cognition*. Hillsdale, New Jersey: L. Erlbaum.
- Hayes, J.R. (1980). *Teaching problem solving mechanisms*. En Tuma, D.T. y Reif, F. (Comps.), *Problem solving and education: Issues in teaching*. Hillsdale, New Jersey: L. Erlbaum.
- Hayes, J.R. (1981). *The complete problem solver*. Philadelphia: Franklin Institute Press.
- Hong, N.S. (1999). The relationship between well-structured and ill-structured problema-solving in multimedia simulation. *Dissertation Abstracts International. Section A: Humanities and Social Sciences*, 59(8-A), 850.
- Horvath, J. A., Forsythe, G. B., Sweeney, P., McNally, J., Wattendorf, J., Williams, W. M. y Sternberg, R. J. (1994). Tacit knowledge and military leadership: Evidence from officer interviews. ARI Technical Report. Alexandria, Virginia: U.S. Army Research Institute for the Behavioral and Social Sciences.
- Ibáñez, M. (2001). *Aspectos cognitivos del aprendizaje de la demostración matemática en alumnos de primer curso de bachillerato*. Tesis doctoral. Universidad de Valladolid, España.
- Inhelder, B. (1978). Las estrategias cognitivas: aproximación al estudio de los procedimientos de resolución de problemas. *Anuario de Psicología*, 18, 9-20.
- Jonassen, D. H. (2006). *Modeling with technology: Mindtools for conceptual change*. Columbus, OH: Pearson-Prentice Hall.
- Jonassen, D. Carr, C. Y Ping, H. (1998). *Computers as Mindtools for Engaging Learners in Critical Thinking*. <http://tiger.coe.missouri.edu>
- Johnson, M. L. (1983,a). Identifying and teaching mathematically gifted elementary

school students. *Arithmetic Teacher*, 30(5), 25-26, 55-56.

- Johnson-Laird, P.N.(1983,b). *Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Cambridge,UK: Cambridge U.P.
- Johnson-Laird, P.N.((2000). The current state of the mental model theory. En J.A. García-Madruga; N. Carriedo y M.J. González Labra (Eds.). *Mental models in reasoning* (pp.16-40). Madrid: UNED.
- Johnson-Laird, P.N. y Bara, B.G.(1984). Syllogistic inference. *Cognition*, 16, 1-62.
- Kahneman, D. y Treisman, A. (1984). Changing views of attention and automaticity. En R. Parasuraman y R.D. Davies (Eds.), *Varieties of Attention* (pp. 29-61). Nueva York: Academic Press.
- Kallinikos, J. (2003). Work, human agency and organizacional forms: an anatomy of fragmentation. *Organization Studies*. May. Recuperado el 1 de marzo de 2004 de http://www.findarticles.com/cf_dls/m4339/4_24/102553550/print.jhtml.
- Karmiloff– Smith, A. (1983). *Language Development as a Problem Solving Process*. (Guillermo Bustamante, Trad.). *Papers and Reports on Child Language Development*, 22, Stanford University Publications.
- Kedar-Cabelli, S. (1988): *Analogy- from a Unified Perspective*. En Helman,D.H.(ed.): *Analogical reasoning*. Dordrecht, Reidel.
- Kempa, R.F. y Nichols, C.E., (1983). *Problem solving ability and cognitive structure*. An explorator *J. Sci. Educ*, Vol. 5 (2), pp. 171-184.
- Kempa, R.F., (1986). Resolución de problemas de química y estructura cognoscitiva, *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 4 (2), pp. 99-1 10.
- Kilpatrick, J. (1978). Variables and methodologies in reserarch on problem solving. En L. L. Hatfield y D.A. Bradbard (Eds.) , *Mathematical problemsolving: paper from a research workshop*. Columbus, OH: ERIC/SMEAC.
- Kind, V. (Formerly Barker, V.) (2004), *Beyond appearances. Students' misconceptions about basic chemical ideas*. 2nd edition, London, UK.
- Kintsch, W. y Greeno, J. G. (1985). Understanding and Solving Word Arithmetic Problems. *Psychological Review*, 92-1, 109-129.
- Köhler, W. (1925). *The mentality of apes*. Nueva York: Harcourt, Brace.
- Kotovsky, K. Simon, H. A. (1990): Empirical tests of a theory of human acquisition of concepts for sequential patterns. *Cognitive Psychology*, 4, 399-424.
- Kuhn, T., *La estructura de las revoluciones científicas*. Fondo de Cultura Económica, México, 1962.
- Kuhn, D., Amsel, E., & O' Loughlin, M. (1988). *The development of scientific thinking skills*. San Diego, CA: Academic Press.
- Kuhn, D. (1989). Children and adults as intuitive scientists. *Psychological Review*, 96, (4), 674 – 689.
- Kurtz, K. J.; Loewenstein, J. (2007). *Memory & Cognition*, 35, 334.
- Lachman, R., Butterfield, E.C., . Lachman, J.L, (1979) : *Cognitive Psychology and Information Processing: An Introduction*. Contributors: Publisher: Lawrence Erlbaum

Associates. Place of Publication: Hillsdale, NJ.

- Lajoie, S. P. (2000). Breaking camp to find new summits. En S.P. Lajoie (Ed.), *Computers as cognitive tools: Vol. 2. No more walls* (pp. xv-xxxii). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Lakatos Imre y Alan Musgrave (eds) *La Crítica y el desarrollo del conocimiento. Actas del Coloquio Internacional de Filosofía de la ciencia celebrado en Londres en 1965*. Ediciones Grijalbo. Barcelona.
- Landa, L.N., (1976). *The ability to think-How can it be taught? Soviet Education*, Vol. 18 (5), pp. 4-66. Trad. española: A. Pérez y J. Almaraz (ed.), 1982, *Lecturas de aprendizaje y enseñanza*. (Zero: Madrid).
- Larkin, J.H., (1981). *Cognition of learning physics, Am. J. Phys*, Vol. 49 (6), pp. 534-541.
- Lester, F. K. (1983). Trends and issues in mathematical problem solving research. En Lesh, R. y Landau, M. (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes*. New York: Academic Press.
- Lindsay, P. H. y Norman, D. A. (1972). *Human information processing: An introduction to psychology*. New York: Academic Press. En castellano, *Introducción a la psicología cognitiva*. Madrid: Tecnos, 1986.
- Loewenstein, J.; Thompson, L.; Gentner, D. (1999). *Psychonomic Bulletin & Review*, 6, 586.
- Loewenstein, J. (2010). How one's hook is baited matters for catching an analogy. En B. Ross (Ed.), *Psychology of Learning and Motivation, Volume 53*. San Diego: Academic Press.
- Loewenstein, J. y Gentner, D. (2001). Spatial mapping in preschoolers: Close comparisons facilitate far mappings. *Journal of Cognition and Development*, 2, 189-219.
- Maier, N. R. F. (1932). A Gestalt Theory of humour. *British journal of Psychology*, 23, 69-74.
- Martín, R. E. (1985). Variables de influjo inmediato en el remedio Escolar. Estudio de la Incidencia de los Factores socioeconómicos y Culturales en el Rendimiento de los Alumnos. Madrid. UNED.
- Masunaga, H., & Horn, J. (2000). Characterizing mature human intelligence. *Expertise development. Learning and Individual Differences*, 12, 5-33.
- Mayer, R.E., 1981. *The promise of cognitive psychology*. (W.H. Freeman and Company: EEUU). Trad. española: 1985, *El futuro de la psicología cognitiva*. (Alianza Editorial: Madrid).
- Mayer, R.E. (1982): Memory for algebra story problems. *Journal of educational psychology*, 74, 2, 199-216.
- Mayer, R.E. (1983). *Thinking, problem solving and cognition*. New York: W.H. Freeman and Company. En castellano, *Pensamiento resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Paidós, 1986.
- Mayer, R.E. (1985). *Capacidad matemática*. En Sternberg, R.J. (Ed.), *Las capacidades*

humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información. Barcelona: Labor.

- Mayer, R.E. (1987). *Learnable aspects of problem solving: some examples.* En Berger, D.E.; Pezdek, K. y Banks, W.P. (Eds.), *Applications of cognitive psychology: problem solving, education and computing.* Hillsdale, New Jersey: L. Erlbaum
 - McNamara, D. S., & Magliano, J. P. (2009). Towards a comprehensive model of comprehension. In B. Ross (Ed), *The psychology of learning and motivation*, vol. 51, (pp. 297-284). New York, NY, US: Elsevier Science.
 - Mehan, H. (1991), Sociological foundations supporting the study of cultural diversity, <http://escholarship.org/uc/item/0x777zn.pdf>.
 - Metcalfe, J. y Wiebe, D. (1987). Intuition in insight and noninsight problem solving. *Memory & cognition*, 15 (3), 238-246.
 - Miller, G.A; Galanter, E. y Pribram, K.H. (1960). *Plans and the structure of behavior.* Nueva York: Holt, Rinehart y Winston. En versión castellana, *Planes y estructura de la conducta.* Madrid: Debate, 1983.
 - Minervino, R. A. y Oberholzer, N. (2007). Falsa memoria de inferencias analógicas y cambio representacional. *Anuario de Psicología* (Universidad de Barcelona), 38, 129 - 146.
 - Minervino, R., Trench, M, y Adrover, J. F. El desarrollo de la capacidad de transferir conocimiento a través del pensamiento analógico e inductivo. En M. Carretero y J. A. Castorina (Eds.) *Desarrollo y Educación.* Buenos Aires, Paidós (en prensa).
 - Molina, G. S., y García, P. E. (1984). *El Éxito y el Fracaso Escolar.* Barcelona: Laia.
 - Monereo, C. (1995). Enseñar a concienciar. ¿Hacia una didáctica metacognitiva?. *Aula*, 34, 74 - 80.
 - Morin, E. (1994). *Introducción al pensamiento complejo.* Barcelona: Gedisa.
 - Morin, E. (1985). *Introducción al pensamiento complejo.* Barcelona: Gedisa.
 - Muller, N. (2000). Enjeux identitaires et apprentissage dans une situation de formation interculturelle. *Cahiers de Psychologie*, 36, 3-12.
 - Mulford, D. R. and Robinson, W. R. (2002), An inventory for alternate conceptions among first semester General Chemistry students, *Journal of Chemical Education*, 79(6), 739-744, 2002.
 - Myers, G. L. Y Fisk, A. D. (1987). Training consistent task components: application of automatic and controlled processing theory to industrial task training. *Human Factors*, 29 (3), 255-268.
 - Niemivirta, M (1999). Motivational and cognitive predictors of goal setting and task performance International. *Journal of Educational Research*, 31, 449-512.
 - National Council of Teachers of Mathematics. (2003). *Research Companion to Principles and Standards.* <http://my.nctm.org/ebusiness/ProductCatalog/product.aspx?ID=12341>
 - Naveh-Benjamin, M. y Jonides, J. (1986). On the automaticity of frequency coding: Effects of competing task load, encoding strategy and intention. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 12, 378-386.
 - Naveh-Benjamin, M. (1987). Coding of spatial location information: An automatic process? *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 12,
-

378-386.

- Nelson, T. O. (1996). Consciousness and metacognition. *American psychologist*, 51 (2), 102-116.
- Nelson, T. O., y Narens, L. (1990). Metamemory: A theoretical framework and new findings. *The psychology of learning and motivation*, 26, 125-173.
- Nelson, T. O., y Narens, L. (1994). Why investigate metacognition? En: J. Metcalfe y A.P. Shimamura (Eds.), *Metacognition. Knowing about knowing* (pp. 1-25) Cambridge, Massachusetts: MIT Press.
- Newell, A. y Simon, H.A., (1972). *Human problem solving*. (Englewoods Cliffs, Prentice-Hall: Nueva Jersey).
- Nickerson, R.S.; Perkins, D.N. y Smith, E.E. (1990). Enseñar a pensar. Aspectos de la aptitud intelectual. Barcelona: Paidós/MEC.
- Niss, M. (1999). "Competencies and Subject Description". *Uddanneise*, 9, pp. 21-29.
- Niss, M. (2002), *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project*. IMFUFA, Roskilde University, Denmark. Consultado en Internet (octubre 2011) http://www7.nationalacademies.org/mseb/Mathematical_Competencies_and_the_Learning_of_Mathematics.pdf
- Novak, J.D., (1977). *A theory of education*. (Cornell University Press: Ithaca). Trad. española: 1982, *Teoría y práctica de la educación*. (Alianza: Madrid).
- Nussbaum, J. & Novick, S. (1982), Alternative frameworks, conceptual conflict and accommodation: Towarda principled teaching strategy, *Instructional Science*, 11, 183-208.
- OECD (2003). The PISA 2003 assessment framework. Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills. Paris: OECD.
- OECD (2004). Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003. Paris: OECD.
- OECD (2005). Informe PISA 2003. Aprender para el mundo de mañana. Madrid: Santillana.
- OECD (2005). Organisation for Economic Cooperation and Development. Descargado el 1 de Junio de 2005 de <http://www.oecd.org/home>
- Oléron, P. (1980). Les Activités Intellectuelles. En P. Fraisse & J. Piaget, *Traité de Psychologie Expérimentale* (pp. 42-62). París: PUF .
- Osherson, D. N., Smith, E. E., Wilkie, O., López, A., y Shafir, E. (1990). Category-based induction. *Psychological Review*, 17, 185_200.
- Pacheco, J., (1991). *Razonamiento matemático: estrategias, algoritmos y categorías*. Tesis de licenciatura, Director: Dr. Sánchez Cánovas. Universidad de Valencia.
- Pardo Merino, A., y Olea Díaz, J. (1993). Desarrollo cognitivo-motivacional y rendimiento académico en segunda etapa de EGB y BUP. *Estudios de Psicología*, 49, 21-32.
- Pelechano, V. (1989). Informe del Proyecto de investigación sobre Rendimiento en la EGB y BUP. *Análisis y Modificación de Conducta*, 15, 45/46.

- Pérez Serrani, G (1981): Origen Social y Rendimiento Escolar. Madrid: C.I.S.
 - Piaget, J. & Inhelder, B. (1978). Psicología del niño. Ed. Morata, Madrid.
 - Piaget, J.; Beth, E.W. (1980). *Epistemología matemática y psicología*. Trad. Víctor Sánchez de Zavala. Barcelona: Editorial Crítica.
 - Piaget, J. Y García, R. (1984). Psicogénesis e historia de la ciencia. México, D.F.: Siglo XXI Editores.
 - Pintrich, P. R., Marx, R. W. y Boyle, R. A. (1993). Beyond cold conceptual change: The role of motivational beliefs and classroom contextual factors in the process of conceptual change. *Review of Educational Research*, 63, 167-199.
 - Pintrich, P.R (2000). The Role of Goal Orientation in Self- Regulated Learning. En: M.Boekaerts, P.R. Pintrich y M. Zeiner. *Handbook of Self- regulation*. San Diego. CA: Academic Press. 451-495.
 - Pintrich, P.R. y Schunk, D.H. (2006). Motivación en contextos educativos. Madrid, Pearson
 - Poincaré, H. (1902). *La Science et l'hypothèse*, París, Flammarion. Trad.: La ciencia y la hipótesis, Madrid, Espasa, 2002
 - Pólya, G., (1945). *How to solve it*. (Princeton University Press: Nueva Jersey). Trad. Española: 1985, *Cómo Plantear Y Resolver Problemas*. (Trillas: México).
 - Pólya, G., (1968). *Mathematical discovery*. (Wiley: Nueva York).
 - Pintrich, J.R. y De Groot, E. (1990) Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology*, 82, 33-40.
 - Pozo, J.I., (1987). *Aprendizaje de la ciencia y pensamiento causal*. (Visor: Madrid).
 - Pozo, J. I. (1989). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Madrid: Morata.
 - Pozo, J. I. (1994). *El Cambio Conceptual en el Conocimiento Físico y Social: del desarrollo a la instrucción*. En *Contexto y Desarrollo Social*. María José Rodrigo Ed. 419-449.
 - Pozo, J.I. (Coord.), (1997,a). *La solución de problemas*. Madrid: Santillana.
 - Pozo, J. I. (1997,b). El cambio sobre el cambio: Hacia una nueva concepción del cambio conceptual en la construcción del conocimiento científico. En Ma. J. Rodrigo & J. Arnay. *La construcción del conocimiento escolar*. Cáp. 7, 155 - 176. Barcelona: Paidós.
 - Pozo, J. y Monereo, C. (Eds.). (1999). “Un Currículo para aprender. Profesores, Alumnos y Contenidos ante el aprendizaje Estratégico”. *El Aprendizaje Estratégico*, 70, Madrid: Aula XXI/ Santillana, 11-25.
 - Proyecto DeSeCo. www.OECD.org/edu/statistics/deseeco.
 - Puig, L. (1996). Elementos de resolución de problemas. Tesis Doctoral. Granada: Comares.
 - Reif, F., & Larkin, J. (1991). Cognition in scientific and everyday domains: Comparison and learning implications. *Journal of Research in Science Teaching*, 28, (9), 733 – 760.
-

-
- Renzulli, J. (1999). The concept of Three – Rings of Giftedness. <http://www.gifted.uconn.edu>.
 - Resnick, L.B. y Glaser, R. (1976). *Problem solving and intelligence*. En Resnick, L.B. (Ed.), *The nature of intelligence*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
 - Resnick, L.B. y Ford, E.W. (1981). *The psychology of mathematics for instruction*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
 - Resnick, L.B. (1989). Developing Mathematical knowledge. *Am, Psychol.* 44(2), 162-69
 - Resnick, L.B. y Singer, J.A. (1993). Protoquantitative origins of ratio reasoning. En *Rational numbers: An Integration of Research*, ed. TP. Carpenter, E. Fennema y TA. Romberg (pp. 107-30). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
 - Ribes Iñesta, E (1990). *Psicología General*. México: Editorial Trillas.
 - Rico, L. (1997a) Dimensiones y componentes de la noción de currículo. En L. Rico (Ed.), *Bases teóricas del currículo de matemática en educación secundaria* (pp. 15-59) Barcelona: Horsori.
 - Rips, L.E. (1975), Inductive judgments about natural categories, *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 14, 665-681.
 - Rodríguez, E. S. (2002). *Factores de Rendimiento Escolar*. Barcelona. Oikos-Tau.
 - Rodríguez Moneo, M., & Carretero, M. (1996). Adquisición de conocimiento y cambio conceptual. Implicaciones para la enseñanza de las ciencias. En: M. Carretero (Ed.). *Construir y Enseñar: Las Ciencias Experimentales*, 47 – 73. Buenos Aires: Aique. Universidad Autónoma de Madrid.
 - Rogoff, B. (1990). *Aprendices del pensamiento: El desarrollo cognitivo en el contexto social*. Barcelona: Paidós.
 - Rommetveit, R. (2003). On the Role of “a Psychology of the Second Person” in Studies of Meaning, Language, and Mind. *Mind, Culture and Activity*, 10 (3), 205-218.
 - Ruíz de Miguel, C. y Castro, M. (2006). Un estudio multinivel basado en PISA 2003: factores de eficacia escolar en el área de matemáticas. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 14(29), 1-26. Disponible en: <http://epaa.asu.edu/epaa/v14n29/v14n29.pdf>
 - Sánchez Herrero, S., (1990), *Diferencias individuales en el rendimiento de una lengua extranjera en la enseñanza obligatoria*. Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid.
 - Sánchez, M. L. (1991). *Cómo estudiar*. Madrid: Editorial Granada.
 - Santamaría, C. (1995) *Introducción al razonamiento humano*. Ed. Alianza (Psicología Minor).
 - Schraw, G., y Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational Psychology Review*, 7, 351-373.
 - Schraw, G. (1998), Promoting general metacognitive awareness. *Instructional Science*, 26, (1-2) 113-125.
 - Schmid, Anne-Françoise, (2001): *Henri Poincaré, Les sciences et la philosophie*. L'Harmattan.
-

-
- Schneider, W., Dumais, S. T., y Shiffrin, R. M. (1984). "Automatic and control processing and attention". En R. Parasuraman y D. R. Davies(Eds.), *Varieties of Attention* (pp.1-27). Nueva York: Academic Press.
 - Shiffrin, R. y Dumais, S. (1981). *The development of automatism*. En Anderson, J.R. (ed.), *Cognitive skills and their acquisition*. Hillsdale, New Jersey: L. Erlbaum.
 - Schoenfeld, A.H. (1982). Measures of problem-solving performance and of problem-solving instruction. *Journal for research in mathematics education*, 13, 1, 31-39.
 - Schoenfeld, A.H. (1987). *Cognitive science and mathematics education*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
 - Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problema solving*. Orlando: Academia Press.
 - Schoenfeld, A. H. (1994)-"Ideas y tendencias en la resolución de problemas", OMA, Buenos Aires.
 - Simon, H.A., (1978). *Information-processing theory of human problem solving*, en Estes W.K. (ed.), *Handbook of Learning and Cognitive Processes*. Vol. 5: *Human Information Processing*. (Hillsdale: Nueva Jersey). Trad. española: *La teoría del procesamiento de la información sobre la solución de problemas*, en: Carretero, M., y García, J.A., 1984, *Lecturas de Psicología y Pensamiento*. (Alianza Psicología: Madrid), pp. 197-219.
 - Simon, H.A. y Simon. D. (1978). *Individual differences in solving physics problems* en Siegler (ed.), *Children's Thinking: What develops?* (Lawrence Erlbaum. Hillsdale: Nueva Jersey).
 - Solé, I. y Coll, C. (1993). Los profesores y la concepción constructivista. En: Coll y otros (Eds.), *El constructivismo en el aula*. Cáp.: 1., 7 - 23. Barcelona: Argó.
 - Stankov, L. (2000). Complexity, metacognition, and fluid intelligence. *Intelligence*, 28 (2), 121-143.
 - Sternberg, R.J. (1982). *Razonamiento, resolución de problemas e inteligencia*. En Sternberg, R.J. (Ed.), *Inteligencia humana*, vol. 2. Barcelona: Paidós Ibérica, 1987.
 - Sternberg, R.J. (1985,a). *Las capacidades humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información*. Barcelona: Editorial Labor.
 - Sternberg, R.J. (1985b). *Beyond IQ: A triarchic theory of human intelligence*. Nueva York: Cambridge University Press. En castellano, *Mas allá del cociente intelectual: Una teoría triárquica de la inteligencia*. Bilbao: Editorial Desclee de Brouwer, 1990.
 - Sternberg, R.J. (1986). *Intelligence applied: Understanding and increasing your intellectual skills*. San Diego, CA: Harcourt Brace Jovanovich.
 - Sternberg, R.J. (1988). *The triarchic mind: A new theory of human intelligence*. London: Penguin Books.
 - Sternberg, R.J. (1990, a). *Intellectual styles: Theory and classroom implications*. En Presseisen, B.Z. et al.(Eds.), *Learning and Thinking Styles: Classroom interaction*. Nueva York: NEA Professional Library.
 - Sternberg, R.J. (1990,b). Thinking styles: Keys to understanding student performance. *Phi Delta Kappan*, 71, 366-371.
 - Sternberg, R.J. (1996,a). Costs of expertise. En K.A. Ericsson (Ed.), *The road to*
-

- excellence: The acquisition of expert performance in the arts and sciences, sports, and games (pp. 347-354). Hillsdale, NJ: LEA.
- Sternberg, R.J. (1996,b). Successful intelligence. Nueva York: Cambridge University Press (Traducción castellana en Paidós, 1997).
 - Sternberg, R. J. (1999,a). Successful intelligence: Finding a balance. *Trends in Cognitive Sciences*, 3, 436-442.
 - Sternberg, R.J. (1999,b). Ability and expertise. It's time to replace the current model of intelligence. *American Educator*, Spring, 10-13 y 50-51.
 - Sternberg, R. J. (2003,a). Construct validity of the theory of special intelligence. En Sternberg y colaboradores. *Models of intelligence: International Perspectives*. (pp. 55-77) Washington, DC, USA: APA.
 - Sternberg, R. J. (2003,b). Culture and intelligence. *American Psychologist*, 59, 325-338.
 - Sternberg, R. J., Prieto, M. D. y Castejón, J. L. (2000). Análisis factorial confirmatorio del Sternberg Triarchic Abilities Test (nivel-H) en una muestra española: resultados preliminares. *Psicothema*, 12, 642-647.
 - Sternberg, R. J., the Rainbow Project Collaborators, and the University of Michigan Business School Project Collaborators (2004). Theory-based university admissions testing for a new millenium. *Educational Psychologist*, 39, 185-198.
 - Sternberg, R. J. y The Rainbow Collaboratots (2006). The Rainbow Project: Enhancing the SAT through assessments of analytical, practical, and creative skills. *Intelligence*, 34, 321-350.
 - Sternberg, R. J. y The Rainbow Project Collaborators (2005). Augmenting the SAT through assessments of analytical, practical, and creative skills. In W. Camara y E. Kimmel (Eds.). *Choosing students: Higher education admission tools for the 21st century* (pp. 159-176). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
 - Sternberg, R. J. (2009). The Rainbow and Kaleidoscope projects. A New Psychological Approach to Undergraduate Admissions. *European Psychologist*, 14, 279-287
 - Sternberg, R.J. y Rifkin, B.(1979). The development of analogical reasoning processes. *Jounal of Experimental Child Psychology*, 27, 195-232.
 - Stemberg, R. J. y Nigto, G. (1980). Developmental patterns in the solution of verbal analogies. *Child Development*, 5 I, 27 -38. 9.
 - Sternberg, R.J. y Grigorenko, E.L. (1992). Thinking styles and the Gifted: why there is no one right answer to programming decisions. Yale University.
 - Sternberg, R. J., & Clinkenbeard, P. (1995). A triarchic view of identifying, teaching, and assessing gifted children. *Roeper Review*, 17 (4), 255-260.
 - Sternberg, R. J., Grigorenko, E., Ferrari, M. & Clinkenbeard, P. (1995). Triarchic análisis o fan aptitude-treatment interaction. *European Journal of Psychological Assessment*, 15, 1-11.
 - Sternberg, R.J., Torff, B., y Grigorenko, E.L. (1998). Teaching triarchically improves school achievement. *Journal of Educational Psychology*, 90(3), 374-384.
 - Sternberg, R. J. (2000). Giftedness as developing expertise. In K. A. Heller, F. J.
-

- Mönks, R. J. Sternberg, y R. F. Subotnik (Eds.), *International handbook of giftedness and talent* (pp. 55-66). Amsterdam: Elsevier.
- Sternberg, R.J. ForsythE, G. B., HedlumD, J., Horvath, J. A., Wagner, R. K., Williams, W. M., y Grigorenko, E. L., (2000). *Practical intelligence in everyday life* : Oxford: Cambridge Press.
 - Sternberg, R. J., Prieto, M. D. Y Castejón, J. L. (2000). Análisis factorial confirmatorio del Sternberg Triarchic Abilities Test (nivel H) en una muestra española: resultados preliminares. *Psicologia* , 12 (4), 642-647.
 - Sternberg, R.J. Nokes, C., WenseL, G., Prince, R., Okatcha, F., Bundy, D., y Grigorenko, E., (2001). The relationship between academic and practical intelligence: : A case study in Kenya, *Intelligence*, 29, 401-418.
 - Sternberg, R., Castejón, J. L., Prieto, M. D., Hautamaki, J. y Grigorenko, E. (2001). Confirmatory factor analysis of the Sternberg Triarchic Abilities Test in three international samples: an empirical test of the Triarchic Theory. *European Journal of Psychological Assessment*, 17, 1-16.
 - Sternberg, R. J. y Grigorenko, E. L. (2002). The theory of Successful intelligence as a basis for gifted education. *Gifted Quarterly*, 46, 265-277.
 - Sternberg, R. J. y Grigorenko, E. (2003). *Perspectives o abilities, competencies, and expertise*. New York: Cambridge University Press.
 - Sternberg, R. J. y Grigorenko, E. L. (2004). Intelligence and culture: How culture shapes what intelligence means, and the implications for a science of well-being. *Philosophical Transactions: Biological Sciences*, 359, 1427-1434.
 - Sternberg, R. J., & Grigorenko, E. L. (2006). Cultural intelligence and successful intelligence. *Group & Organization Management*, 13 (1), 27-39.
 - Sternberg, R. J., & Grigorenko, E. L. (2006). Reviewing articles for methods. In R. J. Sternberg (Ed.) *Reviewing scientific works in psychology* (pp. 31-42). Washington, D. C.: American Psychological Association.
 - Stewart, J., (1982). *Two aspects of meaningful problema solving in science*, *Science Education* , Vol. 66 (5), pp. 731-749.
 - Stewart, J. y Atkin, J.A., (1982). *Information processing psychology: A promising paradigm for research in science teaching*, *J. Res. Sci. Teach*, Vol. 19 (4), pp. 321-332.
 - Strike, K. A., & Posner, G. J. (1992). *A revisionist theory of conceptual change*. In: R. A. Duschl & R. J. Hamilton (ed.,). *Philosophy of science, cognitive psychology, and educational theory and practice*. New York: State University of New York Press.
 - Strike, K. y Posner, G., *A conceptual change view of learning and understanding*. En: West, L. & Pines, L. (eds). *Cognitive structure and conceptual change*. Academic Press, 1985. p. 211-231.
 - Spear, L. y Sternberg, R.J. (1987). Teaching intellectual styles: Staff development for theching thinking. *Journal of Staff Development*, 8, 3, 35-39.
 - Swanson, H. L. (1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal of educational psychology*, 82 (2), 306-314.
 - Tejada Zabaleta A. (2003). Los modelos actuales de gestión en las organizaciones:
-

gestión del talento, gestión del conocimiento y gestión por competencias. *Psicología desde el Caribe*, 12, 115-133.

- Tejada Zabaleta, A. (2006a). Un currículo centrado en competencias: Bases para su construcción. *Novedades Educativas*, 16, 91, 17- 23.
- Tejada Zabaleta, A. (2006b). Propuesta de estructura curricular universitaria basada en competencias para la formación de profesionales. En K. Cabrera Dokú & L. E. González (Compiladores). *Currículo Universitario Basado en Competencias*. (p.p 345-360). Barranquilla, Colombia: Ediciones Uninorte.
- Tejada Zabaleta A. (2007). Desarrollo y formación de competencias: un acercamiento desde la complejidad. *Acción Pedagógica*. Dossier: La Formación Basada en Competencias: Un Nuevo Reto Pedagógico, 16, 1, 40-47.
- Tejada Zabaleta A. (2008). Análise de um modelo integral baseado no paradigma da complexidade para a compreensão, definição, avaliação e aplicação das competências. Tese Doutorado. Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Thorndike, E.L. (1898). Animal intelligence: An experimental study of the associative processes in animals. *Psychological Monographs*, 2, nº 8. En Mayer, R.E. (1983), *Thinking, problem solving and cognition*. New York: W.H. Freeman and Company.
- Trench, M.; Oberholzer, N. Adrover, F. y Minervino, R. *La Eficacia del Paradigma de Producción para Promover la Recuperación de Análogos Interdominio*. *Psykhé* [online]. 2009, vol.18, n.1, pp. 39-48. ISSN 0718-2228.
- Tourón, J. (1985). La predicción del rendimiento académico: procedimientos, resultados e implicaciones. *Revista Española de Pedagogía*, 169/170, 473-495.
- Tsai, C. (2003). Using a conflict map as a instructional tool to change student alternative conceptions in simple series electric-circuits. *International journal of science education*, 25(3), 307-327.
- Van Dijk, T. y Kintsch. W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press.
- Veenman, M. y Elshout, J.J. (1999). Changes in the relation between cognitive and metacognitive skills during the acquisition of expertise. *European Journal of Psychology of Education*, XIV, 4, 509-523.
- Vermunt, J. D. (1996). Metacognitive, cognitive and affective aspects of learning styles and strategies: a phenomenographic analysis, *Higher Education*, 31, 25 – 50.
- Vidal-Abarca, E. y Sanjosé, V. (1998) Levels of Comprehension of Scientific Prose: The role of Text variables. *Learning and Instruction*, 8, 215-233.
- Vinogradov, S., Kirkland, J. y colaboradores (2003). Both processing speed and semantic memory organization predict verbal fluency in schizophrenia. *Schizophrenia research*, 59(2-3), 269-75.
- Vosgerau, G. (2006) , The Perceptual Nature of Mental Models, en Held et al, *Mental Models and the Mind*, Amsterdam, Elsevier, pp. 255-27.,
- Vosniadou, S., Capturing and modeling the process of conceptual change, *Learning and Instruction*, 4, 45-69, 1994.
- Voss, J., Wiley, J. y Carretero, M. (1996). *La Adquisición de Habilidades Intelectuales*

y la Comprensión de Contenidos Específicos. Construir y Enseñar las Ciencias Experimentales. Buenos Aires: Aique.

- Vygotski, S. L. (1979). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona: Crítica.
 - Wason, P. C. (1968). Reasoning about a rule. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 20, 273-281.
 - Wason, P. C. (1969). Razonamiento. En B. M. Foss (Ed.), *Nuevos horizontes en psicología* (pp.1,324 a6). Barcelona: Fontanella.
 - Wertheimer, M. (1945) *Productive thinking*. Chicago: University Press.
 - Wertsch, J.V. and Hickmann, M. (1987). “Problem solving in social interaction: a microgenetic analysis” En M. Hickmann (Ed.). *Social and functional approaches to language and thought*. (pp. 251-266) Orlando, Academic Press.
 - Wertsch, J.V. (1993). “Voces de la mente: un enfoque sociocultural para el estudio de la acción mediada” Madrid: Visor.
 - White, R., & Gunstone, R. (1989). Metalearning and conceptual change. *International Journal of Science Education*, 11, 577 – 586.
 - Wood, D.A. (1960). *Test Construction: Development and Interpretation of Achievement Tests*. Columbus, OH: Charles E. Merrill Books, Inc.
 - Zabalza Beraza, M.A. (1994). El rendimiento educativo en el nuevo modelo escolar de la LOGSE. En Larrosa, F. (ed.), *El rendimiento educativo*, pp. 7- 26. Alicante: Instituto de Cultura Juan Gil Albert (Diputación de Alicante).
 - Zeinder, M., Boekaerts, M. y Pintrich, P.R. (2000) Self- regulation, directions and Challenges for future research. En: M.Boekaerts, P.R. Pintrich y M. Zeiner. *Handbook of Self- regulation*. San Diego. CA: Academic Press. 749-768.
 - Zbrodoff, N. J. & Logan, G. D. (1986). On the autonomy of mental processes: A case study of arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, 115, 118-130.
 - Zimmerman, B. J. (1999). Commentary: toward a cyclically interactive view of self-regulated learning *International Journal of Educational Research*, 31,545-551.
-